

Esempi di utilizzo di differenti ambienti di modellizzazione per lo studio delle onde meccaniche

Giovanni Tarantino

Dipartimento di Fisica e Tecnologie Relative, Università di Palermo, Italy

E-mail: tarantino@difter.unipa.it

Sommario

In questo articolo vengono descritti e discussi differenti strumenti didattici basati sulla simulazione al computer del comportamento dinamico di una catena lineare di particelle interagenti. Gli ambienti di simulazione utilizzati sono Interactive Physics, NetLogo e STELLA. Vengono analizzati diversi casi tra i quali la propagazione di impulsi gaussiani in regime dispersivo e non dispersivo. Gli ambienti proposti permettono, inoltre, la costruzione di percorsi formativi basati su differenti approcci allo studio della fisica delle onde elastiche.

Abstract

In this paper different pedagogical tools based on computer simulation of the dynamic behaviour of a linear chain of interacting particles are described and discussed. The simulation environments used are Interactive Physics, NetLogo and STELLA. Different cases are analysed, like Gaussian pulse propagation in dispersive and non-dispersive regimes. The proposed simulation environments allow also the construction of learning sequences based on different approaches to the study of elastic wave physics.

1. Introduzione

Uno dei possibili approcci allo studio della propagazione di un segnale meccanico attraverso un mezzo elastico si basa sulla modellizzazione del mezzo in termini dei suoi costituenti elementari e delle interazioni reciproche [1]. A livello mesoscopico, infatti, un mezzo elastico può essere modellizzato come una catena lineare di particelle interagenti. Questo modello risulta particolarmente efficace per ricavare alcune importanti proprietà fisiche della materia allo stato solido.

L'utilizzo dei software per la modellizzazione e la simulazione come strumento per la costruzione di percorsi didattici sulla fisica delle onde meccaniche permette di focalizzare gli aspetti legati al ruolo che l'interazione tra gli elementi del mezzo gioca nella propagazione di un impulso meccanico. In assenza di interazione nulla potrebbe propagarsi e, d'altro canto, proprio le caratteristiche delle interazioni determinano le proprietà della propagazione stessa. Tale aspetto risulta del tutto centrale nella comprensione delle proprietà dei segnali che si propagano attraverso i mezzi elastici e dei concetti rilevanti della fisica delle onde [2].

Nei paragrafi seguenti, descriveremo alcuni esempi di applicazioni realizzate utilizzando differenti ambienti di modellizzazione e simulazione. In particolare verranno descritti e discussi differenti modelli per lo studio del comportamento di una perturbazione in mezzi elastici discreti implementati con Interactive Physics, NetLogo e STELLA/Berkeley-Madonna.

2. Esempi di modellizzazione con Interactive Physics

La propagazione di una perturbazione attraverso una catena discreta di masse interagenti può essere facilmente analizzata utilizzando un qualunque software che consenta di integrare numericamente un sistema di equazioni differenziali. Nel nostro caso si è utilizzato il software didattico Interactive Physics (IP) [3]. Questo software, oltre a contenere l'implementazione di un algoritmo Runge-Kutta per la risoluzione numerica delle equazioni del moto di un sistema meccanico formato da un qualunque numero di elementi, permette

anche di visualizzare il moto degli oggetti, misurare tutte le grandezze cinematiche e dinamiche che intervengono e controllare tutti i parametri in gioco utilizzando in modo semplice cursori, tabelle e caselle di testo.

2.1 Propagazione di un impulso longitudinale: misura della velocità di gruppo

Per studiare la propagazione di un impulso longitudinale attraverso una catena di masse interagenti linearmente, è stata realizzata una simulazione in cui l'estremo destro di una catena composta da 33 masse connesse da molle ideali identiche, veniva forzato a muoversi avanti e indietro secondo una legge oraria del tipo

$$X_1(t) = A e^{-\left(\frac{t-\Delta T}{2}\right)^2} \quad (1)$$

in cui la funzione $X_1(t)$ rappresenta lo spostamento dalla posizione di equilibrio della prima massa. Viene generato, in questo modo, un impulso gaussiano di ampiezza A e di durata pari a ΔT che si propaga verso destra.

