TYPES DE DEROULEMENTS DE SEQUENCES
ET LA FORMATION PROFESSIONNELLE DES PROFESSEURS DES ECOLES

Bendeko Mopondi[1]

Résumé.

La phase de l'observation dans la formation professionnelle des enseignants ne fait aucun doute. Le protocol et sourtout la définition du concept d'observation demande entre autres choses l'identification des schémas d'apprentissages des enseignants. Les critères d'identification de ces schémas devraient permettre de rentrer dans un déroulement donné de la séance pour une observation pertinente, notamment des concepts didactiques.

Le travail de la description des séances sur la propositionalité, des deux enseignants des pays différents mais des niveaux de classe équivalents. Trois scémas sont mis en évidence: le schéma qui donne une place importante au travail en commun (résolution ou correction de problémes) privilégiant le jeu de questions-réponses. Le schéma qui donne une place importante aux productions d'éléves privilégiant le débat sur celle-ci. Le schéma où les deux précédents se retrouvent avec dominance de travail en commun (correction de problémes).

Riassunto.

La fase di osservazione nella formazione professionale degli insegnanti non è messa in discussione. Il protocollo e soprattutto la definizione del concetto di osservazione chiede tra l'altro l'identificazione degli schemi di apprendimento degli insegnanti. I criteri di identificazione di questi schemi dovranno permettere di rientrare in un dato svolgimento della seduta per una pertinente osservazione, specialmente di concetti didattici.

Il lavoro della descrizione delle sedute sulla proporzionalità, di due insegnanti di paesi differenti ma di livelli di classe equivalenti. Tre schemi sono messi in evidenza: lo schema che da un posto importante al lavoro in comune (risoluzione o correzione di problemi) privilegiante il gioco delle domande-risposte. Lo schema che da un posto importante alle produzioni degli allievi privilegiante il dibattito su quelle (domande-risposte). Lo schema dove i due precedenti si ritrovano con dominanza di lavoro in comune (correzione di problemi).

[1] Ancien Assistant Temporaire d'Enseignement et de Recherche (ATER), Institut Universitaire de formation des maîtres (IUFM) du Nord - Pas de Calais, Centre de Gravelines. ATER, IUFM de Bretagne, Site de Rennes. Membre associé au Laboratoire de Didactique des Sciences et des Techniques (LADIST), Université de Bordeaux 1.

INTRODUCTION

Les résultats des travaux de Didactique, notamment des Mathématiques, intéressent les formateurs des ceux qui sont appelés à enseigner de la maternelle à l'Université. En particulier les enseignants de la maternelle et de l'école primaire qu'on appelle en France Professeurs des Ecoles (PE). Ces résultats s'enracinent et s'expliquent mieux à partir de ce qui se passe dans la classe. Il se fait que dans une séquence plusieurs méthodes d'enseignement identifiées par les pédagogues sont mises en oeuvre (méthode interrogative, méthode active, la maïeutique, ...). En allant d'une classe à l'autre on peut avoir l'impression d'avoir affaire à un même déroulement, une même organisation des actions. Si selon l'organisation l'enseignant passe facilement d'une méthode à l'autre ou répète la même méthode d'une action à l'autre, il ne semble pas évident d'utiliser dans ces conditions les résultats de la didactique qui demandent eux un contexte précis pour qu'ils prennent du sens. Leur utilisation impose une contrainte en plus qui est celle de la caractérisation d'un déroulement de séquence. C'est cette caractérisation qui permettrait de distinguer les déroulements et de repérer les dysfonctionnements éventuels. Elle irait jusqu'à poser la question de la légitimité pour le maître de passer d'un déroulement à l'autre dans une même séquence.

J'essaierai dans ce travail de répondre à la question: qu'est-ce qui, au-delà des méthodes d'enseignement, permet de caractériser un déroulement donné de séquence ? Pour le faire je vais recourir aux transcriptions des séquences sur la proportionnalité[2] dont quelques extraits sont en annexe. Les séquences ont été réalisées par deux enseignants différents du Cours Moyen deuxième année, CM2 (10-11 ans) et niveau équivalent, sixième primaire (12-13 ans). Ils sont dans deux systèmes scolaires différents; l'enseignant du CM2 est dans le système français et celui de 6ème primaire dans le système zaïrois. Je vais désigner par la classe A, la classe du système français (CM2); la classe B, celle du système zaïrois (6ème primaire).

L'analyse des transcriptions peut être vue sous plusieurs aspects comme par exemple le rôle de l'enseignant. Ce qui m'intéresse pour ce travail sont les explications données par l'enseignant ou les élèves. C'est dans l'explication que je vais chercher ce qui différencie deux déroulements. Cela suppose un travail de définition de l'explication, d'identification du contexte dans lequel l'explication se réalise et de description de la façon dont elle se réalise. J'aurai aussi besoin des explications comme outil de travail dans la suite des travaux pour me prononcer sur la bonne utilisation des concepts de didactique dans la formation des Professeurs des Ecoles. C'est ce qui explique la publication d'un premier travail sur "les explications en classe de mathématiques" dans la revue Recherches en Didactique des Mathématiques (1995) dont les références sont à la bibliographie.

I. DESCRIPTION DES ENSEIGNEMENTS

1.1. Description des enseignements dans la classe A (1982-1983)

<u>*Séance n° 1.*</u>

A la première séance, le maître introduit l'enseignement de la proportionnalité par une ***activité de recherche***. Il propose dans un tableau la recette du gâteau à l'ananas. Il donne ***les proportions pour 4 personnes : 8 tranches d'ananas ; 200 g de farine ; 240 g de beurre ; 12 g de levure ; 160 g de sucre ; 6 oeufs ; 100 g de sucre à caramel.***

---

[2]Les transcriptions sont celles réalisées dans le cadre de la thèse d'Université de Mopondi (1992), Rôle de la compréhension dans l'apprentissage: notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre, Bordeaux1.

Il demande de trouver la recette du gâteau pour 6, 10, 28 personnes. Il ajoute à la consigne: "Vous êtes autorisés à ajouter, sur la colonne personnes, les nombres qui vous sont utiles pour trouver ce que vous cherchez."

Le commentaire de fin de consigne montre bien que les élèves ont déjà rencontré de telles situations. Le maître suppose que *les élèves peuvent s'en sortir avec les connaissances qu'ils ont* et les fait travailler par groupe.

En regardant les données de la situation, notamment celles de la colonne personnes, on constate que tous les nombres sont pairs ; les rapports de 4 avec 6 et 10 sont non entiers (6 et 10 ne sont pas des multiples de 4) ; le rapport de 4 avec 28 est entier (28 est un multiple de 4). Dans le tableau, 28 est le dernier nombre pour lequel il faut calculer les proportions.

Après un *moment de travail de recherche par groupe*, le maître organise une *mise en commun des travaux des élèves* pendant laquelle le représentant de chaque groupe est invité à *exposer, présenter le travail de son groupe.*

Lors de son passage au tableau, le représentant d'un groupe dit : *nous ne sommes pas arrivés à trouver ce qui est demandé (il écrit au tableau ce qu'ils ont fait dans le groupe :*
6 x 8 = 48; 6 x 200 = 1200 ; 6 x 240 = 1440 ; ...).

La réponse donnée par ce représentant montre bien que le groupe reconnaît qu'il n'a pas réussi. *Le maître exploite cette reconnaissance de l'erreur pour ouvrir une* ***discussion entre les élèves*** *par la question suivante* : **Pourquoi avez-vous fait 6 x 8 ?** "... Elève d'un autre groupe: trouver 48 tranches pour 6 personnes est invraisemblable car si pour 4 personnes on a besoin de 8 tranches d'ananas, pour 8 personnes on aura besoin de 16 tranches d'ananas.
Donc si pour 8 personnes on a besoin de 16 tranches d'ananas, on ne peut avoir besoin de 48 tranches pour 6 personnes. M: **dans quel cas aurais-tu fait 6 x 8 ?** Elève du groupe dont le représentant est au tableau: dans le cas où les 8 tranches étaient pour une personne. Elève d'un autre groupe : on peut trouver pour une personne. M : **comment tu as fait pour trouver pour une personne ?** Cet autre élève reste sans réponse. M : **le 2ème groupe ?**
E: comme 6 est égal à 4 + 2, nous avons décidé de trouver pour 2 ; deux étant la moitié de 4:
2; 4; 100; 120; 6; 80; 3; 50. pour 6 : 8 + 4 = 12; 200 + 100 = 300; 240 + 120 = 360;
12 + 6 = 18; 160 + 80 = 240; 6 + 3 = 9; 100 + 50 = 150.
Elève d'un autre groupe: Nous avions dit qu'il ne fallait pas faire l'addition ou la soustraction. Parce qu'on doit changer à chaque fois. ..."

Les réponses et les réactions des élèves montrent *qu'ils ont déjà travaillé la décomposition en facteurs ou en termes et les opérateurs* (additif, soustractif, multiplicatif, divisif).

Le fait que les nombres soient pairs et que 28 soit placé à la fin du tableau a favorisé la décomposition comme procédure de résolution. Cela n'a pas empêché les élèves d'utiliser les opérateurs (les multiples) comme moyen de preuve dans la discussion.

Le *rôle du maître* dans la discussion se limite à *poser des questions* pour faire avancer la *discussion entre les élèves*. Aucune réponse n'est utilisée pour enseigner. Les questions portent sur la *justification d'un faux calcul*, le *contexte* qui donne du se*ns* à ce faux calcul et la *procédure* de résolution.

Par leur réaction, pour montrer ou prouver que le calcul est faux, les élèves *établissen*t la relation logique entre les *résultats* et *conditions de réalisation* de la situation proposée, donc la relation entre les résultats et les connaissances qui *fonctionnent implicitement* dans la situation en présence. Ils *rappellent* aussi par leur réaction ce qui était convenu de ne pas faire. On a ici l'explication comme moyen de preuve d'un faux calcul et moyen de rappel d'un interdit.

Ayant constaté que les élèves arrivent à établir ce lien, le maître pose la question de conditions de réalisation de la situation dans le contexte des calculs donnés: **dans quel cas aurais-tu fait 6x8 ?**

Dans cette première séance, les efforts du maître sont allés essentiellement dans le sens de favoriser l'établissement des liens logiques entre les résultats des calculs faits par les élèves et les conditions de réalisation de la situation proposée, qui suppose un fonctionnement implicite de connaissances (décomposition , opérateurs, encadrement).

Il est parti pour cela de travail de groupe et de l'exploitation de fausses réponses à l'occasion de la mise en commun qu'il a organisée.

Séance n°2.

A la deuxième séance, il continue le travail de mise en commun commencé à la première séance. Il demande aux représentants des groupes restants d'exposer ce qu'ils ont fait pour trouver la recette pour 6 personnes. "... M-L : je cherche pour une personne (elle écrit au tableau): 1; 2; 50; 60; 3; 40. M: **comment tu as fait pour trouver 1?** M-L: j'ai pris la moitié de 2. M: **fais un petit calcul au tableau.**

M-L: 2 4 100 (c'est ce qu'elle met comme calcul au tableau)

-1 ↓

1

M: -montre que cet opérateur (-1) ne convient pas pour tous les nombres. Il met au tableau:

2 1

-et pose la question: **comment je passe de 1 à 2 et inversement?**

...

M: e**st-ce-que ces opérateurs** (en parlant d'opérateurs multiplicatif et divisif) **conviennent pour tous les nombres ?** ES: oui. ..."

Commençons par faire remarquer que le calcul de M-L au tableau ne traduit pas ce qu'elle a déclaré comme procédure et dont le résultat est écrit au tableau. Le maître exploite uniquement la procédure écrite au tableau ; il n'établit pas le lien entre ce qui est dit et ce qui est écrit. Contrairement à son attitude de la première séance où il était question de justifier, il demande aux élèves de *décrire* leurs procédures. Il montre, en *rappelant* le contexte dans lequel il a parlé d'opérateurs qui marchent à tous les coups, que la procédure au tableau est fausse.

L'explication est ici un moyen pour le maître de *rappeler* ou *replonger* les élèves dans le contexte de ce qui a été dit ou fait. Il établit dans ce rappel le lien entre la *procédure* de l'élève et les *connaissances* mathématiques, qui sont les opérateurs.

Dans ce que les élèves ont fait pour trouver la recette pour 10 personnes, le maître *exploite* des *bonnes procédures* pour établir le *lien d'efficacité* entre elles. Il met pour cela en évidence les aspects "*commodité*" et "*rapidité*" de ces procédures dans la résolution de la situation proposée. Après un travail de recherche de groupe, il fait la mise en commun des travaux des élèves.

Il commence par *recenser* des procédures des élèves : "... M: **trouvez les proportions pour 10 personnes**. E1: je multiplie les proportions de 2 personnes par 5, parce que 10 = 2 x 5. E2: comme 10 = 4 + 6, pour trouver les proportions pour 10 personnes, je fais la somme des proportions pour 4 personnes et 6 personnes. E3: il faut prendre deux fois les proportions pour

4 personnes pour avoir les proportions pour 8 personnes. Donc les proportions pour 10 personnes sont égales aux proportions pour 8 personnes plus les proportions pour 2 personnes. E4: pour avoir les proportions pour 10 personnes, il faut prendre les proportions pour 6 personnes plus 2 fois les proportions pour 2 personnes. E5: pour avoir les proportions pour 10 personnes, il faut prendre les proportions pour 6 personnes plus une fois les proportions pour 4 personnes. ..."

A partir de cette liste de procédures, il met ensuite en évidence les aspects rapidité et commodité de ces procédures dans la résolution du problème. "... M: **puisque vous faites 4 fois 1, est-ce que vous ne pouvez pas trouver une autre méthode pour trouver les proportions pour 10 personnes** ? E6: je multiplie les proportions pour une personne par 10.

M: **est-ce qu'il n'y a pas une méthode plus rapide pour trouver les proportions pour 28 personnes**? E6: on part de 1. M: **qu'est-ce qui est plus commode pour vous?** ES: c'est le 1. ..."

Par l'établissement de ce lien d'efficacité, le maître montre les *limites* des procédures de résolution. L'explication est ici un moyen pour lui de montrer les *avantages* ou les *inconvénients* des moyens de résolution.

Séance n°3.

A la troisième séance, le maître présente cette fois dans un tableau la recette du gâteau aux prunes. Par rapport à la première situation, il change essentiellement la colonne personnes ; il met ***5 et 11 à la place de 10 et 28***. Il introduit ainsi des nombres impairs et rend les rapports de 4 avec ces nombres non entiers.

Après que les élèves eurent travaillé individuellement, le maître fait la mise en commun des travaux. Il essaie de *favoriser l'interaction entre les élèves;* il les met dans les conditions leur permettant des *jugements sur ce qu'ils font*. De cette façon, il commence le travail de *transfert de responsabilité de l'apprentissage*. "... M: **on fait la correction au tableau. Qui passe ?** Nathalie : j'ai calculé pour 2 personnes et pour 3 personnes pour avoir les proportions pour 5 personnes. M: **comment tu as fait pour 3 personnes ?** Nathalie : 3 est la moitié de 6 (elle se met à calculer). M: **c'est bien. Le suivant**. Daphné : pour 6 personnes, j'ai pris la moitié de 4. 6 personnes = 4 personnes + 2 personnes. Pour 5 personnes, 5 c'est 6 moins 1 et j'ai fait (elle se met à calculer). Un élève : on a dit que l'opérateur moins n'est pas bon ! M : **qui a fait autrement ?** Un élève: 1200 : 4 = 300. Pour 2 personnes, ça fait 600 et pour 6 personnes ça fait 300 + 600 = 900. M: **est-ce juste ?** ES: non. M: **qui peut bien faire?** Rouan : je me suis dit qu'en trouvant pour une personne, je vais tout trouver. Mais... je ne suis pas arrivé à le trouver. M: met ça au tableau: 4 1. **Qu'est-ce qu'on a dit pour le passage de 4 à 1 et inversement ?** M-L: il faut diviser par 4 et multiplier par 4. M: c'est ça qu'il fallait faire ! Qui a trouvé pour 11 ? ..."

Dans cette interaction entre les élèves, comme ils ont des difficultés à trouver la bonne procédure ou à faire des calculs, le maître rappelle encore une fois de plus le *contexte* dans lequel il a parlé d'opérateurs qui conviennent pour montrer que les procédures utilisées sont fausses et surtout pour aider l'élève Rouan qui n'arrive pas à faire ses calculs.

Séance n°4.

Après avoir proposé des problèmes sous forme de *tableau* avec plusieurs grandeurs en jeu, le maître propose à partir de la quatrième séance des problèmes sous forme d'*énoncé littéral* où *2 grandeurs* seulement sont en jeu.

