Equilibri di Mercato

L. Balletta S. Modica 2023

In questo capitolo parleremo di entrata di imprese in un mercato competitivo e di esternalità nella produzione e nel consumo. Guarderemo alle strutture dei mercati non competitivi con più imprese, e paragoneremo l'efficienza degli equilibri in termini di surplus totale.

Indice del capitolo

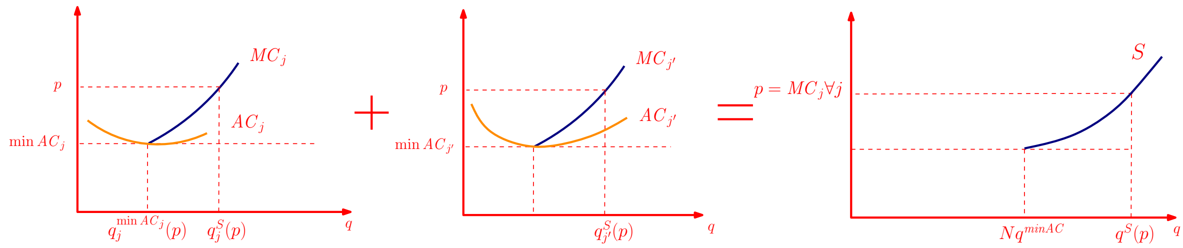
1 Produttori e consumatori in un mercato competitivo

Confermiamo innanzitutto che le cose che abbiamo detto su offerta e domanda all'inizio del corso sono effettivamente giuste - altrimenti perché avremmo dovuto fare tutto questo lavoro?

1.1 Curva di offerta e surplus produttori

Abbiamo detto all'inizio del corso che la curva di offerta di mercato rappresenta il costo marginale di produzione, e a questo punto verificarlo è immediato. Ricorda che il prezzo di offerta dell'impresa j è dato dalla condizione $p = MC_j$ per la parte crescente di MC al di sopra di $\min AC$. Dunque ogni impresa opera con $MC_j = p$; ma il prezzo è uguale per tutti, quindi $MC_j(q_j) = MC_{j'}(q_{j'})$ per ogni j, j', sicché a $q = \sum_j q_j$ il costo di produrre una unità in più è lo stesso qualunque sia l'impresa che la produca. Dunque il prezzo di offerta $p = S(q)$ è il costo marginale di produzione a q: $S(q) = MC(q)$ (senza sottoscritto perché è indipendente dall'impresa che lo sostiene). La figura 1.1 illustra: con N imprese uguali sul mercato come sappiamo $q^S = Nq_j^S$ (somma *orizzontale*), quindi $S(q) = MC_j(q/N)$ per ogni j (stiamo assumendo per semplicità imprese uguali). Nota che più alto è il numero di imprese sul mercato più alta è la quantità minima offerta $\sum_j q_j^{\min AC_j}$ (uguale a $Nq^{\min AC}$).

Figura 1.1: Offerta di mercato



Esempio. Fai un esempio facile con i numeri da fare senza discontinuità, con AC sempre crescente, $\min AC = q^{minAC} = 0$

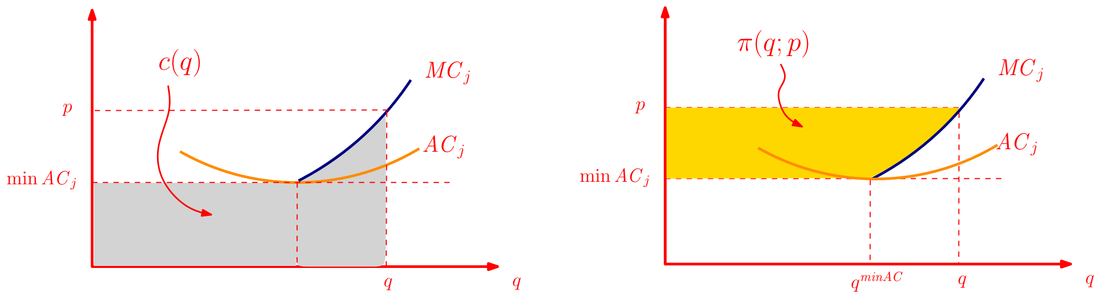
Visualizziamo adesso il surplus dei produttori. Omettendo j per il momento, per calcolare il surplus di un'impresa dobbiamo vedere come visualizzare il costo di produzione $c(q)$, con $q \geq q^{minAC}$ dove q^{minAC} è la quantità che minimizza AC. Nel capitolo sull'impresa abbiamo visualizzato $c(q)$ scrivendo $c(q) = q \cdot AC(q)$. Qui conviene decomporlo diversamente per vedere il surplus anche nei casi in cui l'offerta ha una discontinuità a $p = \min AC$, scrivendo

$$\begin{aligned} c(q) &= c(q^{minAC}) + c(q) - c(q^{minAC}) = q^{minAC} \cdot AC(q^{minAC}) + \int_{q^{minAC}}^{q} MC \\ &= q^{minAC} \cdot \min AC + \int_{q^{minAC}}^{q} MC\,. \end{aligned}$$

Quindi il costo per j è la somma del rettangolo di base q_j^{minAC} e altezza $\min AC_j$ più l'area sotto la parte crescente di MC_j da q^{minAC} a q, vedi pannello sinistro nella figura 1.2. Il surplus a (q, p) che è uguale al profitto si ottiene allora per differenza, vedi pannello destro.

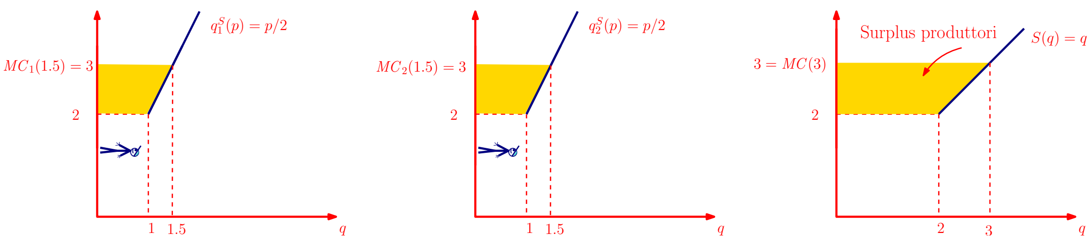
Per passare al surplus dei produttori non dobbiamo fare altro che sommare orizzontalmente. Basta vederlo con un esempio semplice con due imprese uguali. Supponi che $c_j(q) = 1 + q_j^2$ così

Figura 1.2: Costo e surplus dell'impresa j



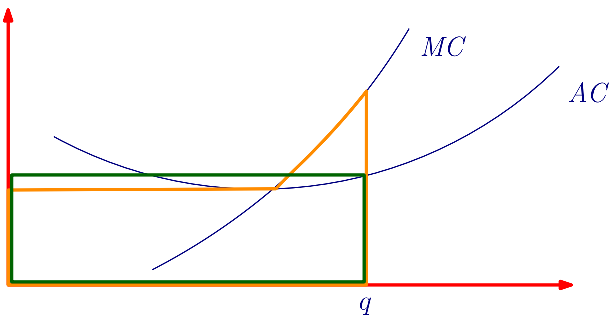
$MC_j = 2q, AC_j = 1/q + q$; ricaviamo subito che $q_j^{minAC} = 1, \min AC_j = 2$ da cui $q_j^S(p) = p/2$ per $p \geq 2$; sommando, otteniamo $q^S(p) = p$ per $p \geq 2$. Il surplus dei produttori è illustrato in figura 1.3. In questo caso $S(q) = q$ (inversa di $q^S(p)$) perché le imprese sono due (se fossero per esempio quattro sarebbe $q^S(p) = 2p$ ed $S(q) = q/2$). Il costo marginale a q è $S(q)$: per esempio a $q = 3$ le due imprese stanno producendo $q = 1.5$, ed $MC(3) = MC_j(1.5) = 3$. Nel caso in cui il minimo dei costi medi si ha per $q = 0$ la discontinuità a $p = \min AC$ non c'è e il surplus dei produttori è l'area fra la curva di offerta e il prezzo come abbiamo visto nel primo capitolo.

Figura 1.3: Offerta e surplus produttori



Nota sul calcolo del costo

Rappresentate nello stesso grafico, le due aree che rappresentano $c(q)$ - quella di qui sopra e il rettangolo $q \cdot AC(q)$ - non sembrano uguali, vedi la figura qui sotto. Ma lo sono.



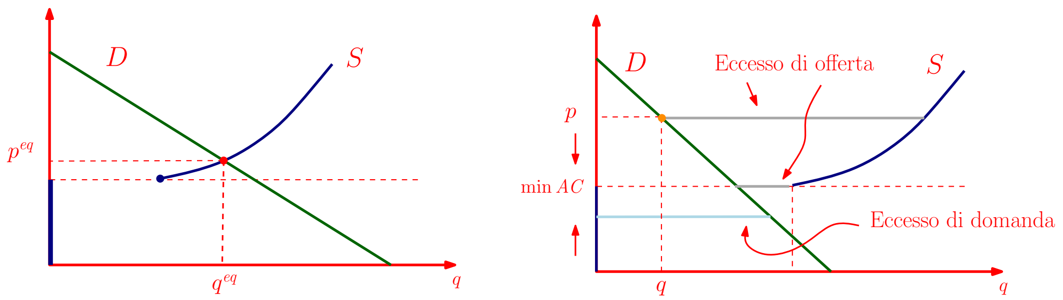
1.2 Curva di domanda e surplus consumatori

Consideriamo il caso semplice di utilità quasi-lineare nel bene x in questione: $u_i(x, y) = v_i(x) + y$. Con prezzi in termini di y il vincolo di bilancio è $px + y = m$; dunque la condizione di tangenza dà direttamente $p = v_i'(x)$, che è analoga alla condizione $p = MC$ per le imprese. E il resto del discorso è analogo. Assumendo v_i' decrescente otteniamo p decrescente in x per ogni consumatore, e se sommiamo le quantità domandate $x_i(p) = (v_i')^{-1}(p)$ e invertiamo arriviamo alla funzione di domanda $D(q)$. Al prezzo $p = D(q)$ la domanda di ogni consumatore soddisfa la condizione $p = v_i'(x_i)$, sicché $D(q)$ è il beneficio marginale del bene per ogni consumatore, cioè il beneficio marginale sociale di cui parlavamo nel primo capitolo. Essendo la D un beneficio marginale (una derivata), l'area che sottende è il beneficio totale. Togliendo il rettangolo pq della spesa si ottiene il surplus dei consumatori, confermando quello che abbiamo trovato nel primo capitolo. Per funzioni di utilità generali ci sono sottigliezze di cui tenere conto, e in questo tunnel per ora non ci possiamo entrare.

1.3 Quando domanda e offerta non si incontrano

Quello che abbiamo normalmente visto è quello che succede nel pannello sinistro della figura 1.4. L'offerta può avere una discontinuità al minimo dei costi medi ma incontra la domanda a un prezzo più alto, e l'equilibrio è la coppia (q^{eq}, p^{eq}) come in figura. Ma può succedere che domanda e offerta siano come nel pannello destro della figura. Che succede in questo caso? Prendi per esempio il punto (q, p) segnato in figura; lì c'è eccesso di offerta quindi il prezzo tende a calare; ma fino a $p = \min AC$ c'è eccesso di offerta, e se il prezzo scende ancora c'è eccesso di domanda. Non esiste equilibrio, il mercato collassa. Possiamo immaginare che ci sono troppe imprese che vorrebbero stare nel mercato, che alcune imprese escono dal mercato, finché con un numero minore di imprese un equilibrio si trova. Di questo ci occuperemo adesso.

Figura 1.4: Non-esistenza di un equilibrio



2 Equilibrio competitivo di lungo periodo

Abbiamo detto che nel lungo periodo l'impresa ottimizza la scelta dei fattori inclusi quelli che in archi di tempo più brevi diventano fattori fissi. Ma abbiamo sempre ignorato il fatto che col passar del tempo non succede solo che le imprese esistenti riconsiderano le loro scelte - può succedere anche che entrino nuove imprese, e/o alcune escano. Guarderemo adesso a questo aspetto.

Come evolve un mercato competitivo nel tempo dipende dalla replicabilità della tecnologia utilizzata, e intuitivamente il discorso è chiaro: se le imprese che stanno sul mercato sono le sole a possedere quella data tecnologia tutto resta com'è, ma se fanno profitti positivi e la tecnologia può essere replicata allora entreranno altre imprese. Poiché col passare del tempo qualunque tecnologia diventa di fatto replicabile, se le imprese operanti sul mercato fanno profitti positivi col maturare del mercato nuove imprese inevitabilmente entrano, e continuano a entrare finché se un'altra ancora entrasse andrebbe in perdita. *In altre parole:* in un mercato competitivo maturo il numero N di imprese presenti sul mercato è il massimo compatibile con la condizione $\pi_j \geq 0\, \forall j$.

Vedremo subito un caso concreto, ma *anticipiamo la conclusione:* in un mercato competitivo maturo, in cui la tecnologia esistente è replicabile, le imprese producono approssimativamente al minimo dei costi medi (dove il profitto è nullo), quindi dal lato della produzione c'è il massimo dell'efficienza; e poiché al minimo di AC si ha $p = MC = \min AC$, quello è approssimativamente il prezzo al quale i consumatori acquistano il bene, ed è il minimo possibile. Diciamo che meglio non si può fare.

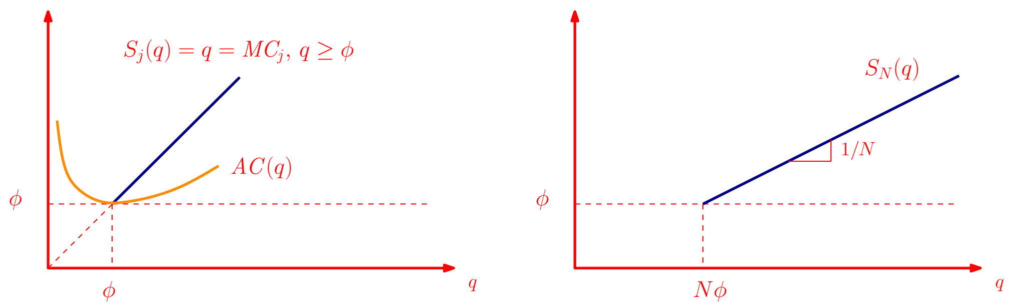
2.1 Domanda e offerta

Prendiamo il contesto più semplice che possiamo immaginare, lasciando liberi un paio di parametri per capire meglio. Partiamo dal lato dell'offerta. Ogni impresa ha costo uguale a $c_j(q) = (\phi^2 + q^2)/2$, dove ϕ^2 è un costo fisso (c'è il quadrato perché poi se ne va); quindi $MC_j = q$ sempre crescente, e da $p = MC_j$ otteniamo $q_j^\star(p) = p$; sappiamo anche che $q_j^S(p) = q_j^\star(p)$ per $p \geq \min AC_j$. Ora $AC_j = \phi^2/2q + q/2$ da cui $AC_j' = -\phi^2/2q^2 + 1/2$ che si azzera in $q = \phi$, dove $AC_j = \phi$ (vedi figura 2.1); quindi la soglia di prezzo minimo è ϕ. Poniamo $q_N^S = \sum_{j=1}^N q_j^S$, dove N è il numero di imprese sul mercato, e indichiamo con $S_N(q)$ la sua inversa - prezzo di offerta con N imprese. Otteniamo allora (assumendo che hai imparato a lavorare con le rette)

$$q_j^S(p) = \begin{cases} 0 & p < \phi \\ p & p \geq \phi \end{cases} \qquad q_N^S(p) = \begin{cases} 0 & p < \phi \\ Np & p \geq \phi \end{cases} \qquad S_N(q) = q/N,\ q \geq N\phi.$$

Disegniamo prezzo di offerta individuale e di mercato in figura 2.1.

Figura 2.1: Prezzo di offerta

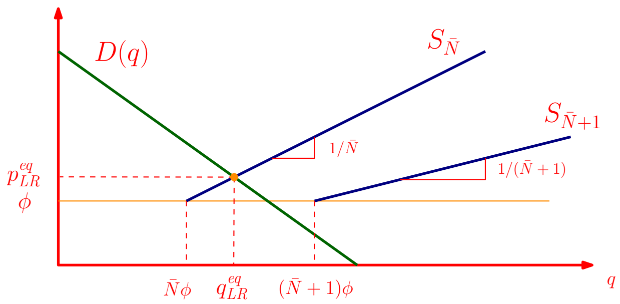


Nota bene che a $p = \phi$ nessuna impresa offrirebbe $q < \phi$ perché farebbe perdite ($p < AC$); quindi N imprese uguali sul mercato non offrirebbero $q < N\phi$. E dunque: se la quantità domandata a $p = \phi$ è minore di $N\phi$ - cioè $q^D(\phi) < N\phi$ - domanda e offerta non si incontrano, la quantità scambiata è nulla. In conclusione la condizione di sostenibilità del mercato $\pi_j \geq 0$ è in questo caso $q^D(\phi) \geq N\phi$, cioè - assumendo domanda decrescente, ricordando che D è l'inversa di q^D e invertendo - $D(N\phi) \geq \phi$.