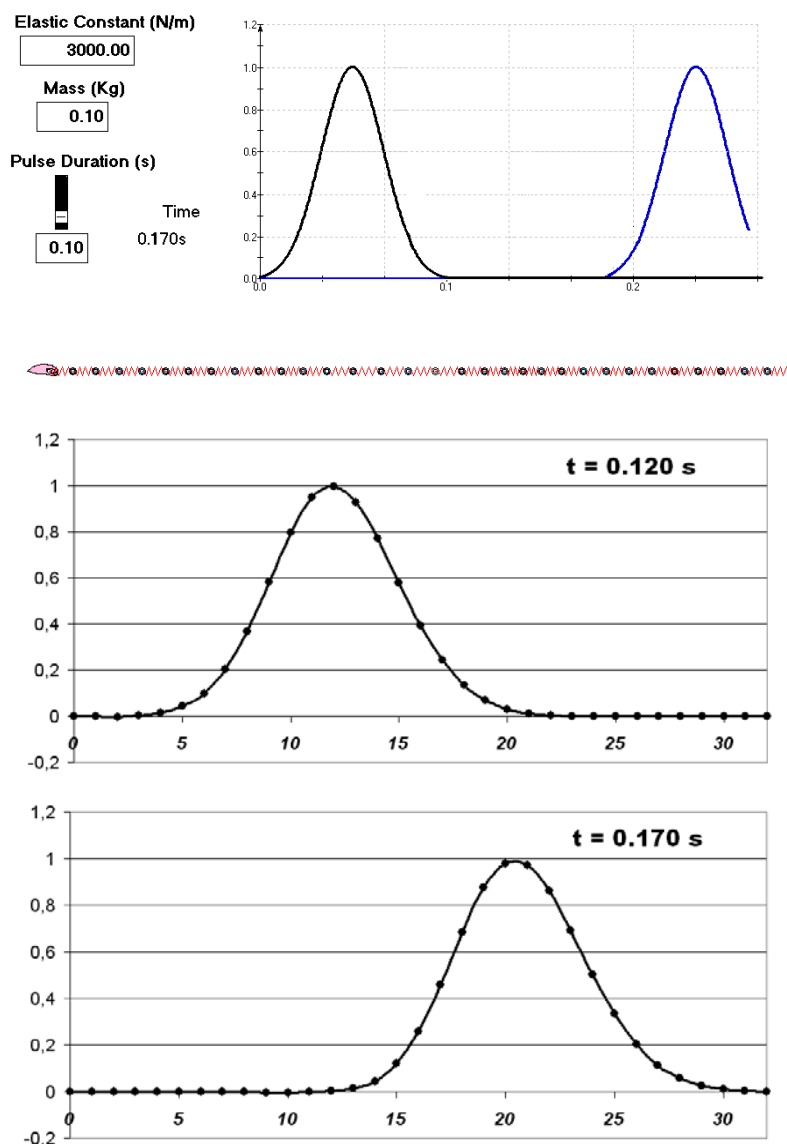


Figura 1 (a) (b) e (c). Propagazione di un impulso gaussiano

In figura 1 è riportato uno screenshot di una simulazione della propagazione di un impulso gaussiano di ampiezza massima unitaria e durata pari a 0.10 sec. attraverso una catena di masse pari a 0.10 kg connesse da molle di costante elastica pari a 3000 N/m e lunghezza a riposo 2.6 cm. In fig. 1a insieme alla catena è rappresentato il grafico posizione-tempo relativo alla prima massa (curva nera) e alla trentesima (curva blu) massa, all'istante $t = 0.17$ s.

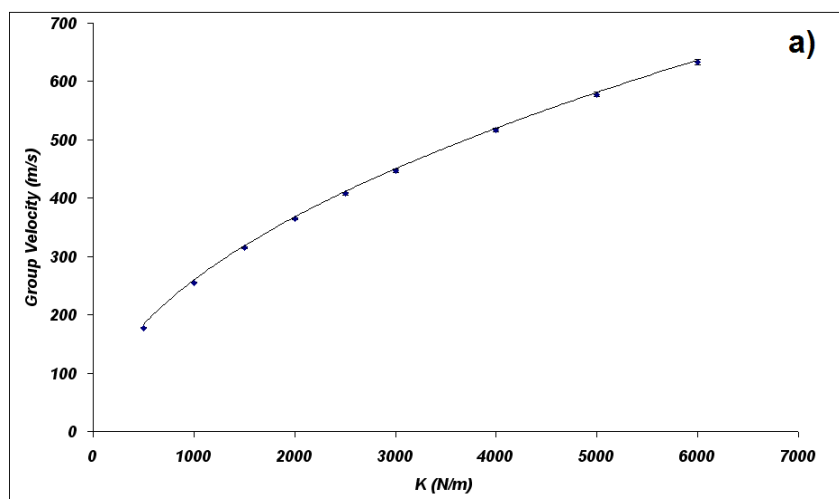
Le figure 1 (b) e (c) rappresentano invece i grafici degli spostamenti dalle posizioni di equilibrio di tutte le masse della catena rispettivamente agli istanti 0.12 s e 0.17 s.

La velocità di propagazione del pacchetto è stata misurata ricavando, da questi grafici, la distanza tra i due picchi delle corrispondenti curve gaussiane. Il valore è pari a circa 4.5 m/s.

Poiché il pacchetto utilizzato ha una larghezza circa 10 volte maggiore del passo della catena, e tenendo conto che le componenti in frequenza di una funzione gaussiana appartengono ad un intervallo limitato essendo la trasformata di Fourier di una gaussiana essa stessa gaussiana¹, il sistema risulta debolmente dispersivo e la velocità di gruppo, come è noto, risulta essere

$$v_g \cong d \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (2)$$

I valori della velocità di gruppo, misurati con la simulazione, sono stati graficati in funzione di K e di m e confrontati con i valori teorici. I grafici relativi a nove valori misurati della velocità di gruppo in funzione rispettivamente di K ed m sono riportati in figura 2.



¹ Questo aspetto giustifica la scelta di un pacchetto gaussiano. Scegliendo, ad esempio, un semiperiodo sinusoidale gli effetti dispersivi sarebbero stati più evidenti contenendo trasformata di Fourier componenti in frequenza appartenenti ad uno spettro più ampio.