Il continue le travail de transfert de responsabilité de l'apprentissage commencé à la troisième séance. Il crée dans les interactions les *conditions* de *présentation* des différentes procédures produites, particulièrement de la procédure la plus efficace (celle du passage par l'unité), de *jugement par les élèves* de leurs productions (procédures de résolution et résultats) et de la *remise en question* de la notion de proportionnalité. Les élèves par le jugement s'entraînent à établir des liens logiques entre ce qu'ils trouvent et les conditions de réalisation de la situation proposée. Les liens entre les connaissances se font en jugeant les procédures et surtout en remettant en question la proportionnalité; cela par l'établissement des liens entre les mathématiques et la réalité, c'est-à-dire par l'identification des situations de proportionnalité.

Les élèves travaillent le problème suivant: ***une automobiliste consomme 8 litres d'essence pour faire 100 km. Quelle sera sa consommation pour faire 300 km, 500 km, 450 km, 375 km?*** Le maître n'a pas eu à expliquer quelque chose. Seuls les élèves ont expliqué ce qu'ils ont fait, c'est-à-dire ils ont décrit leurs procédures de résolution. le maître a seulement *favorisé* l'interaction entre les élèves.

Après un moment de travail personnel, le maître fait la mise en commun. Les élèves passent chacun à leur tour au tableau exposer ce qu'ils ont fait. Le maître pose des *questions* pour avoir le *jugement* des autres élèves sur ce qui est fait au tableau et *recenser* les procédures des élèves. "... M: **on va corriger au tableau. Qui veut passer?** E1: 8 l pour faire 100 km; 32 l pour faire 300 km; 64 l pour faire 500 km; ...M: **qu'est-ce que vous pensez?** ES: c'est faux. M: **qui peut corriger ?** ... M: **le suivant.** Le 3ème élève résout le problème. **C'est bien. Qui a fait autrement ?** ..."

L'explication a consisté à la *description* par les élèves des procédures de résolution au moment de la mise en commun. Les élèves *formulent* ce qu'ils ont fait.

Séance n°5.

Le maître propose 3 problèmes :

1. Il faut 120 grammes de café pour faire 8 tasses de café.

a) Quel poids de café faut-il pour faire 3 tasses ?

b) Avec 285 grammes de café, combien peut-on faire de tasses ?

2. Pour remplir 7 boîtes, il a fallu 133 bouchées au chocolat et 224 dragées. Combien faut-il de bouchées et de dragées pour garnir 11 boîtes ?

3. Un rouleau de fil de cuivre de 5m pèse 390 grammes. Quelle serait la longueur d'un rouleau du même fil pesant 1170 grammes ? Combien pèserait un rouleau de 2 m ?

Les problèmes ont pris 3 séances. Les élèves ont eu à travailler un problème par séance. Pour le premier problème, le maître est intervenu à trois moments pour *expliquer* ou *aider* les élèves en difficulté.

La première intervention est survenue au moment de la recherche. Lorsque le maître constate que personne n'y arrive, il arrête la recherche et rappelle ce qu'il faut faire. Il *donne l'information* qui permet de continuer la recherche: *il dit de faire le tableau de proportionnalité*. Expliquer ici c'est rappeler le *support* à utiliser pour continuer le travail. "... M: **allez-y**. ES: si vous pouvez mettre 4 à la place de 3 tasses ? M: **Non**. Les élèves se mettent à chercher. Le maître regarde ce qu'ils font. Après avoir fait le tour de la classe, il se rend compte qu'ils ne savent pas faire. Il arrête le travail et explique pour toute la classe. M: **si on se rappelle ce qu'on avait dit avant les vacances ...** ES: de faire le tableau. M: **si vous n'y arrivez pas, faites un tableau. Allez-y**. Les élèves reprennent le travail. ..."

La deuxième et la troisième intervention sont survenues au moment de la mise en commun. Pour les élèves qui n'arrivent pas à faire leurs calculs, il *rappelle comment ils ont travaillé dans les séances précédentes* pour qu'ils se souviennent des opérations à faire. "... M : **qui passe au tableau pour le premier problème ?** E1:

Tasses	Poids de café (en g)
8	120
3	.
.	285

J'ai voulu trouver pour 1 tasse, je ne suis pas arrivé à le faire.

x8 ↓	8	120	↓ x8
	1	.	

M: **comment on fait pour passer de 8 à 1 ?** ES: on divise par 8. E1 l'écrit au tableau. ... E3: j'ai fait et ce n'est pas juste. 3 fois quelque chose égale à 120 (3 x quelque chose = 120). M: **8 multiplié par combien égale 120 (8 x ? = 120) ?** Les élèves cherchent puis disent: par 15.
M : **écrit : 8 ------ x15 ------> 120. Dit: cet opérateur là s'appelle une application.** ..."

Dans la mise en commun, le maître donne à tous les élèves l'occasion d'exposer ou de décrire ce qu'ils ont fait. Il les aide à l'occasion par ses explications et surtout profite de ce travail de recensement des procédures pour institutionnaliser certaines notions, notamment la notion d'application. Pour le deuxième problème il est intervenu à trois moments :
- *au moment de la recherche*: lorsqu'il remarque que les élèves ne s'en sortent pas, il donne l'information qui permet de continuer à chercher. Il leur demande de faire le tableau.
- *Au moment de la mise en commun*: lorsqu'il constate que personne n'y arrive, il résout le problème en utilisant la procédure de la règle de trois. Par cette résolution, le maître explique la procédure de la règle de trois. Expliquer ici c'est résoudre le problème posé; montrer comment on résout un problème. "... M: **on corrige** (il met le tableau au tableau) :

Boîtes	Chocolats
7	133
11	?

Quel est le nombre de boîtes qui me permettrait de trouver vite pour 11? E1 : tâtonne et dit successivement 14,..., 4,..., 5,..., 1. M: **est-ce que si j'ai un nombre je peux toujours trouver 1?** E1: oui. A partir de 1 on peut trouver tous les nombres, parce que tous les nombres sont les multiples de 1. M: **très bien. Comme tous les nombres sont les multiples de 1, il faut trouver pour 1**. ..."
- *Au moment de l'institutionnalisation* : lorsqu'il constate que les élèves ne comprennent pas sa déclaration d'institutionnalisation de la proportionnalité, il illustre ce qu'il a déclaré par un exemple. Expliquer ici c'est *illustrer* par un exemple une déclaration faite. "... M: **c'est bien. Quand on a 2 ensembles des nombres dans un tableau tel que le fonctionnement soit le même, on dit qu'on a des nombres proportionnels. Et le tableau est un tableau de proportionnalité. Pour la proportionnalité il faut la multiplication et la division. Pas la soustraction et l'addition.**
Les élèves ne comprennent pas ce qu'il a dit sur la soustraction et l'addition.
M: **je prends une situation où le nombre d'huîtres mangées par des personnes est égal au nombre de personnes plus 4.**

Personnes	**Huîtres**
9	**13**
12	**16**
10	**14**
6	**10**
18	**22**
3	**7**

S'il y avait proportionnalité, le nombre d'huîtres pour 12 personnes pourrait être trouvé à partir du nombre d'huîtres pour 9 et 3 personnes.

12 = 9 + 3

20 = 13 + 7

Dans le tableau il y a 16 huîtres pour 12 personnes. S'il y avait proportionnalité, comme 12 est le double de 6, 16 devrait être le double de 10. Or ce n'est pas le cas. ..."

Dans la mise en commun, c'est le maître qui est beaucoup intervenu. Il a expliqué ce qu'il fallait faire et surtout institutionnalisé la proportionnalité. Pour le troisième problème, il est intervenu une fois au moment de la mise en commun pour donner l'information permettant de continuer les calculs. Il dit de multiplier par 15. Expliquer ici c'est *indiquer* l'opération à faire pour continuer les calculs. "... M: **on corrige.** ... E4: j'ai fait avec 1 après j'ai été bloqué.

	5	390	
: 5 ↓	.	1170	↓ : 5
	1	78	

M : **trouver pour 1170.** E5: il faut multiplier par 3 (x 3). E6: il faut multiplier par 15 (x 15). E7: il faut multiplier par 1170 / 78. M: **il faut multiplier par 15**. ..."

Dans la mise en commun, c'est par *l'anticipation* que le maître a amené les élèves à exposer leurs procédures. Il pose des questions: **est-ce que je peux avoir un ordre de grandeur? Qui sera le plus gros ? Combien de mètres, directement?**

Séance n°8.

Après le travail d'institutionnalisation de l'application et de la proportionnalité, de la mise en évidence de la nécessité de trouver pour l'unité et d'opérateurs multiplicatif et divisif, le maître propose des problèmes qui permettent d'établir le lien logique entre la notion de proportionnalité enseignée et les situations de la réalité de chaque jour. Il fait un travail de *remise en question* par les élèves du savoir enseigné. Pour cela, il propose trois problèmes à résoudre :

1. Un enfant mesure 115 cm à 10 ans. Quelle sera sa taille à 20 ans ?

2. Un bateau met 3 jours pour faire le Havre - New-york. Combien mettront 3 bateaux qui naviguent à la même vitesse et qui partent en même temps ?

3. Deux ouvriers mettent 4 jours pour creuser un fossé. Combien de temps mettra une équipe de quatre ouvriers qui travaillent à la même vitesse ?

L'interaction entre lui et les élèves montre que ces derniers séparent nettement, notamment dans le premier problème, les mathématiques de la réalité. Ils sont quand même arrivés à constater qu'il y a des choses qui ne sont pas proportionnelles. Dans les problèmes 2 et 3 il a été surtout question des liens entre connaissances. Les élèves ont constaté qu'on peut dans un problème de proportionnalité avoir un rapport constant (application identique) ou un rapport inverse. Deux interventions du maître ont marqué cette interaction :

- la première intervention : c'est au moment où il demande le point de vue des élèves sur les réponses données au premier problème. Il montre par cette question qu'un *contrôle* de ses productions est nécessaire. Expliquer ici c'est établir le lien entre le savoir enseigné et la réalité ; convertir le savoir enseigné en situation réelle. "... M: **on fait la correction au tableau. Prenons le premier problème. Quelle sera sa taille à 20 ans ?** ES: 2,30 m. M : **et à 30 ans ?** ES: 3,45 m. M: **et à 40 ans ?** ES: 4,60 m. M: **qu'est-ce que vous pensez de ces résultats ?** E1 : c'est juste. Mais en réalité ce n'est pas vrai. E2: c'est de mathématique mais pas de la réalité. E3: on ne grandit pas toujours de la même manière. E4: il y a des choses qui ne sont pas proportionnelles. M: **en fait, il y a des choses qui ne sont pas proportionnelles. A ce moment, il faut répondre ...** ES: non. ..."
- La deuxième intervention : c'est au moment où il réalise en classe le déplacement selon le problème n°2. Il montre concrètement ce qui dans le problème peut ou non changer. Expliquer ici c'est illustrer par une réalisation de la situation. "... M: **le deuxième problème. Combien de jours ?** ES: 9 jours (majorité) ; 3 jours (minorité). M: **je vais me déplacer avec deux élèves d'un bout de la classe à l'autre bout au même moment et en étant ensemble. Tu vas regarder ta montre (il s'adresse à un élève) pour dire le temps mis par chacun de nous.** E1: chacun de nous a mis 30 secondes. M: **chacun de nous a mis 30 secondes. Et les 3 bateaux doivent mettre combien de jours ?** ES: 3 jours. ..."

Séance n°9.

Comme l'enseignement de la proportionnalité était fait dans la perspective d'introduire les applications linéaires, après avoir institutionnalisé l'opérateur application et montré la nécessité de trouver ce qui correspond à l'unité, le maître propose à partir de la neuvième séance des situations de reproduction (agrandissement ou rapetissement) permettant de travailler l'opérateur application, l'image de l'unité.

Il propose à la neuvième séance un travail sur la fabrication de puzzle. Il leur donne la consigne suivante : **vous allez fabriquer des puzzles semblables à celui que vous aurez, ils seront plus grands, de façon qu'aux 4 cm du côté rouge du modèle correspondent 7 cm sur votre reproduction. Vous allez ensuite reconstruire le puzzle avec les pièces que vous aurez réalisées.**

Après un travail de recherche par groupe, le maître fait la mise en commun. Cette mise en commun des résultats des élèves a montré que c'est au moment de la *reconstitution* du puzzle que les élèves ont remis en question leurs procédures de calcul. La discussion sur ces procédures a fait que les élèves se rendent compte, après manipulation, de ce que le maître leur avait dit sur l'opérateur additif. Il en a profité pour mettre en évidence la recherche de ce qui correspond à l'unité ; il a encadré ce qui était écrit au tableau.

On peut lire l'explication du maître au moment de la consigne et de la mise en commun. Après avoir donné la consigne, il demande aux élèves de poser des questions. Elles ont porté sur les données et les transformations des données, c'est-à-dire sur les liens entre les données de la consigne. Par ses réponses, le maître a fait un commentaire sur les données. Expliquer ici c'est commenter les données d'une consigne. "... M: **vous avez le droit de poser des questions.** E1: donne d'autres mesures. M: **non. Tout est agrandi de la même manière.** E2: il y a plusieurs manières de transformer 4 en 7 ? M : **pas de réponse. Allez-y**. ..."

A la mise en commun, il demande à un membre de chaque groupe de passer au tableau, l'un après l'autre, expliquer ce qu'ils ont fait. Pour un élève qui était bloqué au tableau, il donne l'information lui permettant de finir ses calculs. Il dit de transformer en millimètre. Expliquer ici c'est indiquer la transformation à faire pour permettre de continuer le travail. "... E4: nous nous sommes dit : 7 = (4x2)-1 ;   4 ---- (4x2)-1 ---- > 7. Comme ça ne marchait pas, nous avons suggéré de faire comme dans le gâteau.

	4	7
: 2 ↓		↓ : 2
	2	.

mais 7 ne se divise pas par 2. M: **passe au millimètre.** Et l'élève E4 le fait. M: **encadrons ça: 1cm ---->1,75cm.** ..."

On peut lire aussi l'explication des élèves au moment de la mise en commun. C'est lorsqu'ils *décrivent* ce qu'ils ont fait (voir l'élève E4) et *montrent* ou *donnent la preuve* que la réponse d'un collègue est fausse. "... M: **continuez à chercher. Le groupe 2.** E2: nous avons remarqué que c'était un carré ; 11 cm de côté. Nous avons ajouté 3 comme ceux du premier groupe. Elève d'un autre groupe: ce n'est pas possible. Car d'un côté on ajoute 3 et de l'autre côté on ajoute 9.

4 cm + 2 cm + 5 cm = 11 cm
+3 +3 +3 +9
7 cm + 5 cm + 8 cm = 20 cm. ..."

<u>Séance n°10.</u>

Les élèves ayant compris par la manipulation la nécessité de trouver ce qui correspond à l'unité, le maître propose à la dixième séance quelques exercices de maîtrise sous forme de tableau dans lesquels la recherche de ce qui correspond à l'unité s'impose. Il demande aux élèves de trouver ces agrandissements :

1)modèle	***agrandissement***	***; 2) modèle***	***agrandissement***
9 cm	***11 cm***	***5 cm***	***11 cm***
7 cm	***?***	***9 cm***	***?***

Les élèves ont utilisé plusieurs procédures de résolution parmi lesquelles figurent

- *la procédure de passage par l'unité*

"5	11 = 11/1	11 n'est pas divisible par 5 (il écrit 11= 11/1).
9	99/5	
1	11/5 "	

- *la procédure de la recherche de l'application*

" je cherche à passer de 5 à 11:

5	11

9 19,8 ."

Il y a eu explication du maître au moment de la mise en commun. Lorsque chaque élève passe au tableau exposer ce qu'il a fait, une façon pour lui de recenser toutes les procédures des élèves, un élève n'arrive pas à continuer ses calculs. Il lui donne un certain nombre d'informations lui permettant de terminer son travail.

"...

E2 : ↑ 9 11 ↓

+ 2 + 2

7 13

M : **est-ce juste ?** ES: non. M : **essayez de passer par l'unité**. E2 essaie et déclare : je ne sais pas faire la division de 11 par 9. M: **écrit 11 sous forme d'une fraction.** E2 s'exécute. M: **trouve la fraction équivalente avec 11 au dénominateur.** E2 le fait. M: **fais la même chose avec 9.** E2 le fait. M: **divise alors par 9**. E2 le fait. M: **c'est bien.** ..."

Un élève au tableau, au moment de la mise en commun, a été obligé de donner des détails sur ses calculs pour permettre aux autres élèves de suivre. Expliquer est en fait ici donner des détails ou faire un commentaire de qu'on fait. "... E3: 11 : 5 = 2,2. Les autres élèves : pourquoi ? E3: je cherche à passer de 5 à 11 :

5 ------ x2,2 ------> 11

9------ x2,2 ------> 19,8

M : **ça c'est très intéressant comme méthode !** ..."