La condizione generale con imprese uguali è $D(Nq^{minAC}) \geq min\, AC$. Questo dice che a $q = Nq^{minAC}$, quantità minima offerta dalle imprese, il prezzo di domanda è maggiore o uguale al prezzo di offerta; il che implica che domanda e offerta si incontrano per una quantità $q \geq Nq^{minAC}$ a un prezzo $p \geq min\ AC$ e quindi che l'equilibrio esiste.

Dal lato della domanda prendiamo la più semplice che esiste: $D(q) = a - q$, assumendo $a > \phi$ altrimenti non c'è storia. Continuando con il caso $c_j(q) = (\phi^2 + q^2)/2$ di sopra, la condizione $D(N\phi) \geq \phi$ diventa $a - N\phi \geq \phi$ cioè $N \leq a/\phi - 1$. Quante imprese ci saranno in equilibrio in un mercato maturo, cioè dopo che tutte le opportunità di profitti saranno state sfruttate da nuove imprese che entrano? Il numero massimo compatibile con la condizione $N \leq a/\phi - 1$. Indicando questo numero con $\overline{N}$ avremo quindi $\overline{N} = \lfloor a/\phi - 1 \rfloor$, dove $\lfloor x \rfloor$ è la notazione per "massimo intero non maggiore di x". Disegniamo in figura 2.2: $\overline{N}$ possono stare sul mercato, ma $\overline{N}+1$ no perché il prezzo di domanda della quantità minima offerta da $\overline{N}+1$ imprese è inferiore al costo medio minimo e le imprese andrebbero in perdita (per costruzione $D\Big((\overline{N}+1)\phi\Big) < \phi$). Nota come $\overline{N}$ dipende sia da a (parametro di domanda) che da ϕ (offerta).

Figura 2.2: Equilibrio competitivo di lungo periodo



Calcoliamo l'equilibrio $D = S_{\overline{N}}$: $a - q = q/\overline{N}$ dà $q^{eq}_{LR} = a\overline{N}/(\overline{N}+1)$ e il prezzo si trova subito: $p^{eq}_{LR} = a/(\overline{N}+1)$. Nota che $\overline{N} \leq a/\phi - 1$ implica $q^{eq}_{LR} \geq \overline{N}\phi$ e $p^{eq}_{LR} \geq \phi$.[1]

Vediamo in concreto: le $\overline{N}$ imprese uguali producono ciascuna $q^{eq}_j = q^{eq}_{LR}/\overline{N} = a/(\overline{N}+1)$; di quanto questa differisce da ϕ? Ricordando che per costruzione $\overline{N}+1 > a/\phi - 1$ cioè $a/\phi < \overline{N}+2$ abbiamo

$$\frac{q^{eq}_j - \phi}{\phi} = \frac{a/(\overline{N}+1) - \phi}{\phi} = \frac{a}{\phi(\overline{N}+1)} - 1 < \frac{\overline{N}+2}{\overline{N}+1} - 1 = \frac{1}{\overline{N}+1}$$

che con $\overline{N}$ nell'ordine delle centinaia è una percentuale decisamente bassa. Quindi le imprese operano approssimativamente a $q_j = \phi$, cioè a costo medio minimo (puoi visualizzare guardando il pannello sinistro della figura 2.1). Anche il prezzo di equilibrio è vicino alla soglia minima ϕ: poiché $q^{eq}_j = p^{eq}_{LR}$ abbiamo anche $(p^{eq}_{LR} - \phi)/\phi < 1(\overline{N}+1)$. Vediamo i profitti, o meglio il tasso di rendimento $\pi_j/c = (pq_j - c)/c$. Riscriviamo $\overline{N} \leq (a/\phi) - 1 < \overline{N}+1$ come $\overline{N}+1 \leq a/\phi < \overline{N}+2$; questo implica $\phi \leq a/(\overline{N}+1) < \phi(\overline{N}+2)/(\overline{N}+1)$, e da ciò otteniamo

$$\frac{\pi^{eq}_j}{c(q^{eq}_j)} = \frac{pq_j}{(\phi^2 + q_j^2)/2} - 1 = \frac{2[a/(\overline{N}+1)]^2}{\phi^2 + [a/(\overline{N}+1)]^2} - 1 < \frac{2[\phi(\overline{N}+2)/(\overline{N}+1)]^2}{\phi^2 + \phi^2} - 1 = \left(\frac{\overline{N}+2}{\overline{N}+1}\right)^2 - 1$$

che è in effetti irrisorio; per esempio con 250 imprese parliamo dello 0.8%. Se il numero ti sembra grande considera che il censimento ISTAT del 2010 ha contato 383615 produttori di vino in Italia. I grandi vini formano un mercato di nicchia, ma il vino andante, quello da

[1] Perché $q^{eq}_{LR} = a\overline{N}/(\overline{N}+1) \geq a\overline{N}/(a/\phi) = \overline{N}\phi$ e $p^{eq}_{LR} = a/(\overline{N}+1) \geq a/(a/\phi) = \phi$.

consumo familiare per tutti i giorni, è un mercato molto competitivo; possiamo immaginare che ci siano almeno 200 mila produttori di vino di questo tipo, assumendo 180 mila produttori di vini di qualità. Con $N = 200000$ il tasso di rendimento viene praticamente zero. Farebbero meglio a berselo loro stessi? No! Guadagnano un epsilon *in più di quanto guadagnerebbero da un'altra parte.* Anche se guadagnassero zero non lascerebbero il mercato.

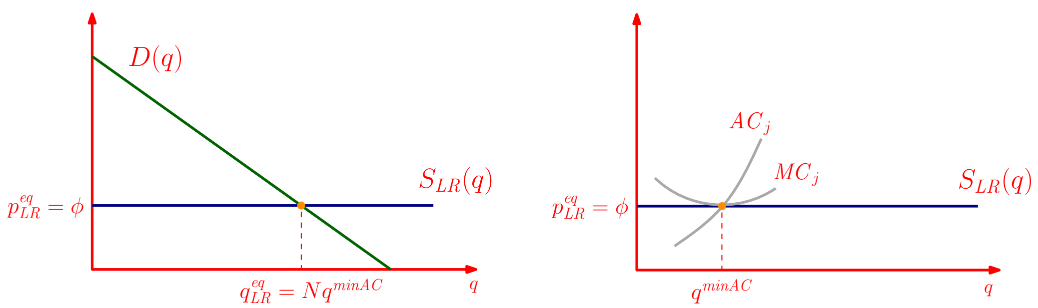
Osservazione in chiusura del discorso. Per $\phi \to 0$ il punto di minimo sulla curva dei costi medi tende all'origine, e il modello scricchiola: $\overline{N} \to \infty, q_j^{eq} = p_{LR}^{eq} \to 0$. Di fatto assumeremo sempre che $\phi > 0$. Come abbiamo già avuto modo di osservare non è un'assunzione irrealistica.

2.2 Approssimazione (e semplificazione)

Morale dell'analisi appena conclusa: in un mercato competitivo maturo, approssimativamente le imprese operano a costi medi minimi e i consumatori comprano al prezzo minimo possibile. L'algebra dell'equilibrio diventa molto più leggera se si assume che succeda esattamente ciò che in realtà succede approssimativamente. Facciamolo: assumiamo che il profitto in equilibrio sia ridotto fino allo zero. Profitto zero vuol dire $p = AC$, e poiché deve anche valere $p = MC$ sarà $MC = AC$, quindi le imprese produrranno a costo medio minimo, e quello sarà il prezzo al quale i consumatori otterranno il bene prodotto. Come abbiamo visto il costo medio minimo non può essere a $q = 0$, perché in quel caso il modello collassa; assumeremo quindi costi medi a forma di U, e continueremo a indicare con ϕ il loro minimo: $\phi := \min AC$.

Formalmente l'assunzione che semplifica il modello è che: a prezzo ϕ sarà prodotta qualunque quantità i consumatori domandino. Cioè: $S_{LR}(q) = \phi \, \forall q$. Il funzionamento del mercato è illustrato nella figura 2.3.

Figura 2.3: Equilibrio con offerta orizzontale e $q^D(\phi)/q^{minAC}$ intero



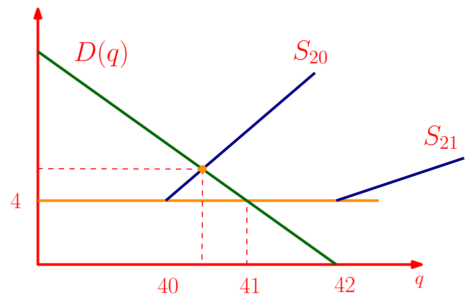
Il prezzo è $\phi = \min AC$, e la quantità è determinata dalla domanda: è la soluzione q_{LR}^{eq} di $D(q) = \phi$. Ogni impresa produce la quantità che minimizza AC, diciamo q^{minAC}, e il numero di imprese N è determinato da $Nq^{minAC} = q_{LR}^{eq}$ - in effetti, come sappiamo, più precisamente è dato da $\lfloor q_{LR}^{eq}/q^{minAC} \rfloor$.

Esempio. Domanda $D(q) = (80 - q)/10$, costo dell'impresa $c_j(q) = q^3 - 4q^2 + 8q$. *Non ci serve altro.* Troviamo facilmente che $q^{minAC} = 2$ e $p_{LR}^{eq} = AC(q^{minAC}) = 4$; $D(q) = 4$ dà $q_{LR}^{eq} = 40$, e il numero di imprese sul mercato è $N = 40/2 = 20$.

Ovviamente abbiamo scelto i valori in modo che la divisione venga un numero intero, che in generale è quasi impossibile. Se per esempio la domanda è $D(q) = (81 - q)/10$ l'equazione $D(q) = 4$ dà $q = 41$, e $41/q^{minAC} = 20.5$. Qui siamo di fatto al caso della sezione precedente: con

21 imprese la produzione totale sarebbe $21 \cdot q^{minAC} = 42$, ma $D(42) = 3.9 < \min AC$ - non c'è posto per 21 imprese. Resteranno sul mercato 20 imprese, e l'equilibrio sarà determinato come sappiamo. Facciamo i conti: $MC_j = 3q^2 - 8q + 8$ che è crescente per $q \geq 4/3$ con inversa data dalla soluzione più grande di $3q^2 - 8q + 8 = p$ con $p \geq 4$ che dà $q_j^S(p) = [4 + \sqrt{16 - 3(8-p)}]/3$ da cui con $N = 20$ troviamo $q^S(p) = 20[4 + \sqrt{3p-8}]/3$; invertiamo la domanda: $q^D(p) = 81 - 10p$, e risolviamo $q^S = q^D$. Con qualche passaggio l'equazione diventa $\sqrt{3p-8} = 8.15 - 1.5 \cdot p$; possiamo elevare al quadrato per $p \leq 8.15/1.5 \approx 5.43$ ottenendo $3p - 8 = 66.4225 - 24.45p + 2.25p^2$ cioè $2.25p^2 - 27.45p + 74.4225 = 0$ di cui accettiamo la soluzione $p_{LR}^{eq} \approx 4.067$. Quantità: $q_{LR}^{eq} = q^D(p^{eq}) = 40.33$, $q_j^{eq} = q_{LR}^{eq}/20 = 2.016$. Conclusione: ogni impresa produce un po' di più di $q^{minAC} = 2$ e vende a un prezzo leggermente più alto di $\min AC = 4$, facendo profitti bassi ma positivi. Vedi figura qui sotto. Osserviamo che p_{LR}^{eq} è più alto di $\min AC$ di meno dell'1.7%.

Figura 2.4: Equilibrio nell'esempio



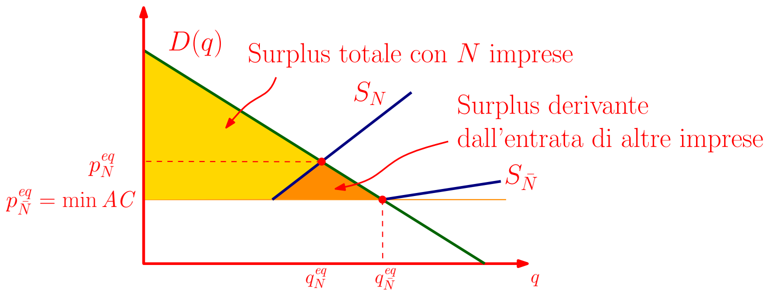
$q^{minAC} = 2$; $\phi = \min AC = 4$. Qui $q^D(4) = 41 = 20.5 \cdot q^{minAC}$; $D(21 \cdot q^{minAC}) = D(42) < \phi$, quindi ci saranno 20 imprese sul mercato. L'equilibrio è la soluzione di $D = S_{20}$, ed è $q_{LR}^{eq} \approx 40.33$, $p_{LR}^{eq} \approx 4.067$.

2.3 Ricapitolando

Nell'equilibrio competitivo con numero di imprese $N < \overline{N}$ dato, tutto il surplus estraibile dagli scambi fra i consumatori e *quelle* imprese è realizzato: il beneficio netto di consumatori e produttori è massimo. Le imprese producono a costo marginale uguale al prezzo, e il prezzo è il beneficio marginale che il consumo del bene arreca ai consumatori. Però i costi unitari di produzione sono maggiori di quanto potrebbero essere: le imprese non producono a costi medi minimi. *Con l'ingresso di nuove imprese sul mercato l'offerta si espande, il prezzo si abbassa e si avvicina a quel valore, e il surplus totale aumenta, fino a raggiungere il massimo quando $p = \min AC$.* Vedi figura 2.5, dove abbiamo supposto per semplicità che all'equilibrio di lungo periodo sia esattamente $p = \min AC$.

Che con l'espandersi dell'offerta il surplus totale aumenti è chiaro perché il volume degli scambi vantaggiosi per entrambe le parti aumenta, ogni piccolo Δq in più aggiunge una striscetta di beneficio netto positivo. Che non possa aumentare oltre quello raggiunto all'equilibrio di lungo periodo è altrettanto chiaro perché ulteriori Δq dovrebbero scambiarsi a prezzo inferiore a $\min AC$ per incontrare la domanda, e questo è un prezzo impossibile da sostenere per le imprese. Chiaramente *la distribuzione* del surplus è a favore dei consumatori; ma ricorda che la nostra misura di surplus totale è la *somma* (non pesata) dei surplus di consumatori e imprese.

Figura 2.5: Surplus massimo



Per motivare pesi uguali considera che i produttori che entrano non avrebbero di meglio da fare altrove - se stanno dentro vuol dire che gli conviene.

Esempio (Buon giorno assessore). In una città operano 80 imprese concorrenziali identiche che vendono lo stesso prodotto; il costo variabile di produzione è q^2 e il costo della licenza comunale che dà l'autorizzazione a vendere il prodotto è 400 Euro. Se le imprese decidono di non vendere possono non pagare il costo della licenza. Quindi il costo totale è

$$c(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ 400 + q^2 & q > 0 \end{cases}$$

La funzione di domanda è $D(q) = 280 - 0.1q$. Per aumentare le entrate di 16000 Euro il comune può indifferentemente (i) aumentare del 50% il costo di ogni licenza o (ii) concedere nuove licenze al costo originario di 400 Euro a 40 nuove imprese identiche a quelle già esistenti. L'assessore vuole una relazione sul problema: cosa conviene fare?

La risposta di getto è: concedi nuove licenze perché aumenti la concorrenzialità del mercato. Ma la dobbiamo giustificare meglio, facendo parlare il modellino: confrontiamo le due politiche in termini di surplus dei consumatori e surplus totale e vediamo che succede. Se inquadriamo il problema la soluzione la indoviniamo (la figura di riferimento resta la 2.5). Un aumento del costo della tariffa non influenza il costo marginale quindi se un'impresa produce, produce quanto prima e l'equilibrio non cambia (la funzione di offerta "comincia più in alto" ma per il resto non cambia); la posizione dei consumatori non cambia, e una parte del surplus dei produttori va al comune. Se si introducono 40 nuove imprese identiche a quelle che già c'erano si espande l'offerta, la quantità aumenta, il prezzo scende quindi il surplus dei consumatori di sicuro aumenta, e anche quello totale perché il triangolino di surplus perso per la mancata entrata di imprese si riduce. Ma vediamo precisamente coi numeri.

Cominciamo dall'equilibrio prima dell'aumento: ricaviamo la funzione di offerta di una singola impresa da cui otteniamo l'offerta di mercato, e il prezzo e la quantità di equilibrio lo troviamo uguagliando domanda e offerta. Il costo medio minimo è 40, raggiunto per $q = 20$, quindi dalla condizione prezzo uguale costo marginale otteniamo la funzione di offerta della singola impresa

$$q_j^S(p) = \begin{cases} 0 & p < 40 \\ p/2 & p \geq 40 \end{cases}$$

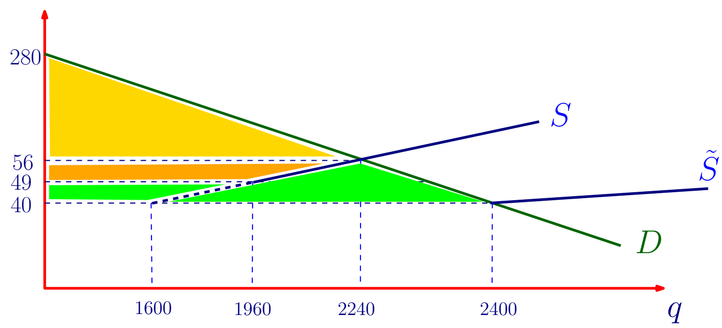
L'offerta di mercato è dunque $q^S(p) = 80 \cdot q_j^S(p) = 40p$ per $p \geq 40$. La quantità domandata - ottenuta invertendo il prezzo di domanda - è $q^D(p) = 2800 - 10p$, e uguagliando domanda e offerta si ottiene l'equilibrio $p^* = 56, q^* = 2240$ (la figura è qui sotto).

