

TERMES ET CONCEPTS DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES UTILISÉS DANS LA FORMATION PROFESSIONNELLE DES PROFESSEURS DES ÉCOLES (PE)

*Bendeko Mopondi*¹

Résumé.

Dans le prolongement du travail sur les types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles, il s'est avéré nécessaire de définir les termes et les concepts didactiques pour qu'ils prennent du "SENS" dans un schéma précis d'apprentissage. Les termes et concepts courants travaillés sont: objectif, analyse de productions d'élèves, exploitation des productions d'élèves, gestion.

Le travail met en évidence trois discours qu'on peut identifier en observant une séance: discours disciplinaire, discours pédagogique ou professionnel et discours didactique. L'accent est mis sur le discours de coordination du formateur permettant au futur enseignant de faire l'articulation entre le discours didactique et le discours professionnel.

Riassunto.

Attraverso il lavoro sui tipi di svolgimenti di sequenze e la formazione professionale dei professori, si è reso necessario definire i termini e i concetti didattici perchè prendano "Significato" in uno schema preciso di apprendimento. I termini e i concetti correnti affrontati² sono: obiettivo, analisi della produzione degli allievi, gestione.

Il lavoro mette in evidenza tre discorsi che possono identificarsi in una seduta: discorso disciplinare, discorso pedagogico o professionale e discorso didattico. L'accento è messo sui discorsi di coordinamento del formatore che permette al futuro insegnante di fare l'articolazione tra il discorso didattico e il discorso professionale.

¹Ancien Assistant Temporaire d'Enseignement et de Recherche (ATER), Institut Universitaire de formation des Maîtres (IUFM) du Nord - Pas de Calais, Centre de Gravelines. ATER, IUFM de Bretagne, Site de Rennes. Membre associé au Laboratoire de Didactique des Sciences et des Techniques (LADIST), Université de Bordeaux I.

² Bisognerebbe tradurre il termine con "lavorati" per rendere la traduzione più pertinente, ma in italiano tale espressione è poco utilizzata.

INTRODUCTION

Dans l'utilisation des termes et des concepts de didactique dans la formation professionnelle, le formateur recourt généralement aux différentes théories didactiques, aux séquences déjà réalisées ou qu'il fait réaliser et observe avec les PE, aux productions d'élèves, aux manuels. Il arrive de constater dans son discours au futur maître que plusieurs termes et concepts soient utilisés avec des explications voire des sens différents. Cela est très remarqué pour ce qui est de séquence. Le formateur suppose qu'en utilisant les termes dans la séquence observée et / ou exploitée, le futur maître sera en mesure de transférer dans d'autres séquences. Il sous-entend par là que toute séquence se déroule de la même manière. Le formateur ne semble pas tenir compte de l'*organisation* des moments d'action (moment de consigne, moment de travail en commun, moment de mise en commun,...), élément caractéristique de base de tout type déroulement de séquence. C'est cette organisation qui fournit le contexte permettant de donner du sens à ces termes et concepts.

Cette absence de caractérisation de séquence ne facilite pas le travail des candidats qui préparent le concours et des correcteurs qui se réfèrent généralement au type de déroulement de séquence déjà travaillé ou rencontré ; ce type de déroulement n'est pas nécessairement celui proposé au concours. Lorsqu'on parle de la *gestion* de classe et surtout de séquence, *exploitation* ou *analyse* de productions d'élèves, procédures de résolution ou de calcul des élèves, algorithme ou technique de calcul, variables didactiques, etc., il n'est pas sûr que tout le monde y mette le même contenu ou pense au même fonctionnement.

Le formateur a à sa disposition trois discours: discours disciplinaire, discours pédagogique et discours didactique. Le discours étant défini comme une argumentation utilisant un ensemble de signes ou termes obéissant à un certain nombre de règles spécifiques au domaine. Il est rare que le formateur coordonne les trois discours en essayant de les équilibrer dans son discours de formation adressé au futur maître. Il privilégie généralement tel discours et non tel autre selon qu'il est à la mode ou compatible avec sa pratique. Et pourtant le travail sur la séquence par exemple offre des conditions favorables à cette coordination de discours. Par coordination je sous-entends le "*sens*" à donner aux différents discours dont l'aboutissement est l'*articulation* entre le *langage disciplinaire*, en l'occurrence mathématique, et le *langage professionnel* qui est, lui, pratique. Un discours de formation sur l'exploitation ou gestion ne peut être bien défendue que dans le cadre d'un déroulement défini ou une étape déterminée du déroulement. L'exploitation à l'étape d'apprentissage n'a pas le même fonctionnement qu'à celle de réinvestissement.

Il ressort de ce qui précède qu'aux éléments caractéristiques du déroulement d'une séquence s'ajoute le discours du formateur destiné au futur maître pour donner un statut, un sens, aux termes et concepts didactiques dans la formation professionnelle des professeurs des écoles. L'outil "des explications" a été utilisé pour caractériser une séquence. Il va aussi être utilisé dans le travail sur le discours du formateur pour permettre une lecture des termes utilisés. C'est-à-dire de voir dans le fonctionnement ce qu'ils traduisent. J'essaierai de tenir compte, dans la lecture de ces termes, des types de déroulements identifiés. Sans prétendre aborder tous les termes rencontrés dans le discours de formation du formateur, je vais me limiter aux plus utilisés qui sont souvent à la base d'un malentendu entre formateurs. Particulièrement aux termes *objectif*, *variable*, *analyse*, *exploitation*, *gestion*.

I. QUELQUES TERMES COURANTS UTILISES DANS LA FORMATION PROFESSIONNELLE DES PE.

1.1. Objectif

Définition.