<u>Séance n°11.</u>

Après ces exercices de maîtrise, il propose à la onzième séance un problème de manipulation où il donne carrément l'image de l'unité. Il faut dire que jusque là ce sont les élèves qui cherchaient l'image de l'unité. En plus de cela, l'image de l'unité qu'il donne est un nombre à virgule. L'objectif est de maîtriser les calculs avec les nombres non entiers et surtout de donner du sens aux opérations qu'ils font avec les nombres à virgule et les fractions. Il propose le problème suivant aux élèves (il commence par dire: on va maintenant travailler avec les nombres décimaux): ***vous allez faire un panneau décoratif avec cette pièce (il la dessine au tableau). Je voudrais que vous l'agrandissiez de telle manière qu'à 1 cm correspondent 3,5 cm (il fait le tableau)***

modèle	***reproduction***
1 cm	***3,5 cm***
2,5 cm	**.**
1,6 cm	**.**
4,8 cm	**.**

Avant de commencer à chercher, les élèves ont dit que c'est facile parce qu'on a donné pour 1. Après le travail individuel, le maître organise la mise en commun. Chaque élève passe au tableau exposer ce qu'il a fait. Après que deux élèves sont passés, il fait remarquer ou soulève le problème de sens à donner aux opérations. Il donne ensuite l'information nécessaire. Le travail sur le sens va conduire à l'écriture des nombres à virgule sous forme des fractions.

"... M : **vous n'avez pas appris à faire l'application. Vous ne savez pas aussi faire le calcul entre deux décimaux (2,5 x 3,5). 4 x 3, ça a un sens pour vous ?** ES: oui. M: **4,5 x 3, ça a un sens pour vous ?** ES: oui. M: **12/4 x3, ça a un sens pour vous ?** ES: oui. M: **2,5 x 2,5, ça a un sens pour vous ?** ES: non. M: **chaque fois que l'opération n'a pas de signification**

pour vous il ne faut pas la faire. Alors il faut trouver à ce moment là un autre moyen. Je vous donne un moyen: si vous essayez de transformer en fraction ? ES: oui. ..."

C'est à l'occasion de ce débat sur le sens qu'il institutionnalise ce qui va être appelé "*unité*". Il dit: **pour l'entier, l'intermédiaire est 1; avec un on va tout trouver. Pour une fraction, l'intermédiaire 1/10, pour ce cas. Pour les décimaux, on passe par les fractions décimales, l'intermédiaire est 1/x.**

<u>*Séance n°12.*</u>

Le maître consacre la douzième séance au travail sur le sens des opérations. C'est un exercice de contrôle. Il demande de trouver ces reproductions :

1°

modèle	***reproduction***
4 cm	***11 cm***
5/7 cm	***?***

2°

modèle	***reproduction***
1	***3,5***
1/10	***.***
1/100	***.***
1/1000	***.***

Après un travail de recherche personnel, le maître organise la mise en commun. Chaque élève passe au tableau exposer son travail. Le premier élève n'arrive pas à faire la transformation en fraction. Il dit d'abord ce qu'il faut faire et rappelle ensuite ce qu'il a institutionnalisé. De cette façon, il lui explique ce qu'il faut faire. "... M: **au tableau. Le premier exercice.** E1: comment faire pour passer à une fraction ? M: **si on connaît pour 1/7 il sera facile de passer à 5/7 ; quand il y a des nombres entiers, on passe par 1; quand il y a une fonction, on passe par 1/x (1 sur le nombre).** ..."

<u>*Séance n°13.*</u>

Après avoir fait comprendre aux élèves en faisant la manipulation la nécessité de trouver ce qui correspond à l'unité, le maître leur fait faire des exercices de recherche de ce qui correspond à l'unité, leur explique le sens à donner aux opérations avec des nombres non entiers et institutionnalise ce qui est appelé unité. Il propose, pour introduire les applications linéaires, des situations d'*anticipation* sur les agrandissements et rapetissements des bateaux appelés "optimist". Par ces anticipations les élèves vont découvrir qu'il suffit de connaître l'image de l'unité pour trouver ce qui est demandé. Il va définir l'application linéaire comme étant l'image de l'unité.

Après avoir expliqué le bateau qui s'appelle optimist ; le maître dessine un optimist au tableau (il va l'appeler modèle) et donne les mesures de quelques dimensions : hauteur de la coque : 3,3 cm ; étrave : 5,3 cm ; bôme : 14 cm ; mât : 17,7 cm; hauteur du pavillon: 1,7 cm; côté du pavillon: 4 cm. Il dessine un autre optimist au tableau (il va l'appeler reproduction du modèle) et demande aux élèves de donner les mesures du nouvel optimist.

C'est un travail de recherche d'un minimum d'informations permettant de calculer les mesures du nouvel optimist de façon à établir la proportionnalité. Les élèves posent des questions et dans cette interaction avec le maître, cet dernier donne le minimum d'éléments qu'il faut pour qu'ils se mettent au travail. Il a donné la mesure du mât (17,7cm ----> 26,55cm).

L'explication est essentiellement au niveau de la consigne. Par le jeu de questions et réponses, il y a eu définition de termes et établissement des liens minimums entre les données de la consigne. "... E: ce n'est pas un agrandissement? M: **qu'est-ce qu'un agrandissement?** E1: on change des mesures; on les met un peu plus grandes. M: **le jeu consiste à me dire les mesures du nouvel Optimist. Vous avez le droit de poser des questions. Quelles questions allez-vous poser?** E2: hauteur du mât et de la coque? M: **est-ce que vous pensez que si je donne seulement la mesure du mât, vous pouvez trouver d'autres mesures?** E3: de combien as-tu rapporté le modèle dans le dessin? Si tu as rapporté par exemple 2 fois, ça va nous permettre de trouver les autres. E4: dis-nous pour 1 cm. E5: l'image d'un nombre là-bas (il parle des mesures que le maître a données). M: **si je vous donne l'image de 1 est-ce que vous pouvez trouver d'autres images?** ES: oui. E6: il suffit de donner l'image d'une mesure. M: **je donne la mesure du mât: 26,55 cm.** ...."

<u>Séance n°14.</u>

A la quatorzième séance, les élèves ont fait des exercices de recherche d'un minimum d'informations. Le maître donne deux dessins de l'optimist et pose la question : **Qu'est-ce que vous voulez que je vous donne comme renseignements pour savoir si c'est proportionnel ?** Dans l'interaction qu'il y a eu entre lui et les élèves, ils réclament la mesure de 1 cm ; il a préféré donner pour les deux dessins les mesures du côté du pavillon [2,6 cm (dessin n° 1) ; 3 cm (dessin n° 2)].

Après que les élèves ont fait tous les calculs, au moment de la mise en commun, il provoque une discussion sur la façon de voir que c'est proportionnel. Les élèves pensent à mesurer avec la règle. Pour eux, c'est par le mesurage qu'on peut donner la preuve que c'est proportionnel. Expliquer ici c'est vérifier les mesures de l'objet et justifier la déclaration sur la notion mathématique, la proportionnalité. "... M: **trouvez les mesures de ces 2 dessins.** Les élèves calculent, à partir des images de 1, les mesures de ces 2 dessins. M: **qui passe au tableau ?**

E4 :

	Dessin n°1	Dessin n°2
Côté du pavillon	2,6 cm	3 cm
Hauteur de la coque	2,21 cm	2,55 cm
Mât	11,505 cm	13,275 cm
Hauteur du pavillon	1,105 cm	1,275 cm
Bôme	9,1 cm	10,5 cm
Etrave	3,38 cm	3,9 cm

M: **le moment est arrivé de voir...** ES: si c'est proportionnel. M: **en utilisant quoi?** ES: la règle. En mesurant ils ont identifié le dessin qui était proportionnel au modèle et celui qui ne l'était pas. M: **c'est bien.** ..."

<u>Séance n°15.</u>

Après ces deux séances sur la recherche du minimum d'informations, le maître, comme le travail est sur l'anticipation, donne à la quinzième séance le modèle et les 6 reproductions (il les affiche au tableau). Il donne également quelques mesures du modèle et une mesure de ces 6 reproductions.

	Modèle	***C***	***F***	***A***	***D***	***B***	***G***
Bôme	***14 cm***						
Mât	***17,7 cm***						
Côté du pavillon	***4 cm***						
Hauteur du pavillon	***1,7 cm***						

Etrave	***5,2 cm***	***3,9***	***6,5***	***1,3***	***4,88***	***3,48***	***7,8***
Hauteur de la coque	***3,4 cm***						

Le travail pour les élèves consiste à distinguer, sans mesurer, la reproduction pour laquelle il va donner une autre mesure. Il dit par exemple: "l**a mesure du côté d'un pavillon est de 3,76 cm ; de quel bateau il est question ?"**

Pour répondre à la question, les élèves procèdent par élimination, cherchent la règle qui permet de passer d'une reproduction à une autre (parce qu'ils sont convaincus que c'est proportionnel) et trouvent à la seizième séance, qui est la suite de la quinzième, qu'il suffit de trouver l'image de 1. Ils constatent en plus que "*l'image de 1 c'est pareil que l'application*."

Dans cet exercice d'anticipation, les élèves expliquent comment ils ont fait pour identifier la reproduction. Ils décrivent tous le travail de comparaison fait pour retrouver la reproduction. Expliquer ici c'est décrire le processus qui permet d'identifier. "... M: **la mesure du côté d'un pavillon est de 3,76 cm ; de quel bateau il est question ?** E1 : D.
M: **pourquoi D ?** E1: dans le modèle, c'est 4 ; c'est plus petit que le modèle. Après, on peut partir de l'étrave; comparer l'étrave avec le côté du pavillon. M: **c'est bien de comparer les étraves.**
E1 : étrave

Modèle	C	D
5,2	3,9	4,88

Il y a une grande différence entre 5,2 et 3,9. Cela ne peut pas être C. M: **C et D sont comment par rapport au modèle ?** E1 : plus petits : C < D. L'étrave est un peu proportionnelle au côté du pavillon.. 4--- -4mm --->3,76 ; 5,2 --- -4mm --->4,88. Il y a conservation des différences. Donc D est la réponse. ..."

Dans la suite de l'interaction, le maître pose une question qui rend inefficace la procédure d'identification. Il montre par cette question les points faibles de cette procédure de comparaison. Expliquer pour lui c'est montrer les limites de la procédure trouvée. "... M : **si on demande la longueur du mât de D, c'est à peu près 4 cm ?** E1: sans réponse. M: **est-ce qu'il n'y aurait pas un moyen à coût sûr pour le dire ?** ..."

Séance n°17.

La dix-septième séance a porté sur le rangement de reproductions. Le maître remet les mesures de ces 6 reproductions au tableau et amène une autre reproduction. Il dit : **je vous dis que la bôme de cette reproduction mesure 11,8 cm. Est-ce que vous pouvez placer cette reproduction dans ce tableau ?** Les élèves réclament l'image de 1 et dès que cela est donné le travail devient facile.

C'est dans cette séance que le maître pose la question de "**qu'est-ce que l'application?**" Les élèves répondent: "*c'est l'image de 1*". Expliquer pour les élèves c'est définir la notion ; c'est établir le lien entre le savoir "*application*" et une étape d'une procédure de résolution "*l'image de 1*"; c'est convertir le savoir "application" à l'image de 1.

1.2. Description des enseignements dans la classe B (1988-1989)

Séance n°1.

Le maître commence la première séance par rappeler, à travers des exercices présentés oralement les notions d'opérateurs multiplicatif et divisif (il introduit à l'occasion les termes d'agrandissement et rapetissement.); les tables de multiplication et de division. Il présente certains nombres aux élèves (100, 150, 200, 500); après les avoir écrits au tableau, il livre les élèves à l'exercice qui consiste à les rendre autant de fois plus petits ou plus grands. "... M: **je voudrais rendre 100 deux fois plus petit, qu'est-ce que je fais ?** E1 : diviser par 2. M: **vous êtes d'accord?** ES: oui. M : **je voudrais rendre 200 quatre fois plus grand, quelle opération je vais effectuer ?** E2 : multiplication. ..."

Le maître commence par rappeler oralement la façon de faire l'opération et l'opération à faire. Il y a là un travail de description orale de ce qu'il faut faire et d'identification de ce qui est fait. Il fait ensuite la présentation des calculs faits oralement au tableau et les fait observer, c'est-à-dire il fait la description des opérations qui ont amené à ces calculs. "... M: **c'est bien. Je vais dans une alimentation, je vais acheter 4 kg de riz. Qui peut me donner le prix courant?** E5: 4000 Zaïres (4000 Z). Les autres murmurent. M: **est-ce qu'on peut l'acheter à ce prix?** ES: non. E6: 200 Z. M: **prenons 200 Z (il met ce prix au tableau). Alors pour 8 kg combien je vais payer?** ES: silence. M: **c'est facile!** E7: 400 Z. M: **vous êtes d'accord avec lui ?** ES: oui. M: **observez: nous nous trouvons en face de 4 grandeurs:**

4 kg -----------> 200 Z
8 kg -----------> 400 Z

Qu'est-ce j'ai fait pour passer de 4 à 8 ? Ai-je rendu 4 plus grand ou plus petit ? E8: plus grand. M: **de combien?** E8: 2. M: **j'ai augmenté 4 de 2; qu'est-ce que j'ai fait de l'autre côté?** E9: vous avez augmenté de 2 fois. ..."

Il conclut ce travail de présentation des calculs et d'observation par une institutionnalisation des grandeurs directement proportionnelles. Cela s'est fait par désignation. Après cette description, il déclare : "... M: **nous arrivons à une observation. Quand le nombre de kg augmente, le prix augmente aussi. Ce sont les grandeurs directement proportionnelles** (et il met ce titre au tableau: Grandeurs directement proportionnelles). ..."

Nous voyons là tous les efforts du maître de rappel, de présentation et de description qui l'ont amené à parler des grandeurs directement proportionnelles. Après cette désignation, le maître fait directement le contrôle de sa formulation institutionnelle. Comme il le dit: **Vous allez me dire pourquoi on appelle ça directement proportionnelle.** Il propose trois exercices sous forme de tableau qu'il décrit par le jeu de questions-réponses :

Premier exercice :	*1ère grandeur*		*2ème grandeur*
	1 sac de ciment	*pèse*	*50 kg*
	3 sacs de ciment	*pèsent*	*150 kg*

"... M : **de 1 à 3, la 1ère grandeur est devenue combien de fois plus grande ?** E10: 3 fois plus grande. M: **alors la 2ème grandeur, combien de fois ?** E11: 3 fois plus grande. M: **donc nous avons la 1ère grandeur 3 fois plus grande, il faut que la 2ème grandeur devienne 3 fois plus grande. Lorsque nous parlons de grandeurs directement proportionnelles, ça veut dire que lorsque la 1e grandeur devient 2, 3 fois plus grande, la 2e grandeur devient aussi 2, 3 fois plus grande. ...** Troisième exercice :
M: **on peut aussi diminuer** (il écrit au tableau)

1ère grandeur		*2ème grandeur*
100		*40*
200	*2 fois plus grande*	
50	*2 fois plus petite*	
800	*8 fois plus grande*	

En partant de 100, nous avons rendu la proportion 2 fois plus grande, de l'autre côté qu'est-ce que nous aurons ? E19: 80. M: **vous faites le reste au brouillon.** ..."

Expliquer pour le maître ici c'est: rappeler les opérations et la façon de faire les opérations; décrire la façon de faire les opérations; présenter la façon de faire les opérations; faire observer la présentation des opérations; désigner ce qui est fait. L'explication est donc pour le maître l'acte d'enseigner ou l'objet d'enseignement.

Séance n°2.

Après avoir fini la correction du 3ème exercice ci-dessus, le maître introduit les fractions à titre de rappel. Cela, nous dit-il à voix basse, pour aider la simplification de la règle de trois. Donc après la désignation des grandeurs directement proportionnelles, il travaille la procédure de résolution connue, standard, qui est l'algorithme de la règle de trois.
Il commence par travailler les calculs à faire dans l'exécution de la règle de trois. Notamment la simplification de fractions . "... M: écrit au tableau: 1) 16 x 7/ 4 ; 2) 18 x 25/ 15 ; 3) 25 x 18/50 ; 4) 20 x 27/9 ; 5)35 x16/42. **Vous avez déjà vu cette façon d'écrire. Comment on appelle ça?** E10: fraction. M: **je peux aussi calculer sans me donner beaucoup de peine de multiplier; comment je fais ?** E11: en divisant 16 par 4. M: **en divisant 16 par 4, qu'est-ce qu'on fait ? le terme le plus simple c'est quoi ?** E12: on simplifie. M: **en divisant par 4 on a** (il le fait au tableau). **Au tableau ?** E13 fait le 2ème exercice. M: **c'est juste ?** ES: oui. M: **le suivant**. ... M: **en divisant les 2 membres par le même nombre on simplifie.** ..."