Andiamo al primo intervento. Se il comune aumenta del 50% il costo di ogni licenza, il costo medio minimo si raggiunge per $q = 10\sqrt{6} \approx 24.5$ e vale $20\sqrt{6} \approx 49$ dunque ripetendo l'analisi precedente si ottiene

$$q_j^S(p) = \begin{cases} 0 & p < 49 \\ p/2 & p \geq 49 \end{cases}$$

e $q^S(p) = 80 \cdot q_j^S(p) = 40p$ per $p \geq 49$ (quantità minima offerta $40 * 49 = 1960$); l'equilibrio resta dunque invariato, e il surplus dei consumatori - area sotto la curva di domanda - è $SC = (280 - 56) \cdot 2240/2 = 250880$. Il surplus dei produttori è l'area del trapezio alla sinistra della curva di offerta, cioè $SP = (56 - 49) \cdot (1960 + 2240)/2 = 14700$. Quindi il surplus totale è $ST = 250880 + 14700 = 265580$. Nota che ogni impresa vende la stessa quantità di prima allo stesso prezzo, quindi il suo profitto scende dei 200 che paga in più al comune.

Se il comune concede la licenza a 40 nuove imprese la funzione di offerta di ciascuna impresa non varia, quella di mercato diventa $q^S(p) = 60p$ per $p \geq 40$ (indicata nella figura con $\tilde{S}$, quantità minima $60 * 40 = 2400$) e l'equilibrio è $p^* = 40, q^* = 2400$. Il prezzo è esattamente uguale al costo medio minimo quindi surplus produttori uguale zero. Il surplus dei consumatori è $SC = (280 - 40) \cdot 2400/2 = 288000 = ST$ in questo caso, ed è maggiore del 265580 che si realizza con l'aumento del prezzo della licenza. La figura sotto illustra:



In conclusione concedendo nuove tariffe si ottengono surplus totale e occupazione più alti di circa 10% che nel caso dell'aumento del loro prezzo ($288000/265580 \approx 2400/2240 \approx 1 + 10\%$). È questa la misura da preferire. Ovviamente le imprese esistenti faranno lobbying contro la misura - e questo è un problema dell'assessore - ma se ti disturba il fatto che il profitto aggregato scende a zero ricorda che nei costi sono inclusi i costi opportunità dell'imprenditore; le imprese che stanno sul mercato, ripetiamo, ci stanno perché ci vogliono stare, non le obbliga nessuno.

2.4 Il surplus dovuto all'entrata

Che rilevanza ha l'entrata di nuove imprese fino alla saturazione del mercato in termini di surplus? Ovviamente dipende dall'N iniziale e l'$\overline{N}$ finale. Possiamo fare due conti usando l'esempio parametrico della sezione 2.1: $c_j(q) = (\phi^2 + q^2)/2$ e $D(q) = a - q$. Chiamiamo ST_N il surplus totale nell'equilibrio con $N < \overline{N}$ imprese e ST_{LR} quello raggiunto dopo l'entrata.

Ponendo $\Delta ST = ST_{LR} - ST_N$, vogliamo calcolare l'incremento relativo $\Delta ST/ST_N$. Figure di riferimento 2.2 e 2.5.

Ricordando dalla sezione 2.1 che abbiamo $\overline{N} = \lfloor a/\phi - 1 \rfloor$, assumiamo a/ϕ intero così $\overline{N} = a/\phi - 1$ ed $a = (\overline{N}+1)\phi$. Da $D(q) = a - q$, poiché q^{eq}_{LR} è data da $D(q) = \phi$ troviamo $q^{eq}_{LR} = a - \phi = \overline{N}\phi$. Sappiamo inoltre che $D = S_N$ dà $q^{eq}_N = a\frac{N}{N+1} = \phi N \frac{\overline{N}+1}{N+1}$ e $p^{eq}_N = \phi\frac{\overline{N}+1}{N+1}$. Il ST_N è somma di un triangolo e di un trapezio (dei conti ti puoi disinteressare, guarda la conclusione):

$$
\begin{aligned}
ST_N &= \frac{1}{2}(a - p^{eq}_N)q^{eq}_N + \frac{1}{2}(N\phi + q^{eq}_N)(p^{eq}_N - \phi) \\
&= \frac{1}{2}\Big[(\phi(\bar{N}+1) - \frac{\phi(\bar{N}+1)}{N+1})N\frac{\phi(\bar{N}+1)}{N+1} + (N\phi + N\frac{\phi(\bar{N}+1)}{N+1})(\frac{\phi(\bar{N}+1)}{N+1} - \phi)\Big] \\
&= \frac{N}{2}\phi^2\Big[(\bar{N}+1 - \frac{(\bar{N}+1)}{N+1})\frac{\bar{N}+1}{N+1} + (1 + \frac{\bar{N}+1}{N+1})(\frac{\bar{N}+1}{N+1} - 1)\Big] \\
&= \frac{N}{2}\phi^2\Big[2\Big[\frac{\bar{N}+1}{N+1}\Big]^2 - 1\Big]
\end{aligned}
$$

Il surplus ΔST è il triangolino scuro nella figura 2.5:

$$
\Delta ST = (q^{eq}_{LR} - N\phi)(p^{eq}_N - \phi)/2 = \frac{1}{2}(\bar{N}\phi - N\phi)(\phi\frac{\bar{N}+1}{N+1} - \phi) = \frac{\phi^2}{2}\frac{(\bar{N}-N)^2}{N+1}
$$

Dunque (possiamo approssimare perché N e $\overline{N}$ sono numeri grandi)

$$
\frac{\Delta ST}{ST_N} = \frac{(\overline{N}-N)^2}{N+1}/N\Big[2\Big[\frac{\overline{N}+1}{N+1}\Big]^2 - 1\Big] = \frac{N}{N+1}\Big[\frac{\overline{N}}{N} - 1\Big]^2/\Big[2\Big[\frac{\overline{N}+1}{N+1}\Big]^2 - 1\Big] \approx \Big[\frac{\overline{N}}{N} - 1\Big]^2/\Big[2\Big[\frac{\overline{N}}{N}\Big]^2 - 1\Big].
$$

Se per esempio $N = \frac{2}{3}\overline{N}$ - le imprese che resteranno sul mercato sono il 50% in più delle esistenti - questo numero è $\frac{1}{4}/(2 \cdot \frac{9}{4} - 1) = 1/14 \approx 7\%$.

2.5 Chi è più vulnerabile a variazioni dei prezzi dei fattori?

Concludiamo riprendendo brevemente il discorso lasciato in sospeso parlando di elasticità di sostituzione.

Esempio. Con un esempio numerico, calcoliamo l'effetto di una variazione dei prezzi relativi dei fattori sul costo minimo di produzione per due tecnologie che sono diverse per il grado di sostituibilità dei fattori. La tecnologia in cui i fattori sono non sostituibili ha funzione di produzione Leontief con $f_1(K, L) = 4\min\{K, L\}$; la tecnologia in cui i fattori sono sostituibili ha funzione di produzione $f_2(K, L) = \sqrt{K} + \sqrt{L}$. Partiamo da una situazione in cui i prezzi dei fattori sono $w = r = 1$, e la quantità da produrre $q = 1$. Risolvendo il problema di minimo nei due casi otteniamo che in entrambi si utilizzano $K = L = 1/4$ ed il costo totale di produrre 1 è $1/2$. Cosa succede se il prezzo di L passa a $w = 1 + \delta$ con $\delta > 0$? Per la tecnologia Leontief sappiamo che l'utilizzo dei fattori non cambia, quindi l'impresa continuerà a utilizzare $1/4$ di ciascun fattore, ed il costo totale aumenta a $1/4 + (1+\delta)/4 = (2+\delta)/4$. Per la tecnologia f_2 la nuova scelta ottima soddisfa le condizioni $\sqrt{L}/\sqrt{K} = 1/(1+\delta)$ e $\sqrt{L} + \sqrt{K} = 1$. Risolvendo otteniamo facilmente $K = (1+\delta)^2/(2+\delta)^2$ ed $L = 1/(2+\delta)^2$: il prezzo del lavoro è aumentato rispetto a quello del capitale quindi l'impresa reagisce utilizzando meno lavoro e più capitale. Il costo di produrre 1 diventa $((1+\delta)^2 + (1+\delta))/(2+\delta)^2 = (1+\delta)/(2+\delta)$. Calcolando la differenza tra i nuovi costi otteniamo

$$\frac{2+\delta}{4} - \frac{1+\delta}{2+\delta} = \frac{\delta^2}{4(2+\delta)} > 0$$

e quindi il costo totale aumenta di più per la tecnologia con un minor grado di sostituibilità. L'intuizione è che la possibilità di sostituire fattori della produzione permette di reagire meglio alle variazioni dei prezzi relativi.

Facciamo un ultimo esercizio. Ci chiediamo se per variazioni sufficientemente piccole del prezzo del lavoro le variazioni di costo sono uguali per le due tecnologie. Chiaramente, analizzare variazioni piccole significa far tendere la variazione a zero, e quindi dovremo calcolare la derivata della funzione di costo rispetto al prezzo del lavoro. In rapporto alla variazione del prezzo, la variazione del costo per la tecnologia Leontief è $[1/2+\delta/4-1/2]/\delta = 1/4$. Nota che la variazione relativa non dipende da δ e quindi non dobbiamo calcolare il limite. La situazione cambia per la tecnologia 2. Calcoliamo la variazione relativa $((1+\delta)/(2+\delta) - 1/2)/\delta = 1/(2(\delta+2))$ e mandando δ a zero otteniamo che questa è $1/4$, cioè esattamente la stessa della tecnologia Leontief. Non solo, $1/4$ è anche uguale alla quantità di lavoro che si utilizzava prima della variazione. Nessuno dei due risultati è un caso, discendono entrambi da un teorema conosciuto come Lemma di Shepard. Quello che ci interessa qui è che la variazione relativa del costo, quando la variazione del prezzo è piccola, è uguale per le due tecnologie.

Esempio. Paragoniamo adesso due imprese, una Leontief $\min\{ax, by\}$ ed una lineare $ax + by$, entrambe sul mercato in equilibrio di lungo periodo. Sappiamo che in entrambi i casi i costi sono lineari, con costi medi rispettivamente

$$\gamma_{Le}(w_x, w_y) = \frac{w_x}{a} + \frac{w_y}{b}, \quad \gamma_{Lin}(w_x, w_y) = \min\Big\{\frac{w_x}{a}, \frac{w_y}{b}\Big\}.$$

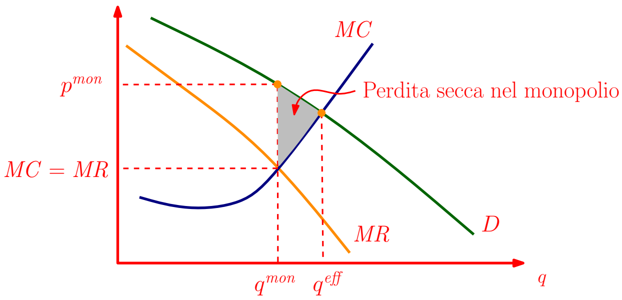
Sappiamo anche che entrambi sono uguali al prezzo di equilibrio. Supponi che il prezzo di x passi a $w'_x > w_x$. L'impresa Leontief è fuori di sicuro - $\gamma_{Le}(w'_x, w_y) > p$. L'impresa lineare si può salvare se non sta utilizzando solo x, cioè se $w_x/a \geq w_y/b$: in questo caso $\gamma_{Lin}(w'_x, w_y) = p$ e l'impresa resta dentro.

3 L'equilibrio monopolistico

Come abbiamo visto il monopolista produce con $MC = MR < p$. Ma p è per i consumatori il beneficio marginale derivante dal consumo del bene - il beneficio marginale sociale. Quindi all'equilibrio di monopolio il costo marginale è inferiore al beneficio marginale dal punto di vista sociale, e questo implica surplus non realizzato. La figura 3.1 lo mostra chiaramente: in grigio il surplus non realizzato, che anche qui si chiama *perdita secca.*

Qui però, a differenza che nell'equilibrio competitivo in presenza di tasse, non c'è un intervento esterno distorsivo. A cosa è dovuta l'inefficienza che emerge in questo equilibrio? Il monopolista massimizza il profitto esattamente come le imprese competitive; cos'è che va storto?

Figura 3.1: Perdita secca nell'equilibrio di monopolio

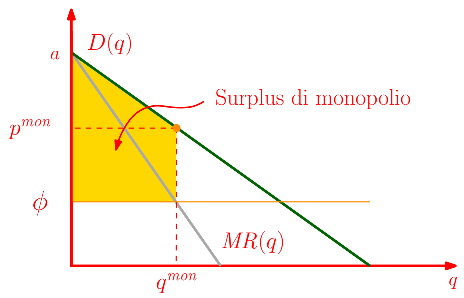


La risposta in verità è semplice. In un mercato competitivo il ricavo marginale delle imprese - il prezzo - è anche il beneficio marginale dei consumatori. In altre parole, *nei mercati competitivi il beneficio marginale privato è uguale a quello sociale.* Quindi massimizzando il loro beneficio netto (ricavi meno costi) le imprese massimizzano "involontariamente" il beneficio netto sociale. Questo non succede nei mercati non competitivi, dove il prezzo di vendita dipende dalla quantità venduta: perché lì il ricavo marginale delle imprese è minore del prezzo. Cioè: *nei mercati non competitivi il beneficio marginale privato è inferiore a quello sociale.* In particolare, *il monopolista produce troppo poco perché non si appropria interamente del beneficio che crea,* e quindi il suo incentivo a produrre risulta troppo debole. Di fatto questa è la sua "triste" storia: produce finché il suo costo marginale uguaglia il suo beneficio marginale (come l'impresa competitiva), ma nel suo caso a quel punto sarebbe socialmente desiderabile produrre di più - se soltanto il monopolista potesse "ricominciare da zero" invece di dover ridurre il prezzo di tutte le unità vendute. Vedremo che le strategie di segmentazione del mercato che le imprese non competitive spesso mettono in atto vanno in questa direzione.

Esempio. A un riccone serve il giardino pulito, e lo chiede a un ragazzino che abita nei paraggi: il costo opportunità dei ragazzini è 10 Euro, quello del riccone 10 mila; conviene che il giardino lo pulisca il ragazzino, e il prezzo può essere fra 10 e 10 mila. Possiamo scommettere che il prezzo realizzato sarà più vicino a 10 che a 10 mila, perché ci sono altri ragazzini che lo farebbero per 10 o giù di lì. C'è concorrenza dal lato dei venditori del servizio. Anche se ci sono tanti ricconi che vogliono comprare, uno che pagherebbe 10 mila, uno 8 mila, uno 5 mila eccetera eccetera fino al riccone più povero che pagherebbe giusto 10 Euro, il prezzo di equilibrio sarà sempre 10, e tutta la domanda sarà soddisfatta. Ma supponi ci sia una sola impresa di giardinaggio. Quanti ricconi saranno serviti? Assumi anche che l'impresa può ancora produrre a costi marginali (e medi) costanti uguali a 10, quindi sotto l'aspetto tecnologico non è cambiato niente. Ma il problema economico di scelta dell'impresa è diverso. L'impresa deve decidere se pulire un giardino a 10 mila o due a 8 mila o tre a 5 mila... Il beneficio sociale marginale è ancora dato da 10 mila, 8 mila... Ma il ricavo marginale dell'impresa è più basso: produrre una seconda pulitura ti vale 8 mila meno i 2 mila che perdi sul primo; produrre la terza a 5 mila ti fa perdere 3 mila dal secondo e 5 mila dal primo; eccetera. Questo cambia tutto. L'impresa non servirà mai tutta la domanda: alla quantità con beneficio marginale 10 dal lato della domanda il ricavo marginale dell'impresa sarà molto più basso, quindi minore del costo marginale - quell'unità non verrà mai prodotta, cioè non succederà mai che tutti i compratori con beneficio marginale maggiore o uguale a 10 potranno comprare.