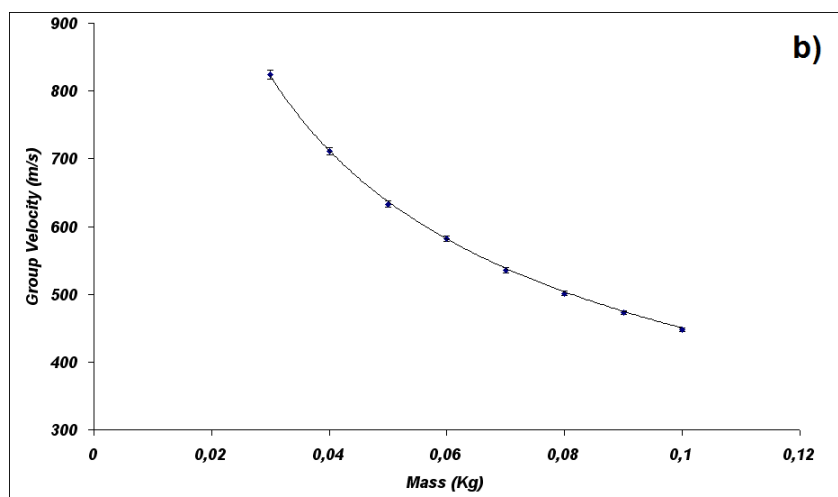


Figura 2. Velocità di gruppo in funzione di K (a) e di m (b)

2.2 Impulsi gaussiani lungo una corda tesa

Lo studio della propagazione di un impulso trasversale lungo una corda elastica tesa può essere realizzato utilizzando un modello discreto di corda del tutto simile a quello descritto nel paragrafo precedente e cioè consistente in una catena lineare unidimensionale di masse identiche interagenti con un potenziale quadratico.

Questo modello di corda può essere più agevolmente implementato nell’ambiente IP utilizzando l’opzione Campo di Forza. Così facendo, infatti, si evita di riscrivere l’espressione delle forze per ciascuna particella della catena. La forza sull’i-esima massa è definita nel modo seguente

$$F_i = -K \sum_{j=1}^N d_{ij} (y_i - y_j) \quad (3)$$

dove F_i è la forza lungo y agente sull’i-esima particella e la funzione d_{ij} è definita come

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } |x_i - x_j| < 2d \\ 0 & \text{se } |x_i - x_j| \geq 2d \end{cases} \quad (4)$$

dove d è la distanza lungo la direzione x tra due particelle contigue.

Questa definizione tradotta nel linguaggio di programmazione di IP si scrive agevolmente come

$$\text{if}(\text{abs}(\text{self.p.x} - \text{other.p.x}) < 2, (-\text{self.p.y} + \text{other.p.y}) * \text{input}[1], 0)$$

da cui si evince che la forza di interazione è non nulla solo se la distanza tra due particelle qualunque della catena è minore di 2 (abbiamo utilizzato una catena costituita da particelle poste a distanza unitaria l’una dall’altra).

La finestra contenente la simulazione è riportata in figura 3. Essa rappresenta un sistema di 80 particelle identiche equidistanti in cui è presente un’interazione lineare coi primi vicini del tipo dato dalla (3). L’intensità dell’accoppiamento può essere regolata, variando il valore della costante elastica attraverso il cursore. Allo stesso modo, può essere variata la massa delle particelle.

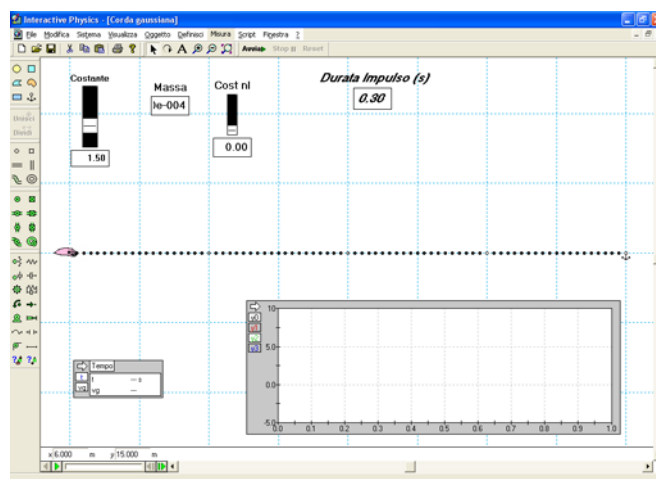


Figura 3. Simulazione di un impulso che si propaga lungo una corda

All'avvio della simulazione, la prima particella a sinistra viene forzata a muoversi su e giù secondo una legge oraria del tipo dato dalla (1), in modo tale da generare un impulso trasversale gaussiano la cui durata viene impostata tramite l'apposito cursore. L'impulso si propaga verso destra e può essere monitorato durante la propagazione tramite il grafico posizione-tempo di quattro diverse particelle distanti tra loro $\frac{1}{4}$ della lunghezza totale della corda. L'altro estremo della corda può essere fisso o libero.

Cominciamo col prendere in esame il caso più semplice corrispondente alla propagazione di un impulso in regime non dispersivo.

2.3 Impulsi gaussiani lungo una corda tesa: caso non dispersivo

Come abbiamo già rilevato, dalla teoria della propagazione delle onde elastiche, sappiamo che gli effetti di dispersione sono tanto meno evidenti quanto maggiore è la larghezza del pacchetto rispetto alla distanza di separazione tra le particelle. Questo, tuttavia, è vero quando il pacchetto contiene componenti in frequenza che si propagano a velocità all'incirca uguali. Nel caso di un pacchetto gaussiano, il cui spettro è ancora una gaussiana, le componenti dello spettro di Fourier appartengono ad un intervallo limitato. Pertanto, larghezze del pacchetto molto maggiori della distanza di separazione tra le particelle del mezzo assicurano un comportamento non dispersivo. D'altra parte, nei mezzi continui lineari non vi sono effetti dispersivi e qualunque pacchetto si propaga con velocità dipendente solo dalle proprietà del mezzo. Questo implica anche che la forma del pacchetto non si modifica durante la propagazione.