La définition de l'objectif d'enseignement est déterminante dans la formation professionnelle des professeurs des écoles. Elle la caractérise et précise le contexte d'utilisation des concepts didactiques dans celle-ci.

Elle devrait guider l'orientation des connaissances disciplinaires à donner aux candidats PE et faire prendre conscience de la part de responsabilité de chacun, formateur et candidat PE, dans la négociation didactique du contrat.

Dans l'enseignement, un objectif est constitué de trois composantes : *contenu disciplinaire explicite, contenu disciplinaire implicite, moyens de résolution de problèmes en rapport avec le contenu disciplinaire.*

Le contenu disciplinaire explicite demande de l'enseignant, dans un contexte précis, une présentation de la notion en donnant au moins la définition et les propriétés. Le contenu disciplinaire implicite suppose de lui des situations (problèmes, exercices,...) à proposer dont la résolution par les élèves permet d'évoquer la notion et utiliser ses propriétés comme techniques, moyens ou procédures de résolution. Quant au "moyen de résolution", communément appelé, selon la formule adoptée, algorithme, technique de calcul ou technique opératoire, l'enseignant est supposé expliquer comment s'y prendre à l'occasion de la résolution des problèmes qu'il propose.

Une technique de calcul est définie comme procédure de résolution efficace, c'est-à-dire qui permet de résoudre plus de problèmes en rapport avec la notion. Il peut y avoir plusieurs techniques de calcul. On appellera "la technique de calcul" la technique qui est, pour un niveau donné de la scolarité, reconnue par l'institution scolaire comme la technique qui permet de résoudre plus de problèmes en rapport avec la notion que d'autres. Par définition, nous pouvons dire que la troisième composante est une conséquence de la deuxième.

Discours d'un enseignement.

Les trois aspects de la définition sous-entendent trois discours différents non indépendants. Le discours disciplinaire, en l'occurrence mathématique, pour l'aspect explicite ; le discours didactique pour l'aspect implicite ; le discours pédagogique ou professionnel pour l'aspect moyen de résolution.

Les discours didactique et professionnel sont les seuls recommandés par l'institution scolaire. Le discours disciplinaire est à la charge du candidat PE. Au Centre de formation de veiller au minimum à ce niveau, préalable nécessaire pour une réponse au contrat avec l'institution scolaire.

Le discours didactique se fonde sur les notions de *variable* et de *sens*. Il est plus axé sur les énoncés des problèmes constitutifs de la séquence.

Le terme *didactique* renvoie au contenu disciplinaire et suppose un effet sur le comportement de l'élève. Cela dans sa conception (expression, réaction verbale, formulation) ou production (procédure de résolution). La *variable de la situation (ou relative à la situation)* est tout élément constitutif d'une situation susceptible de changer dans la présentation et les

exigences définissant les conditions de travail : énoncé (littéral, tableau, graphique, expression algébrique,...) ; données (chiffres, théorèmes, propriétés,...) ; instruments (compas, équerre,...) ; supports (feuille quadrillée, lignée,...)... La *variable didactique* serait alors toute variable de la situation supposée modifier le comportement de l'élève en vue d'un apprentissage. Elle dépend du niveau de l'élève et du moment où se passe l'apprentissage. Le *sens* est l'aspect de la compréhension de la notion envisagée dans l'apprentissage.

Le discours didactique sur le contenu disciplinaire implicite aboutit à court terme aux procédures de résolution, premiers éléments permettant à l'élève de faire face aux problèmes qui lui sont proposés comme tâche à exécuter. En particulier la technique de calcul qui fait partie du contrat avec l'institution scolaire et constitue la troisième composante de la définition d'un objectif d'enseignement. L'enseignant a en général un discours spécifique, que j'appelle discours professionnel, pour expliquer cette technique de calcul.

Le discours professionnel se fonde sur le *coût* de l'enseignement et est plus axé sur les termes pratiques qui font l'explication de la technique opératoire. Les termes pratiques peuvent être empruntés aux domaines disciplinaire, didactique, social et autres.

Dans la technique de la multiplication par exemple, le terme *retenue*, rencontré dans d'autres contextes que celui de l'enseignement, est utilisé comme un terme professionnel ; il permet d'économiser sur le temps d'explication de la conversion des unités en dizaines, de dizaines en centaines, ...etc.. De même pour *l'image de l'unité* dans la définition d'une application linéaire; le passage par l'unité ou la règle de trois dans les problèmes de proportionnalité.

Le discours didactique est supposé trouver et mettre en évidence l'articulation entre les termes professionnels et ce qu'ils traduisent; c'est en fait l'aspect sens de ce discours. Il est celui de la coordination de deux autres.

Le maître de la classe A tient un discours didactique. Les déclarations qu'il fait à la 5ème séance au moment de l'exemple des huîtres expriment bien ce souci d'articulation :

"... Pour la proportionnalité il faut la multiplication et la division. Pas la soustraction et l'addition....."

M: je prends une situation où le nombre d'huîtres mangées par des personnes est égal au nombre de personnes plus 4.

Personnes	Huîtres
9	13
12	16
10	14
6	10
18	22
3	7

S'il y avait proportionnalité, le nombre d'huîtres pour 12 personnes pourrait être trouvé à partir du nombre d'huîtres pour 9 et 3 personnes.

$$12 = 9 + 3$$

$$20 = 13 + 7$$

Dans le tableau il y a 16 huîtres pour 12 personnes. S'il y avait proportionnalité, comme 12 est le double de 6, 16 devrait être le double de 10. Or ce n'est pas le cas. ...". Il essaie d'expliquer que seuls les opérateurs multiplicatifs (ou divisifs) satisfont toujours aux propriétés de la linéarité. Celui du maître de la classe B est professionnel. Il s'intéresse plus aux termes proportionnalité et règle de trois, à

la disposition à respecter et à la maîtrise. L'extrait de la description de la deuxième séance³ est très parlant à ce propos: Après l'explication du processus, le maître fait observer la disposition, la présentation des calculs :

2 kg donnent 900 g
1 kg donne 900/2 g
25 kg donnent 900 x 25/2

"...