Esempio (Monopolio e concorrenza). Riprendiamo l'esempio della sezione 2.1, con $D(q) = a - q$, per vedere qualche numero. Il surplus totale nell'equilibrio competitivo di lungo periodo ST_{LR} è l'area del triangolo con i due cateti uguali ad $a - \phi$ (perché $D(q) = \phi$ dà $q = a - \phi$), cioè $ST_{LR} = (a - \phi)^2/2$. È chiaro che non possiamo paragonare questo numero con un altro in cui $\overline{N} = 1$. Per arrivare a un paragone che ha senso diamo tutto il vantaggio possibile al monopolista assumendo che abbia costi medi costanti e uguali a ϕ, il costo medio minimo dell'esempio in parola. In questo caso anche il costo marginale è uguale a ϕ, e poiché $D(q) = a - q$ sappiamo che la quantità q^{mon} risolve l'equazione $a - 2q = \phi$, cioè $q^{mon} = (a - \phi)/2 = q^{comp}_{LR}/2$. E $p^{mon} = a - q^{mon} = (a + \phi)/2$. Vedi figura 3.2. La figura non dice niente di nuovo, vogliamo solo quantificare nel nostro solito esempio.

Figura 3.2: Monopolio e concorrenza



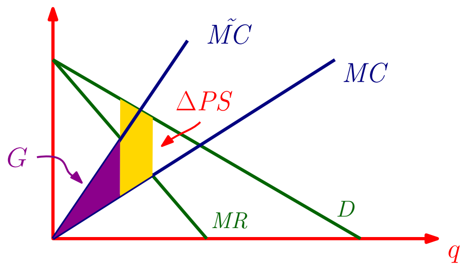
Come sappiamo il surplus totale ST_{mon} è dato dal trapezio in figura, e vale

$$ST_{mon} = [a - \phi + (a - \phi)/2] \cdot [(a - \phi)/2]/2 = \frac{3}{8}(a - \phi)^2 = \frac{3}{4} ST_{LR}$$

Il 25% del surplus competitivo è perduto.

Esempio (Tassa sul costo). Se si impone una tassa proporzionale t sul costo di produzione $c(q)$ - dunque il costo sopportato dal monopolista diventa $(1 + t)c(q)$ - la quantità prodotta si ridurrà perché il costo marginale aumenta, e aumenterà anche la perdita secca. Ma d'altra parte la tassa genererà un gettito. Domanda: questo gettito sarà minore o maggiore dell'incremento della perdita secca? Anche se può sembrare contro-intuitivo ci dobbiamo aspettare che il gettito sarà maggiore. La ragione è che l'incremento di perdita secca è calcolato sulla *variazione* della quantità prodotta; mentre il gettito è calcolato sul costo di *tutta* la produzione.

Vediamolo in un esempio. Prendi costo quadratico $c(q) = 10q^2$ e domanda lineare $D(q) = 44 - q$. Si trova facilmente che l'equilibrio è dato da $q^m = 2, p^m = 42$. Supponi la tassa è del 30%: il costo diventa $\tilde{c}(q) = 13q^2$ e l'equilibrio sarà $\tilde{q} = 1.57, \tilde{p} = 42.43$. Il gettito è $G = 3\tilde{q}^2 = 7.395$. Nella figura qui sotto è l'area del triangolo viola.

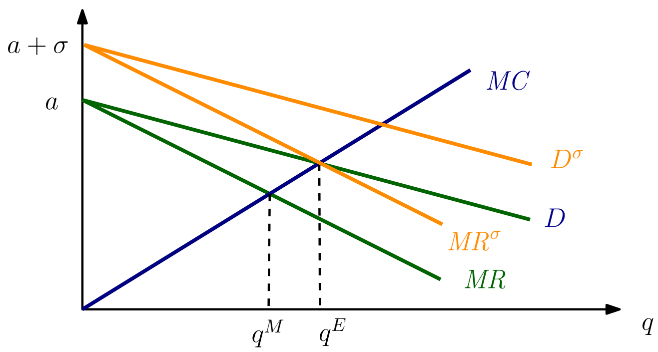


L'incremento di perdita secca in questo caso è il trapezio in giallo nella figura, la cui area è $\Delta PS = [p^m - MC(q^m) + \tilde{p} - MC(\tilde{q})] \cdot [q^m - \tilde{q}]/2$. Nel nostro caso $MC(\tilde{q}) = 31.4$ quindi facendo i conti viene $\Delta PS = 2.8 < G$.

Esempio (Sussidi al Monopolio). In questo esempio ci chiederemo se è una buona idea sussidiare la domanda in un mercato con un'impresa monopolista. Sarà subito chiaro che con un sussidio σ la quantità scambiata aumenta, e possiamo certamente calibrare il sussidio in modo tale che la quantità scambiata sia quella efficiente, in cui il costo marginale è uguale al prezzo di domanda (uguale al beneficio marginale sociale). Tale misura ha un beneficio netto positivo? Nel caso lineare che esamineremo la risposta è sì: si recupera esattamente la perdita secca del monopolio.

Lo faremo nel contesto più semplice possibile, in cui ricavo e costo marginale sono lineari. Assumiamo dunque $D(q) = a - bq$ a $c(q) = \frac{1}{2}cq^2$, cosicché $MR = a - 2bq$ e $MC = cq$. La figura 3.3 illustra.

Figura 3.3: Equilibrio con e senza sussidio



Come sappiamo in equilibrio di monopolio la quantità q^M è data da $MC = MR$ cioè $cq = a - 2bq$ e il prezzo da $D(q^M) = a - bq^M$, dunque

$$q^M = \frac{a}{2b + c}, \quad p^M = a\frac{b + c}{2b + c}$$

D'altra parte la quantità efficiente (cioè che massimizza il surplus totale) q^E è data da $MC = D$ cioè $cq = a - bq$ con corrispondente prezzo di domanda p^E. Dunque

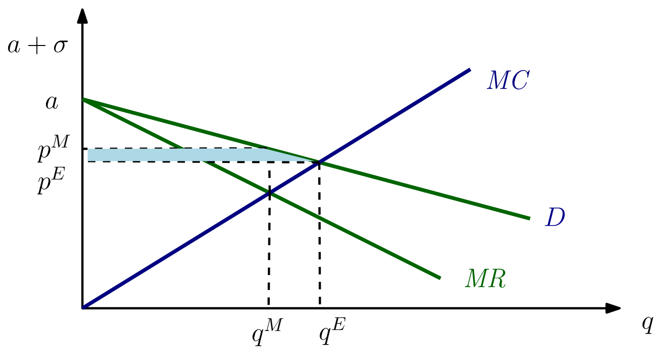
$$q^E = \frac{a}{b + c}, \quad p^E = \frac{ac}{b + c}$$

La deadweight welfare loss è

$$DWL = \frac{1}{2}(a - \frac{a(b+c)}{2b+c})(\frac{a}{b+c} - \frac{a}{2b+c}) = \frac{1}{2}\frac{a^2b^2}{(2b+c)^2(b+c)}$$

Nella figura 3.4 è disegnato l'incremento di surplus che i consumatori ottengono passando dall'equilibrio di monopolio alla combinazione efficiente quantità-prezzo.

Figura 3.4: Incremento surplus consumatori



Quest'ultima configurazione può essere indotta da un sussidio $\sigma^\star$ al consumo. Perché con sussidio σ (vedi di nuovo la figura 3.3) la domanda diventa $D^\sigma(q) = a + \sigma - bq$ con ricavo marginale $MR^\sigma = a + \sigma - 2bq$ da cui la quantità scambiata $q^{M\sigma}$ data da $MC = MR^\sigma$ cioè $cq = a + \sigma - 2bq$ diventa $q^{M\sigma} = (a+\sigma)/(2b+c)$.

Se vogliamo che $q^{M\sigma} = q^E$ dobbiamo risolvere $\frac{a+\sigma}{2b+c} = \frac{a}{b+c}$ da cui

$$\sigma^\star = a\frac{2b+c}{b+c} - a = \frac{ab}{b+c}$$

È una buona idea introdurre tale sussidio? È chiaro quale sia il suo costo L^σ:

$$L^\sigma = \sigma^\star q^E = \frac{ab}{b+c}\frac{a}{b+c} = \frac{a^2b}{(b+c)^2}$$

Il beneficio è meno ovvio. È chiaro che dobbiamo includere l'incremento di surplus dei consumatori illustrato nella figura 3.4. Ma c'è anche l'incremento di profitto del monopolista $\Delta\Pi$, che dobbiamo considerare con un peso fra zero ed uno di gradimento del governo in carica.

Cominciamo col calcolare dal lato consumatori l'incremento di surplus ΔSC. È un trapezio, base minore più base maggiore per altezza diviso due. Quindi

$$\begin{aligned}
\Delta SC &= \frac{1}{2}(q^M + q^E)(p^M - p^E) = \frac{1}{2}(\frac{a}{2b+c} + \frac{a}{b+c})(a\frac{b+c}{2b+c} - \frac{ac}{b+c}) \\
&= \frac{1}{2}\frac{[a(b+c) + a(2b+c)][(ab+ac)(b+c) - ac(2b+c)]}{(b+c)(2b+c)} \\
&= \frac{(ab)^2(1.5b+c)}{(b+c)^2(2b+c)^2}
\end{aligned}$$

Ora l'incremento di profitto del monopolista $\Delta\Pi(\sigma)$. Abbiamo

$$\Pi^M = q^M p^M - c(q^M) = \frac{a}{2b+c}\frac{ab+ac}{2b+c} - \frac{1}{2}c(\frac{a}{2b+c})^2 = \cdots = \frac{a^2}{2(2b+c)}$$

quindi con sussidio il profitto $\Pi^{M\sigma} = (a+\sigma)^2/2(2b+c)$ sicché

$$\Delta\Pi(\sigma) \equiv \Pi^{M\sigma} - \Pi^M = \frac{2a\sigma + \sigma^2}{2(2b+c)}$$

che per $\sigma = \sigma^\star$ diventa

$$\Delta\Pi(\sigma^\star) = \frac{a^2 b(1.5b+c)}{(b+c)^2(2b+c)}$$

Supponiamo di dare peso uno a quest'incremento - che vuol dire disporsi più favorevolmente possibile verso il sussidio. Allora il beneficio netto del sussidio è

$$\begin{aligned} \Delta SC + \Delta\Pi(\sigma^\star) - L^\sigma &= \frac{(ab)^2(1.5b+c)}{(b+c)^2(2b+c)^2} + \frac{a^2 b(1.5b+c)}{(b+c)^2(2b+c)} - \frac{a^2 b}{(b+c)^2} \\ &= \cdots = \frac{a^2 b^2}{2(b+c)(2b+c)^2} = DWL \end{aligned}$$

3.1 Discriminazione di prezzo

Domanda: quando il monopolista cerca di segmentare il mercato - in gergo fa discriminazione di prezzo[2] - tipicamente vendendo una prima versione più curata del prodotto a prezzo alto e in seguito una versione senza fronzoli più economica (per esempio libro con copertina rigida e poi paperback), migliora o peggiora il benessere sociale? La risposta è che lo migliora. Perché in questo caso il monopolista, potendosi appropriare di una fetta più grossa del surplus del consumatore, sfrutta i vantaggi dello scambio. Il surplus del consumatore diminuisce, ma il surplus totale aumenta. Perché in assenza di discriminazione di prezzo il problema è proprio che il monopolista, non potendosi appropriare dei benefici che genera, produce troppo poco. Come sappiamo, il problema è che se vuole vendere di più deve abbassare il prezzo, e lo deve abbassare per *tutte* le unità vendute.

Rimedi? L'ideale sarebbe aumentare il ricavo marginale. Come? Cercando di favorire l'entrata aumentando il grado di concorrenza nel mercato, in modo da rendere la domanda più elastica, riducendo p' (in valore assoluto) e facendo così avvicinare il ricavo marginale al prezzo, e riducendo la perdita di efficienza (al limite quando $p' \to 0$ si ottiene concorrenza perfetta ed efficienza).

Rimanendo in tema di monopolio, per vedere come funziona la discriminazione di prezzo consideriamo il caso semplice in cui c'è un consumatore rappresentativo con utilità quasi-lineare, dove $u(q)$ è l'utilità del bene venduto dal monopolista. In questo caso sappiamo dalla sezione 1.2 che la domanda che ha di fronte il monopolista è l'utilità marginale del consumatore, cioè $p(q) = u'(q)$. E dal lato dell'offerta supponiamo per semplicità che il monopolista produca a costo marginale costante: $c(q) = cq$.

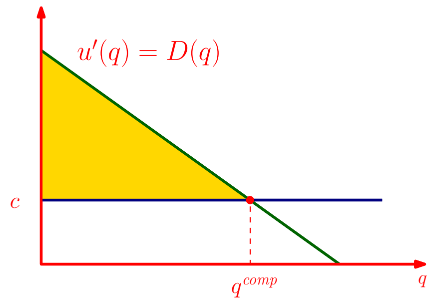
[2] Quella di cui parliamo si chiama "di primo grado" tanto per saperlo.

Ricordiamo come benchmark che se il mercato è competitivo la relazione di equilibrio $D(q^{comp}) = S(q^{comp})$ è "beneficio marginale uguale costo marginale", che nel nostro caso diventa $u'(q^{comp}) = c$, con prezzo $p^{comp} = c$ - e sappiamo che massimizza il surplus totale. In questo caso di costo marginale costante sappiamo anche che tutto il surplus va al consumatore perché il profitto è zero. Il monopolista d'altra parte, come abbiamo visto, deve scegliere dove collocarsi sulla curva di domanda - cioè se vuole vendere q deve accettare il prezzo $u'(q)$ - utilità marginale del bene a q. E così facendo produce meno di q^{comp}, il che come abbiamo visto è inefficiente.

Fare discriminazione di prezzo vuol dire invece poter vendere la prima unità a prezzo uguale all'utilità marginale della prima unità, la seconda a prezzo uguale all'utilità marginale della seconda unità, e così via. In questo modo a q il ricavo è tutta l'area sotto la domanda $\int_0^q u' = u(q)$ (teorema fondamentale del calcolo più $u(0) = 0$ che assumiamo per semplicità).[3] Se fa discriminazione di prezzo il monopolista risolve dunque il problema

$$\max_q [u(q) - cq]$$

che è risolto da $u'(q) = c$ - la stessa equazione che nel mercato competitivo. Cioè con discriminazione di prezzo, in equilibrio ritroviamo $q = q^{comp}$! La figura è un déjà vu:



e l'equilibrio è efficiente perché di nuovo il surplus totale (giallo) è massimo, tutti gli scambi con beneficio marginale netto positivo sono realizzati. C'è un piccolo particolare che rende questo equilibrio diverso da quello competitivo: il surplus va tutto al monopolista. Perché il consumatore non paga $u'(q^{comp}) = c$, ma paga $u(q^{comp})$ che è tutta l'area sotto la domanda. L'area gialla $u(q^{comp}) - cq^{comp}$ non è altro che il profitto del monopolista.