Affinché questa condizione sia verificata bisogna innanzitutto stimare la larghezza del pacchetto gaussiano. Questa è data dal prodotto della velocità di propagazione c per la durata dell'impulso ΔT . Sappiamo, inoltre, che una buona approssimazione per la velocità di propagazione in regime non lineare è fornita dalla relazione (2). Ciò fornisce un criterio per la scelta appropriata dei parametri K ed m della catena.

Scegliendo, ad esempio, una costante elastica pari a 1.5 N/m, una massa pari a 10^{-4} Kg e una distanza interparticellare di 1 mm, si ottiene, utilizzando la (2), un valore di velocità di propagazione pari a 122.4 mm/s. Impostando la durata dell'impulso a 0.3 s, si ottiene un pacchetto di larghezza pari a $c\Delta T = 36.7$ mm, che confrontato con il passo reticolare di 1 mm, permette di considerare il mezzo con buona approssimazione continuo e dunque trascurare gli effetti dispersivi.

Due istantanee della simulazione sono riportate in fig. 4. Da esse si evince che l'impulso conserva la sua forma iniziale durante la propagazione, come è anche testimoniato dalla somiglianza tra gli spettri del segnale ricavati dalle curve $y(t)$ della prima e della quarantesima particella della corda (fig. 5).

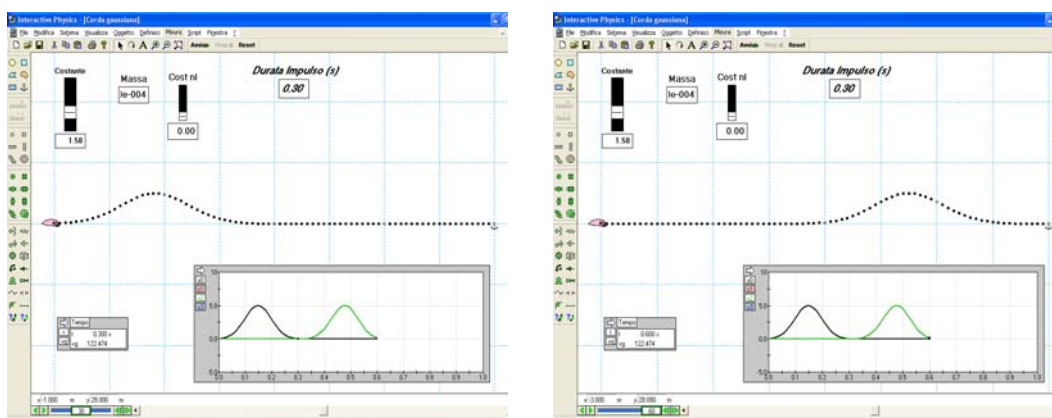


Figura 4. Propagazione di un impulso gaussiano: due diverse istantanee

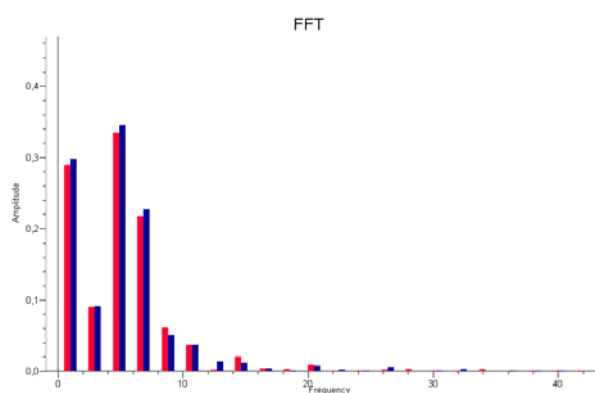


Figura 5. Propagazione di un impulso gaussiano: spettri delle funzioni $y(t)$ della prima (barre rosse) e della quarantesima particella (barre blu)

2.4 Impulsi gaussiani lungo una corda tesa: caso dispersivo

Il caso con dispersione si ottiene regolando opportunamente i parametri che caratterizzano il sistema. Se, rispetto al caso precedente, riduciamo la durata dell'impulso e aumentiamo il valore della costante di accoppiamento, ciò che accade è che la larghezza del pacchetto comincia ad essere confrontabile con il passo della catena. In termini di componenti dello spettro sappiamo, infatti, che restringendo un pacchetto gaussiano si determina uno spreading dello spettro.

Mantenendo la costante elastica pari a 1.5 N/m, aumentando la massa delle particelle di un fattore 10 (massa = 10^{-3} kg) e riducendo la durata dell'impulso a 0.2 s, si ottiene, questa volta, un pacchetto di larghezza pari a circa $c\Delta T = 7.8$ mm, valore che risulta confrontabile con il passo reticolare di 1 mm.

Gli effetti dispersivi sono perfettamente visibili nella simulazione. Dalle due istantanee relative agli istanti $t_1 = 0.25$ s e $t_2 = 1.80$ s (Fig. 6) e dall'esame degli spettri delle curve $y(t)$ della prima e della quarantesima particella (Fig. 7) è perfettamente visibile lo spreading del pacchetto subito durante la propagazione.