Expliquer pour le maître ici c'est résoudre les exercices, simplifier les fractions, et désigner ce qui est fait.
Il travaille ensuite les différentes étapes de l'exécution de la procédure de la règle de trois à travers la résolution d'un problème qu'il met au tableau en disant : **Simplifiez.**
2 kg de manioc donnent 900 g de farine. Que donnent 25 kg de manioc ?

Après avoir lu le problème, il commence la résolution par la mise en évidence des données du problème. Il pose la question: **Qu'est-ce qu'il y a dans le problème?** Les élèves répondent : 2 kg, 900 g, 25 kg. Il enchaîne par l'explication du processus. "... M: **lorsque nous allons raisonner pour passer de 2 kg à 25 kg, nous devons d'abord connaître quoi?** E16: la quantité que donne 1 kg. M: **nous savons que 2 kg donnent 900 g. Alors la ligne qui suit, qu'est-ce que nous écrirons ?** E17: 25 kg donnent ... . Le maître répète ce que E17 a dit et demande qui sont d'accord avec lui. Les élèves disent personne. E18: 1 kg donne ... M: **1 kg donne combien ?** E19: 1kg donne ... Les autres élèves murmurent. E20: 450 g. M: **la forme!** (il tient au respect de le présentation). E20: 1 kg donne 900g/2. M: **comment trouver ce que donnent 25 kg ?** E21: ce que donne 1 kg on le multiplie par 25. M: écrit au tableau: 25 kg donnent 900gx25/2. Et dit: **arrivée là, on peut maintenant résoudre ...qu'est-ce qu'on fait là?** E22: on va simplifier. M: **par ... .** E22: par 2. Le maître fait la simplification au tableau. ..."

Après l'explication du processus, le maître fait observer la disposition, la présentation des calculs :

2 kg donnent 900 g
1 kg donne 900/2 g
25 kg donnent 900 x 25/2

"...

2 kg
M : regardez dans cette colonne ici 1 kg , toutes les unités sont de

25 kg

même nature ; de l'autre côté la même chose. Vous suivez ? ..."

A la fin il amorce la règle de fonctionnement de la règle de trois. "... M: **pour y arriver, on met d'abord ce qu'on connaît; pour arriver à 25 kg, nous avons trouvé ce que donne l'unité. Nous avons donné la fraction. Il n'est pas interdit de trouver la réponse** (en parlant de l'unité). **Mais nous avons préféré garder la fraction pour simplifier à la fin.** ..."

L'explication de la règle de trois par le maître passe par la résolution d'un problème. Pour lui, expliquer la règle de trois c'est : ressortir les données chiffrées du problème; décrire le processus de résolution; faire observer la présentation des calculs ; formuler la règle de fonctionnement. Une fois de plus, il accomplit par l'explication l'acte d'enseignement.

Il donne directement des exercices, problèmes, pour contrôler l'application du processus de résolution de la règle de trois qu'il vient d'expliquer. Il commence par des problèmes présentés sous forme du dispositif donné. Les élèves ont eu à compléter ce qui manque. Un des problèmes proposés :

7 fûts contiennent 350 l de bière
1 fût contient ...
5 fûts contiennent....

Il insiste sur le fait de ne pas faire la division pour ce qui concerne 1 fût; la valeur correspondante à 1 fût doit être exprimée sous forme fractionnaire (350/7 l). Il insiste aussi sur la simplification avant de multiplier ou diviser.

Il propose ensuite un problème pour lequel les élèves doivent appliquer le dispositif expliqué. Ce qui est spécifique au problème est qu'il y a un nombre à virgule. ***Une automobile consomme 25,5 l d'essence pour un parcours de 300 km.. Quelle est la consommation pour un parcours de 160 km ?.*** Ils ont eu des difficultés à le résoudre. Ils sont restés jusqu'à la fin de la leçon. Dans l'application du processus de résolution, c'est plus le contrôle du strict respect de la règle du fonctionnement que l'explication. Il rappelle quand même avant la résolution d'un problème le processus de résolution, notamment la disposition. A propos du problème de l'automobile : "...
M : **lisez**. (Un élève lit, le maître répète et demande de copier le texte). **Pour le moment, c'est la solution qu'il faut me montrer. Ce qu'on cherche, on le met toujours à droite. Ceci pour ne pas semer de confusion. Qui peut me donner la 1ère ligne ?** ..."

<u>Séance n°3.</u>

Il commence par l'institutionnalisation de la procédure de la règle de trois. Il résout d'abord des problèmes où il montre quand c'est nécessaire de passer par l'unité (lorsqu'il n'y a pas de multiples) et quand ce n'est pas nécessaire (lorsqu'il y en a). "... M: **avant de corriger le devoir, je vais mettre les nombres que nous allons faire ensemble; parce que hier nous avions eu des problèmes à résoudre.** Il et des problèmes au tableau:

1) 3 cahiers coûtent 60 z. Combien coûte un cahier ?
2) En 3 heures un piéton parcourt 15km. Combien parcourt-il en 6 heures ?
3) 8 crayons coûtent 72 z. Combien coûtent 3 crayons ?

... M : **je pense là... tout le monde a compris. On peut passer au problème n°2. Qui peut le lire ?** E4 lit le problème. **Une autre personne ?** E5 le lit. Il le lit lui-même et demande aux élèves s'ils connaissent le piéton. Tous ont dit oui. **Nous avons ici 3 et nous avons 6, on peut remarquer que l'un d'eux est le multiple de l'autre.** ... M: **si 6 est multiple de 3, on va**

écrire 3 là-bas: 6 heures = 3 x .. On va multiplier 3 par .... E9: par 2. M: écrit: 6 h = 3 heures x 2. **Combien de fois plus qu'il a fait ?** E10 : 2. M: **6 étant multiple de 3, nous pouvons aussi dire que s'il fait 6 heures là-bas, il fait 2 fois plus de trajet**. Il demande à un élève de dicter ce qu'il doit écrire: *en 3 h il parcourt 15 km; en 1 h il fera 15/3 km. en 6 h il fera 15/3 x 6 = 30.* M: **qu'est-ce qu'on fait d'abord ?** E11: on simplifie par 3. Le maître fait la simplification et pose la question: **vous êtes d'accord avec moi qu'il a fait 2 fois plus?** ES: oui. M: **3ème problème, lisez?** Un élève lit. **Relisez encore?** Un autre élève lit et lui-même. **Je souligne encore 8 et 3**. **Peut-on dire que 8 est le multiple de 3?** E12: non. M: **8 n'est pas le multiple, donc nous ne pouvons calculer directement le prix de 3 crayons à partir du prix de 8 crayons. Pour 6 et 3 oui. Dans ce cas nous devons passer par le prix d'un crayon. Quelle sera la 1ère ligne?** E13: 8 crayons coûtent 72 Z; 1 crayon coûte 72/8 Z; 3 crayons coûtent 72/8 Z x 3 = 27 (Il dicte et le maître écrit au tableau). M: **y- a-t-il possibilité de simplifier?** ES: oui. Il désigne un élève. M: **on simplifie par... (silence). C'est difficile à résoudre?** ES: non. M: **ce que nous venons de faire s'appelle la règle de trois.** ..."

L'explication du maître est le rappel de la règle de fonctionnement du processus de résolution et la communication de la condition qui nécessite le passage par l'unité. Il conclut ensuite en disant: ce que nous venons de faire s'appelle la règle de trois. C'est l'aboutissement d'un processus d'institutionnalisation qui a commencé à la 2ème séance. On peut voir à travers les deux séances les efforts d'explication du maître pour enseigner cette règle de trois. Il a expliqué le processus de résolution de la règle de trois: il a d'abord travaillé la simplification d'une expression fractionnaire; ensuite expliqué le processus et fait observer la disposition; enfin annoncé la règle de fonctionnement.
Il a distingué les cas où il est nécessaire de passer par l'unité de ceux où cela n'était pas nécessaire. Il conclut en disant que dans les 2 cas on a à faire à la règle de trois.

Séance n°4.

Après l'institutionnalisation de la règle de trois, de la 4ème séance à la 8ème, le maître a travaillé les problèmes de partage, notamment les partages inégaux. Il a regardé les problèmes où il y a à calculer deux parts inégales et plus de deux parts. Il a aussi regardé les problèmes où une part est un multiple de l'autre et une part est une fraction de l'autre.

Il a travaillé dans ces problèmes la notion de partage, il a surtout insisté sur l'idée de trouver pour une part; la notion de multiple; la notion de fraction, l'accent a été mis sur la recherche et l'écriture de la fraction de l'unité. Les problèmes de partages inégaux ont fourni un contexte où la règle de trois pouvait trouver une application, notamment dans les problèmes où une part est un multiple de l'autre. Ils ont aussi permis d'introduire l'écriture fractionnaire de l'unité et l'utilisation de la règle de trois dans le cas de fractions. C'est à la 7ème séance que le maître travaille les problèmes de partages inégaux où une part est un multiple de l'autre. Il évoque la règle de trois comme moyen de résolution dans le problème suivant : ***2 tonneaux contiennent ensemble 450 litres. Le grand contient quatre fois plus que le petit. Quelle est la contenance de chacun ?*** "... M: **voyez le problème au tableau, qui peut le lire**. Un élève le lit. **Relis encore ?** Un autre élève le lit. **Bien. Il y a combien de tonneaux?** E4: il y a 2 tonneaux. M: **est-ce que les 2 tonneaux ont la même grandeur?** ES: non. M: **il y a un petit et un grand. On dit que le grand contient 4 fois plus que le petit; nous devons faire les parts, combien de parts nous allons donner au petit tonneau ?** E5: une part.

M: écrit au tableau :
1 part
/-----/ : petit tonneau. **Le grand, combien de parts aura-t-il ?** E6: 4 parts. M : **nous allons donner au grand 4 parts et ces 4 parts doivent être comment ? Les mêmes que la petite**. Il écrit au tableau :
1p 1p 1p 1p
/-----/-----/-----/-----/. M : **ensemble pour 2, combien de parts avons-nous ?** E7: 4 parts. M: **mais c'est visible! comment tu me dis 4 parts ! le suivant?** E8: 5 parts. M: **pour les 2 nous avons 5 parts. Pour le résoudre nous pouvons passer par la règle de trois. 5 parts égalent?** E9: 450 l. M: il écrit au tableau: 5 parts = 450 l et pose la question: **qu'est-ce que nous cherchons maintenant?** E10: une part. M: **1 part, comment la trouver?** E11: 450 l diviser par 5. M: il écrit au tableau: 1 part = 450/5 et di: nous pouvons aussi trouver directement la réponse. E11: 90 l. M : **après cela qu'est-ce que je vais chercher?** E12: 2. M: **est-ce que quelqu'un a besoin de deux parts ici? On nous a parlé de combien de parts ici?** E13: 1 part, 4 parts. M: **les 4 parts reviennent à qui?** E13: au grand tonneau. M: **au grand tonneau exactement; alors qu'a-t-on fait pour trouver les 4 parts?** E14: fois 4. M: écrit au tableau: 90 l x 4 =360 l et pose la question: **comment faire la preuve?** E15: 90 l + 360 l. M: écrit au tableau: 90 l + 360 l = 450 l. **Bon, 2 parts c'est 1 et 4, êtes-vous d'accord avec moi en disant que 4 est le multiple de 1 ?** ES: oui. ..."

L'explication du maître a d'abord consisté à l'analyse du problème (les données, les liens entre les données, la présentation des données); ensuite au rappel du processus de résolution de la règle de trois ; enfin à la preuve des résultats trouvés.

C'est en parlant des problèmes où une part est une fraction de l'autre, à la 8ème séance, que le maître introduit l'écriture fractionnaire de l'unité. Dans la résolution du problème: ***Deux garçons pèsent ensemble 63kg. Le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre. Combien pèse chacun?*** on a : "... M: **qui pèsera le moins?** E11: le 2ème. M: **on dit le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre!** E12: le 2ème. M: **ça c'est vrai le 2ème!** ES: oui. M: **relis encore le problème? un élève le relit. Qui pèsera moins, le 1er ou le 2ème?** E13: le 2ème. M: **le 2ème ! Le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre, c'est que vous ne comprenez pas le problème!** E14: le 1er. M: **notre unité est égale à combien?** E14: 4/4. M: dessine au tableau et pose la question: **la fraction s'écrit?** E16: 4/4. Il ajoute à côté du dessin 4 quarts (4/4) et pose la question: **à qui revient cette part?** ... M **combien de quarts nous avons au total?** E21: 7/4. M: **avec les 7/4 nous pouvons encore raisonner comme la fois passée. Les 7/4 représentent combien? Egalent combien?** Silence ... M: **nous revenons au même raisonnement comme la fois passée !** E22 : 63 kg. M: **7 quarts = 63 kg. Qu'est-ce que je vais chercher?** E23: un quart. M: **un quart est égal à combien?** E24: 63/7. M: **c'est combien?** E24 : 9. M: **bien, nous avons le poids de 1/4, nous ne cherchons pas pour 1/4 ; pour le 1er qu'est-ce que nous cherchons ?** E25 : 3/4.
M: **c'est combien pour 3/4 ?** ... M: **preuve?** E27 : 27 kg + 36 kg. M: 27 kg + 36 kg = 63 kg. Il résume la démarche suivie pour arriver au résultat; à la fin, il dit: **c'est compris ?** ES: oui. ..."

Comme précédemment, l'explication du maître a consisté à l'analyse du problème (les données, les liens entre les données, la représentation de données) ; à la description du processus de résolution; à la preuve des résultats.

Séance n°9.

Le maître introduit la notion de grandeurs inversement proportionnelles à la 9ème séance. Il fait d'abord quelques exercices d'application sur la règle de trois: les problèmes qui nécessitent la recherche des opérateurs où il rappelle les notions de multiple et de grandeurs directement proportionnelles ; les problèmes qui nécessitent le passage par l'unité. Il parle ensuite des grandeurs inversement proportionnelles. Il résout ensuite oralement, en interaction avec les élèves, des problèmes d'achat de livres et d'exécution d'un travail. Pendant la résolution, il écrit les réponses au tableau ; il fait constater à partir de ce qu'il a écrit au tableau ; il désigne ce qui est fait. A propos de l'achat de livres et de l'exécution d'un travail, on peut lire ceci : "... M: **voyons un peu, ici vous allez raisonner avec moi. Pour 100 Zaïres, je peux payer un livre à combien?** E7: à 100 Z. M: écrit au tableau: 1 livre à 100 Z. **Mais si je paie 2 livres, un livre reviendra à combien?** E8: un livre reviendra à 50 Z ... M: **observez bien. Pour 100 Z, je peux payer** (il écrit au tableau): **1 livre à 100 Z; 2 livres à 50 Z; 4 livres à 25 Z; 5 livres à 20 Z. Qu'est-ce que vous remarquez?** E11: pour trouver le prix d'un livre, je fais 100 divisé par 2. M: **qui peut faire une autre constatation?** E12: plus on achète de livres, moins ça coûte. M: **pour le même montant lorsque le nombre de livres augmente le prix baisse. Prenons autre chose** (il écrit au tableau): **pour exécuter un travail, 2 ouvriers mettent 18 jours. Pour diminuer le nombre de jours, qu'est-ce que je vais faire?** E13: je vais augmenter le nombre d'ouvriers. M: **je prends 4 ouvriers; ils feront combien de jours?** Silence .... M: écrit au tableau: 2 4. **Pour aller de 2 à 4, on a augmenté de combien de fois ?** E14: de 2 fois plus grande. M: **alors de combien de fois?** E15: 9 jours. M: écrit au tableau: 18--:2---> 9. **Pour 6 ouvriers: de 2 à 6 c'est 3 fois plus grande, alors pour 18 c'est 3 fois plus petite; ça fait combien? ...** M: **est-ce que ces grandeurs sont directement proportionnelles?**

2	18
4	9
6	6
9	4

Silence dans la classe. M: **on dira que les grandeurs sont inversement proportionnelles.** ..."

Comme il a fait précédemment pour l'enseignement d'une notion, l'explication consiste pour lui à : rappeler, à travers la résolution orale d'exercices, les connaissances utiles; résoudre oralement, dans l'interaction avec les élèves, les problèmes en rapport avec la notion à enseigner; écrire les calculs au tableau ; faire observer la présentation des calculs au tableau ; désigner ce qui est fait.

Après cette institutionnalisation de grandeurs inversement proportionnelles, le maître fait la remarque à propos de la résolution de problèmes de proportionnalité. Il dit: retenez que lorsque vous vous trouvez devant un problème, il faut toujours réfléchir pour savoir si les grandeurs sont directement ou inversement proportionnelles.

Le fait pour l'élève de savoir si la situation est directement ou inversement proportionnelle est donné comme une information par le maître. L'élève n'est pas mis dans une situation où il peut remettre en question ses connaissances.