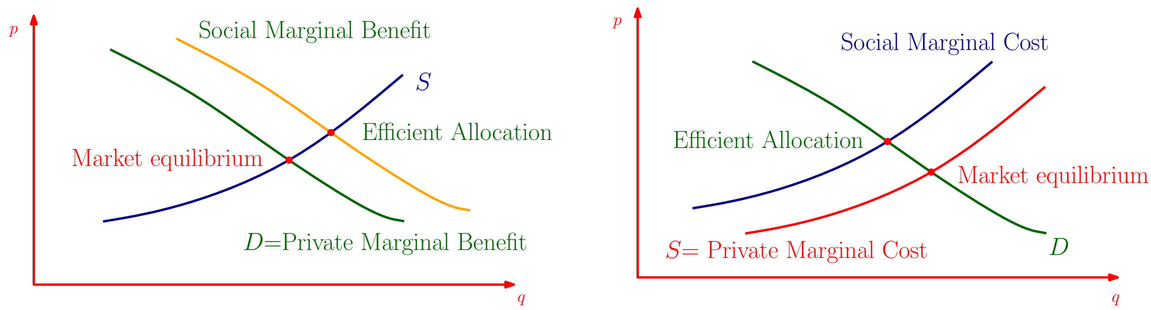
4 Esternalità

Finora abbiamo implicitamente considerato attività di produzione e consumo in cui gli unici soggetti il cui benessere (utilità o profitto) è influenzato dallo scambio sono l'impresa che produce e vende e il suo cliente che compra e consuma. Se ci pensi di solito non è così: se io produco mele e ci metto anticrittogamici posso danneggiare un vicino che fa produzione biologica perché gli insetti vanno a mangiare da lui, oppure posso aumentare il suo profitto se lui fa l'apicultore e le sue api si nutrono dei fiori dei miei alberi; se fumo vicino ad altri danneggio i loro polmoni oltre che i miei; o all'estremo opposto, l'umanità ha pagato Archimede o Pitagora abbastanza

[3] Se non sei convinto pensa alla domanda a scaletta: stiamo dicendo che ad ogni unità venduta il monopolista incassa la striscetta verticale corrispondente.

per le loro scoperte? (certamente no). In altre parole qualche effetto esterno che non è pagato di solito si produce; queste sono le cosiddette *esternalità.*

In altre parole: si genera un'esternalità quando l'attività di produzione o consumo di un individuo o un'impresa influenza utilità e/o profitto di altri individui o imprese *senza che questo effetto sia mediato dal sistema dei prezzi.* Ci sono esternalità positive e negative. Attività che è ragionevole pensare generino esternalità positive sono l'istruzione di base e la prevenzione e cura delle malattie: se acquisisci una solida preparazione di base guadagnerai di più, magari perché l'impresa che ti assume può metterti a risolvere problemi che generano un più alto valore aggiunto, ma in più le persone che interagiscono con te beneficeranno della tua capacità di capire e risolvere problemi e questo possibilmente non genera un guadagno per te perché in generale è difficile quantificarlo. Analogamente, se ti curi la tosse eviti il contagio agli altri che prendono il tuo stesso autobus ma questi non possono ricompensarti. Le esternalità negative sono per esempio quelle generate dal fumare vicino ad altri che non fumano quando chi fuma non paga il fastidio che procura a chi non fuma, o dal produrre inquinando l'ambiente quando chi produce non ricompensa chi sopporta l'inquinamento. Tutti questi esempi soddisfano due proprietà fondamentali. Da un lato, vi è un effetto dell'attività di qualcuno sull'utilità/profitti di qualcun altro, e dall'altro non vi è un mercato, e quindi un prezzo, per questo effetto esterno. *La costante è sempre che i costi o benefici privati sono diversi da quelli sociali.* E la conseguenza è sempre che il livello di equilibrio delle attività che generano esternalità positive è troppo basso - perché non ti appropri dei benefici che crei - e quello delle attività che generano esternalità negative è troppo alto - perché non paghi i costi che la collettività sostiene a causa tua. Le figure qui sotto, che chiariscono la situazione, rappresentano a sinistra una esternalità positiva nel consumo e a destra una esternalità negativa nella produzione:



Facciamo piuttosto un esempio concreto, sulle esternalità negative nella produzione. Il problema tipico in questo caso è che producendo q si producono anche "scorie" $z = z(q)$ che sono funzione di q perché crescono con la quantità prodotta, che generano costi $c_e(z)$ per la collettività, che le imprese non pagano - tipicamente costi di inquinamenti o ambientale. Quindi i costi privati sono i soliti costi delle imprese $c(q)$, ma i costi sociali sono questi più quelli delle scorie: $c_{soc}(q) = c(q) + c_e(z(q))$. Stesso discorso per i costi marginali. I benefici marginali sono dati dalla funzione di domanda $D(q)$. La quantità efficiente richiede $MC_{soc} = D$, ma se le imprese non sostengono c_e si produrrà la quantità che soddisfa $MC_{priv} = D$. Abbiamo sorvolato sul fatto che ci sono più imprese sul mercato; adesso ne terremo conto.

Esempio (Esternalità negativa nella produzione in un mercato competitivo). Consideriamo un mercato competitivo, per esempio quello dell'oliva da tavola. I dati nazionali più recenti che abbiamo velocemente recuperati in rete sono più o meno questi (se ne sapete di più correggete): produzione totale 90.000 tonnellate (ricorda che 1 tonnellata vale 10 quintali); produttività 70 quintali ad ettaro. Quindi ci sono in tutto $90.000/7 \approx 13.000$ ettari. Se assumiamo grandezza media di 13 ettari per azienda ci sono dunque 1000 aziende che producono ciascuna $13 * 70 \approx 900$ quintali. Il prezzo al quintale (al produttore) è 70€, quindi ogni azienda fattura $70*900 \approx 60.000$ Euro l'anno. Valori ragionevoli.[4] Calibreremo i parametri delle nostre funzioni per ottenere valori di equilibrio ragionevolmente vicini a quelli reali - il prezzo da pagare è che avremo a che fare con numeri grandi. In questo caso le scorie non sono molto rilevanti; sarebbero quelle diffuse nell'ambiente dai prodotti che si spruzzano per evitare le malattie delle piante, che sono un po' dannosi per l'ambiente ma anche (abbastanza) per i produttori di agricoltura biologica dove gli insetti aumentano (perché scappano dai fondi con insetticidi).

Ci siano quindi 1000 imprese che supponiamo uguali. L'impresa j ha costo di produzione $c_j(q) = 10q + \frac{1}{30}q^2$, dove q è misurata in quintali. Nota che AC_j è sempre crescente (con minimo 10) quindi l'offerta non ha discontinuità ed è caratterizzata da $MC_j = p$. Prendiamo $z(q) = \sqrt{b/2} \cdot q$ supponendo che la quantità di prodotto spruzzato sia uguale per ogni albero, e che il costo di z sia $c_e(z) = z^2$ - cresce più che linearmente perché il danno ai produttori biologici diventa serio. Quindi $c_e(z(q)) = z(q)^2 = bq^2/2$. Nota che $MC_e = bq$; prenderemo $b = \frac{345}{13.050} \approx 0.026$ cioè il costo marginale della esternalità è circa il 3% della quantità prodotta; vedremo che questo implica che la quantità efficiente è circa il 3% in meno della quantità di equilibrio. Continuiamo per comodità a scrivere b, lo sostituiremo quando farà comodo. Abbiamo così

$$c_j(q) = 10q + \tfrac{1}{30}q^2 \quad c_{j,soc}(q) = 10q + \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{15} + b)q^2.$$

Prendiamo infine una solita domanda lineare, ma con parametri scelti in modo che passi per il punto $p = 70, q = 900.000$ che è quello che vogliamo (90.000 tonnellate sono 900.000 quintali):

$$q^D(p) = 10^6 - \tfrac{10.000}{7}p$$

dove p è il prezzo al quintale. Calcoliamo adesso la quantità di equilibrio e quella efficiente.

Per l'equilibrio procediamo come sempre. $MC_j = p$ dà $10 + \frac{1}{15}q = p$ da cui $q_j(p) = 15(p-10)$, e moltiplicando per 1000 otteniamo $q^S(p) = 15.000(p-10)$, per $p \geq 10$ che è il minimo dei costi medi. Nota adesso che per $p = 70$ l'offerta è esattamente 900.000. Il bilanciamento di domanda e offerta a questo punto sappiamo che avviene per $p^{eq} = 70, q^{eq} = 900.000$ quintali, come volevamo.

La quantità efficiente è quella che otteniamo assumendo che le imprese tengano conto dell'esternalità cioè considerino come costo $c_{j,soc}(q)$, e poi il procedimento è il solito. Quindi la condizione di ottimo è $MC_{j,soc} = p$, che dà $p = 10 + (\frac{1}{15} + b)q$ cioè $q_j^{\mathit{eff}}(p) = \frac{15}{15b+1}(p-10)$. Moltiplicando per 1000 viene $q^{\mathit{eff}}(p) = \frac{15.000}{15b+1}(p-10)$, ed uguagliando alla domanda otteniamo

$$10^6 - \tfrac{10.000}{7}p = 15.000\tfrac{p-10}{15b+1} \Longrightarrow \cdots \Longrightarrow p^{\mathit{eff}} = 70\tfrac{115+1500b}{115+150b} = 70 \cdot 1.3 = 91$$

perché con la scelta fatta di b risulta $\frac{115+1500b}{115+150b} = 1.3$. La quantità la possiamo leggere dalla

[4]Puoi rifare il tutto assumendo grandezza media più grande, per esempio 40 ettari, nel qual caso avremo (circa) 300 aziende che fatturano (circa) 200.000 Euro l'anno.

domanda, e di nuovo sostituendo otteniamo:

$$q^{eff} = 10^6 - \tfrac{10.000}{7}p = 10^6 - \tfrac{10.000}{7}70 \cdot 1.3 = 870.000$$

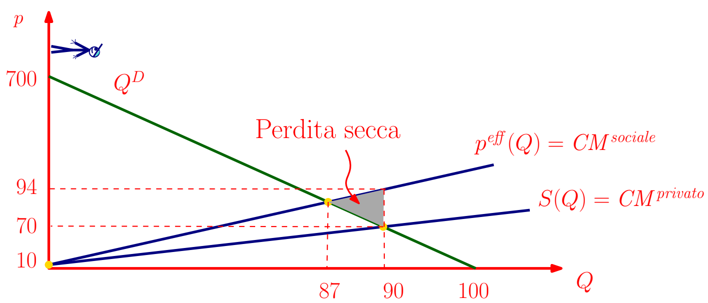
che è il 3.33% in meno della quantità di equilibrio.

Per calcolare infine la perdita secca conviene disegnare, e per disegnare conviene cambiare unità di misura della quantità. Denotiamo con Q la quantità in migliaia di tonnellate - così $Q^{eq} = 90, Q^{eff} = 87$. Dobbiamo esprimere domanda e offerta in termini di Q, e per farlo osserviamo che il valore di q è $10.000 \cdot Q$ ($Q = 1$ è 1000 tonnellate cioè 10.000 quintali)[5] quindi dobbiamo dividere per 10^4. Domanda, offerta e offerta efficiente diventano

$$Q^D(p) = 100 - \tfrac{1}{7}p \quad Q^S(p) = \tfrac{3}{2}(p-10) \quad Q^{eff}(p) = \tfrac{3}{2+30b}(p-10)$$

che sono disegnate nella figura 4.1. La perdita è rappresentata dal triangolo, ma dobbiamo stare attenti perché p non è €$/Q$ ma €$/q$ quindi alla fine dobbiamo moltiplicare per 10^4 per ottenere in valore giusto in Euro. Il triangolo ha altezza 3; per la base dobbiamo calcolare il prezzo al quale $Q^{eff} = 90$; lo troviamo da $\frac{3}{2+30b}(p-10) = 90$ che dà $p = 70 + 900b \approx 94$; quindi la base è 24; l'area del triangolo è 36; e la perdita secca $36 * 10^4 = 360.000$€. Il mercato fattura $70 \cdot 900.000 = 63.000.000$€ quindi come ci aspettavamo la perdita di efficienza non è particolarmente rilevante (meno del 6 per mille del fatturato).

Figura 4.1: Esternalità negativa



Esempio (Esternalità positiva dall'istruzione). Ci siano N studenti $i = 1, \ldots, N$. Livello di istruzione x_i (anni), quantità di altri beni y_i, reddito m_i, utilità

$$u_i(x_i, y_i, (x_j)_{j \neq i}) = 70 \ln x_i + y_i + a \sum_{j \neq i} x_j,$$

e vincolo di bilancio $px_i + y_i = m_i$ dove p sono migliaia di Euro per anno. Offerta: parliamo di istruzione superiore (la tua). Se non lo sapessi, ogni studente costa (ad oggi) circa settemila Euro l'anno, quindi assumendo offerta elastica uguale al costo abbiamo $S(q) = 7$. Assumiamo $7 > a(N-1)$. La scelta ottima di x_i sul vincolo è data da $\frac{70}{x_i} = p$ da cui $x_i = \frac{70}{p}$; quindi la quantità domandata di istruzione è $q^D = \frac{70N}{p}$, e invertendo questa otteniamo il prezzo di domanda $D(q) = \frac{70N}{q}$; uguagliando questa al prezzo di offerta otteniamo $q^{eq} = 10N$.

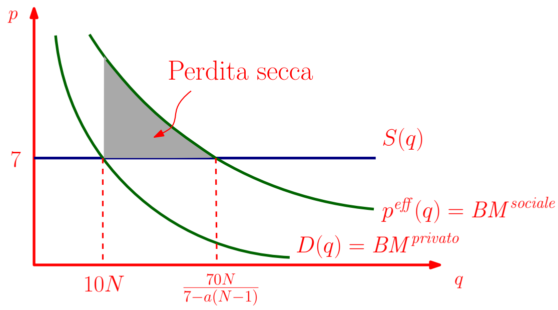
[5] Pensa al passaggio da grammi a chili: per qualsiasi peso il valore in chili è un millesimo del valore in grammi.

L'utilità tenendo conto del beneficio esterno generato da i agli altri $N-1$ individui (uguali ad i), o come si dice "internalizzando l'esternalità", diventa

$$u_i = 70 \ln x_i + y_i + a(N-1)x_i$$

La scelta ottima sul vincolo adesso è $70/x_i + a(N-1) = p$ da cui $x_i = \frac{70}{p-a(N-1)}$ quindi $q^D_{eff} = \frac{70N}{p-a(N-1)}$ e invertendo $p^{eff}(q) = a(N-1) + \frac{70N}{q}$. Uguagliando ad S viene $q^{eff} = \frac{70N}{7-a(N-1)} > 10N$. Il tutto, compresa la perdita secca, è illustrata nella figura 4.2.

Figura 4.2: Esternalità positiva nel consumo

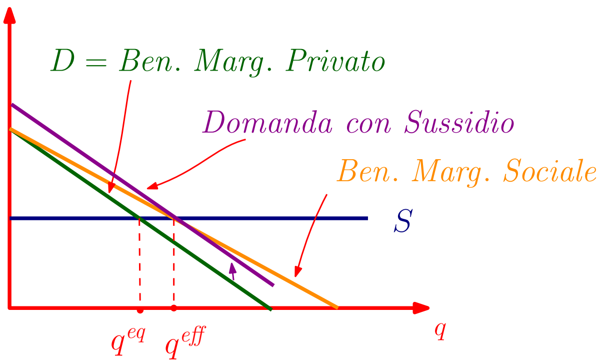


4.1 Correggere le esternalità

Nell'esempio appena visto, in equilibrio di mercato un bene che genera esternalità positiva viene prodotto in quantità inferiore a quella efficiente. E nelle figure introduttive si capisce che questo è un fenomeno del tutto generale. Il modo più naturale di avvicinare i costi o benefici privati a quelli sociali è quello utilizzare tasse e sussidi, spostando la curva "fuori posto".

Per esempio nel caso dell'esternalità positiva dell'istruzione si ricorre generalmente alla sua sovvenzione (lo studente paga abbastanza di meno di 7000 Euro l'anno all'università pubblica). Per fare un esempio con i numeri: prendi offerta costante $S(q) = c$ (uguale al costo marginale per studente), domanda $D(q) = a - bq$ (uguale al beneficio marginale privato, con $a > c$) e beneficio marginale sociale $BMS(q) = a - b'q$ con $b' < b$, come nella figura qui sotto. La quantità di equilibrio di mercato q^{eq} è data da $a - bq = c$ cioè $q^{eq} = (a-c)/b$ mentre la quantità efficiente è data da $q^{eff} = (a-c)/b' > q^{eq}$. Il sussidio, detto "Pigouviano"[6] porta in su la domanda facendola diventare $D(q) + s$ e idealmente è calibrato in modo che la nuova curva incontri l'offerta in q^{eff}. Dunque s deve soddisfare $D(q^{eff}) + s = c$ cioè $a - bq^{eff} + s = c$ da cui $s = c - \left(a - bq^{eff}\right)$. Vedi figura qui sotto.

[6] Dall'economista Cecil Pigou che ci ha pensato per primo



Esempio (Tasse e sussidi, un esempio più preciso). Qui vedremo un esempio concreto in cui da un lato il governo sovvenziona l'acquisto di un bene che ha esternalità positiva, e dall'altro impone una tassa sul reddito per finanziarne la spesa.

Supponi di nuovo $i = 1, \ldots, N$ agenti e due beni x, y dove x genera esternalità. La funzione di utilità u_i (uguale per tutti) sia la Cobb-Douglas simmetrica

$$u_i\left(x_1, \ldots, x_N, y_i\right) = \ln\left(\sum_{j=1}^{N} x_j\right) + \ln y_i,$$

che i massimizza su (x_i, y_i) *dati* $x_j, j \neq i$. Normalizziamo il prezzo di y ad 1, e sia p il prezzo di x; ogni individuo abbia in dotazione 1 unità di y, quindi il vincolo di bilancio è $px_i + y_i = 1$. La scelta ottima (x_i^*, y_i^*) è interna, data da tangenza $y_i / \sum_{j=1}^{N} x_j = p$ più vincolo. Nota che le condizioni di ottimo sono uguali per tutti quindi la scelta ottima sarà uguale; indicandola con (x^*, y^*) la tangenza è dunque $y^* = Npx^*$; e sostituendo nel vincolo otteniamo la allocazione di mercato

$$px^* = 1/(1+N), \quad y^* = N/(1+N).$$

La allocazione efficiente è quella che massimizza, sul vincolo, la u_i rispetto a tutti i suoi argomenti - diversamente dal singolo agente che non tiene conto del beneficio che ottiene dal consumo degli altri. La soluzione è simmetrica perché gli individui sono uguali, quindi l'obiettivo è massimizzare $u(x, y) = \ln(Nx) + \ln y$ sul vincolo $px + y = 1$. È di nuovo Cobb-Douglas: sostituendo la tangenza $y/x = p$ nel vincolo otteniamo

$$y^{eff} = px^{eff} = 1/2$$

(come ci aspettavamo spesa uguale sui due beni). Nota che l'allocazione efficiente dà molto più peso al bene che ha esternalità positiva: $px^*/y^* = 1/N$, $px^{eff}/y^{eff} = 1$.