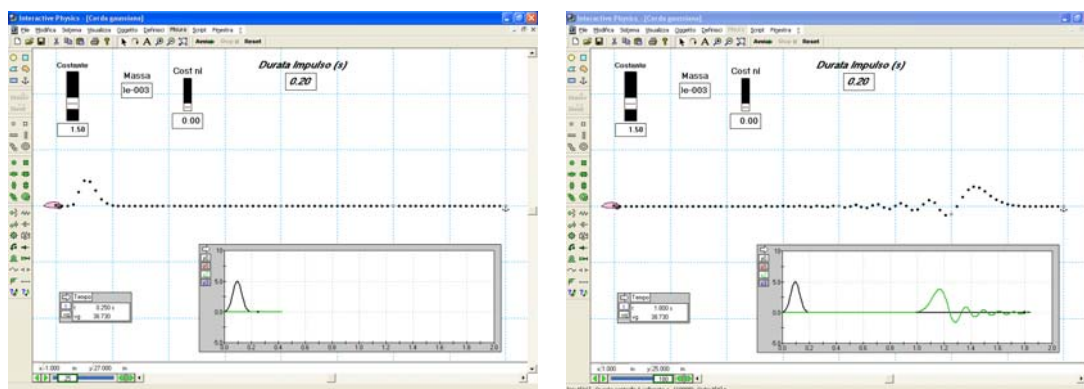


Figura 6. Propagazione di un impulso gaussiano con dispersione: due istantanee a istanti diversi

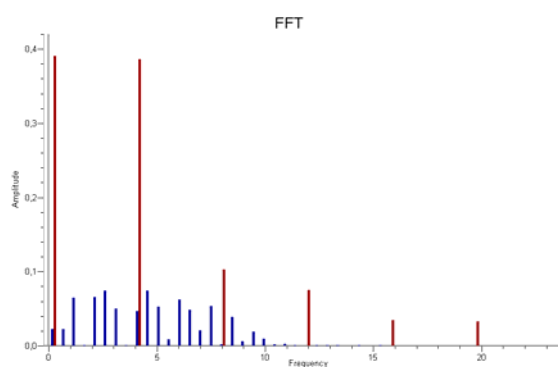


Figura 7. Propagazione di un impulso gaussiano con dispersione: spettri delle funzioni $y(t)$ della prima (barre rosse) e della quarantesima particella (barre blu)

3. Ambienti di modellizzazione di tipo Object-Based: NETLOGO

NetLogo [4] è un ambiente di tipo OBPM (Object-Based Parallel Modelling Language) che permette di simulare il funzionamento di fenomeni naturali e sociali. In realtà, si tratta di un'estensione del linguaggio Logo e si rivela particolarmente efficace per il modelling di sistemi dinamici complessi. Utilizzando questo tipo di ambiente, è possibile impartire in maniera abbastanza semplice delle istruzioni ad un qualsivoglia numero di agenti indipendenti operanti in parallelo. Questo rende possibile l'esplorazione delle connessioni esistenti tra il comportamento di un insieme di agenti da un punto di vista di micro-livello e gli schemi emergenti dalle interazioni tra gli agenti a livello complessivo. Questi agenti possono rappresentare animali, cellule, piante, molecole ed altri tipi di elementi singoli interagenti in un ambiente in cui sono definite regole precise.

NetLogo costituisce, pertanto, un ambiente aperto che consente all'utente di creare dei modelli propri o di modificare quelli esistenti, esplorandone il comportamento sotto varie condizioni. L'ambiente di programmazione è sufficientemente semplice da consentire ad uno studente o a un docente di costruire e far girare le simulazioni dopo una breve fase di familiarizzazione, ma allo stesso tempo, è sufficientemente avanzato da costituire un potente strumento per la ricerca in svariati campi.

3.1 L'utilizzo di NETLOGO nell'apprendimento delle onde meccaniche

Si può cominciare con la modellizzazione di un semplice fenomeno di propagazione: “La Ola”. Gli spettatori assiepati sugli spalti di uno stadio, per produrre questa caratteristica onda, sanno che la semplice regola da osservare consiste nello scattare in piedi quando il vicino fa la stessa cosa e successivamente sedersi. Se tutti gli spettatori eseguono questa istruzione viene generata un'onda trasversale che si propaga lungo gli spalti dello stadio. Il fenomeno emergente ostenta, pertanto, una natura e delle proprietà totalmente differenti da quelle che caratterizzano il micro-livello e dal moto dei singoli componenti del sistema.

La rappresentazione di questo fenomeno con NetLogo è immediata una volta delineate le istruzioni precise che ogni singolo agente deve eseguire. L’istruzione in questo caso è: alzarsi in piedi e successivamente sedersi non appena il vicino comincia ad eseguire questa stessa azione.

Le figure 8 (a) e (b) mostrano le due semplici procedure per implementare l’istruzione sopra descritta. L’analogia con il linguaggio parlato è del tutto evidente. Uno screen-shot de “La Ola” è riportato in figura 8 (c).