Il termine par les applications sur les grandeurs inversement proportionnelles. il propose des problèmes sous forme d'énoncé littéral et de tableau où les élèves ont à chercher les opérateurs appropriés. Il leur soumet des problèmes à résoudre de type:

12	***24***
6	***?***
24	***?***

Il leur demande de compléter le tableau de sorte à avoir un tableau inversement proportionnel.

L'explication du maître dans les applications à consister à rappeler à travers la résolution le processus de calcul. "... M: **on a fait ça avec les grandeurs proportionnelles ; maintenant c'est avec les grandeurs inversement proportionnelles. La 2ème grandeur, c'est ?** E26: 12. E27: 4. E28: 48 Lorsque E28 a donné la réponse, le maître dit: **vous êtes d'accord avec lui?** ES: non! M: **vous n'êtes pas d'accord, moi je suis d'accord avec lui.** Il explique en résolvant pourquoi il est d'accord:

12------>-------24
1------>-------24 x 12
6------>-------24 x 12/6 = 48. **Pour 24?** ..."

Séance n°10.

A la 10ème séance, après avoir résolu quelques problèmes d'application sur les grandeurs inversement proportionnelles présentées sous forme de tableau de type :

1ère grandeur	***2ème grandeur***
24	***120***
48	**.**
6	**.**

Le maître pose le problème d'identification des situations qui sont directement et inversement proportionnelles. A partir de quelques problèmes écrits au tableau, il invite les élèves à un exercice d'identification: "... M: **bon, vous vous êtes entraînés avec les grandeurs. Pour les problèmes qui suivent vous allez déterminer si les grandeurs sont directement ou inversement proportionnelles.** Il écrit au tableau :

1) 3 pains coûtent 45 Z. Combien coûtent 7 pains ?
2) Pour nettoyer la cour, 16 élèves mettent 4 heures. Combien de temps mettront 12 élèves pour faire le même travail ?
3) Il faut 14 m de tissu pour confectionner 4 robes. Combien de robes pourrait-on faire avec une pièce de 238 m ?
4) Un entrepreneur emploie 24 ouvriers qui terminent un ouvrage en 16 jours. En combien de jours 48 ouvriers de même force auraient-ils terminé cet ouvrage ? ..."

Les élèves commencent par repérer les situations. Comme elles ont un rapport avec les situations qui ont été faites précédemment, cela a été facile ; Ils ont ensuite résolu ensemble les problèmes. Dans la résolution, le maître a beaucoup insisté sur la disposition pour ce qui est de la règle de trois.

L'explication pour les élèves est la justification de l'identification de la situation ou des calculs. "... M: **bon, en regardant ces problèmes on peut déterminer, lis le 1er problème? Les grandeurs sont directement proportionnelles ou inversement proportionnelles?** E20: directement proportionnelles. M: **directement proportionnelles; alors où est-ce que les grandeurs sont inversement proportionnelles?** E21: au numéro 2. M: **tu peux expliquer?** E21: 16 élèves mettent 4 heures, 12 élèves mettent plus. M: **c'est bien; 12 élèves mettent plus. Quel autre problème?** E22: le numéro 4. M: **expliquez?** E22: 24 ouvriers mettent 16 jours, 48 ouvriers mettent moins de jours. ... M: écrit au tableau: 4) 24 ouvriers font 16 jours. **La deuxième ligne?** E24: un ouvrier fait 16 jours x 24. M: écri: 1 ouvrier fait 16 j x 24

Pourquoi dans le premier problème, pour un pain, on a divisé par trois; dans le 4ème problème on a multiplié par 24? E25: dans le premier problème les grandeurs sont directement proportionnelles et dans le 2ème problème les grandeurs sont inversement proportionnelles. ..."
Pour le maître, l'explication consiste à rappeler la disposition dans le processus de résolution de la règle de trois. "... M: **voilà ce qui vous guide à résoudre les problèmes. Mais nous allons faire ensemble. Sachez toujours que pour la règle de trois les mêmes grandeurs sont toujours de même côté. Comment résoudre le 1er problème?** Maintenant les élèves dictent et le maître écrit au tableau. M: écrit au tableau: solutions. 1) 3 pains coûtent 45 Z. **1 pain coûte combien?** E23: 45/3 Z. Il écrit: 1 pain coûte 45/3 Z. **7 pains coûtent combien ?** E23: 45/3 Z x 7. Et il écrit: 7 pains coûtent 45 Z/3 x 7 = 105 Z. **Je répète, dans chaque ligne, on commence toujours par les objets de même nature et ce qu'on cherche est toujours à droite.** ..."

Séances n°11-29.

De la 11ème séance à la 29ème séance, ils ont travaillé sur l'application de la règle de trois dans des situations variées de la vie courante, notamment dans le domaine du commerce. Ils ont particulièrement travaillé sur:
1. Les partages : partages inégaux (cas où une part est un multiple de l'autre, une part est une fraction de l'autre) et partages proportionnels (avec les parties proportionnelles qui sont des entiers ou des fractions);
2. les rapports : le tant pour cent;

Il y a eu 5 séances sur les partages (de la 11e à la 15e séance). Dans les quatre 1ères séances, il a résolu tout en étant en interaction avec les élèves les problèmes proposés. Il y a eu lecture de l'énoncé, compréhension de l'énoncé, résolution individuelle et/ou en commun. Le jeu des questions et réponses et l'explication du maître ont servi de base au déroulement des séances. A la 15ème séance, les élèves ont eu à résoudre les problèmes proposés et surtout à expliquer, lors de la mise en commun, comment ils ont fait. Une façon pour le maître de contrôler s'ils ont compris ce qu'il a expliqué dans les 4 séances précédentes. 14 séances ont porté sur les rapports (de la 16ème à la 29ème séance). A la 16ème séance, le maître définit le "rapport" entre les valeurs de 2 grandeurs prises. Il exprime le rapport par une expression fractionnaire et lit la fraction comme étant un rapport du numérateur au dénominateur (1/3 c'est le rapport de 1 à 3). Il conclut en disant qu'établir le rapport c'est comparer la 1ère grandeur à la 2ème grandeur. A la 17ème séance, le maître parle d'un rapport particulier, le tant pour cent. Il déclare à ce propos ce qui suit : **Bien, vous avez suivi comment on fait la comparaison entre 2 grandeurs ; ce n'est pas notre sujet d'aujourd'hui. Nous allons voir comment on trouve un nombre à base d'un autre nombre (il écrit au tableau: Le tant pour cent). Qui peut me donner un exemple de pourcentage ?** Il commence par traduire le tant pour cent en terme de rapport ; ensuite il explique le pourcentage à travers la résolution de problème où le pourcentage est à calculer ou à utiliser. La 18ème, 19ème et 20ème séances sont consacrées aux exercices d'application sur respectivement le tant pour cent et la réduction, le calcul du prix de vente et le calcul du prix d'achat. Il les explique à travers la résolution des problèmes proposés. Et cela en interaction avec les élèves. La 21ème séance a été celle des problèmes de récapitulation, une espèce de contrôle, où les élèves ont eu à identifier des situations directement ou inversement proportionnelles et à les résoudre. Les exercices d'application sur le capital et intérêt, et le calcul de l'intérêt à la 22ème et 23ème séances. Comme précédemment, il les explique à travers la résolution des problèmes qu'il propose. La 24ème séance a été consacrée à un contrôle écrit (une interrogation écrite). Encore d'exercices d'application sur le calcul d'intérêts mensuel, annuel et journalier aux séances 25, 26, 27 et 28. Pour terminer, les problèmes de synthèse sur le calcul d'intérêt sont proposés à la 29ème séance.

Dans ces exercices d'application, l'explication a porté sur:

- pour le maître: l'énoncé du problème; les termes rencontrés dans le commerce; les formules de calcul de ces termes de commerce; la résolution de problèmes.
- Pour les élèves: les procédures.

Il a commencé, dès la 11ème séance, par expliquer l'énoncé du problème et surtout les termes rencontrés dans le commerce (prix d'achat et revient, bénéfice, perte, frais, pourcentage,...). Il a aussi expliqué les formules de calcul de ces termes.

Dans la résolution des problèmes proposés à la 11ème séance,

1. Un ouvrier achète une bicyclette d'occasion 6500 Z. Pour la remettre en état il donne 1500 Z au mécanicien. Quel est le prix de revient de sa bicyclette ?

2. Partagez un tissu de 30 m en deux morceaux. Le petit morceau est le quart du grand. Quelle est la longueur de chaque morceau ?

3. Une machine a coûté 9500 Z. Quel est le prix de vente si on veut réaliser 15 % de bénéfice ?

4. Au dernier test problème, j'ai obtenu 12 points sur 20. Quel est mon % ?

5. Prix d'achat = 5000 Z. Perte = 4 %. Prix de vente = ?

On a : "... M: **lisez le 1er problème?** Un élève le lit. **Qui veut lire encore?** Un autre élève le lit. **Bien, dans ces problèmes qu'est-ce qu'il y a là comme données?** E1: il y a le prix d'achat (P.A);

E2: il y a des frais (F); M: **il y a des frais, lorsqu'il y a le P.A et les frais, qu'est-ce qui vient après?** E3 : le prix de revient (P.R). M: **comment on calcule le P.R?** E3: P.A + F. ... M: **le numéro 5?** Un élève le lit. **Qu'est-ce qu'on demande?** E8: le bénéfice et la perte (P). M: **sur quoi on les calcule?** E9: sur le P.A et le P.R. M: **ça c'est tout ce que vous devriez vous rappeler d'abord. Maintenant on va résoudre les problèmes.** ..."

Au moment du travail individuel ou de la mise en commun, pour expliquer ce qu'ils ont produit, les élèves répètent à travers leurs activités ce qui a été enseigné. S'ils ne le font pas correctement, le maître rappelle, à titre d'explication, la marche à suivre. Il explique aussi les formules de calcul de ces termes de commerce à ce moment et décrit le processus à suivre à chaque fois pour y arriver. Au début de la résolution des problèmes de la 11ème séance on a : "... M: lit le 1er problème après il demande les données et écrit au tableau: 1) <u>Données</u>: P.A = 6500 Z; F = 1500 Z. M: **et la question?** Un élève dit: prix de revient. Il écrit au tableau: <u>Question</u>: P.R =? **Pour y arriver, quelle est la formule à utiliser?** Un élève répond: Prix de revient = au prix d'achat plus frais. M: écrit au tableau: <u>Formule</u>: P.R = P.A + F. **La solution?** E10 : P.R = 6500 Z + 1500 Z = 8000 Z. M: écrit au tableau: P.R = 6500 Z + 1500 Z = 8000 Z. **Bien; le numéro 2, qui peut aller le faire au tableau? Si vous vous rappelez, la part du grand est représentée par quelle fraction?** E11: 4 parts. M: **4 parts, alors au tableau?** E12 : /-----/-----/-----/-----/-----/ 5/4. 5 parts égales = 30 m; 1 part = 30/5 m = 6 m; 4 parts =6 m x 4 = 24 m. M: **bon, c'est bien; vous avez suivi son explication, mais quand vous ferez votre exercice il faut commencer par la petite part. Reprenez le dessin et les calculs.** (E12 le fait). **Ce qui revient à dire que le petit morceau est à 6 m et le partout là-bas 6 m, 6 m, 6 m, 6 m.** (Il marque sur le graphique). ..."

A la 15ème séance, à propos du 1er problème (Partagez 18150 Z entre Nono et Toto. Nono reçoit 1750 Z de plus que Toto. Quelle est la part de chacun ?), on peut lire: "... M: **qui a trouvé la solution au premier problème?** Deux élèves se manifestent. Il passe voir ce qu'ils ont fait. **Bien, déposez tous et on va le faire ensemble. Lisons d'abord les problèmes, le 1er problème?** Un élève le lit. **Bien, vous allez toujours vous rappeler pour chaque problème quel type de partage.** E35: partage à 2 parts égales. M: **qui peut passer au tableau? Tu expliqueras ce que tu fais.** E36 trace des segments sans parler. M: **explique ce que tu fais.** E36: je fais d'abord les parts (Il écrit au table). M: **il faut nous dire les parts égales. Le suivant?** E37: la petite part revient à Toto; je vais d'abord tracer les parts égales, après je vois que Nono a 1750 Z de plus que Toto; en tout, ils ont 18150 Z (Il le fait au tableau plus la preuve). M: **vous êtes d'accord avec lui?** ES: oui! M: **il y en a qui ont trouvé qui ne savent pas expliquer.** ..."

II. ANALYSE DES PROCESSUS D'ENSEIGNEMENT DANS LA CLASSE A ET LA CLASSE B.

2.1. Observations

La description des enseignements montre bien que

O1. les objectifs poursuivis dans les deux classes ne sont pas les mêmes. L'objectif de la classe A est d'enseigner la proportionnalité et d'introduire les applications linéaires. Celui de la classe B est d'enseigner le *moyen* permettant de résoudre des problèmes en rapport avec la proportionnalité, *la règle de trois.*

O2. Ce que le maître attend des élèves et les élèves du maître est lié à l'objectif et surtout à la façon de fonctionner de la classe. Le maître de la classe A attend des élèves un *travail de recherche* (mental, productions écrites, manipulations), une *prise en charge de leur apprentissage* (travail de formulation, justification et contrôle *par eux-mêmes* de ce qu'ils font; travail d'identification des différentes situations de proportionnalité et de sens à donner aux opérations) et une *bonne gestion* de ce qu'ils ont appris (l'utilisation des procédures de résolution, notamment image de l'unité); et les élèves attendent du maître des *situations* à résoudre et surtout des *moments* leur permettant de *débattre* avec lui de ce qu'il veut leur enseigner. Celui de la classe B attend des élèves l'*application* intégrale de ce qui a été expliqué, enseigné (respect des différentes étapes et de la disposition dans l'exécution de la règle de trois); la *maîtris*e dans l'application de ce qui a été expliqué; l'*identification* des situations sur lesquelles ils travaillent (savoir que c'est une situation où les grandeurs sont directement ou inversement proportionnelles). Et les élèves attendent de lui une *bonne explication* de ce qu'il faut faire; une *diversification* de situations aux quelles ils peuvent avoir à faire ; une *multiplication* de situations d'entraînement.

O3. L'explication peut être pour l'enseignant un *moyen* pour son enseignement ou l'*élément constitutif* de son enseignement.

Dans la **classe A**: la description de l'enseignement dans la classe A montre que l'explication est pour l'enseignant un moyen pour son enseignement. L'explication n'est pas l'élément constitutif de son enseignement.

Pour l'enseignant, expliquer c'est :

a . Au niveau du problème à résoudre,

i) analyser le problème (définir les termes, ressortir les données, définir les liens entre les données).

b . Au niveau de la consigne ou la règle du jeu, *ii) commenter la consigne.*

c . Au niveau de la recherche personnelle de l'élève,

iii) donner, à titre de rappel, l'information qui permet de continuer la recherche.

d . Au niveau de la mise en commun des travaux des élèves ou de la résolution orale du problème proposé,

Pour un apprentissage :

iv) rappeler le contexte dans lequel la connaissance mal utilisée a été enseignée (lors de l'exploitation d'une erreur d'un élève);

v) montrer les limites de bonnes productions (procédures) des élèves (lors de l'exploitation de bonnes procédures des élèves);

vi) donner l'information qui permet de terminer les calculs (lors de la présentation d'un résultat par l'élève);

vii) donner l'information qui permet de donner du sens aux calculs de l'élève (lors de la présentation d'un résultat par l'élève);

viii) résoudre le problème proposé en décrivant la procédure de résolution à enseigner (lorsqu'aucun élève n'y arrive).

Pour une institutionnalisation :

ix) illustrer par un exemple une déclaration faite.

Pour la gestion de ce qui est appris :

x) établir le lien entre le savoir enseigné et la réalité (lors de la remise en question du savoir enseigné);

xi) illustrer par une réalisation de la situation ce qui est à trouver (lors de l'identification de différentes situations de proportionnalité);

xii) donner l'information, à titre de rappel de ce qui a été enseigné, pour donner un contexte à ce qui est présenté par l'élève (lors de la présentation d'un résultat par l'élève).

Pour l'élève, expliquer c'est :

Au niveau de la mise en commun des travaux des élèves ou de la résolution orale du problème proposé :

a . Lors de l'exposition de travaux,

xiii) décrire son activité.

b . Lors de la discussion entre les élèves,

xiv) donner la preuve que la réponse du collègue est fausse en se référant à la réalité ;

xv) donner la preuve que la réponse du collègue est fausse en se référant à la connaissance ou au savoir ;

xvi) donner la preuve que les calculs du collègue sont faux ou interdits en se référant à une déclaration de ce qui a été enseigné ;

xvii) donner les détails ou faire un commentaire sur ses calculs pour permettre aux collègues de suivre.

c . Lors de l'interaction avec l'enseignant,

xviii) donner une preuve matérielle (une manipulation) d'une production donnée permettant de justifier sa déclaration sur le savoir enseigné ;

xix) définir la notion.