Per correggere l'inefficienza il governo può usare tasse e sussidi, di nuovo uguali per tutti: una tassa t sul reddito del bene y e un sussidio s sull'acquisto di x. Il vincolo di bilancio diventa dunque $(p - s)x_i + y_i = 1 - t$. Il signor i massimizza u_i rispetto alla sola x_i su questo vincolo, e di nuovo possiamo assumere che la soluzione sia uguale per tutti; la indicheremo con $(\hat{x}, \hat{y})$. La tangenza è adesso $\hat{y} = N(p - s)\hat{x}$ che sostituita nel vincolo dà $(1 + N)(p - s)\hat{x} = 1 - t$, e da questa $\hat{y} = N(1 - t)/(1 + N)$. Vogliamo t, s tale che la allocazione risultante sia quella efficiente. Quindi per y deve essere $N(1 - t)/(1 + N) = 1/2$ da cui $t = (N - 1)/2N$. Per x, la $(1 + N)(p - s)\hat{x} = 1 - t$ diventa $N(p - s)\hat{x} = 1/2$; vogliamo $\hat{x} = x^{eff}$ e la condizione di efficienza è $px^{eff} = 1/2$, quindi deve essere $p - s = p/N$ cioè $s = (N - 1)p/N$.

Possiamo controllare se l'intervento

$$s = \frac{(N-1)p}{N}, \quad t = \frac{N-1}{2N}$$

provochi variazioni nel bilancio dello Stato. Il gettito è $Nt = (N-1)/2$; e dato $\hat{x} = 1/2p$ i sussidi costano $Ns/2p = (N-1)/2$. Quindi il gettito della tassa copre esattamente la spesa per sussidi.

4.2 Il teorema di Coase

In alcuni casi un possibile rimedio all'inefficienza generata dalle esternalità è l'assegnazione di un *diritto di proprietà* e la possibilità di cedere questo diritto ad un'altra parte attraverso la contrattazione. Questa è la soluzione proposta da Ronald Coase (Nobel 1991). Illustriamo questa idea con un esempio semplice. Mario è un produttore di musica metal e nell'appartamento accanto vive Giovanna. Per necessità artistiche, Mario può ascoltare musica metal solo di notte, ad alto volume e senza cuffie. Una notte di ascolto riesce a generare un reddito per Mario pari a 50 euro. Purtroppo una notte di lavoro di Mario costa a Giovanna una notte insonne e l'impossibilità di andare a lavoro il giorno successivo. Una giornata di lavoro vale per Giovanna 80 euro. Questo è un tipico caso di esternalità negativa perché il metal genera un costo per Giovanna pari ad 80 euro. La soluzione efficiente è che Mario non ascolti la musica di notte (il valore generato dal metal per Mario è inferiore al costo inflitto a Giovanna). L'intuizione di Coase è che questo risultato può essere ottenuto assegnando il diritto esclusivo di controllo sull'attività in questione, definendo chiaramente il diritto di proprietà, e lasciando libere le parti di contrattare per trasferire questo diritto. La rilevanza di questo risultato sta nel fatto che l'efficienza si raggiunge sia nel caso in cui il diritto venga assegnato alla parte che subisce l'esternalità sia che venga assegnato alla parte che genera l'esternalità. Vediamo. Supponiamo che Giovanna abbia il diritto di impedire a Mario di ascoltare metal. In quel caso Mario dovrebbe chiedere a Giovanna il permesso contro un prezzo, ma potrebbe offrire al massimo 50. Giovanna, alla quale una notte insonne costa 80, rifiuterebbe qualsiasi offerta che Mario possa fare, quindi Mario non ascolterà la musica. Supponiamo invece che Mario abbia il diritto di ascoltare il metal. In quel caso è Giovanna che deve convincere Mario a non farlo e Giovanna è disposta ad offrire fino ad 80 euro. Chiaramente Mario accetta qualsiasi offerta al di sopra di 50 e si accorderanno ad un qualsiasi trasferimento tra 50 e 80. Il risultato anche in questo caso è che Mario non ascolta il metal, cioè anche in questo caso la soluzione efficiente! Quindi entrambe le assegnazioni generano l'allocazione efficiente. Chiaramente il risultato individuale per i nostri vicini è molto diverso nei due casi. Nel primo, Giovanna guadagna 80 (una giornata di lavoro, cioè tutto il surplus) e Mario perde 50. Nel secondo caso, supponendo che Mario ottenga un trasferimento di 60, Giovanna guadagna una giornata di lavoro meno 60, cioè 20, e Mario $60 - 50 = 10$. L'assegnazione del diritto a Mario gli ha fruttato una frazione del surplus totale che è 30. La morale della favola è che l'allocazione iniziale del diritto di proprietà non ha effetti sull'efficienza dell'allocazione finale, ma ne ha sulla distribuzione dei guadagni tra i due.

Esercizio. Modifica l'esempio assumendo che una giornata di lavoro di Giovanna valga 40. L'argomento di Coase vale ancora? Rifai il ragionamento.

4.3 Applicazione: Coase e il referendum sulle trivelle dell'aprile 2016

Ci sono due parti:[7] le compagnie petrolifere P che con le estrazioni fanno profitti Π e la collettività C che per le estrazioni sopporta un costo ambientale E (esternalità). E ci sono due possibili assetti normativi: le compagnie hanno diritto all'uso del mare - diciamo $DirP$ -, oppure ce l'ha la collettività - diciamo $DirC$. [8]

Dal punto di vista dell'efficienza conviene estrarre se e solo se i benefici superano i costi, cioè se $\Pi > E$.

Scenario 1: compagnie e collettività si possono parlare

Supponiamo che $\Pi > E$. Sotto $DirP$ le compagnie estraggono e basta (la collettività non è disposta a farle rinunciare pagando un prezzo Π maggiore del costo E sopportato). Sotto $DirC$ le compagnie offrono E alla collettività, che accetta, ed estraggono. Quindi *se* $\Pi > E$ *si estrae comunque*, ma cambia la distribuzione della differenza $\Pi - E > 0$:

	Payoff P	Payoff C	Totale
$DirP$	Π	$-E$	$\Pi - E$
$DirC$	$\Pi - E$	0	$\Pi - E$

Supponi ora $\Pi < E$. Sotto $DirP$ la collettività paga Π alle compagnie per non estrarre (perché $\Pi < E$). Sotto $DirC$ le compagnie non estraggono (non gli conviene pagare $E > \Pi$ per farsi dare la concessione). Quindi *se* $\Pi < E$ *non si estrae comunque* - ma di nuovo cambia la distribuzione:

	Payoff P	Payoff C	Totale
$DirP$	Π	$-\Pi$	0
$DirC$	0	0	0

Scenario 2: compagnie e collettività *non* si possono parlare

Supponi ora che compagnie e collettività non possano trattare - uffici chiusi, sciopero, disaccordo fra i partiti, fai tu. Sotto $DirP$ le compagnie estraggono - sia che $\Pi > E$ sia che $\Pi < E$. I payoffs sono quelli della prima riga della prima tabella, però il risultato è inefficiente se $\Pi - E < 0$. Sotto $DirC$ non si estrae; payoff come nella seconda riga della seconda tabella, e di nuovo il risultato può essere inefficiente (in questo caso se $\Pi - E > 0$).

Conclusione

Nel referendum puoi votare $DirP$ o $DirC$. Pensi che $\Pi < E$? Allora vuoi che *non* si estragga. Devi votare $DirC$ perché solo così non si estrarrà in nessuno scenario. Pensi che $\Pi > E$? Allora vuoi che si estragga. Sotto $DirP$ lo si farà in entrambi gli scenari, sotto $DirC$ solo nello scenario

[7] Questa sezione è basata su un articolo di Luigi Zingales sul Sole 24 Ore 12 Aprile 2016 che parlava del Referendum 17 Aprile 2016 sui trivellamenti per cercare petrolio nel Mediterraneo.

[8] Per essere precisi, E è il costo *incrementale* dell'estrazione rispetto alla non-estrazione. E il costo della non-estrazione non è zero - comprende l'onere di sobbarcarsi la riduzione di occupazione, come il primo ministro ha detto molto esplicitamente. Anche per le imprese vale la stessa cosa: il costo di non estrarre non è zero, anche per loro la riduzione della scala delle operazioni ha costo rilevante.

1. Se non ti disturba il payoff $-E$ per la collettività devi votare $DirP$. Se ti disturba: puoi votare $DirC$ se dai probabilità alta allo scenario 1, ma considera che maggiore è la probabilità dello scenario 2 maggiore è il rischio che non si estragga. Dipende, la cosa più facile è vederlo coi numeri.

Esempio con i numeri

Supponi che la tua stima del beneficio netto $\Pi - E$ sia $b > 0$. Quale alternativa preferisci? Sia $d > 0$ il dispiacere che ti provoca il costo E sulla collettività; e p la probabilità che dai allo scenario 2. Se voti $DirP$ hai utilità $b - d$ in entrambi gli scenari. Se voti $DirC$ ottieni utilità attesa $(1-p)b + p \cdot 0 = (1-p)b$. Quindi devi votare $DirC$ se $(1-p)b \geq b - d$ cioè $p \leq d/b$. Ti puoi fare i tuoi conti: se $d > b$ vota $DirC$; se d è basso e b alto per votare $DirC$ devi essere praticamente sicuro che la realtà sia come nello scenario 1.

Interpretazione del modellino

Lo scenario reale sta in mezzo ai due estremi; lo puoi pensare come un punto in un continuo fra i due. Allora la probabilità p non è altro che la tua idea del punto in cui si colloca lo scenario reale: p bassa vuol dire che pensi che i costi delle trattative sono bassi, e la realtà sia vicina allo scenario 1; p alta vuol dire che dai importanza alla complessità dei contratti e a potenziali problemi politici (non sapere con chi parlare, più interlocutori che dicono cose diverse).

4.4 Altre soluzioni al problema delle esternalità

Non possiamo dilungarci su questo argomento, ma la soluzione proposta da Coase non è sempre applicabile: le contrattazioni fra le parti possono essere costose; e in molti casi coinvolgono più di due parti. Esistono soluzioni alternative, in due direzioni. Una è quella di tassare (o sovvenzionare) l'attività che genera esternalità, come abbiamo visto sopra.

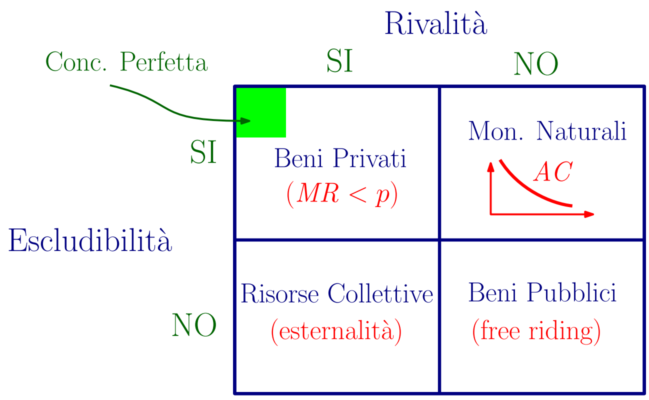
L'altra idea è quella di creare dove possibile il mercato che manca - ricorda che il problema è che le esternalità nascono da benefici o costi non pagati. Per esempio nel caso dell'inquinamento questo porta a delle assegnazioni di "diritti di inquinamento" commerciabili. Per approfondimenti dobbiamo rimandare a testi più completi di queste note.[9]

5 Rivalità/Escludibilità: il quadro generale degli equilibri di mercato

Abbiamo visto che l'equilibrio di un mercato concorrenziale è efficiente nel senso che massimizza il benessere sociale misurato dalla somma di surplus dei produttori (profitto) e surplus dei consumatori. Abbiamo però anche visto che quando un'impresa ha domanda non perfettamente elastica la scelta che massimizza il profitto dà $MR = MC < p$, cioè costo sociale marginale minore del beneficio: l'impresa produce troppo poco perché non si appropria dei benefici che crea. Quindi con beni privati e assenza di esternalità il mercato è efficiente soltanto nel caso di concorrenza perfetta.

[9] Per esempio Mas Colell, Whinston, Green, *Microeconomic Theory.*

In verità i beni privati sono essi stessi un caso particolare, e questo lo possiamo vedere chiaramente classificando i beni in base alla loro *rivalità* ed *escludibilità*. Un bene è rivale quando il consumo di una unità da parte di un consumatore o impresa preclude il consumo della stessa unità da parte di altri - per esempio una mela o un bullone. Beni non rivali sono invece per esempio i film, i software, i teoremi di matematica, le lampade in una piazza o l'esercito alle frontiere - in questi casi più persone possono usufruire della stessa unità del bene contemporaneamente. L'escludibilità riguarda invece la possibilità di escludere dal consumo alcuni membri della collettività in questione. Per esempio nel caso dei film si può escludere chi non paga il biglietto per entrare a cinema, mentre le truppe alla frontiera se ci sono proteggono tutti (sono non rivali), e nessuno può essere escluso dal loro beneficio (non sono escludibili). Nella figura qui sotto visualizziamo la situazione.



In alto a sinistra ci sono i beni di cui abbiamo parlato nella larga parte di questo corso - rivali ed escludibili. In quel quadrato l'equilibrio di mercato è efficiente solo nel quadratino della concorrenza perfetta; i mercati non competitivi come sappiamo non lo sono. Nel caso dei beni non rivali ma escludibili - pensa al software - tipicamente tutta la difficoltà sta nel produrre la prima unità, dopodiché per produrre le unità successive il costo marginale è praticamente zero. Quindi ci sono costi fissi alti, e costi variabili lineari: $c(q) = \phi + mq$; in questo caso $AC = \phi/q + m$ che decresce con $q \to \infty$. Sappiamo che questo è il caso del monopolio naturale - inefficiente.

Il caso dei beni rivali ma non escludibili è tipicamente quello delle risorse collettive, il pesce nei mari o l'aria pulita. Qui la rivalità senza dubbio c'è, ma l'escludibilità non c'è o è difficile da realizzare. Questi sono tipici casi in cui sono presenti esternalità negative: se io pesco troppo riduco le possibilità di pesca futura ma non ne pago le conseguenze. Come abbiamo visto, anche in questi casi l'equilibrio di mercato è inefficiente - si produce troppo rispetto al livello di produzione che massimizza il benessere sociale.

Il quadrato in basso a destra riguarda i cosiddetti *beni pubblici* - non rivali e non escludibili. Chi vuole mettere un lampione nella piazza del paese? Nessuno! È chiaro che anche questo è un problema di appropriabilità: se pago l'intero costo del lampione non mi approprio interamente dei benefici che creo. Quindi anche qui l'equilibrio di mercato tende a produrre quantità più basse di quella efficiente. Ovviamente si può cercare di mettersi d'accordo per dividersi i costi, o invocare (prima di tutto creare...) lo Stato che imponga una tassa sulla quale tutti possono essere d'accordo - ma nota che parliamo sempre di soluzioni esterne al mercato.

La morale della favola è che ci sono varie, importanti e diffuse fonti di inefficienza nel funzionamento dei mercati, che si deve cercare di correggere con interventi esterni - stando sempre attenti a non tappare una falla aprendone una più grossa... Chiaramente qui vengono le parti interessanti della microeconomia, che questo mini-corso non può coprire. Accontentiamoci delle basi, e del messaggio che rimane valido e importante sulla efficienza dei mercati competitivi. Non è poco.

6 Oligopolio: il modello di Cournot

L'oligopolio è un mercato in cui ogni impresa tiene conto del fatto che il proprio profitto dipende dalle decisioni di tutte le imprese sul mercato. Questo in effetti è sempre vero, perché il prezzo di domanda dipende sempre dalla quantità totale; ma in concorrenza perfetta l'impresa giustamente pensa che la quantità da essa prodotta non ha effetto rilevante sulla quantità totale quindi prende il prezzo come dato. Quando invece il numero di imprese è relativamente basso questa assunzione non è realistica, e ogni impresa ottimizza in funzione delle decisioni delle altre. Per essere più precisi dobbiamo introdurre un minimo (un minimo) di teoria dei giochi.

6.1 Interazione strategica ed equilibrio di Nash

Ci interessa soltanto sapere che un gioco (abbreviazione per interazione strategica) è costituito dai giocatori $i = 1, \dots, n$, da quello che ognuno di loro può fare - l'insieme $A_i \ni a_i$ delle azioni di i - e dal payoff π_i che ad ognuno deriva *dalle azioni di tutti i giocatori:*

$$\pi_i = \pi_i(a_1, \dots, a_n)$$

Per esempio "pari e dispari" è un gioco - se vinci o perdi dipende da quello che giochi tu ma anche da quello che gioca l'altro. L'esempio più famoso di tutti è noto come "dilemma del prigioniero": due giocatori, ognuno può "cooperare" C o "defezionare" D con l'altro (due azioni ciascuno), e la morale della favola è che converrebbe cooperare ai due come gruppo ma ad ognuno individualmente non conviene farlo, e quindi il risultato collettivamente favorevole non si raggiunge. I payoff siano descritti dalla matrice di sinistra qui sotto. Il giocatore 1 gioca riga e il suo payoff è in alto a sinistra in ogni casella; se per esempio giocano CD (il primo C e il secondo D) 1 prende 0 e 2 prende 4.