M : regardez dans cette colonne ici

2 kg
1 kg , toutes les unités sont de
25 kg

même nature; de l'autre côté la même chose. Vous suivez ? ..."

A la fin il amorce la règle de fonctionnement de la règle de trois : "... M : pour y arriver, on met d'abord ce qu'on connaît; pour arriver à 25 kg, nous avons trouvé ce que donne l'unité. Nous avons donné la fraction. Il n'est pas interdit de trouver la réponse (en parlant de l'unité). Mais nous avons préféré garder la fraction pour simplifier à la fin. ..."

Ordre des discours dans un enseignement.

La question qui se pose est celle de passage spontané du discours professionnel au discours didactique et inversement. Quel est parmi ces discours celui qui facilite ce passage naturel ? La définition de la technique de calcul laisse penser que le passage est facilité par le discours didactique. Ce passage n'est pas évident en partant du discours professionnel.

Le problème de passage spontané est un des points importants de la formation professionnelle qu'il faut regarder de près. Il se pose particulièrement dans la définition d'un objectif. Plus précisément lorsqu'on donne des situations pour lesquelles le futur PE doit définir un objectif. Il est de coutume de définir l'objectif selon une formule classique "...être capable de..." qui privilégie les compétences⁴ et non les connaissances mathématiques. Le futur PE qui définit l'objectif de cette manière pense directement au choix de situations parmi celles qu'il a rencontrées pendant la formation, qui sont couramment utilisées dans des classes, notamment celles qui sont dans les manuels scolaires. Il se préoccupe plus de l'organisation matérielle de la classe que de l'analyse de ces situations. En plus, la formulation de l'objectif traduit généralement la tâche de l'élève dans l'activité proposée. Dans les activités d'échanges qu'on trouve dans plusieurs manuels et que les enseignants comme les futurs PE utilisent souvent (le jeu du banquier, ...), si le futur PE attend des élèves l'échange de dix pièces de un franc contre une pièce de dix francs, il écrit par exemple comme objectif : l'élève doit être capable d'échanger dix pièces de un franc contre une pièce de dix francs. Lorsque les situations sont imposées, la définition de l'objectif suppose au préalable une analyse à laquelle le futur PE ne peut se préparer qu'à partir d'un discours didactique, qui met en évidence le concept de l'analyse a priori.

Le problème devient encore crucial lorsqu'on demande d'utiliser les jeux de société, surtout en maternelle, pour faire ou préparer un apprentissage scolaire. L'enfant qui joue au jeu de société apprend. Cet apprentissage est lié à l'enjeu du jeu qui est gagné. Il peut le jouer hors de l'école. La différence avec l'école est qu'à l'école, il y a une certaine continuité, une

³Voir l'article "Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles", quaderni di ricerca in didattica.

⁴La compétence est associée au savoir - faire, à la procédure de résolution, à la technique de calcul.

certaine progression dans les jeux joués. Cette progression suppose l'existence des éléments communs à ces différents jeux qui sont des connaissances, mathématiques dans notre cas. Ces connaissances ne sont pas nécessairement mises en évidence à partir des jeux tels qu'ils sont joués dans la société. Elles demandent généralement une modification des jeux. Il y a là un passage à faire de l'apprentissage à partir du jeu tel qu'il est joué dans la société, que j'appelle apprentissage culturel, à l'apprentissage à partir des jeux modifiés pour la circonstance, que j'appelle apprentissage scolaire. Le discours didactique met pour cela en évidence le concept de l'ingénierie didactique, qui est définie comme une modélisation de l'analyse a priori. Un tel concept n'est pas rencontré dans le discours professionnel.

Difficultés à surmonter.

Quelles sont les difficultés rencontrées lorsque l'ordre est inversé? Lorsqu'on commence par l'aspect professionnel, les difficultés se présentent à trois niveaux différents : aux niveaux des situations en présence; des moyens de résolution; de l'évaluation de l'objectif.

Certains termes dans les situations proposées peuvent être inducteurs comme certaines situations peuvent être rencontrées dans d'autres contextes d'enseignement. Cette présence de termes inducteurs et du vécu, donc du souvenir des situations déjà rencontrées met le candidat dans un carrefour d'objectifs au choix difficile. Un des moyens pour s'en sortir serait de recourir à la *structure* des problèmes ; donc à l'aspect didactique de la question. La notion de variable trouve par ce fait sa place dans cette définition d'objectif.

Exemple: le problème proposé au concours externe de recrutement des PE de l'Académie de Lille, session de 1996, est à ce sujet très parlants. "... Pour préparer une séance au cycle 3, on envisage les énoncés suivants :

Énoncé 1: Paul et André décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Paul a 10 billes et André a 20 billes. A la fin de la récréation ils ont 42 billes et se demandent comment les partager.

Énoncé 2: Paul et André décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Paul a 5 billes et André a 25 billes. A la fin de la récréation il ne leur reste plus que 12 billes et se demandent comment les partager.

Énoncé 3: Elodie, Juliette et Hélène décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Elodie a 3 billes, Juliette en a 6 et Hélène en a 4. A la fin de la récréation elles en ont 52 et se demandent comment les partager.