Classe B: la description de l'enseignement dans la classe B montre que l'explication est pour l'enseignant l'acte même d'enseigner ; elle est faite par la résolution d'un problème. L'explication n'est pas un moyen mais l'élément constitutif de son enseignement.

Pour l'enseignant, expliquer c'est:

a . Lors de la préparation de l'enseignement d'un savoir,

i) rappeler ce qui a été enseigné en répétant son enseignement, c'est-à-dire en résolvant de problèmes.

b . Lors de l'enseignement d'un savoir,

ii) résoudre ensemble, c'est-à-dire en interaction avec les élèves un problème proposé : ressortir les données chiffrées du problème; rappeler les opérations et les calculs à faire; décrire le processus de résolution; présenter les calculs au tableau; faire observer la présentation de calculs au tableau; désigner ce qui est fait ou formuler la règle du fonctionnement.

c . Lors de l'utilisation du savoir enseigné dans un contexte ou domaine précis,

iii) résoudre ensemble un problème proposé :

analyser le problème (rappeler les définitions de termes, ressortir les données, établir les liens entre les données, représenter les données); décrire, à titre de rappel, le processus de résolution ; donner la preuve de l'exactitude des calculs faits.

d . Lors de la gestion de ce qui est appris ou enseigné,

d1 . Après l'enseignement de différents savoirs,

iv) donner l'information sur l'existence de problèmes différents dans ce qui est proposé pour résoudre.

d2 . Avant la résolution d'un problème par les élèves,

v) rappeler ce qu'il faut faire.

d3 . Lorsque les élèves n'appliquent pas bien ce qui a été enseigné,

vi) répéter l'enseignement de ce qui a été enseigné;

vii) donner l'information sur les conditions d'utilisation de ce qui a été enseigné.

d4 . Lors de l'interaction avec les élèves,

viii) rappeler ce qui a été enseigné (règle de fonctionnement) à travers la résolution de problèmes.

d5 . Lors de la présentation des résultats par les élèves,

ix) rappeler, à titre de contrôle de la stricte application, la marche à suivre dans la résolution d'un problème.

Pour l'élève, expliquer c'est :

Lors de la gestion de ce qui est enseigné, à la mise en commun des travaux des élèves ou à la résolution orale d'un problème proposé,

a . au moment de l'interaction avec l'enseignant,

x) décrire la procédure utilisée ;

xi) répéter la formule de ce qui a été enseigné dans la justification de sa déclaration.

b . au moment de la présentation des résultats par les élèves,

xii) répéter ce qui a été enseigné, à propos de la procédure de résolution, dans la description de sa production.

Selon le contexte et le moment, des termes différents ont été utilisés dans les deux classes. Au-delà de ces nuances, nous pouvons désigner, selon le moment, l'explication par un terme qui traduit les activités dans les deux classes. L'explication consisterait à,

Pour l'enseignant :
a.. Au niveau du problème à résoudre, *analyser l'énoncé.*
b. Au niveau de la consigne, *commenter la consigne.*
c. Au niveau de la recherche personnelle de l'élève, *donner l'indication.*
d. Au niveau de la mise en commun, *résoudre le problème ; donner l'indication ; rappeler ce qu'il faut faire ; illustrer*.
En plus de cela,
Pour l'enseignant de la classe A, *montrer les limites ; donner du sens à ce qui est fait ; confronter ce qui est enseigné à la réalité.*
Pour l'enseignant de la classe B, *répéter l'enseignement.*
Pour l'élève :
décrire son activité ; commenter son activité; donner la preuve; définir.

O4. Ces formes d'explication caractérisent un contrat didactique et sont déterminées par la façon dont le professeur s'y prend pour faire comprendre ce qu'il veut enseigner, c'est-à-dire par son processus d'apprentissage ou d'enseignement. En théorie des situations, ce processus d'apprentissage ou d'enseignement est appelé négociation du contrat didactique. Le contrat didactique étant défini comme "la part du contrat qui est spécifique du contenu: la connaissance mathématique visée". Et le contrat comme le "système d'obligations réciproques entre l'enseignant et l'enseigné".

2.2. Analyse des processus d'enseignement dans la classe A et la classe B.

Définition de la responsabilité de l'apprentissage.

les efforts d'explication du professeur et de l'élève permettent, en plus de la définition du contrat didactique, de ressortir les différents "éléments d'action" présents dans les deux enseignements que le professeur utilise aux différents moments de son enseignement et pour des raisons différentes. Comme éléments d'action, nous avons essentiellement: La consigne (règle du jeu ou problème à résoudre), la recherche, le travail ou la mise en commun, le travail oral, le travail écrit, l'explication, la gestion.

Ces éléments d'action définissent les différents moments d'action (moment de la consigne, moment de la recherche, ...). Ces derniers caractérisant une étape d'apprentissage ou d'enseignement. Un moment d'action détermine le temps de réalisation d'un élément d'action. Une étape d'apprentissage ou d'enseignement détermine le temps de réalisation d'éléments d'action.

Ces moments d'action sont organisés de différentes manières dans un enseignement. Cela dépend du professeur et de l'objectif à atteindre, de la négociation du contrat didactique.

Ces moments d'action ne sont évidemment pas indépendants les uns des autres. Ils peuvent être répétés autant de fois que l'*organisation* de l'enseignement l'exige.

Le moment de travail ou de mise en commun peut être pris comme celui où se déroulent le travail oral, l'explication. Le moment de recherche peut être pris comme le moment où se déroulent le travail écrit, le travail oral et l'explication.

Selon l'organisation de ces moments, comme on peut le lire dans la description des enseignements, la définition ou le statut de l'explication change et cela même pour un même moment pris à des positions différentes de l'organisation.

Ces changements de statut de l'explication déterminent en même temps la responsabilité de l'apprentissage. C'est essentiellement au moment du travail oral qu'on peut l'observer. Et cela dépend de la prédominance de l'action de l'un des acteurs, qui sont le professeur et l'élève. Selon la prédominance de l'action, on peut identifier l'acteur principal, c'est-à-dire celui qui a la responsabilité de l'apprentissage.

Il est à noter qu'au départ, c'est le professeur qui a, par le contrat avec l'institution scolaire, la responsabilité de l'apprentissage. La question qui se pose pour cette passation de responsabilité, même partielle, est celle d'efficacité. Est-ce que l'enseignement est efficace lorsque la responsabilité de l'apprentissage est plus du côté du professeur ou de l'élève ?

Il faut donc définir un certain nombre de critères au niveau du style du professeur et surtout du contenu de ce travail oral pour déterminer la responsabilité de chacun des acteurs. Selon le style et le contenu, on peut dire que la responsabilité de l'apprentissage est plus entre les mains du professeur que de l'élève et inversement.

Il est relativement facile de repérer les responsabilités au niveau de l'apprentissage. Il est par contre difficile de les repérer au niveau des productions des élèves. la tendance générale dans ce dernier cas est plutôt de parler de partage des responsabilités et surtout de remettre en question la "gestion" de ce qui est appris.

Le contenu du travail oral peut être l'explication de ce qui a été enseigné ou le compte rendu d'un travail individuel ou collectif de recherche fait par l'élève.

Si c'est l'explication de ce qui est à enseigner, comme ce qui est à enseigner relève du contrat qu'a le professeur avec l'institution scolaire, il est normal que se soit le professeur qui puisse assumer cette responsabilité d'apprentissage. Dans un style qui se réfère généralement au jeu de questions et réponses, il essaie d'expliquer, c'est-à-dire de faire un commentaire permettant d'éclairer le savoir à enseigner. Il fait des remarques, des observations sur des faits comme la disposition, le schéma à suivre. Dans l'ensemble, ce commentaire porte plus sur l'instrument "standard" que sur le savoir, c'est-à-dire sur ce qui permet de résoudre des problèmes en rapport avec le savoir que sur le savoir.

L'explication pour l'élève dans ce cas est pratiquement inexistante. Presque toute responsabilité de l'explication est entre les mains du professeur.

Si c'est le compte-rendu d'un travail individuel ou collectif fait par l'élève, tout dépend de l'exploitation qu'en a faite le professeur.

Si le professeur exploite la réponse de l'élève pour expliquer ce qu'il veut enseigner, la responsabilité de l'apprentissage revient à ce moment au professeur. L'exploitation ici a la même définition que précédemment pour le professeur.

Si par contre le professeur donne aux élèves l'occasion de décrire leurs activités et d'en débattre pour se convaincre, la responsabilité de l'apprentissage est plutôt du côté de l'élève. On parle de transfert de responsabilité de l'apprentissage à l'élève.

En théorie des situations, ce transfert est désigné par la dévolution. La dévolution est définie comme "le processus par lequel l'enseignant est amené à faire accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage et à accepter lui-même les conséquences de ce transfert."

Le professeur va, par la confrontation des activités ou des productions des élèves, du point de vue de l'efficacité, les amener à ce qui est à enseigner. Il n'assume par là que la responsabilité de l'enseignement.

Processus d'enseignement dans les deux classes.

Le processus d'apprentissage ou d'enseignement dans les deux classes suppose l'existence de l'interaction entre le professeur et les élèves. Cette interaction est forte au moment du travail en commun ou de la mise en commun des travaux des élèves. Le moment du travail ou de la mise en commun est donc capital dans toute étape du processus d'apprentissage ou d'enseignement.

En regardant les enseignements dans les deux classes observées, nous pouvons distinguer 3 étapes : l'étape d'incertitude, l'étape de certitude et l'étape de gestion de ce qui est appris.

L'étape d'incertitude, qui est caractérisée par un apprentissage inconscient, est un ensemble de moments d'action dont la réalisation permet l'activation, l'éveil, le fonctionnement implicite des connaissances qui vont être utilisées ou converties dans la suite de l'apprentissage.

L'étape de certitude, qui est caractérisée par un apprentissage conscient, est un ensemble de moments d'action dont la réalisation met en oeuvre le processus effectif d'apprentissage.

L'étape de gestion de ce qui est appris est un ensemble de moments d'action dont la réalisation met en oeuvre, dans l'utilisation, le processus de confrontation de tout ce qui a été appris ou enseigné.

Le processus d'apprentissage comprend les deux premières étapes (étape d'incertitude et étape de certitude). Le processus d'enseignement comprend les trois étapes.

Dans le processus d'apprentissage, les professeurs des deux classes ne proposent pas les mêmes situations dans les deux étapes et ne s'y prennent pas de la même manière.

Le professeur de la classe A propose des situations que les élèves résolvent individuellement avant de soumettre au débat dans la classe ce qu'ils ont fait.

Par ce débat, le professeur engage le processus de transfert de responsabilité d'apprentissage aux élèves; il fait la dévolution aux élèves de la responsabilité de l'apprentissage.

Le débat est le moment pour le professeur de la classe A de donner aux élèves l'occasion de décrire leurs activités et d'en débattre pour se convaincre.

Le professeur de la classe B propose, au moment du travail en commun, des situations qu'il résout ensemble avec les élèves et cela en faisant usage du jeu des questions et réponses. C'est lors de la résolution des problèmes que le professeur explique la procédure de résolution qu'il veut enseigner. L'élève dans cette résolution n'intervient que par les réponses à donner aux questions du professeur. Une façon pour le professeur de vérifier si l'élève suit ce qu'il explique.

Contrairement à la classe A, il n'y a pas de dévolution dans la classe B. Le professeur de la classe B assume toute la responsabilité de l'apprentissage en expliquant tout ce qu'il faut faire dans le travail en commun et en exploitant la réponse de l'élève pour expliquer ce qu'il veut enseigner lors de compte-rendu d'un travail individuel ou collectif.

Les différentes façons de s'y prendre dans le processus d'apprentissage déterminent deux contrats didactiques différents et surtout deux négociations du contrat didactique différentes.

En théorie des situations, la négociation du contrat didactique est prise comme une "modélisation de la dévolution" amenant à l'institutionnalisation et à la gestion de ce qui est institutionnalisé. L'institutionnalisation est le moment de l'enseignement où un statut est donné à ce que l'enseignant propose ou à ce que l'élève trouve, exprime ou justifie.

L'institutionnalisation est en fait l'aboutissement du processus d'apprentissage ; c'est par elle que le professeur reconnaît ce qui est fait ou déclaré, donne un caractère officiel à l'apprentissage.

On peut distinguer, par sa définition, plusieurs types d'institutionnalisation: l'institutionnalisation de ce que l'élève ou le groupe d'élèves trouve ; l'institutionnalisation de ce que l'élève exprime; l'institutionnalisation de ce que l'élève donne comme justification; l'institutionnalisation de ce que l'enseignant propose ou veut que l'élève apprenne.

Ce qui nous intéresse dans ce travail est l'institutionnalisation de ce que le professeur propose ou veut que l'élève apprenne. Cette institutionnalisation répond normalement à ce que l'institution scolaire exige dans le contrat. C'est donc l'institutionnalisation scolaire qui nous préoccupe pour le moment.

Tout ce qui est institutionnalisé fait l'objet et/ou pose le problème de gestion au niveau des applications. Cette gestion va être difficile ou facile selon que l'élève a une ou plusieurs institutionnalisations à gérer. Cela dépend de nombre d'institutionnalisations et surtout du degré des liens, des rapports, entre l'élève et ce qui est institutionnalisé.

Ces liens peuvent avoir un caractère personnel, c'est-à-dire l'élève s'exprime selon l'idée qu'il se fait de la connaissance ou du savoir ; ils peuvent aussi avoir un caractère officiel, c'est-à-dire l'élève s'exprime en se référant à ce que l'institution veut qu'il sache.

Regardons en détail les différentes étapes du processus d'enseignement dans chacune des deux classes.

Etape d'incertitude.

L'étape d'incertitude est pour le professeur la première étape du processus d'enseignement, d'apprentissage. C'est ici qu'il prépare ce qu'il faut pour son enseignement. La préparation diffère d'un professeur à l'autre.

Pour la classe A: le professeur a proposé des problèmes et a demandé aux élèves de les résoudre. Les élèves se sont mis à travailler individuellement. Après un moment de travail individuel, le professeur a organisé une discussion entre lui et les élèves dans laquelle chaque élève a été appelé à dire, à formuler ce qu'il a fait et à se justifier éventuellement dans le cas de doute. Pendant ce temps, le professeur a exploité les bonnes comme les mauvaises réponses des élèves :

- *Il a montré les limites de l'efficacité des bonnes procédures des élèves pour les orienter vers la procédure qu'il a voulu leur enseigner.*

Le compte-rendu de la recette du gâteau à l'ananas pour dix personnes repris dans la partie description des enseignements l'illustre bien. Après que les élèves ont trouvé plusieurs procédures de résolution, à la deuxième séance qui faisait la suite de la première, le professeur les a amenés par ses questions vers la procédure à laquelle il tenait. Il a exploité la réponse du E5 qui lui a donné l'ouverture en parlant de "... plus une fois les proportions pour quatre personnes." Il a repris en disant :"puisque vous faites quatre fois un, est-ce que...".

- *Il a fait comprendre aux élèves les erreurs commises.*

Dans le compte-rendu de la recette du gâteau à l'ananas pour six personnes repris dans la partie description des enseignements, le professeur pose des questions qui ont permis d'ouvrir une discussion. Il a, par cette discussion, donné du sens aux faux calculs et fait comprendre que les calculs présentés sont faux.

Pour le sens donné aux calculs faux, il a posé deux questions sur le pourquoi du comportement et le contexte dans lequel ce comportement peut se justifier: pourquoi avez-vous fait 6 x 8 ?... Dans quel cas aurais-tu fait 6 x 8 ?

Pour faire comprendre que les calculs sont faux, il rappelle le contexte dans lequel l'enseignement déjà fait excluait ce type de comportement: Comment je passe de 1 à 2 et inversement, 2 1 ?

Cette étape d'incertitude dans la classe A est caractérisée par la discussion entre le professeur et les élèves sur les productions des élèves. La discussion s'engage après que l'élève a présenté sa production aux autres élèves. C'est le professeur qui mène la discussion par ses questions.

Pour la classe B: l'étape d'incertitude correspond à la partie introductive de chaque séance que le professeur désigne par le rappel. Le professeur propose au rappel un problème qu'il résout ensemble avec les élèves. Dans cette résolution orale, il exploite le problème par des questions qu'il pose aux élèves. Les questions portent sur la façon de résoudre et les calculs à faire. Il fait observer la procédure "standard" qui intervient dans la résolution et qui permet d'identifier le problème.

Le compte-rendu de la première séance repris dans la partie description des enseignements donne une idée de ce que nous venons de dire. Les questions du professeur dans ce compte-rendu l'illustrent bien: Je voudrais rendre 100 deux fois plus petit, qu'est-ce que je fais?... Je voudrais rendre 200 quatre fois plus grand, quelle opération je vais effectuer?