	C	D
C	3, 3	0, 4
D	4, 0	2, 2

	C	D
C	3, 3	0, 1
D	1, 0	2, 2

Qui è chiaro cosa succede, perché ad ognuno conviene D qualunque cosa faccia l'altro, quindi il risultato prevedibile è DD che ha un payoff inferiore a CC per il gruppo da qualunque ottica lo si guardi. Questo è il cosiddetto "dilemma del prigioniero". L'interpretazione che conduce a questo nome è di due chiusi in due stanze della questura, e cooperare è non confessare (e farla franca) e defezionare è accusarsi entrambi (e beccarsi una pena). Defezionare è però dominante perché se l'altro non confessa e tu sì a te danno una medaglia al valore (e all'altro lo picchiano duro ma chi se ne frega, *la specificazione del gioco implica che* dopo non ci si vede più per la vita).

Nella matrice di destra c'è un altro gioco ma il risultato è meno chiaro perché cosa conviene ad ognuno dipende da cosa fa l'altro. Ci sono due scenari plausibili, CC e DD, in cui *a nessuno conviene deviare dato quello che fa l'altro.* Questa è l'idea dell'equilibrio di Nash (Nobel per questo nel 1994). Poniamo $a = (a_1, \dots, a_n)$ e scriviamo $a = (a_i, a_{-i})$ quando vogliamo evidenziare quello che fa i e quello che fanno gli altri (che indichiamo con a_{-i}). Formalmente

Definizione (Equilibrio di Nash)**.** a^{eq} è un equilibrio di Nash se

$$\forall i \ \forall a_i \in A_i \quad \pi_i(a^{eq}) \geq \pi_i(a_i, a_{-i}^{eq}).$$

Nota che questo equivale a dire che per ogni i, dato a_{-i}^{eq} l'azione a_i^{eq} risolve $\max_{a_i \in A_i} \pi_i(a_i, a_{-i}^{eq})$. Indicando con $b_i(a_{-i})$ le soluzioni di $\max_{a_i \in A_i} \pi_i(a_i, a_{-i})$ la definizione dice che a^{eq} è una soluzione del sistema $a_i \in b_i(a_{-i}), i = 1, \dots, n$. Quando - come sarà nel nostro caso - le soluzioni dei problemi di massimo sono uniche questo è un sistema di n equazioni in n incognite.

6.2 Equilibrio nel mercato oligopolistico (modello di Cournot)

Ci sono n imprese i che scelgono la quantità da produrre $q_i \geq 0$ con risultato $q = (q_1, \dots, q_n)$. Assumeremo che il costo di produzione sia lineare con costo unitario uguale per tutti: $c_i(q_i) = cq_i$. Indicando con $Q = \sum q_i$ la quantità totale prodotta, la domanda di mercato è anch'essa assunta lineare, data da $p(q) = a - Q$.[10] Le imprese sono dunque di fatto in un gioco, dove $A_i = \mathbb{R}_+$ e il payoff è il profitto:

$$\pi_i(q) = q_i p(q) - cq_i$$

L'equilibrio di questo mercato q^{eq} non è altro che l'equilibrio di Nash di questo gioco. Per ogni impresa q_i^{eq} massimizza il profitto π_i date le scelte q_{-i}^{eq} delle altre imprese.

Ponendo $\sigma = a - c$ abbiamo $\pi_i = q_i[\sigma - Q]$. Se $\sigma \leq 0$, fissato comunque q_{-i} abbiamo $\pi_i(0, q_{-i}) > \pi_i(q_i, q_{-i})$ per ogni $q_i > 0$, cioè l'unico equilibrio è $q_i = 0$ per ogni i - che non è interessante. Consideriamo dunque il caso $\sigma > 0$.

La somma dei profitti $\sum \pi_i = Q(\sigma - Q)$; se $Q > \sigma$ questa somma è negativa, il che implica che $\pi_i < 0$ per qualche i - che in equilibrio non può essere, perché i può sempre scegliere $q_i = 0$ che garantisce $\pi_i(q_i, q_{-i}) = 0$ per ogni q_{-i}. Quindi in equilibrio deve essere $Q \leq \sigma$.

A questo punto osserviamo che $\pi_i = q_i[(\sigma - \sum_{j \neq i} q_j) - q_i]$ è una parabola in q_i con massimo $b_i(q_{-i}) = (\sigma - \sum_{j \neq i} q_j)/2 \geq 0$ (non negativo perché $\sum_{j \neq i} q_j \leq Q \leq \sigma$). L'equilibrio è dato dalla soluzione del sistema $q_i = b_i(q_{-i}) \ \forall i$, che nel nostro caso è

$$2q_i + \sum_{j \neq i} q_j = \sigma \quad i = 1, \dots, n$$

[10] Per essere precisi dovremmo dire $p(Q) = \max\{0, a - Q\}$ ma il risultato non cambierebbe.

Scrivendolo come $q_i + Q = \sigma$ e sommando su i otteniamo $(1+n)Q = n\sigma$ cioè $Q = n\sigma/(1+n)$ da cui sostituendo troviamo l'equilibrio:

$$q_i^{eq} = \frac{\sigma}{1+n} \; \forall i$$

Nota che l'equilibrio è unico e simmetrico (tutte le imprese producono la stessa quantità).

6.3 Economia dell'equilibrio

1. La prima cosa da notare è che il profitto totale *non* è massimo. Infatti $\sum \pi_i = Q(\sigma - Q)$ (una parabola) è massimo per $Q^* = \frac{1}{2}\sigma$ mentre in equilibrio $Q^{eq} = \frac{n}{n+1}\sigma > Q^*$: le imprese producono "troppo" rispetto all'ottimo collettivo. Per ottenere collettivamente il profitto massimo dovrebbero produrre ciascuna $Q^*/n = \sigma/2n$, invece in equilibrio producono di più: $\sigma/(1+n) > \sigma/2n$ per ogni $n > 1$.

2. Il beneficio per la singola impresa generato dalla collusione cresce con n e diventa enorme per n grande. Per vederlo calcoliamo i profitti: $\pi_i(q_i^{eq}) = q_i^{eq}[\sigma - Q^{eq}] = \frac{\sigma}{1+n}[\sigma - \frac{n\sigma}{1+n}] = (\frac{\sigma}{1+n})^2$ mentre $\pi_i(q_i^*) = \frac{\sigma}{2n}[\sigma - \frac{\sigma}{2}] = \frac{\sigma^2}{4n}$ sicché per $n \to \infty$ abbiamo

$$\frac{\pi_i(q_i^*)}{\pi_i(q_i^{eq})} = \frac{(1+n)^2}{4n} \uparrow \infty$$

3. Non solo il profitto della singola impresa, ma anche i profitti *totali* in equilibrio tendono a zero per $n \to \infty$:

$$\sum \pi_i(q_i^{eq}) = Q^{eq}(\sigma - Q^{eq}) = \frac{n\sigma^2}{(1+n)^2} \downarrow 0$$

4. Il prezzo di equilibrio $p(q^{eq}) > c$ ma tende a c per $n \to \infty$:

$$p(q^{eq}) = a - Q^{eq} = a - \frac{n}{n+1}\sigma \downarrow a - \sigma = c$$

In conclusione. Le ultime due osservazioni mostrano che per n grande il mercato oligopolistico diventa essenzialmente un mercato competitivo. Le prime due dicono che le imprese sono in effetti in un "dilemma del prigioniero", che diventa sempre più severo per n grande. Questo lo vediamo in dettaglio nella sezione seguente.

6.4 Il dilemma del prigioniero del mercato oligopolistico

Supponiamo per cominciare che ci siano due sole imprese. Di fatto ognuna ha due scelte: cooperare, cioè produrre q_i^*; o defezionare, cioè produrre $b_i(q_{-i})$. Prendiamo $\sigma = 1$ per semplificare la lettura. Se entrambe cooperano sappiamo che il payoff è $\pi(q_i^*) = 1/8$. Se entrambe defezionano il risultato è l'equilibrio di Nash, dove $\pi_i(q_i^{eq}) = 1/9 < 1/8$. Dobbiamo calcolare il payoff non cooperativo di i se j coopera, cioè se i gioca $q_i^{DC} \equiv b_i(q_j^*)$. Sappiamo che $b_i(q_{-i}) = (\sigma - \sum_{j \neq i} q_j)/2$, dunque $q_i^{DC} = 3/8$, che dà $\pi_i(q_i^{DC}, q_j^*) = q_i^{DC}[1 - q_i^{DC} - q_j^*] = \frac{3}{8}[1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{4}] = \frac{9}{64} > \frac{1}{8}$. E per finire dobbiamo calcolare il payoff di j in questo caso: $\pi_j(q_i^{DC}, q_j^*) = q_j^*[1 - q_i^{DC} - q_j^*] = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{32} < \frac{1}{9}$.

In pratica abbiamo quattro valori:

$$\frac{9}{64} > \frac{1}{8} > \frac{1}{9} > \frac{3}{32}$$

Moltiplicando tutti per $64*9 = 576$ per facilitare la lettura questi diventano $81 > 72 > 64 > 54$ e il gioco è dunque il seguente:

	C	D
C	72, 72	54, 81
D	81, 54	64, 64

Come puoi facilmente controllare, è un dilemma del prigioniero. Il risultato ineluttabile è DD, cioè l'equilibrio di Nash che abbiamo trovato prima. Però, per concludere, c'è da chiedersi: ma allora come mai i Paesi OPEC si affannano a cercare di accordarsi a limitare la produzione di greggio, in pratica cercando di raggiungere il risultato cooperativo CC? La risposta è che giocano questo gioco *ripetutamente*, e in quel caso la cooperazione è sostenibile se le parti sono sufficientemente interessate ai benefici della cooperazione *nel tempo*. Di questo fondamentale argomento non ci possiamo occupare adesso.

Passiamo al caso di n imprese sul mercato (continuando a supporre $\sigma = 1$). Il "dilemma" diventa più severo perché i benefici dalla cooperazione crescono con n - a tal punto che $\pi_i(q_i^*)/\pi_i(q_i^{eq}) \to \infty$ - ma nella stessa misura cresce anche il vantaggio della defezione. Per vederlo precisamente: $b_i(q_{-i}^*) = (1 - \sum_{j\neq i} q_j^*)/2 = \frac{1}{2}[1 - \frac{n-1}{2n}] = \frac{1+n}{4n}$, sicché $\pi_i(b_i(q_{-i}^*), q_{-i}^*) = \frac{1+n}{4n}[1 - \frac{n-1}{2n} - \frac{1+n}{4n}] = (\frac{1+n}{4n})^2$ dunque

$$\frac{\pi_i(b_i(q_{-i}^*), q_{-i}^*)}{\pi_i(q_i^*)} = (\frac{1+n}{4n})^2 4n = \frac{(1+n)^2}{4n} \to \infty$$

6.5 Antitrust

Se le imprese colludono $Q^* = \frac{1}{2}\sigma < \frac{n}{n+1}\sigma = Q^{eq}$ e $p(q^*) = a - Q^* > a - Q^{eq} > p(q^{eq})$. Quindi quando le imprese colludono lo fanno a spese dei consumatori, nel senso che il loro surplus diminuisce. E poiché come abbiamo accennato accordi collusivi possono essere sostenibili fra imprese che interagiscono nel tempo, la legge specifica che sono vietati. D'altra parte per instaurare comportamenti collusivi non è quasi mai necessario depositare un contratto dal notaio: le imprese possono mandarsi "segnali" che implementano la collusione senza un contratto esplicito. E lì entra in gioco l'autorità di antitrust (cioè anti-collusione), che ha il non facile compito di contrastare comportamenti collusivi cercando prove della loro esistenza quando sospetta che siano in atto.

7 Cosa verrebbe dopo (i capitoli che non ci sono)

- Concorrenza monopolistica
- Incertezza ed utilità attesa

- games
- Economia dell'informazione: principal-agent model
- beni pubblici, esternalità fatti bene
- Interdipendenza dei mercati ed equilibrio generale competitivo

8 Esercizi

8.1 Equilibri competitivi di breve e lungo periodo

Esercizio 1. La curva di domanda di un mercato perfettamente concorrenziale è $q^D(p) = 2200 - 100p$. Ogni impresa ha accesso alla stessa tecnologia con funzione di costo totale

$$c(q) = 40q - 6q^2 + \frac{q^3}{3}.$$

Determina prezzo e quantità di equilibrio, la quantità prodotta da ciascuna impresa, e il numero n di imprese che operano nel mercato nel lungo periodo.

Esercizio 2. (a) Calcola il numero di imprese in equilibrio di lungo periodo nel mercato concorrenziale in cui imprese uguali hanno costo $c(q) = q^3 - 2q^2 + 4q$ e la domanda è $D(q) = 13 - q$. (b) Rifallo con domanda $D(q) = 6.1 - \sqrt{q}$. Qui il numero che viene dividendo quantità la domandata per la quantità prodotta da ogni impresa non è intero (giusto?). Quante imprese ci sono in questo mercato? Le imprese sul mercato fanno profitti? Rispondi senza calcolare l'equilibrio esplicitamente.

Esercizio 3. In un mercato concorrenziale ogni impresa funzione di costo $c(q) = 5q + q^2(q - 4)$. La funzione di domanda è $q^D(p) = 19 - p^2$. (a) Quante imprese ci saranno sul mercato in equilibrio di periodo lungo? (b) Supponi venga introdotta un'imposta del 10% sui profitti. Cosa cambia nel lungo periodo in equilibrio?

Esercizio 4. In un mercato competitivo ci sono quattro imprese uguali con costi $c_j(q) = 1 + q^2$. Il prezzo di domanda di mercato è $D(q) = a - q$. Determina l'intervallo di valori di a per i quali l'equilibrio esiste. (*Sugg.* $a \geq \ldots$)

Esercizio 5. La domanda di mercato è $D(q) = 3 - q$. Sul mercato ci sono due imprese $j = 1, 2$ con costi

$$c_j(q) = \begin{cases} 10(2 - j) & q = 0 \\ 10 + \frac{1}{j}q^j & q > 0 \end{cases}$$

(a) (Facile) Scrivi la funzione di offerta della seconda impresa. (b) (Difficile) Esamina anche la situazione della prima impresa e calcola prezzo e quantità di equilibrio sul mercato. (c) Considera più in generale la domanda $D(q) = a - q$, e determina i valori di $a \geq 0$ per i quali l'equilibrio esiste e la quantità scambiata in equilibrio è positiva.

Esercizio 6. Considera un'impresa j con costo

$$c_j(q) = \begin{cases} F + \frac{1}{2}q^2 & q > 0 \\ 0 & q = 0 \end{cases}$$

(nota che se non produce non paga costi fissi). (a) Scrivi la funzione di offerta $q_j^S(p)$ dell'impresa j e la funzione di offerta aggregata con n imprese uguali sul mercato, chiamala $q_n^S(p)$. Disegna quest'ultima. Sia adesso $q^D(p) = 1 - p$ la domanda di mercato del bene in questione. (b) Con n dato, determina i valori di F per i quali esiste un equilibrio, e per tali valori calcola prezzo e quantità di equilibrio p_n^{eq}, q_n^{eq} (*Sugg.* Devi guardare tutto dall'asse verticale). (c) Dato F, calcola il numero di imprese n^{eq} in equilibrio nel lungo periodo, indicando con $\lfloor n \rfloor$ il massimo intero $\leq n$ (per es. $\lfloor 3.2 \rfloor = 3$). (*Sugg.* Il prezzo di equilibrio con n imprese è $1/(1+n)$, che deve essere $\geq \sqrt{2F}$ che è il costo medio minimo. Quindi n^{eq} soddisfa $1/(1+n^{eq}) \geq \sqrt{2F}, 1/[1+(n^{eq}+1)] < \sqrt{2F}$). Disegna. (d) Prendi $F = 1/[2 \cdot (1.2 \cdot 36)^2]$ e calcola il surplus netto totale (consumatori più produttori). (*R.* ≈ 0.477)

Esercizio 7. Considera una economia composta da 2 consumatori, 2 imprese e due beni x e y. I due consumatori hanno funzione di utilità:

$$U_1(x, y) = xy, \qquad U_2(x, y) = x(y - 2),$$

e per entrambi il reddito è $m_1 = m_2 = 16$. Il bene y ha prezzo di equilibrio pari a $p_y = 2$. Le due imprese producono solo il bene x con funzioni di costo

$$c_1(x) = x^2, \qquad c_2(x) = 2x^2 + x$$

Assumi che consumatori ed imprese si comportino in modo perfettamente competitivo, cioè prendono i prezzi come dati nelle loro scelte. Determina il prezzo p_x tale da equilibrare domanda e offerta aggregata del bene x. (*Sugg:* la soluzione positiva dell'equazione di secondo grado $3p^2/4 - p/4 - 14 = 0$ è $p \approx 4.5$.)

Esercizio 8. Considera il mercato di un bene con domanda $q^D(p) = 600 - 50p$ ed imprese uguali con costo $c(q) = q^2 + 2q + F$, con $F = 16$ costo fisso che non può essere evitato nel breve periodo. (a) (Breve Periodo) Calcola prezzo, quantità e profitti individuali in equilibrio se sono presenti 20 imprese sul mercato (ricorda che nel breve periodo le imprese stanno sul mercato se il prezzo è maggiore dei costi medi variabili. *R.* $31/3 \approx 10.3, 250/3 \approx 83.3, 1.36$). (b) (Lungo Periodo) Calcola prezzo, quantità e numero di imprese in equilibrio di lungo periodo ($R.10, 100, 25$). Ci sono più imprese nel lungo periodo? Il prezzo è minore?