Énoncé 4: un magasin décide d'augmenter ses prix : un disque passe de 45f à 47f, une radio de 420f à 435f et une chaîne Hi-fi de 3900f à 4000f. On souhaite comparer ces augmentations.

a) Quelle notion mathématique peut-on enseigner en exploitant ces situations? Quel(s) aspect(s) de la notion peut-on mettre en évidence dans cet enseignement ? ..."

Deux catégories de réponse ressortent de copies corrigées (106). Les réponses influencées massivement par le vécu scolaire des énoncés et les termes qui y figurent, "... La notion mathématique que l'on peut enseigner en exploitant ces situations est la notion de pourcentage, de fraction.

Les aspects à mettre en évidence dans cet enseignement seront

- le calcul d'un bénéfice
- le calcul d'une perte
- le calcul du pourcentage d'augmentation
- partage d'un bénéfice. ... ",

et celles qui sont le résultat d'un regard un peu plus approfondi de la structure des énoncés, "... Énoncé1 : l'énoncé1 nous invite à faire un partage entre 2 personnages. Cependant ce partage n'est pas pour autant équipotent. En effet le nombre de billes revenant à chacun des enfants n'est pas le même car à l'origine un enfant avait 2 fois plus de billes que l'autre. De plus entre la situation initiale et finale, il y a eu une augmentation du nombre de billes.

Énoncé2: même que 1 mais avec diminution du nombre de billes.

Énoncé3: même que 1 mais avec 3 enfants au lieu de 2.

Énoncé4: comparaison de rapports de nombre d'augmentation de pourcentage.

On voit donc d'après les énoncés que l'on a affaire à des situations multiplicatives ou de divisibilité. On peut donc se servir de ces énoncés pour enseigner la notion de proportionnalité.

De plus grâce à ces énoncés, on peut introduire les tableaux de proportionnalité, la notion de coefficient de proportionnalité mais aussi (et surtout) les propriétés de linéarité de la fonction proportionnalité...".

Le problème didactique soulevé est celui de l'utilisation d'une même situation pour plusieurs objectifs. Comme il est dit plus haut, la solution de la structure semble inévitable et cela passe par *l'examen des différentes façons de résoudre les problèmes*.

Il y a au moins trois procédures de résolution qui se dégagent: partage en fonction du nombre de personnes à partir de l'état final ou de la différence entre la mise, l'état initial, et l'état final (partage équitable) ; partage en fonction de la mise de départ à partir de l'état final ou de la différence entre l'état initial et l'état final (partage proportionnel) ; partage selon un critère subjectif (partage aléatoire). Et quatre procédures de calcul: exécution d'une division euclidienne; recherche de multiples ou diviseurs; le passage par des fractions ou pourcentages. La distinction procédure de résolution et procédure de calcul est un problème à résoudre.

Quant à la structure, elle est caractérisée par un état initial (mise, prix) et un état final (billes à l'arrivée, prix). En notant les données de l'état initial par x , y , z et celles de l'état final par $f(x)$, $f(y)$, $f(z)$ on a dans l'énoncé1: $x = 10$, $y = 20$ et $f(x+y) = 42$. Il faut déterminer $f(x)$ et $f(y)$. Même procédé d'identification pour le reste d'énoncés.

Il y a des procédures de résolution qu'on ne peut pas contrôler (partage aléatoire) ou faire valoir à chaque fois (partage équitable) ou encore qui risquent de coûter en temps (essais successifs dans le partage proportionnel).

C'est dans la recherche de raisons de non validité qu'on va identifier les variables et arriver à l'objectif. Il est à remarquer que pour l'énoncé1, $f(x+y)$ est supérieur à $x+y$ (30) et $y-x$ (10); l'énoncé2, $f(x+y)$ c'est-à-dire 12 est inférieur à $x+y$ (30) et $y-x$ (20); l'énoncé3, $f(x+y+z)$ c'est-à-dire 52 est supérieur à $x+y+z$ (13). Le partage équitable ne marche pas lorsque $f(x+y)$ est inférieur à $x+y$ ou $y-x$. Il marche dans le cas contraire et ne permet de contrôler le résultat que par les données de l'état final, c'est-à-dire par $f(x+y)=f(x)+f(y)$. (énoncé1: $21+21=42$ ou $16+26=42$). Il ne permet pas de le faire par les données des deux états

à la fois, c'est-à-dire par $f(ax)=af(x)$. (énoncé1: 20 est le double de 10 mais 21 n'est pas le double de 21 ou 26 de 16). Il ne marche pas non plus lorsque la division euclidienne n'est pas finie.

Il y a manifestement un problème au niveau des rapports entre les données des deux états qui met au centre de ces énoncés la notion de linéarité. Ainsi la *linéarité fait l'objet de la séance*, l'enseignant ne s'attend pas à ce qu'elle soit utilisée d'emblée par les élèves. Et pour qu'ils l'utilisent, il est censé jouer sur le *nombre de personnes* (notamment pour éliminer la procédure d'essais successifs) et surtout sur la *nature de rapports* (rapports non entiers, rapports inférieurs à 1) au titre des variables didactiques.

L'énoncé 4 ne fait que confirmer ce travail sur les rapports. L'objectif serait explicitement de *donner du sens à la proportionnalité* : comme partage, il est celui qui répond toujours aux conditions de la linéarité.

Un autre objectif peut être envisagé: *être capable de résoudre les problèmes de proportionnalité*. Il soulève des questions de *type* et d'*étape* de déroulement. Il se rapporte à une étape de déroulement, la gestion de ce qui est appris, sans préciser le type d'enseignement. le concours vise l'enseignement, plus précisément l'apprentissage, et non une des ses étapes.

1.2. Analyse des productions d'élèves.

Définitions.