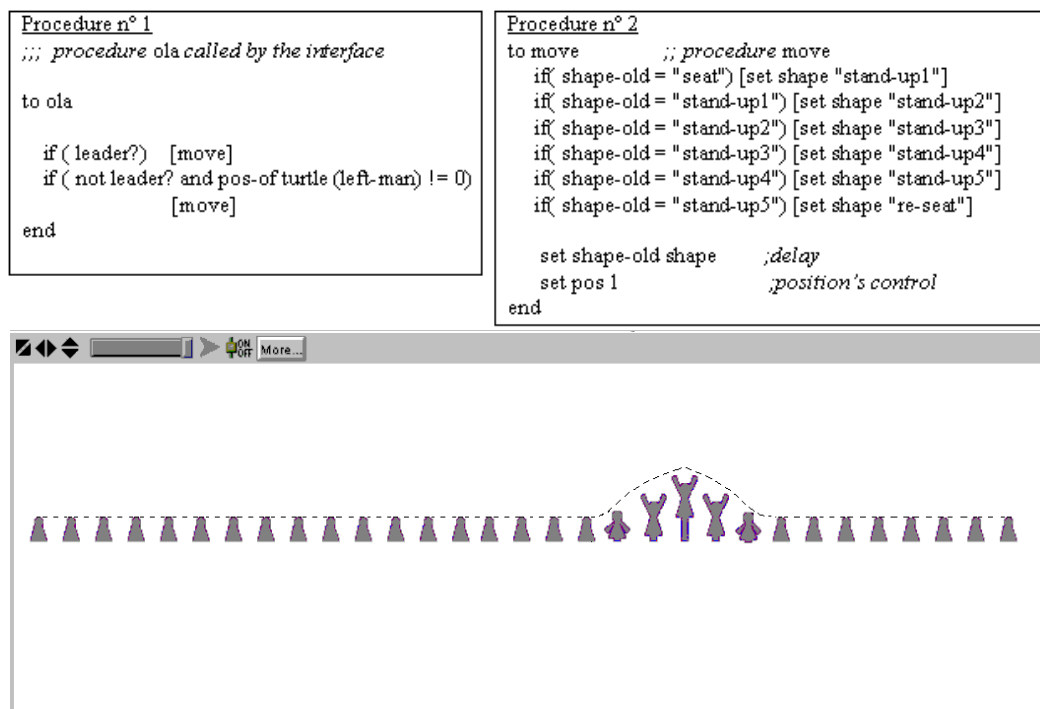


Figura 8 (a) (b). Implementazione de “La Ola” con NetLogo. (c) Immagine della simulazione

Lo stesso tipo di approccio può essere utilizzato per descrivere la propagazione di un impulso attraverso una catena di masse interagenti. La catena può, infatti, essere schematizzata come una fila di agenti elementari liberi di muoversi su e giù. Ciascun agente si comporta come se fosse connesso ai due vicini tramite delle molle. Il meccanismo che regola la propagazione di una perturbazione attraverso questo sistema è virtualmente identico a quello de “La Ola” (fig. 9).

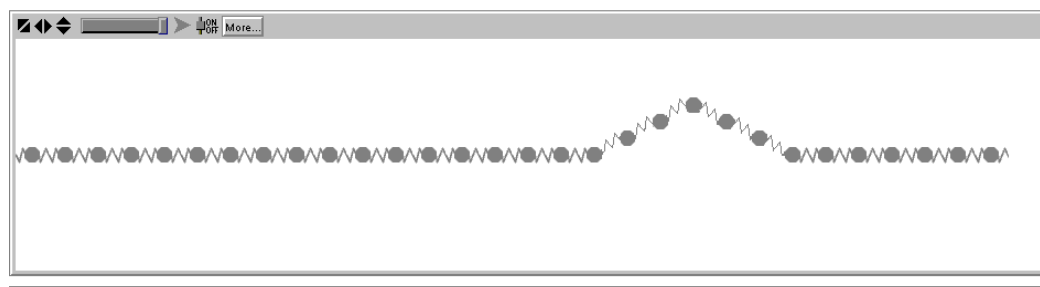


Figura 9. Impulso trasversale lungo una catena masse-molle

Se si incrementa il numero di agenti elementari è possibile rappresentare la propagazione di un impulso attraverso un mezzo continuo come una corda (Fig. 10).

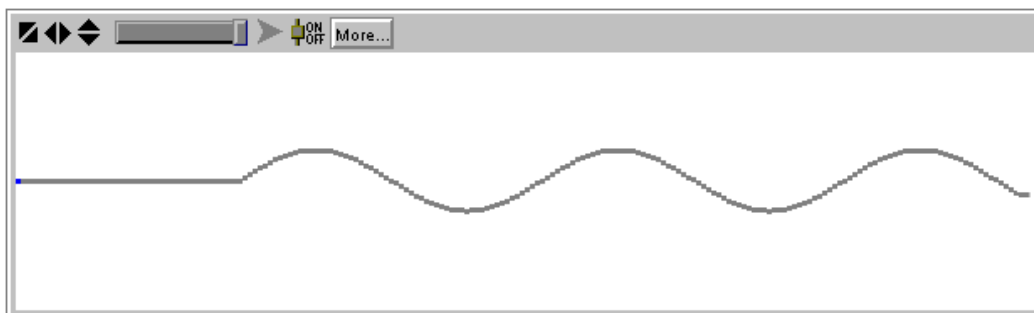


Figura 10. Impulso lungo una corda

In maniera formalmente analoga è possibile studiare la propagazione di un impulso attraverso un gas, semplicemente modificando la natura delle interazioni tra le particelle.