Esercizio 9. In un mercato perfettamente concorrenziale operano imprese identiche caratterizzate da una funzione di produzione Cobb-Douglas $q_j = (K_j L_j)^{1/2}$ per ogni impresa j. I prezzi dei fattori sono $r = 1, w = 4$. La quantità domandata è $D(p) = 300 - 5p$. (a) Analizza il mercato nel breve periodo, con 50 imprese presenti e $K_j = 4$ per ogni j. Ricorda che nel breve periodo anche se l'impresa non produce sopporta il costo del capitale fisso. Determina la funzione di offerta della singola impresa (quantità in funzione del prezzo), prezzo e quantità di equilibrio del mercato, nonché la quantità prodotta e il profitto realizzato da ciascuna impresa. (b) Considera adesso la possibilità di entrata e uscita di nuove imprese, assumendo che una impresa che non produce non sopporta costi fissi e ogni impresa che decide di entrare nel mercato può operare soltanto con $K_j = 4$. Calcola prezzo, quantità e numero di imprese nell'equilibrio di lungo periodo.

Esercizio 10. In un mercato competitivo il bene può essere prodotto con una tecnologia replicabile con funzione costo data da $c_j(q) = 4 + q^2$. La domanda di mercato è $D(q) = 11 - 0.03q$. Calcola, in equilibrio di lungo periodo: numero di imprese, prezzo di equilibrio, e quantità prodotta da ciascuna impresa e relativo profitto. (*Per controllare:* il profitto delle imprese sul mercato è ≈ 0.02, con rendimento sul costo del 2.4 per mille.)

Esercizio 11. Un mercato perfettamente concorrenziale è composto da N imprese identiche che operano con la curva di costo totale $c(q_j) = q_j^2 + 2q_j + F$, dove $F > 0$ sono i costi fissi (non recuperabili perché $c(0) = F$). La domanda di mercato è $D(p) = 600 - 50p$. (a) Trova il numero di imprese N^*in equilibrio di lungo periodo in funzione di F e usalo per determinare F tale che $N^* = 25$ (*R:* 16). (b) Assumi che nel breve periodo sia $N^* = 20$ (ricorda che qui per offrire una quantità positiva basta coprire i costi variabili perché $\pi(0) = -F$). Determina F tale che il profitto di breve periodo di ogni impresa sia uguale a 49/36 (*R:* 16).

8.2 L'equilibrio monopolistico

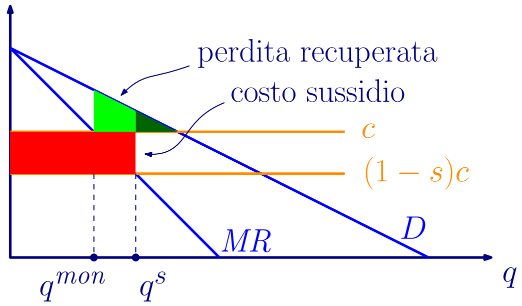
Esercizio 12. Un monopolista produttore del bene q ha costo $c(q) = q^2/2$ e domanda del bene $D(q) = 5 - q/2$. Calcola la perdita secca nell'equilibrio di monopolio.

Esercizio 13. Un monopolista ha curva di domanda $D(q) = 10 - q$ e costo totale $c(q) = 3q^2$. Calcola la perdita secca in equilibrio di monopolio.

Esercizio 14. Considera una impresa monopolistica con funzione di costo totale $c(q) = 10q$ e funzione di domanda $D(q) = 40 - q$. (a) Determina quantità e prezzo di equilibrio, surplus dei consumatori, surplus dei produttori e perdita secca. (b) Come cambiano quantità e prezzo di equilibrio se il governo introduce una tassa del 30% sui costi di produzione? Come varia il surplus dei consumatori? Il gettito della tassa è maggiore o minore dell'incremento di perdita secca? (c) Cosa succede se la tassa è una percentuale dei profitti?

Esercizio 15. Stesso discorso dell'esercizio precedente (e dell'esempio a pagina 15), con numeri diversi. Funzione di costo $c(q) = 0.1q^2$ e domanda $D(q) = 10 - 0.1q$. Si impone una tassa del 30% sul costo. Verifica che il gettito della tassa $G = 14.178$ e l'incremento di perdita secca $\Delta PS = 9.744 < G$.

Esercizio 16. Nel mercato opera un monopolista, costo di produzione $c(q) = cq$; il prezzo di domanda è $D(q) = a - bq/2$ con $a > c$ (prezzo di domanda a zero maggiore del costo medio). (a) Calcola la perdita secca, chiamala PS, (b) Supponi che allo scopo di aumentare la quantità scambiata e ridurre il prezzo si sussidi il monopolista alleggerendolo della frazione s del costo - cioè in modo che il suo costo diventi $(1 - s)c(q)$, assumendo $a > (1 + s)c$. Ricalcola la perdita secca, chiamala PS^s. (*Sugg.* Chiamando q^{mon}, p^{mon} la scelta di monopolio, la scelta con sovvenzione q^s, p^s si deriva come quella di prima con $(1-s)c$ al posto di c perché il reddito marginale non cambia e il costo marginale diventa $(1-s)c$; per ricalcolare la perdita secca tieni conto del fatto che la quantità efficiente non cambia, il costo marginale sociale rimane c) (c) Poni $a = 2c$ e calcola la frazione della perdita che si recupera, cioè $(PS - PS^s)/PS$, e verifica che se $s = 0.10$ la frazione è il 19%. (d) Sempre con $a = 2c$, per valutare l'intervento da un altro punto di vista calcola il costo del sussidio - che è $s \cdot c(q^s)$ - e chiamalo $\Gamma(s)$, e verifica che la riduzione di perdita secca è inferiore alla metà del costo del sussidio (cioè che $(PS - PS^s)/\Gamma(s) < 1/2$). La figura guida un po' nella risoluzione:



Esercizio 17. Un monopolista ha funzione costo $c(q) = q(1+q/2)$ e domanda $D(q) = 5 - 2\sqrt{q}$. (a) Disegna D, MR, MC. Calcola, in equilibrio, il ricarico sul costo marginale $\mu \equiv D(q)/MC - 1$ (risposta $\mu = 0.5$) e l'elasticità della domanda (risposta $\eta_D = 3$). (b) Spiega - brevemente - a parole qual è la fonte del problema del monopolio: perché il monopolista produce "troppo poco"? (c) Calcola approssimativamente la perdita secca (approssimando la curva con un pezzo di retta e $\sqrt{80} \approx 9$; risposta $1/4$). Calcola, sempre approssimando, la frazione di perdita secca rispetto al surplus totale (risposta $1/12$, cioè 8.3%).

Esercizio 18 (Monopolista con due impianti). Un monopolista ha domanda $p(q_1 + q_2) = 120 - 3(q_1 + q_2)$. Ha due impianti con costi $c_1(q_1) = 10q_1(1 + q_1), c_2(q_2) = 2.5q_2(24 + q_2)$. (a) Calcola q_1, q_2, p, π. Calcola anche indice di Lerner $(p - MC)/p$ ed elasticità della domanda in equilibrio. (b) Calcola la perdita secca, assumendo che ogni quantità è prodotta con $c_1'(q_1) = c_2'(q_2)$ (questo è possibile con $q \geq 2.5$, che assumiamo) (*Risposta* 31.5). (c) Calcola la funzione di costo totale $c(q) = c_1(q_1) + c_2(q_2)$, con $q = q_1 + q_2$ per $q \geq 2.5$.

Suggerimento per (b). Per calcolare la perdita secca ci serve la funzione di costo marginale MC. Poiché qualunque quantità (≥ 2.5) è prodotta con costi marginali uguali nei due impianti abbiamo $MC = MC_1 = MC_2$. Quindi: quanto produco a costo marginale $MC = 10$? Risposta: quanto produco nel primo impianto a costo marginale $MC_1 = 10$, più quanto produco nel secondo con $MC_2 = 10$. Ripetendo il discorso per ogni valore di MC, se ci pensi questo dice che

$$MC^{-1} = MC_1^{-1} + MC_2^{-1}$$

dove f^{-1} indica come sempre l'inversa di f. Nel grafico con MC_1 ed MC_2 questo dice che l'inversa di MC è la somma *orizzontale* delle due funzioni che vedi disegnate.

Nota su (c). Per studiare il problema della suddivisione della produzione nei due impianti in generale (cioè per qualunque $q \geq 0$) ci vogliono strumenti che noi non facciamo. Ma la condizione che si trova è molto naturale, e dice che in un punto di minimo costo: se puoi produci in entrambi gli impianti con $MC_1 = MC_2$; se non puoi usa un solo impianto, e a seconda del valore di q produci con $MC_1 < MC_2$ usando solo il primo impianto, oppure con $MC_1 > MC_2$ usando solo il secondo impianto. Nel nostro caso queste condizioni dicono che per $q > 2.5$ devi usare entrambi gli impianti e produrre con $MC_1 = MC_2$; se $q \leq 2.5$ devi usare solo il primo impianto (qui per nessuna q conviene usare solo il secondo impianto). Dunque la funzione di costo è quella che trovi nel punto (c) per $q \geq 2.5$, mentre per $q < 2.5$ sarà $c(q) = c_1(q) = 10q(1+q)$.

8.3 Esternalità

Esercizio 19. C'è più spazzatura per le strade che nei giardini delle case. Spiega la ragione riferendoti allo schema rivalità/escludibilità.

Esercizio 20. (a) Da cosa è caratterizzato il cosiddetto "monopolio naturale"? (b) Nella classificazione rivalità/escludibilità, in quale categoria emerge tipicamente il monopolio naturale (e perché)?

Esercizio 21 (Proprietà comune)**.** In una certa famiglia con 3 figli la madre compra spesso una confezione di 6 succhi di frutta, dice ne avete 2 l'uno, e ognuno si conserva un succo per il giorno dopo. Un giorno la confezione la porta il padre che non dice niente - tutti i succhi sono di tutti - e la confezione la sera è finita. Il peggioramento è evidente perché ognuno preferisce un succo per il giorno dopo. Cosa è successo? (La risposta non è "se non me la bevo col cavolo che domani la ritrovo").

Esercizio 22. Funzioni di domanda e offerta date da $q^D(p) = 160 - 2p, q^S(p) = 40 + 2p$. La quantità prodotta genera un costo esterno $c^{ext}(q) = .3q^2$. Determina quantità efficienti e di equilibrio.

Esercizio 23. Prezzi unitari di domanda e offerta in € dati da $p^D(q) = 100 - q, p^S(q) = 10 + q$ e costo esterno della quantità prodotta $c^{ext}(q) = q^2/2$. Determina la tassa Pigouviana t che ristabilisce l'equilibrio, e calcola la perdita di surplus dovuta all'esternalità in valore assoluto e come percentuale del surplus ottenuto con la quantità efficiente.

Esercizio 24. Prezzo di domanda $p^D(q) = .5 - .0064q$, costi marginali privati e sociali rispettivamente $MC^{priv}(q) = -.357 + .0573q, MC^{soc}(q) = -5.645 + .6509q$. Calcola la perdita di surplus dovuta all'esternalità.

Esercizio 25. Come sopra (senza MC negativi) quando il prezzo di domanda è €$/quintale$ e costi marginali sono con q misurata in Kg.

Esercizio 26 (Bernheim-Whinston)**.** Quantità misurata in $1000 ton/anno$. Ci sono 200 imprese uguali con costo $c_j(q) = 500q_j + q_j^2$. Il costo esterno della quantità prodotta da un'impresa è $c^{ext}(q) = 100q_j + q_j^2$. La quantità domandata è $q^D(p) = 150000 - 100p$, prezzo in Euro. Calcola la perdita di surplus in €$/anno$ e in percentuale rispetto al surplus ottenuto con quantità efficiente. (*R.* La perdita è $6M$€$/anno$, e il surplus massimo $13.5M$€$/anno$; in percentuale siamo al 44.4%. *Sugg.* Consdera che dato che ogni impresa produce $q_j = q/200$ si ha $CM^{soc}(q) = CM_j^{soc}(q/200)$)

Esercizio 27 (Esternalità & Perdita Surplus, Modica-Tesoriere)**.** Due imprese producono lo stesso bene. La produzione della prima influenza negativamente il costo della seconda linearmente, con intensità $0 \leq \alpha \leq 1/6$:

$$c_1(q_1) = \frac{q_1^2}{2} \quad c_2(q_2) = \frac{q_2^2}{2} + \alpha q_1$$

Nota che la produzione della prima impresa rappresenta un costo fisso per la seconda. La domanda del bene è $p^D(q) = 1 - q$, dove $q = q_1 + q_2$. Il surplus totale $W(q_1, q_2)$ è l'area sotto la domanda meno i costi. L'area sotto la domanda è $q - q^2/2$ (è $= \int_0^q (1-x)dx$ ma disegna, la puoi calcolare come triangolo più quadrato) quindi

$$\begin{aligned} W(q_1, q_2) &= q_1 + q_2 - \frac{(q_1+q_2)^2}{2} - \frac{q_1^2}{2} - (\frac{q_2^2}{2} + \alpha q_1) \\ &= q_1(1-q_1) + q_2(1-q_2) - q_1(q_2 + \alpha) \end{aligned}$$

Calcola, in funzione di α: le quantità in equilibrio competitivo $q_1^{eq}(\alpha), q_2^{eq}(\alpha)$ e il relativo surplus $W^{eq}(\alpha)$ (devi calcolare l'offerta totale, le quantità prodotte in equilibrio e sostituire in W; devi anche controllare che per $\alpha \leq 1/6$ entrambe le imprese producono in equilibrio); le quantità $q_1^{eff}(\alpha), q_2^{eff}(\alpha)$ che massimizzano W e il surplus massimo $W^{eff}(\alpha)$; la differenza fra le quantità totali $q^{eff}(\alpha) - q^{eq}(\alpha)$ (*R.* $-\alpha/3$ negativa, in equilibrio si produce troppo); la perdita relativa di surplus $L(\alpha) = [W^{eff}(\alpha) - W^{eq}(\alpha)]/W^{eff}(\alpha)$ causata dall'esternalità. Verifica infine che L è crescente per $0 \leq \alpha \leq 1/6$ e calcolane il massimo (*R.* $\approx 3.2\%$).

Esercizio 28. Usare un'automobile dà utilità ma se la usano tutti c'è congestione e l'utilità scende. Sia x_i la distanza percorsa dal signor i ed x_{-i} la distanza media percorsa dagli altri. Ogni i ha la stessa utilità $u(x_i, x_{-i}) = 10x_i - x_i^2 - 2x_{-i}$. (a) Calcola l'utilità ottenuta da ogni individuo se ognuno ignora l'esternalità (R: 15). (b) Calcola l'utilità ottenuta da ognuno se ognuno tiene conto del fatto che anche gli altri fanno la stessa cosa. (R: 16) (c) Calcola la tassa t sull'unità di distanza percorsa che garantisce l'utilità in (b) senza bisogno che ognuno tenga conto di ciò che fanno gli altri. (R: $t = 2$)

Esercizio 29. (a) Mercato competitivo, domanda $D(q) = 9 - q^2$ per $q \leq 3$, zero per quantità maggiori; costi privati $c_p(q) = 4q^2$ (costo marginale sempre maggiore o uguale al costo medio). Con q si produce la sostanza inquinante z secondo la relazione $z(q) = \gamma q$ con $\gamma = 19/4$, e il costo di questa esternalità è $c_e(z) = z$. Calcola la tassa Pigouviana t che rende la quantità di equilibrio di mercato (con la tassa) uguale alla quantità socialmente efficiente q^{eff}. (b) La risposta in (a) è $t = \gamma$, ci potevi arrivare quasi senza calcoli. Illustra come graficamente.

8.4 Oligopolio: il modello di Cournot

Esercizio 30. Questo esercizio ha lo scopo di dimostrare che la quantità aggregata di Cournot massimizza una media ponderata di benessere sociale e profitti aggregati. Supponi domanda lineare $D(q) = a - bq$ e funzione di costo lineare $c(x) = cx$ (costo marginale costante). (i) Data una quantità sul mercato Q calcola il benessere sociale in funzione di Q. Definisci questa funzione $W(Q)$. (*Sugg.* Il benessere sociale è la differenza tra benessere del consumatore e costo totale di produrre Q.) (ii) Trova Q_n che massimizza $(1 - 1/n)W(Q) + \Pi(Q)/n$, dove $\Pi(Q)$ è il profitto aggregato. (iii) Calcola la quantità aggregata di equilibrio di Cournot con n imprese simmetriche ed argomenta che questa è uguale alla quantità trovata al punto (ii). (iv) (Un po' più difficile) Assumendo sempre funzione costo lineare, dimostra che il punto (iii) è vero per una generica funzione di domanda $D(q)$. (Assumi che le condizioni del secondo ordine siano verificate.)