1. Une production d'élève est une réponse à une question du maître. La question peut être directe ou partir d'un problème qu'il propose. Selon la question, la réponse peut comme peut ne pas laisser de traces. Le psychologue parle de *comportement* et le didacticien de *déclaration* (s'il n'y a pas de traces), *procédure de résolution* ou *algorithme* (s'il y en a).

Les traces laissées par une réponse d'élève sont généralement incomplètes, mal disposées et muettes. Elles sont l'expression d'un discours didactique ou professionnel de l'élève qui demande une reconstitution.

Le discours didactique de l'élève est issu d'une situation dont les variables sont gérées par l'enseignant et pour laquelle il y a une diversité des procédures de résolution. Il est la formulation et la justification dans lesquelles l'élève met oeuvre, dans ce qu'il a fait, les connaissances ou les propriétés mathématiques supposées être présentes dans la situation.

Le discours professionnel de l'élève est issu de l'explication par l'enseignant d'une technique de calcul à partir d'une situation dont les variables ne sont nécessairement pas gérées. La présence des variables pertinentes est souvent le fait du hasard. Il est la reformulation par l'élève du discours professionnel que l'enseignant tient à l'occasion de l'explication d'une technique de calcul.

2. Analyser une production d'élève revient à reconstituer son discours didactique ou professionnel à partir des traces de sa réponse pour *identifier* tout *fonctionnement* et surtout *dysfonctionnement* éventuel.

Processus d'analyse d'une production d'élève.

De la reconstitution à l'identification, trois étapes sont à franchir: description, traduction mathématique, identification.

La description est ce travail de reconstitution qui se fait en langage courant et en général mentalement. Elle permet de se situer dans la logique de l'enfant.

La traduction mathématique est la restitution de la production de l'élève, son discours didactique ou professionnel, en utilisant un vocabulaire et une syntaxe mathématiquement corrects, c'est-à-dire un discours disciplinaire. Elle permet de ressortir la connaissance ou le savoir sur lequel porte le fonctionnement ou le dysfonctionnement.

L'identification est le travail proprement dit de l'analyse. Elle consiste à repérer les éléments constitutifs de la connaissance ou du savoir présents ou absents de son argumentation. Seuls les éléments en rapport avec l'objectif sont visés et présentés généralement en termes de procédures ou d'erreurs.

Le travail de l'analyse d'une production d'élève est un travail de *diagnostic* et non de *jugement*. Il est celui de l'enseignant et suppose un moment de débat pendant lequel l'élève est amené à assumer la responsabilité de l'apprentissage.

Analyse des productions et déroulement des enseignements dans les deux classes.

L'enseignant fait l'analyse des productions au moment de la recherche individuelle ou par groupes et à celui de la préparation de la séance suivante. Il essaie de repérer au moment de la recherche les productions qui vont faire l'objet du débat. Le travail de l'analyse est partagé entre lui et les élèves. Ces derniers décrivent ce qu'ils font en répondant aux questions appropriées de l'enseignant qui fait la traduction mathématique et l'identification. Il prépare notamment des questions autour desquelles va tourner le débat dans la mise en commun.

Il y a eu analyse des productions au moment de la recherche dans la classe A. Les questions posées au moment de la mise en commun des travaux d'élèves dans cet extrait de la description de la première séance⁵ en donnent les indices: Lors de son passage au tableau, le représentant d'un groupe dit: *nous ne sommes pas arrivés à trouver ce qui est demandé (il écrit au tableau ce qu'ils ont fait dans le groupe: $6 \times 8 = 48$; $6 \times 200 = 1200$; $6 \times 240 = 1440$; ...).*

La réponse donnée par ce représentant montre bien que le groupe reconnaît qu'il n'a pas réussi. *Le maître exploite cette reconnaissance de l'erreur pour ouvrir une **discussion entre les élèves** par la question suivante: **Pourquoi avez-vous fait 6×8 ?** "... Elève d'un autre groupe: trouver 48 tranches pour 6 personnes est invraisemblable car si pour 4 personnes on a besoin de 8 tranches d'ananas, pour 8 personnes on aura besoin de 16 tranches d'ananas.*

Donc si pour 8 personnes on a besoin de 16 tranches d'ananas, on ne peut avoir besoin de 48 tranches pour 6 personnes. M: **dans quel cas aurais-tu fait 6×8 ?** Elève du groupe dont le représentant est au tableau: dans le cas où les 8 tranches étaient pour une personne. Elève d'un autre groupe: on peut trouver pour une personne. M: **comment tu as fait pour trouver pour une personne?** Cet autre élève reste sans réponse. M: **le 2ème groupe?**

E : comme 6 est égal à 4 + 2, nous avons décidé de trouver pour 2; deux étant la moitié de 4: 2; 4; 100; 120; 6; 80; 3; 50. pour 6: $8 + 4 = 12$; $200 + 100 = 300$; $240 + 120 = 360$;

$12 + 6 = 18$; $160 + 80 = 240$; $6 + 3 = 9$; $100 + 50 = 150$.

Elève d'un autre groupe: Nous avons dit qu'il ne fallait pas faire l'addition ou la soustraction. Parce qu'on doit changer à chaque fois. ..."

Les questions "*pourquoi avez-vous fait 6×8 ?*", "*Dans quel cas aurais-tu fait 6×8 ?*" et "*Comment tu as fait pour trouver pour une personne?*" renvoient respectivement à la traduction mathématique, identification du dysfonctionnement et description. L'ordre des

⁵Voir l'article "Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles", quaderni di ricerca in didattica.

questions donne une idée de la priorité aux aspects de l'analyse qui relèvent de son ressort sur celui des élèves.