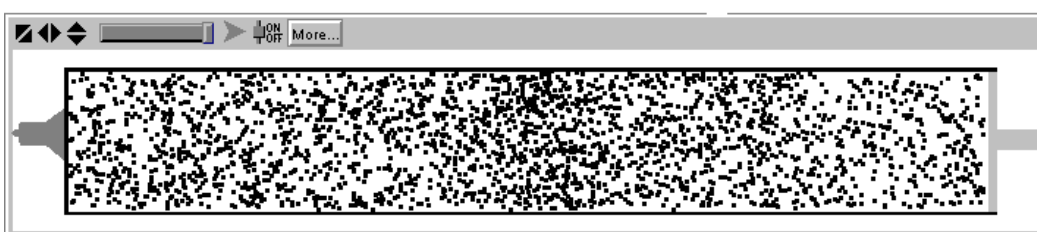


Figura 11. Impulso longitudinale lungo una colonna di gas

4. Ambienti di modellizzazione di tipo aggregate: STELLA e Berkeley-Madonna

Sia STELLA [5] che Berkeley-Madonna [6] sono due ambienti di modellizzazione e simulazione di tipo “aggregate”. Sono pertanto dedicati all’analisi del comportamento dei sistemi dinamici nel loro complesso, senza considerare le interazioni microscopiche tra i componenti. Questi ambienti sfruttano la metafora del recipiente contenente una certa quantità di liquido (misurato dal livello) che può svuotarsi o riempirsi attraverso dei rubinetti. Essi utilizzano recipienti, flussi ed altri descrittori grafici per esprimere le variazioni temporali che una grandezza subisce quando essa è associata ad una certa proprietà di un sistema dinamico. La legge che regola l’andamento temporale del livello di liquido dipende dalla legge che regola i flussi. Tali ambienti, pertanto, offrono il vantaggio di eliminare totalmente le difficoltà legate alla manipolazione del complesso formalismo matematico delle equazioni differenziali, riproducendo, in un certo qual modo, il processo tipico del pensare e della descrizione verbale, tipica del linguaggio naturale, dei modelli mentali.

STELLA e Berkeley-Madonna permettono all’utente la traduzione di un modello verbale in uno schema simbolico consistente in una flowchart, i cui elementi sono:

- Recipienti:* associati alle variabili rilevanti del modello la cui evoluzione temporale è determinata dall’azione di svuotamento e/o riempimento.
- Flussi:* associati alla rapidità di variazione delle variabili.
- Formule:* associate ai parametri caratteristici del modello.
- Connettori:* collegano secondo relazioni funzionali contenitori, flussi e formule.

Il programma genera automaticamente un codice associato allo schema costruito e simula l’evoluzione temporale di tutte le variabili in gioco, rappresentandola attraverso grafici, tabelle etc. . Nello stesso tempo, viene offerta all’utente la possibilità di eseguire in maniera immediata l’analisi del comportamento del sistema al variare di uno o più parametri.

Nel contesto della modellizzazione dei fenomeni di propagazione dei segnali meccanici, questa tipologia di strumenti permette una rappresentazione didatticamente efficace del modello di propagazione, che sarà dettagliatamente descritta nel prossimo capitolo.

La propagazione viene infatti modellizzata come un trasferimento di informazione tra gli elementi, che per i sistemi meccanici è rappresentata da variazioni della loro quantità di moto, che ha luogo con una rapidità associata alle forze di interazione.

Il modello base è costituito da un sistema di oscillatori accoppiati formato da due masse identiche interagenti attraverso una molla. La trattazione di tale sistema fornisce un semplice esempio di meccanismo di propagazione di uno stato dinamico.

4.1 Oscillatori accoppiati

Consideriamo due sfere identiche di massa m poggiate su un piano senza attrito e collegate tramite una molla ideale di lunghezza a riposo l_0 (fig. 12)

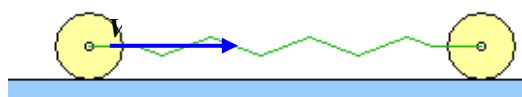


Figura 12. Oscillatori accoppiati

Supponiamo che il sistema sia inizialmente fermo e in equilibrio (la molla non sia compressa). All'istante $t = 0$ sulla prima sfera viene applicato un impulso tale da imprimergli istantaneamente una velocità V .

Ponendo l'origine degli assi di riferimento in corrispondenza della posizione di equilibrio della prima massa e indicando con $x_1(t)$ e $x_2(t)$ le posizioni delle due masse all'istante t , le equazioni del moto si scrivono

$$\begin{aligned} -K[l_0 + x_1(t) - x_2(t)] &= m\ddot{x}_1(t) \\ K[l_0 + x_1(t) - x_2(t)] &= m\ddot{x}_2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

dove K è la costante elastica della molla ed m la massa delle sfere. E' facile dimostrare che, imponendo le condizioni al contorno $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = l_0$, $\dot{x}_1(0) = V$, $\dot{x}_2(0) = 0$, le soluzioni del sistema (5) sono

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{V}{2} \left(t + \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) \\ x_2(t) &= l_0 + \frac{V}{2} \left(t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) \end{aligned} \quad (6)$$

con $\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}}$. Dalle soluzioni (6) si ricava, inoltre, che il moto del sistema si può interpretare come la

composizione di una traslazione con velocità $V/2$ ed un moto armonico con frequenza $f = \frac{\omega}{2\pi}$ rispetto al centro di massa, in cui le due masse si muovono in opposizione di fase.

L'aspetto della questione che più ci interessa cogliere è legato all'espressione della forza con cui le due masse interagiscono. Abbiamo, infatti

$$F_{12}(t) = K[l_0 + x_1(t) - x_2(t)] = K \frac{V}{\omega} \sin \omega t = \frac{mV}{2} \omega \sin \omega t \quad (7)$$

Poiché la forza di interazione può essere interpretata come il flusso di quantità di moto che le due masse si scambiano, dalla (7) si evince che questo flusso risulta essere proporzionale alla quantità di moto iniziale, impressa alla prima sfera. Una conseguenza di ciò è che il tempo $\Delta\tau$ impiegato a trasferire interamente la

quantità di moto alla seconda sferetta è indipendente da V e dipende solamente dalle caratteristiche proprie dell’interazione. Si può facilmente dimostrare che tale tempo è pari a

$$\Delta \tau = \frac{\pi}{\omega} \quad (8)$$

Questa chiave di lettura del comportamento dinamico del sistema in termini di trasferimento di una grandezza estensiva (la quantità di moto) con una rapidità rappresentata dal suo flusso (la forza) appare più chiaramente, se esaminiamo la rappresentazione iconica del modello costruito in ambiente Berkeley-Madonna. L’immagine del modello è riportata in fig. 13.