Cette étape d'incertitude dans la classe B est caractérisée par la dialectique entre le professeur et les élèves (questions du professeur, réponses des élèves) sur la procédure de résolution. Le professeur résout le problème et fait observer la procédure qui intervient et qui est connu des élèves. Les élèves répondent aux questions.

Etape de certitude.

Pour la classe A : après la discussion qu'il y a eu entre le professeur et les élèves à la première étape, le professeur a constaté que les élèves font fonctionner les connaissances dont il a besoin pour la suite de l'apprentissage, notamment les opérateurs et la décomposition.

Sûr de ce fonctionnement, le professeur estime que les élèves sont en mesure de porter un jugement sur ce qu'ils font. Il organise alors une discussion entre les élèves. Son rôle dans cette discussion se limite à l'encadrement. Il veille à ce que la discussion se passe bien. Pour cela,

- *il a débloqué les élèves qui avaient des difficultés à faire les calculs.*

Ses interventions, qui sont dans le compte-rendu de la dixième séance repris dans la partie description des enseignements, montrent comment il aide un élève qui n'arrive pas à faire l'opération convenable et à résoudre : essayez de passer par l'unité... Ecris 11 sous forme d'une fraction... Trouve la fraction équivalente avec 11 au dénominateur... Fais la même chose avec 9... Divise alors par 9.

- *Il a procédé au recensement des procédures de résolution des élèves.*

Sa question "Qui a fait autrement ?", qu'on peut retrouver dans le compte-rendu de la quatrième séance repris dans la partie description des enseignements, caractérise bien ce travail de recensement.

- *Il a mis en évidence la procédure de résolution à institutionnaliser.*

Les trois questions du professeur, qu'on peut retrouver dans le compte-rendu de la deuxième séance repris dans la partie description des enseignements, caractérisent cette phase de mise en évidence : Puisque vous faites 4 fois 1, est-ce que vous ne pouvez pas trouver une autre méthode pour trouver les proportions pour 10 personnes ?... Est-ce qu'il n'y a pas une méthode plus rapide pour trouver les proportions pour 28 personnes ?... Qu'est-ce qui est le plus commode pour vous ?

- Il a institutionnalisé la procédure de résolution et le savoir à enseigner.
Le compte-rendu de la onzième séance sur l'agrandissement de la pièce d'un panneau décoratif, repris dans la partie description des enseignements, donne les éléments sur l'institutionnalisation de la procédure de résolution. Le professeur déclare: "Pour l'entier, l'intermédiaire est 1; avec 1 on va tout trouver. Pour la fraction, l'intermédiaire est 1/10 pour ce cas. Pour les décimaux, on passe par les fractions décimales, l'intermédiaire est 1/x."
Le compte-rendu de la 6ème séance sur les dragées et les bouchées au chocolat, repris dans la partie description des enseignements, donne les éléments sur l'institutionnalisation du savoir à enseigner. Le professeur déclare : "C'est bien. Quand on a deux ensembles de nombres dans un tableau tel que le fonctionnement soit le même, on dit qu'on a des nombres proportionnels. Et le tableau est un tableau de proportionnalité. Pour la proportionnalité il faut la multiplication et la division. Pas la soustraction et l'addition."
-Il a fait un contrôle immédiat de sens du savoir institutionnalisé.
La question du professeur dans la discussion engagée sur le problème d'âge et de taille, qui est dans le compte-rendu de la 8ème séance, repris dans la partie description des enseignements, illustre bien sont travail d'encadreur : qu'est-ce que vous pensez de ces résultats ?

L'encadrement de la discussion entre les élèves a permis au professeur de renforcer le transfert de la responsabilité de l'apprentissage et surtout de procéder à l'institutionnalisation de ce qu'il a voulu leur enseigner, la procédure de la règle de trois et le proportionnalité.

C'est dans cette étape de certitude que s'engage le processus effectif d'apprentissage et d'enseignement. Cela à partir de la discussion entre les élèves.

Pour la classe B: à la suite de la dialectique de la première étape, le professeur désigne ce qui est fait, c'est-à-dire le savoir à enseigner. Il l'a fait dans le cas de la définition d'une notion comme d'une procédure de résolution.

Lorsqu'il a été question de la définition, le professeur est parti de *l'observation du problème proposé* pour *mettre en évidence la procédure de solution*, *formuler ce qui est observé*, *institutionnaliser ce qui est observé*, c'est-à-dire *le définir*.

Comme nous l'avons dit plus haut, le rappel a porté sur la mise en évidence de la procédure de résolution. Ainsi, dans le compte-rendu d'activités évoqué à l'étape d'incertitude, la mise en évidence de la procédure de résolution (donc le rappel) s'arrête à l'élève 9, E9 : vous avez augmenté de deux fois.

La formulation de ce qui est observé correspond à la déclaration du professeur : quand le nombre de kg augmente, le prix augmente aussi.

L'institutionnalisation est la dernière déclaration: ce sont des grandeurs directement proportionnelles.

Dans le cas d'une procédure de résolution, le professeur est parti de *l'analyse du problème proposé* pour *expliquer la procédure de résolution ; faire les observations sur la disposition des données ; formuler le schéma de résolution ; institutionnaliser la procédure de résolution expliquée, la désigner ; donner éventuellement les moyens de preuve*.

Dans le compte-rendu de la 2ème séance sur le manioc et la farine, repris dans la partie description des enseignements, l'explication de la procédure s'arrête à la déclaration du professeur qui dit: "arrivé-là, on peut maintenant résoudre... Qu'est-ce qu'on fait là ?"

Les déclarations suivantes du professeur résument bien les observations sur la disposition des données: "regardez dans cette colonne ici (on a dans l'ordre 2kg, 1kg, 25kg), toutes les unités sont de même nature; de l'autre côté la même chose. Vous suivez ?"

Et la formulation du schéma de résolution : "pour y arriver, on met d'abord ce qu'on connaît ; pour arriver à 25kg, nous avons trouvé ce que donne l'unité. Nous avons donné la fraction. Il n'est pas interdit de trouver la réponse (en parlant de l'unité). Mais nous avons préféré garder la fraction pour simplifier à la fin."

C'est dans le compte-rendu de la 3ème séance, qui fait suite à la séance n°2 et qui est repris dans la partie description des enseignements, que se trouve la déclaration qui correspond à l'institutionnalisation de la procédure de résolution. Après la résolution du 3ème problème, le professeur dit: "ce que nous venons de faire s'appelle la règle de trois."

On peut trouver la déclaration qui correspond à la preuve dans le compte-rendu de la 7ème séance repris dans la partie description des enseignements. Le professeur pose la question : comment faire la preuve ?

L'étape de certitude constitue pour la classe B la partie effective du processus d'apprentissage et d'enseignement. C'est le professeur qui formule, fait observer, désigne et demande la preuve. L'élève répond aux questions.

Etape de gestion.

Pour la classe A: les exercices d'application ont suivi directement le contrôle immédiat du sens. Ils ont consisté :
- *en l'utilisation de la valeur correspondant à l'unité*, dans l'algorithme de la règle de trois, en termes de *l'image de l'unité* dans la définition de *la notion d'application* et surtout
- dans le *classement des reproductions faites*, agrandissement ou rapetissement des puzzles.

De cette façon, le professeur s'est servi de la proportionnalité, plus précisément de l'algorithme de la règle de trois, comme élément moteur à l'introduction de l'enseignement de la notion mathématique d'application.

Pour la classe B: l'étape de gestion a consisté pour le professeur de la classe B à *contrôler l'application et la maîtrise de la procédure de résolution institutionnalisée*. Les élèves se sont comportés en *exécutants* de ce qui a été institutionnalisé et le professeur en *garant de l'application de l'institutionnel.*

Les commentaires sur l'interaction entre le professeur et les élèves dans cette étape de gestion sont pratiquement les mêmes que ceux des étapes précédentes pour les deux classes. Les comptes rendus de description des enseignements faits plus haut donnent les détails sur cette étape de gestion.

Pour donner une idée un peu plus claire de ce que nous avons dit sur le processus d'enseignement en général et d'apprentissage en particulier, deux schémas d'apprentissage, *vu du côté de l'enseignant,* ont été réalisés:

1ère Etape

CLASSE B (6ème primaire)

INCERTITUDE SUR LES CONNAISSANCES OU LES SAVOIRS PREALABLES DES ELEVES

###

COMMUNICATION DES CONNAISSANCES OU DES SAVOIRS NECESSAIRES.

###

MAITRE : 1. propose des situations; 2. organise le jeu; 3. dirige le jeu : exploite la situation pour faire observer la procédure de résolution qui -intervient dans le rappel; -permet d'identifier la situation.	###	JEU DE QUESTIONS ET REPONSES (au moment de travail en commun)	###	**ELEVES :** 1. répondent aux questions sur -la façon de résoudre; -les calculs à faire; -l'identification des situations. 2. achèvent la résolution d'un problème.

###

2ème Etape

CERTITUDE SUR LES CONNAISSANCES OU LES SAVOIRS ATTENDUS DES ELEVES

###

COMMUNICATION DU SAVOIR A ENSEIGNER

###

MAITRE : 1. propose des situations; 2. organise le jeu; 3. dirige le jeu: exploite la situation A. Définition: de l'observation -met en évidence la procédure de résolution ; -formule ce qui est observé; -institutionnalise ce qui est observé. B. Procédure de résolution: de l'analyse -explique la procédure de résolution; -donne le moyen de preuve; -fait des observations sur la disposition des données; -formule le schéma de résolution ; -institutionnalise la procédure de résolution. 4. Contrôle l'application et la maîtrise de ce qui est institutionnalisé.	###	JEU DE QUESTIONS ET REPONSES (au moment de travail en commun ou de compte-rendu d'un travail)	###	**ELEVES :** 1. redisent ce qui est formulé; 2. refont ce qui est expliqué.

1ere Etape

CLASSE A (CM2)

INCERTITUDE SUR LES CONNAISSANCES OU LES SAVOIRS PREALABLES DES ELEVES

###

DEVOLUTION
(pour y arriver par consensus)

###

MAITRE :
1. propose des situations;
2. organise le débat;
3. dirige le débat : exploite les productions des élèves pour
-faire comprendre;
-orienter vers son enseignement.

###

DEBAT
(sur les productions d'élèves au moment de la
- recherche individuelle ou par groupe;
-mise en commun)

###

ELEVES :
1. découvrent les enjeux des connaissances ou savoirs (connaissances ou savoirs);
2. les formulent;
3. les justifient.

###

2ème Etape

CERTITUDE SUR LES CONNAISSANCES OU LES SAVOIRS ATTENDUS DES ELEVES

###

COMMUNICATION DU SAVOIR A A ENSEIGNER

###

ELEVES : se jugent

###

DEBAT
(sur les productions d'élèves au moment de la mise en commun)

###

ELEVES : se jugent

###

JEU DE QUESTIONS ET REPONSES

###

MAITRE :
1. encadre le débat;
2. recense les procédures de résolution;
3. recherche la procédure à institutionnaliser;
4.institutionnalise;
5. contrôle le sens du savoir institutionnalisé.

Le schéma d'apprentissage de chaque enseignant est à plonger dans le déroulement des activités d'une séquence. Dans ce déroulement se trouve aussi plongé le schéma d'apprentissage de l'élève qui peut être représenté par
1. Actions (au moment de la recherche ou exécution d'une tâche) ;
2. Formulation et justification (au moment de la recherche ou mise en commun), *acceptation sur base d'un consensus* (au moment de la mise en commun) *ou d'une appréciation de l'enseignant* (au moment de la recherche, exécution d'une tâche, travail en commun ou mise en commun).

La validation de ce qui est déclaré ou fait par l'élève et *l'institutionnalisation* sont dans le schéma de l'enseignant, la première dans le débat de la négociation didactique (elle vaut une institutionnalisation locale, au niveau de la classe) et la deuxième dans celui de la communication du savoir (elle vaut une institutionnalisation au niveau de l'institution scolaire).

Il reste le schéma de l'étape de gestion de ce qui est appris (de réinvestissement) pour avoir le schéma d'enseignement complet de l'enseignant.

III. CONCLUSION GENERALE

La description des enseignements et l'analyse des processus d'enseignement dans les deux classes font ressortir les éléments de réponse à la question de la caractérisation d'un déroulement de séquence. Les schémas ci-dessus définissent deux orientations au moins dans le déroulement qu'on peut rencontrer chez les enseignants :

- l'orientation qui privilégie le jeu de *questions-réponses.* Elle est courante, donc classique. L'enseignant fait l'essentiel du travail de l'apprentissage. Il *résout* ou *corrige* un problème donné en interaction avec les élèves. La participation de ces derniers se limite aux réponses, généralement courtes et directes, et à l'exécution d'une tâche.
- l'Orientation qui privilégie le *débat* sur les *productions des élèves.* Les élèves font l'essentiel du travail de l'apprentissage. Ils résolvent ou corrigent un problème donné *sur base d'un consensus sur ce qui va être accepté comme bonne procédure, argumentation ou réponse.* L'enseignant coordonne le débat par des interventions courtes, questions pour approfondir le débat ou déclarations pour l'arrêter.

Cela n'empêche pas les enseignants de faire la navette entre les deux orientations.

Les étapes d'incertitude, de certitude et de gestion constituent les références de base de tout déroulement. Comme éléments caractéristiques d'un déroulement, nous pouvons citer :

- l'*organisation* des différents moments d'action. C'est de cette organisation que va dépendre le statut de tout ce qui est fait pendant la séquence (l'explication; le rôle de chaque intervenant, maître ou élève; ...) ;
- la *pertinence* des situations proposées qui justifie l'organisation pour ce qui est de l'objectif fixé ou poursuivi ;
- le *style* du maître qui justifie l'organisation pour ce qui est de l'évolution des situations proposées, leur gestion, et du contrat didactique ;
- la *responsabilité* de l'apprentissage ou de l'enseignement qui est une conséquence de ce qui précède, notamment du style du maître.

Le problème posé par le processus d'enseignement est bien celui de la gestion de différents rapports des élèves avec ce qui leur est enseigné. Selon le mode d'institutionnalisation, les élèves peuvent avoir des rapports personnels et/ou des rapports institutionnels avec le savoir enseigné. Ces rapports peuvent être privilégiés ou non selon le processus d'enseignement. La gestion, lorsque les rapports institutionnels sont privilégiés par rapport aux rapports personnels, ne pose pas les mêmes problèmes que lorsque c'est l'inverse. La description des enseignements montre que les rapports institutionnels sont privilégiés dans la classe B par rapport aux rapports personnels qui sont presque inexistants ; et les rapports personnels sont privilégiés dans la classe A par rapport aux rapports institutionnels.

Les élèves ont évidemment besoin de ces deux types de rapport. Il faut donc bien les gérer, c'est-à-dire trouver l'équilibre entre les deux dans les différents stades de l'enseignement. Cela revient à faire évoluer les situations proposées de façon à permettre le passage du rapport personnel au rapport institutionnel, à savoir comment s'y prendre pour passer d'un rapport à l'autre, à savoir gérer ces deux rapports au moment des applications, c'est-à-dire de réinvestissement.

Il y a donc en tout trois problèmes à résoudre dans l'enseignement où les deux rapports sont présents (ce qui est le cas de la classe A):

- Le problème de moment de passage d'un rapport personnel à un rapport institutionnel;
- le problème de la façon de faire ce passage;
- le problème de gestion de ces deux rapports dans le réinvestissement.

BIBLIOGRAPHIE

Bloom et Coll. (1969), Taxonomie des objectifs pédagogiques. Tome1.Domaine cognitif. Education nouvelle. Montréal.

Brousseau N. et G. (1987), Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. Comptes-rendus d'observations de situations et de processus didactiques à l'école Jules Michelet de Talence. Document pour les enseignants et pour les formateurs, IREM de Bordeaux I.

Brousseau G. (1988), Le contrat didactique : le milieu. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 9, N°3, pp. 309-336.

Brousseau G. (1990-1991), Style du maître. Notes du séminaire de mercredi destiné aux instituteurs de l'école Jules Michelet de Talence II, Bordeaux.

Chevallard Y. (1988-1989), Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport officiel. Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique N°108. Equipe de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, Grenoble, pp. 211-236.

Conne F. (1992), Savoir et Connaissance dans la perspective de la transposition didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 12/2.3, pp. 221-270.

Margolinas C. (1993), De l'importance du vrai et du faux dans la classe des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, Ed. La Pensée Sauvage. 256 pages.

Mopondi B. (1986), Problème de sens dans la négociation didactique en vue de l'institutionnalisation d'un algorithme : notion de la proportionnalité au cours moyen. Thèse de 3ème cycle, Université de Bordeaux I.

Mopondi B. (1992), Rôle de la compréhension dans l'apprentissage : notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre. Thèse d'université, Université de Bordeaux I.