Rien dans le travail en commun de la classe B ne permet de dire qu'elle a eu lieu. Les questions ont plutôt rapport au discours professionnel de l'enseignant décrivant la technique de calcul ou la reprenant tout en insistant sur les points non maîtrisés dans la réalisation. Pour expliquer la technique de la règle de trois dans la deuxième séance⁶, le maître propose le problème suivant : 2 kg de manioc donnent 900 g de farine. Que donnent 25 kg de manioc? Après avoir lu le problème, il commence la résolution par la mise en évidence des données du problème. Il pose la question: **Qu'est-ce qu'il y a dans le problème?** Les élèves répondent: 2 kg, 900 g, 25 kg. Il enchaîne par l'explication du processus. "... M: **lorsque nous allons raisonner pour passer de 2 kg à 25 kg, nous devons d'abord connaître quoi?** E16: la quantité que donne 1 kg. M: **nous savons que 2 kg donnent 900 g. Alors la ligne qui suit, qu'est-ce que nous écrivons?** E17: 25 kg donnent Le maître répète ce que E17 a dit et demande qui sont d'accord avec lui. Les élèves disent personne. E18: 1 kg donne ... M: **1 kg donne combien?** E19: 1kg donne ... Les autres élèves murmurent. E20: 450 g. M: **la forme!** (il tient au respect de la présentation). E20: 1 kg donne 900g/2. M: **comment trouver ce que donnent 25 kg?** E21: ce que donne 1 kg on le multiplie par 25. M: écrit au tableau: 25 kg donnent 900gx25/2. Et dit: **arrivée là, on peut maintenant résoudre ...qu'est-ce qu'on fait là?** E22: on va simplifier. M: **par ...** . E22: par 2. Le maître fait la simplification au tableau. ..."

Après l'explication du processus, le maître fait observer la disposition, la présentation des calculs :

2 kg donnent 900 g
1 kg donne 900/2 g
25 kg donnent 900 x 25/2

"...

M: regardez dans cette colonne ici

	2 kg
	1 kg , toutes les unités sont de
	25 kg

même nature; de l'autre côté la même chose. Vous suivez? ..."

A la fin il amorce la règle de fonctionnement de la règle de trois. "... M: **pour y arriver, on met d'abord ce qu'on connaît; pour arriver à 25 kg, nous avons trouvé ce que donne l'unité. Nous avons donné la fraction. Il n'est pas interdit de trouver la réponse** (en parlant de l'unité). **Mais nous avons préféré garder la fraction pour simplifier à la fin. ..."** Tout se limite à l'étape de description.

L'enseignant de la classe A les a analysées pour préparer la séance suivante. La description des enseignements sur le changement progressif des données ou de présentation faite illustre bien⁷: A la première séance, le maître introduit l'enseignement de la proportionnalité par une *activité de recherche*. Il propose dans un tableau la recette du gâteau à l'ananas. Il donne *les proportions pour 4 personnes: 8 tranches d'ananas; 200 g de farine; 240 g de beurre; 12 g de levure; 160 g de sucre; 6 oeufs; 100 g de sucre à caramel.*

Il demande de trouver la recette du gâteau pour 6, 10, 28 personnes. Il ajoute à la consigne: "Vous êtes autorisés à ajouter, sur la colonne personnes, les nombres qui vous sont utiles pour trouver ce que vous cherchez."

5 et 11 remplacent 10 et 28 personnes à la 3ème séance. A la 4ème, l'énoncé littéral remplace l'énoncé sous forme de tableau et les élèves travaillent sur deux grandeurs au lieu de huit.....

Rien ne permet de l'affirmer pour la classe B. Le fait de répéter le même type d'exercices, parfois dans des récits différents, laisse penser plutôt au *constat* de réussite ou d'échec. Sa déclaration à la 3ème séance est très révélatrice : *avant de corriger le devoir, je*

⁶Voir la description dans l'article "Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles", *quaderni di ricerca in didattica*.

⁷Voir l'article "Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles", *quaderni di ricerca in didattica*.

vais mettre les nombres que nous allons faire ensemble ; parce que hier nous avons eu des problèmes à résoudre.

En définitive beaucoup d'éléments conduisent à parler de l'analyse des productions dans la classe A et non dans la classe B. Si elle est présente dans cette dernière, alors elle n'est pas prise en charge par l'enseignant. Il ne l'exploite pas.

1.3. Exploitation des productions d'élèves.

Le travail d'analyse doit conduire à l'exploitation. Il est par ce fait un préalable pour la réussite d'une exploitation. Alors qu'est-ce qu'exploiter? Pourquoi exploiter? Quelles sont les étapes d'une exploitation? Qu'est-ce qu'on peut exploiter?

Définitions.

1. Exploiter une production d'élève revient à *organiser une explication* à partir des *éléments identifiés ou fournis par l'analyse* dans le but d'*atteindre l'objectif* de la séquence.

C'est en fait cette organisation qui permet de rendre possible le travail de conversion au savoir ou à la connaissance. Cela passe par le statut qui sera accordé aux éléments ainsi identifiés. Dans le problème du concours, les multiples, diviseurs, fractions et pourcentages qui seront fournis par les procédures des élèves auront le statut de rapport.