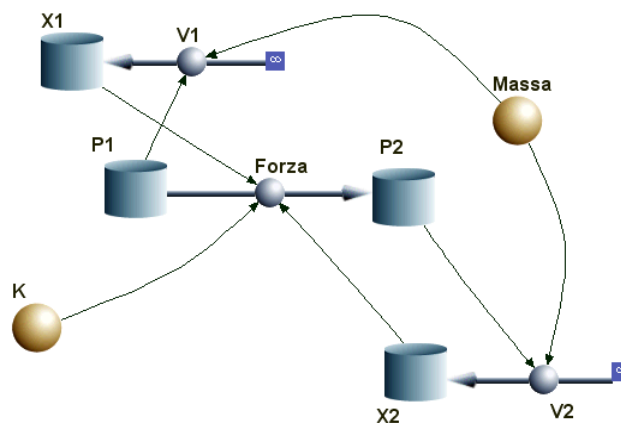


Figura 13. Modello di oscillatori accoppiati

In essa sono riconoscibili i due recipienti associati alle quantità di moto P1 e P2 delle due masse, collegati attraverso un flusso dato dalla forza di interazione che è funzione delle posizioni X1 e X2 e dalla costante di elasticità K. I flussi collegati a questi recipienti rappresentano, ovviamente, le velocità V1 e V2. Il trasferimento di quantità di moto da un recipiente all’altro ha luogo grazie alla forza di interazione, mentre il tempo che un recipiente impiega a svuotarsi completamente è indipendente dal livello iniziale (la quantità di moto fornita inizialmente al sistema).

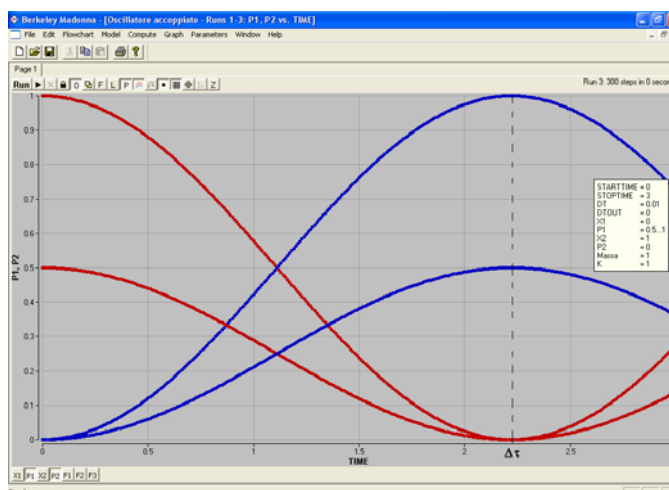


Figura 14. Quantità di moto in funzione del tempo della massa 1 (curva rossa) e della massa 2 (curva blu)

Nel grafico riportato in fig. 14 sono rappresentate le curve della quantità di moto in funzione del tempo delle due masse (massa 1 rossa e massa 2 blu) relativamente alla simulazione di due casi distinti, in cui il valore della quantità di moto fornita inizialmente al sistema è l’una doppia dell’altra. Si nota che la quantità di

moto viene interamente trasferita alla seconda massa dopo un tempo $\Delta\tau$ dato dalla (8) indipendente dal valore di quantità di moto iniziale.

5. Conclusioni

Le simulazioni analizzate in questo lavoro sono state utilizzate come strumenti di una sequenza di insegnamento/apprendimento sulla fisica delle onde meccaniche. I risultati della sperimentazione condotta in alcune classi della scuola superiore sono riportati in [7].

L'interpretazione dei risultati ottenuti ha mostrato che l'approccio proposto, unitamente con gli strumenti adottati, hanno fornito un supporto efficace in termini della costruzione dei modelli mentali e dei meccanismi adeguati per la comprensione della propagazione delle onde nei mezzi elastici.

L'analisi delle trascrizioni delle discussioni in classe ha messo in luce che la maggior parte delle concezioni degli studenti potevano essere considerate come prodotto di un processo graduale di scambio generato dall'applicazione di risorse appropriate al livello di analisi richiesto dai problemi proposti.

Molti studenti hanno mostrato una forma di cambiamento concettuale verso le concezioni scientifiche avvenuto a spese delle loro concezioni intuitive.

Bibliografia

- [1] Tarantino, G. (2008). Un approccio alle onde meccaniche attraverso un modello di propagazione. *Giornale di Fisica*, vol. 49 (3), 145-159
- [2] Wittmann, M. C. (2002). The Object Coordination Class Applied to Wavepulses: Analysing Student Reasoning in Wave Physics. *International Journal of Science Education*, 24(1), 97-118
- [3] Sito web <http://www.design-simulation.com/ip/index.php>
- [4] Sito web <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>
- [5] Sito web <http://www.iseesystems.com/software/Education/StellaSoftware.aspx>
- [6] Sito web <http://www.berkeleymadonna.com/>
- [7] Fazio, C., Guastella, I., Sperandio-Mineo, R.M. & Tarantino G. (2008). Modelling Mechanical Wave Propagation: Guidelines and Experimentation of a Teaching Learning Sequence. *International Journal of Science Education* vol. 30 (11), 1491-1530.