Mopondi B. (1995), Les explications en classe de Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 15, n°3, pp. 7-52, 1995.

Perrin-Glorian M.J. (1993-1994), Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprend l'étude de "classes faibles". Revue "Petit x",no35 pp. 5-40 . IREM de Grenoble.

Robert A. et Tenaud I. (1988), Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C. Recherches en Didactique des mathématiques, vol. 9-1, pp 31-70. 1988.

Perrin-Glorian M.J., Robert A. et Robinet J. (1993), Etude du discours non mathématique d'un enseignant. Différence entre deux classes de seconde : une forte, une faible. Actes de la septième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, pp. 51-53. Saint-Sauves d'Auvergne.

Robert A. et Josse E. (1993), Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol.13/1.2, pp.119-154.

Rouchier A. (1991), Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématique et informatique élémentaires: proportionnalité, structure itérativo-récursives, institutionnalisation. Thèse de Doctorat d'Etat, Université d'Orléans.

ANNEXE

QUELQUES TRANSCRIPTIONS DE LECONS SUR LA PROPORTIONNALITE.

1.1. COURS MOYEN DEUXIEME ANNEE (1982-1983).

<u>Séance no1</u>

I. L'enseignant commence par mettre le tableau de la recette du gâteau à l'ananas au tableau.

personnes	tranches d'ananas	farine (en g)	beurre (en g)	levure (en g)	sucre (en g)	oeufs	sucre à caramel
4	8	200	240	12	16	6	100
6							
10							
28							

Il donne la consigne :

"trouvez la recette du gâteau pour 6, 10, 28 personnes. Vous êtes autorisés à ajouter, sur la colonne personnes, les nombres qui vous sont utiles pour trouver ce que vous cherchez."

II. Les élèves(ES) se mettent à chercher individuellement les recettes pour les nombres de personnes donnés. Pendant ce temps, l'enseignant circule pour voir le travail de chacun.

III. Il demande d'arrêter de travailler : moment de mise en commun.

L'enseignant(M): **chaque groupe va dire ce qu'il a fait** (il envoie un élève du groupe1 au tableau expliquer ce qu'ils ont fait): 6x8=48; 6x200=1200; 6x240=1440; ..... M: **pourquoi avez-vous fait 6 fois 8?** Elève d'un autre groupe: ***trouver 48 tranches pour 6 personnes est invraisemblable car si pour 4 personnes on a besoin de 8 tranches d'ananas, pour 8 personnes on aura besoin de 16 tranches d'ananas. Donc si pour 8 personnes on a besoin de 16 tranches d'ananas, on ne peut avoir besoin de 48 tranches pour 6 personnes.*** M: **dans quel cas aurais-tu fait 6x8?** Elève du groupe1: dans le cas où les 8 tranches étaient pour une personne. Elève d'un autre groupe: on peut trouver pour une personne. M: **comment tu as fait pour trouver pour une personne?** Cet autre élève est resté sans réponse. M: **le deuxième groupe.** E: comme 6 est égal à 4+2, nous avons décidé de trouver pour 2; deux étant la moitié de 4: 2; 4; 100; 120; 6; 80; 3; 50. Pour 6: 8+4=12; 200+100=300; ... Elève d'un autre groupe: nous avions dit qu'il ne fallait pas faire l'addition où la soustraction. Par ce qu'on doit changer à chaque fois. A ce moment, il était 11 heures. Les élèves sortent de la classe.

<u>Séance no2</u> <u>:</u> suite de la première séance.

M: **est-ce que les groupes qui n'avaient pas compris arrivent à comprendre? ...** silence. **Les représentants de groupes?** Marie-Louise(M-L): je cherche pour une personne: 1; 2; 50; 60; 3; 40. M: **comment tu as fait pour trouver pour 1?** M-L: j'ai pris la moitié de deux. M: **fais un petit calcul au tableau.**

M-L : 2 4 100

-1 ↓

1

M: pour montrer que l'opérateur écrit au tableau ne convient pas pour tous les nombres, **il écrit au tableau: 2 1** et pose la question: **comment je passe de 1 à 2 et inversement?**

M-L : $2 \underset{+1}{\overset{-1}{\rightleftarrows}} 1$; .... après $2 \underset{x2}{\overset{:2}{\rightleftarrows}} 1$

M: **est-ce que ces opérateurs** (en parlant d'opérateurs multiplicatif et divisif) **conviennent pour tous les nombres?** ES: oui.

M-L écrit au tableau : $\begin{array}{c} 2 \\ :2 \downarrow \\ 1 \end{array}$

M : **est-ce que pour trouver les proportions pour une personne il n'y a pas une autre façon de faire ?**

Un premier élève(E1): je pars de 4 personnes : $\begin{array}{c} 4 \\ :4 \downarrow \\ 1 \end{array}$

M: **c'est bien.** Il donne, dans un tableau, la même recette du gâteau à l'ananas pour 4 personnes et la consigne: **trouvez la recette du gâteau à l'ananas pour 9, 10 et 28 personnes. Vous êtes autorisés à ajouter, sur la colonne personnes, les nombres qui vous sont utiles pour trouver ce que vous cherchez.** Les élèves travaillent individuellement sous la surveillance du maître.

M: **vous posez le stylo. Trouvez les proportions pour 10 personnes.** E1: je multiplie les proportions de 2 personnes par 5, par ce que 10=2x5. E2: comme 10=4+6, pour trouver les proportions pour 10 personnes, je fais la somme des proportions pour 4 personnes et 6 personnes. E3: il faut prendre deux fois les proportions pour 4 personnes pour avoir les proportions pour 8 personnes. Donc les proportions pour 10 personnes sont égales aux proportions pour 8 personnes plus les proportions pour 2 personnes.

$\left.\begin{array}{l} \text{2x4 personnes} \\ \text{1x2 personnes} \end{array}\right\}$ 10 personnes.

E4: pour avoir les proportions pour 10 personnes, il faut prendre les proportions pour 6 personnes plus 2 fois les proportions pour 2 personnes.

$\left.\begin{array}{l} \text{6 personnes} \\ \text{2x2 personnes} \end{array}\right\}$ 10 personnes.

E5: pour avoir les proportions pour 10 personnes, il faut prendre les proportions pour 6 personnes plus une fois les proportions pour 4 personnes.

$\left.\begin{array}{l} \text{1x4 personnes} \\ \text{6 personnes} \end{array}\right\}$ 10 personnes.

M: **puisque vous faites 4 fois 1, est-ce que vous ne pouvez pas trouver une autre méthode pour trouver les proportions pour 10 personnes?** E6: je multiplie les proportions pour 1 personne par 10. M: **est-ce qu'il n'y a pas une méthode plus rapide pour trouver les proportions pour 28 personnes?** E6: on part de 1. M: **qu'est-ce qui est le plus commode pour vous?** ES: c'est le 1. M: **trouvez les proportions pour 9 personnes.** E7: 9 = 10 - 1 ; comme à 10 correspond 20 et à 1 correspond 2, à 9 va correspondre 18. C'est heure de la sortie.

Séance no9.

Voici un puzzle (dessin en carton); il a 6 pièces. Vous allez fabriquer des puzzles semblables à celui que je vous montre, ils devront être plus grands, de façon qu'aux 4 cm du côté rouge du modèle, correspondent 7 cm sur votre reproduction.

Vous vous partagerez la tache, chaque groupe reproduisant une seule pièce. Vous reconstruirez ensuite le puzzle avec les pièces que vous aurez réalisées et il devra fonctionner parfaitement. Vous avez le droit de poser des questions.

Les élèves travaillent par groupe de 6. Chaque élève travaille une pièce. E1: donne d'autres mesures. M : **non. tout est agrandi de la même manière.** E2: il y a plusieurs manières de transformer 4 à 7? M: ... **pas de réponse. Allez y.** Les élèves se mettent à calculer et découper les pièces. Au moment de l'essai dans les groupes, la responsabilité de l'échec est attribuée à l'un ou l'autre du groupe. M: **on arrête de travailler. Qu'un membre de chaque groupe passe au tableau, l'un après l'autre, expliquer ce qu'ils ont fait. Le premier groupe.** E1: de 4 à 7, il y a 3. A chaque mesure nous avons ajouté 3. M: **vous avez réalisé le puzzle ?** E1: on a essayé et ça ne marche pas. M: **continuez à chercher. Le groupe 2.** E2 : nous avons remarqué que c'était un carré; 11 cm de côté. Nous avons ajouté 3 comme ceux du premier groupe. Elève d'un autre groupe : ce n'est pas possible. Car d'un côté on ajoute 3 et de l'autre côté on ajoute 9. Un autre élève : ce n'est pas un carré (il fait les calculs). M: **continuer à chercher. Le groupe 3.** E3: nous avons ajouté 3. M: **faites pareil. Le groupe 4.** E4: nous nous sommes dits : 7=(4x2)-1 ; 4 ---- (4x2)-1 ----> 7. Comme ça ne marchait pas, nous avons suggéré de faire comme dans le gâteau.

4 $\xrightarrow{}$ 7

:2 ↓ ↓ :2

2 mais 7 ne se divise pas par 2.

M: **passe au millimètre.**

E4: 4 7 cm = 70 mm

:2 ↓ ↓ :2

2 3,5 cm

:2 ↓ ↓ :2

1 1,75 cm

$3{,}5 = \frac{35}{10} \xrightarrow{:2}$

$\frac{70}{20} \xrightarrow{:2} \frac{35}{20}$

$1 \longrightarrow \frac{35}{20} = \frac{175}{100} = 1{,}75$ cm

M: **encadrons ça : 1 cm -------> 1,75 cm. Le groupe 5.** E5: si on avait un autre nombre, on pourrait voir comment passer de 4 à 7. Si non nous aurions pris à chaque fois la moitié : 4+2+1 = 7 ; 5+2,5+1,75 = 9,25. M: **est-ce qu'il y a un opérateur pour passer de 4 à 7?** ES: aucune réponse. M: **est-ce qu'on peut dire que ça va marcher?** E6: on va faire le calcul des côtés: 4+2+5 = 11; 7+3,5+8,75 = 19,25. M: **essayez de trouver ce qui correspond à 11.** E6: 1 cm --------> 19,25. M: **donc ça marche!** C'est l'heure de la sortie.

1.2. SIXIEME PRIMAIRE (1988-1989).

Séance no1

M: **écrit les nombres au tableau : 100 ; 150 ; 200 ; 500. Je voudrais rendre 100 deux fois plus petit, qu'est-ce que je fais?** E : diviser par 2. M: **vous êtes d'accord?** ES: oui. M: **je voudrais rendre 200 quatre fois plus grand, quelle opération je fais effectuer?** E2:

multiplication. M: écrit au tableau: 200x4=800. **Je voudrais rendre 150 cinq fois plus petit, combien je vais avoir?** ES: silence. M: **pour rendre 100 deux fois plus petit, j'ai divisé 100 par 2. Pour rendre 200 quatre fois plus grand, j'ai multiplié 200 par 4. Maintenant....** ES: 30. M: **c'est 30. Je voudrais rendre 500 cent fois plus petit, ça me donne combien?** E4: 5. M: **qu'as-tu fait pour trouver 5?** E4: 500: 100. M: **c'est bien. Je vais dans une alimentation, je vais acheter 40 kg de riz. Qui peut me donner le prix courant?** E5: 4000 zaïres(4000z). Les autres murmurent. M: **est-ce qu'on peut l'acheter à ce prix?** ES: non. E6: 200. M: **Prenons 200 zaïres** (il met le prix au tableau). **Alors pour 8 kg, combien je vais payer?** ES: silence. M: **c'est facile!** E7: 400 zaïres (400 z). M: **vous êtes d'accord avec lui?** ES: oui. M: **observez. Nous nous trouvons en face de quatre grandeurs:**

4 kg --------> 200 z
8 kg --------> 400 z

Qu'est-ce que j'ai fait pour passer de 4 à 8? Ai-je rendu 4 plus grand ou plus petit? E8: plus grand. M: **de combien?** E8: deux. M: **j'ai augmenté 4 de 2. Qu'est-ce que j'ai fait de l'autre côté?** E9: vous avez augmenté de deux fois.

M: **nous arrivons à une observation : quand le nombre de kg augmente, le prix augmente aussi. Ce sont des grandeurs directement proportionnelles** (il met le titre au tableau).

....

<u>Séance no3.</u>

M: **avant de corriger le devoir, je vais mettre les nombres que nous allons faire ensemble; parce que hier nous avions eu des problèmes à résoudre.** Il écrit les problèmes au tableau.

Problèmes

1. 3 cahiers coûtent 60 frs. Combien coûte 1 cahier ?
2. En 3 heures un piéton parcourt 15 km. Combien parcourt-il en 6 heures ?
3. 8 crayons coûtent 72 frs. Combien coûtent 3 crayons ?

Résolution en commun.

M: **déposez tout. Le problème no1, qui peut lire? Un élève lit. Qui peut encore lire? Un autre élève lit. Je pense que c'est sans difficulté?** Es: oui. M: **nous allons raisonner comme la fois passée.** Il écrit au tableau: 3 cahiers -----> 60 frs. **Un cahier doit coûter plus ou moins?** E1: moins. M: **Combien de fois?** E2: 3 fois moins. M: écrit au tableau, à la suite de ce qu'il avait déjà écrit.

3 cahiers ------> 60 frs
1 cahier -------> 60/3 frs

et ça donne combien? E3: 20 frs. M: **il y a des problèmes?** ES: non. M: **je pense là... tout le monde a compris. On peut passer au problème no2. Qui peut le lire?** E4 lit le problème. M: **Une autre personne.** E5 le lit. Il lit et demande aux élèves s'ils connaissent le piéton. Tous ont dit oui. Il le relit. **Nous avons ici 3 et nous avons 6; on peut remarquer que l'un d'eux est le multiple de l'autre.** .... M: **donc nous sommes là. Que dire des multiples de 3?**

E8: 6 est le multiple de 3. .... M: **6 étant multiple de 3, nous pouvons aussi dire que s'il fait 6 heures là-bas, il fait 2 fois plus de trajet.** Il demande à un élève de dicter ce qu'il doit écrire.

en 3 heures il parcourt 15 km
en 1 heure il fera 15/3 km

en 6 heures il fera 15x6/3 km=30.

Qu'est-ce qu'on fait d'abord? E11 : on simplifie par 3. L'enseignant fait la simplification. M : **vous êtes d'accord avec moi qu'il a fait 2 fois plus?** .... M: **ce que nous venons de faire s'appelle la règle de trois. Alors pour votre cahier de brouillon,** il écrit au tableau,

Problème

1. Simplifiez: *a.* $\frac{140 \times 273}{3}$ *B.* $\frac{800 \times 25}{50}$

Simplifiez rapidement. Vous pouvez remarquer que là aussi c'est la règle de trois.

....

<u>Séance no8.</u>

Problème : deux garçons pèsent ensemble 63 kg. Le poids du premier est les 3/4 du poids de l'autre. Combien pèse chacun ?

Déroulement :

M: **lisez d'abord le problème?** Un élève le lit**.** M: **relisez le problème?** Un autre le lit**.** M: **bien. Qu'est-ce que nous allons faire ici? Qui pèsera le moins?** E11: le 2ème. M: **on dit le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre!** E12: le 2ème. M: **ça c'est vrai le 2ème!** ES: oui. M: **relis encore le problème?** Un élève le relit. M: **qui pèsera moins, le 1er ou le 2ème?** E13: le 2ème. M: **le 2ème! Le poids du 1er est les 3/4 du poids de l'autre, c'est que vous ne comprenez pas le problème!** E14: le 1er. M: **notre unité est égale à combien?** E14: 4/4. M: dessine au tableau: /-------/--------/--------/--------/. Pose la question : **la fraction s'écrit?** E16: 4/4. M: ajoute à côté du dessin: /--------/--------/--------/--------/ 4 quarts (4/4). Pose la question: **a qui revient cette part?** .... M: **combien de quarts nous avons au total?**

E21: 7/4. M: **avec les 7/4 nous pouvons encore raisonner comme la fois passée. Les 7/4 représentent combien ? Egalent combien ?** Silence ... M : **nous revenons au même raisonnement comme la fois passée !** E22 : 63 kg. M : **7/4 = 63 kg. Qu'est-ce que je vais chercher ?** E23 : un quart. M : **un quart est égal à combien ?** E24 : 63/7. M : **c'est combien ?** E24 : 9. M : **bien, nous avons le poids de 1/4, nous ne cherchons pas pour 1/4; pour le 1er qu'est-ce que nous cherchons?** E25: 3/4. M: **c'est combien pour 3/4?** .... M: **preuve?** E27: 27 kg + 36 kg. M: **27 kg + 36 kg = 63 kg.** Il résume la démarche suivie pour arriver au résultat; à la fin, il dit: **c'est compris?** ES: oui.

....