2. Comme il est dit plus haut, les traces qui restent d'une production d'élève sont généralement incomplètes. Cela rend complexe le travail d'organisation d'une explication pour l'exploiter et suppose par ce fait la mise en oeuvre d'un processus rendant possible cette exploitation. Pour essayer de faire face à la situation, dans l'article sur les explications en classe de mathématique (RDM, vol.15, n°3, pp7-52, 1995), nous propose les éléments générateurs de cette organisation.

a. Deux *interlocuteurs*, réels ou supposés : un émetteur (auteur, **A**); un ou plusieurs destinataires (récepteurs, **R**). L'enseignant et les élèves peuvent être émetteurs ou récepteurs.

b. Un *but* (**B**). Comme ils ne jouent pas le même rôle, il importe d'attribuer à l'explication un but, qui peut être de convaincre ou d'enseigner (objectif).

c. Pour qu'une explication existe, il faut qu'il y ait

- d'un côté l'*objet d'explication* (objet expliqué, **Co**). Il peut être une méthode (**Mo**), un terme (**To**) ou un énoncé (**Eo**).

- De l'autre un *énoncé expliquant* (**Ce**). Il peut venir de celui qui explique ou d'un tiers. Il peut être absent du corpus ou simplement déduit du contexte et tenu par l'expliquant pour évident.

d. *Relation logique* "énoncé expliqué - énoncé expliquant". Deux liens peuvent être mis en évidence:

- une justification explicite, généralement d'ordre logique, que j'appelle *lien explicite* (**L**). Il est formulé dans le langage propre aux énoncés explicitement traités.

- Une *justification du premier lien* (**J**), une cause d'acceptation ou une raison cachée, le plus souvent implicite, de l'accepter. Elle peut se fonder sur l'aspect *social, culturel* qu'on retrouve dans la situation proposée ou *contenu* d'enseignement; connaissances à enseigner.

e. De façon arbitraire, j'ajoute les *effets de l'explication* (**E**), acceptation ou rejet. C'est plus un élément de l'apprentissage réalisé. C'est-à-dire qu'on le verra dans le réinvestissement qui en sera fait.

En conclusion, une explication est donc un 7-uplet de valeurs, $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R}, \mathbf{B}, \mathbf{Co}, \mathbf{Ce}, \mathbf{L}, \mathbf{J} \rangle$, organisées en une situation, $\langle (\mathbf{A}, \mathbf{R}), \mathbf{B} \rangle$, et une réponse à cette situation, $\langle [(\mathbf{Co}, \mathbf{Ce}), \mathbf{L}], \mathbf{J} \rangle$.

Processus d'exploitation d'une production d'élève.

Quatre étapes sont à distinguer. Elles correspondent bien aux éléments minimaux de l'explication.

1. Repérer les productions d'élèves (énoncé expliqué).

Toute production n'est pas exploitable. Il est donc nécessaire d'identifier celles qui le sont et feront l'objet d'explication. C'est ici que la description peut se faire, notamment pour les productions constituées de suite de calculs.

2. Traduire mathématiquement (but).

Comme il est dit dans la partie analyse, la traduction vise le savoir à enseigner qu'il faut ressortir de ce qui est produit par les élèves. C'est le moteur de la conversion de l'activité à la connaissance ou au savoir.

3. Identifier le fonctionnement et le dysfonctionnement (énoncé expliquant : éléments constitutifs).

C'est le début du travail de transfert de la responsabilité de l'apprentissage aux élèves. Il consiste à l'organisation des éléments identifiés ou fournis par la description et surtout la traduction mathématique pour établir l'*ordre des questions* dans le débat qui doit avoir lieu à la mise en commun. L'identification fournit ainsi les éléments de base des énoncés expliquants faisant l'objet du débat.

4. Envoyer des messages aux élèves (énoncé expliquant : formulation).

Les messages sont des *questions* (et non des *réponses* ou *jugements*) à poser aux élèves pour *relancer la recherche ou le débat sur l'explication à trouver*. Elles conduisent d'abord à comprendre le problème et ensuite à trouver la réponse. L'analyse des questions posées devrait permettre de répondre aux interrogations sur ce qui est identifié.

L'exploitation des productions d'élèves est un des éléments qui fondent le débat qu'il y a dans la dévolution. L'exploitation permet d'arriver dans les meilleures conditions possibles à la fin d'un processus d'institutionnalisation.

Exploitation des productions et déroulement des enseignements dans les deux classes.

L'exploitation se fait essentiellement au moment du travail en commun ou de la mise en commun. Elle est la mise en oeuvre de tout ce qui a été préparé à l'analyse et se caractérise par l'*ordre des questions du maître*.

Les interventions du maître de la classe A dans le débat sont essentiellement sous forme de questions et cela dans un ordre déterminé. Les questions de la première séance

données plus haut sont dans l'ordre du déroulement. Elles traduisent respectivement une justification, un contexte de validité et une description de procédure.

Le maître de la classe B n'exploite pas des productions mais des *situations* qu'il propose dans le but de *décrire la technique de calcul*. Les questions portent essentiellement sur les calculs à faire (procédures de calcul) et sont dans l'ordre de l'exécution de cette technique.

1.4. Gestion

Définition.

Il est courant de parler de la gestion de classe, d'énoncés ou de situations, de ce qui est appris, Qu'est-ce que gérer? Qu'est-ce qu'on gère? Quel rapport établir entre les différentes gestions?

La gestion suppose un déroulement de séquence avec les différentes étapes et différents moments d'action. Dans ce contexte, on gère (i) des situations qui mènent à l'apprentissage ; (ii) des situations qui permettent de rendre compte d'un apprentissage ; (iii) l'organisation matérielle du lieu classe (élèves, tableau, sièges, ...). (iii) permet la réalisation de (i) et (ii).

La gestion répond à une mission sous-entendue de l'institution scolaire, qui est l'apprentissage. La mission fait l'objet du contrat entre l'enseignant et l'institution scolaire

La gestion porte plus précisément sur *les contraintes liées* à ce qui va être proposé (situations, problèmes, exercices, ...), au lieu (école, classe, environnement) et à l'institution scolaire (contrats d'engagement comme enseignant).

Les contraintes des situations sont *des variables*; de la classe relèvent de *l'organisation (disposition, utilisation, déplacement, ...)*; de l'apprentissage sont *les négociations*.

Gérer serait avoir une prise sur les contraintes pour réaliser ou pour rendre compte sur sa mission. Pour y arriver, il est nécessaire de *composer* les contraintes entre elles.

II. CONCLUSION GENERALE.

Nous pouvons dire en conclusion que la prise en compte de l'existence de plusieurs façons d'organiser les différents moments d'action dans le déroulement d'une séquence et du discours du formateur destiné au futur maître est nécessaire dans le sens à donner aux concepts didactiques utilisés dans la formation professionnelle des PE. L'organisation des différents moments d'action fournit un contexte. Le discours du formateur, qui est un discours de coordination des discours didactique et professionnel, facilite au futur maître l'articulation à faire entre le discours didactique et le discours professionnel.

C'est le caractère explicatif de ce discours de formation qui permet au futur PE de prendre du recul par rapport aux situations rencontrées, notamment de faire face aux éléments inducteurs de ces situations, et de traduire par les procédures de résolution chez les élèves ce qu'il a appris de façon à atteindre l'objectif, c'est-à-dire à donner du sens à ce que les élèves apprennent. Le caractère explicatif du discours de formation suppose de la part du formateur une *précision sur le "processus de réalisation"* des concepts didactiques rencontrés pour permettre au futur PE de répondre à ses attentes.

Il a été constaté qu'il est facile de donner un sens aux termes dans le contexte de la classe A ; que le déroulement de la classe A donne la place aux discours didactique et professionnel et facilite par ce fait le travail de coordination du discours de formation. Ce type de déroulement n'est pas courant et ne rentrera pas dans la pratique à partir de l'utilisation des termes comme "recherche individuel", "mise en commun des productions d'élèves", "formulation", "validation", ...etc.. La rentrée en pratique du déroulement de la classe A nécessite un travail de mise en place et de réalisation des situations appropriées. Et cela dans une structure qui réunit les formateurs de l'IUFM et du terrain.

Comment organiser la formation de sorte à rendre usuel le déroulement qui donne la place aux discours didactique et professionnel ? Certaines structures en expérimentation comme l'Atelier de Développement des Pratiques Professionnelles (ADPP) essaient de donner les éléments de réponse. Il faut bien sûr faire état de ces travaux.

Ce qu'on peut dire dans l'immédiat par rapport à l'ADPP est que le travail de définition de l'objectif contribue de façon fondamentale dans la distinction des déroulements et détermination des responsabilités de l'apprentissage. L'objectif permet de déterminer les variables didactiques (moteur de l'apprentissage), de faire et réaliser une progression (c'est-à-dire de déterminer l'organisation des différents moments d'action qui donnent un cadre au discours de formation). Le travail fait sur les deux classes⁸ et le concours externe de l'Académie de Lille (1996) permet de le constater.

⁸Voir l'article "Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles", *quaderni di ricerca in didattica*.

BIBLIOGRAPHIE

- Bloom et Coll.** (1969), Taxonomie des objectifs pédagogiques. Tome1. Domaine cognitif. Education nouvelle. Montréal.
- Brousseau N. et G.** (1987), Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. Comptes - rendus d'observations de situations et de processus didactiques à l'école Jules Michelet de Talence. Document pour les enseignants et pour les formateurs, IREM de Bordeaux I.
- Brousseau G.** (1988), Le contrat didactique : le milieu. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 9, N°3, pp. 309-336.
- Brousseau G.** (1990-1991), Style du maître. Notes du séminaire de mercredi destiné aux instituteurs de l'école Jules Michelet de Talence II, Bordeaux.
- Chevallard Y.** (1988-1989), Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport officiel. Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique N°108. Equipe de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, Grenoble, pp. 211-236.
- Conne F.** (1992), Savoir et Connaissance dans la perspective de la transposition didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 12/2.3, pp. 221-270.
- Margolinas C.** (1993), De l'importance du vrai et du faux dans la classe des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, Ed. La Pensée Sauvage. 256 pages.
- Mopondi B.** (1986), Problème de sens dans la négociation didactique en vue de l'institutionnalisation d'un algorithme : notion de la proportionnalité au cours moyen. Thèse de 3ème cycle, Université de Bordeaux I.
- Mopondi B.** (1992), Rôle de la compréhension dans l'apprentissage : notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre. Thèse d'université, Université de Bordeaux I.
- Mopondi B.** (1995), Les explications en classe de Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 15, n°3, pp. 7-52, 1995.
- Mopondi B.** (1997), Types de déroulements de séquences et la formation professionnelle des professeurs des écoles. Quaderni di ricerca in didattica, n° 7, pp.1-40, G.R.I.M., Palermo 1997.
- Perrin-Glorian M.J.** (1993-1994), Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprend l'étude de "classes faibles". Revue "Petit x",no35 pp. 5-40 . IREM de Grenoble.
- Robert A. et Tenaud I.** (1988), Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C. Recherches en Didactique des mathématiques, vol. 9-1, pp 31-70. 1988.
- Perrin-Glorian M.J., Robert A. et Robinet J.** (1993), Etude du discours non mathématique d'un enseignant. Différence entre deux classes de seconde : une forte, une faible. Actes de la septième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, pp. 51-53. Saint-Sauves d'Auvergne.
- Robert A. et Josse E.** (1993), Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol.13/1.2, pp.119-154.
- Rouchier A.** (1991), Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématique et informatique élémentaires : proportionnalité, structure itérativo-récurrentes, institutionnalisation. Thèse de Doctorat d'Etat, Université d'Orléans.