

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



University of **P**alermo – **P**hysics **E**ducation **R**esearch **G**roup

Un approccio alla meccanica statistica attraverso il fattore di Boltzmann

Onofrio R. Battaglia

*GRIAF (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento/Apprendimento della Fisica)
Dipartimento di Fisica e Tecnologie Relative
Università di Palermo*

APPROCCIO PEDAGOGICO

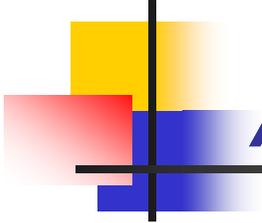
RELATIVO AD INNOVAZIONI CURRICULARI

- ✓ **Focalizza su concetti/idee unificanti che strutturano i diversi campi della fisica (meccanica, termodinamica, elettromagnetismo,...).**
- ✓ **Utilizzano strategie didattiche fortemente basate sull'uso delle tecnologie informatiche.**

Il fattore di Boltzmann

$$e^{-\frac{E}{kT}}$$

- ✓ **Presente nei diversi ambiti della fisica ma anche della chimica e della biologia**
- ✓ **Utile per l'introduzione alla meccanica statistica**



APPROCCIO TEORICO CONVENZIONALE

✓ **Calcolo combinatorio**

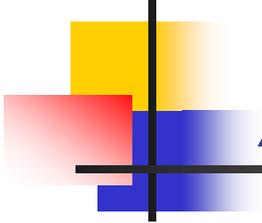
(Teoria cinetica dei gas, dovuta a Maxwell e Boltzmann)

✓ **Insieme statico**

(Gibbs)

✓ **Giustificazione euristica**

(Feynman e l'atmosfera esponenziale)



APPROCCIO TEORICO CONVENZIONALE

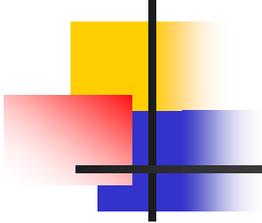
I problemi

- ❖ **Approssimazione di Stirling**
(Logaritmo fattoriale)
- ❖ **Ipotesi ergodica**
(Medie temporali e medie statistiche)
- ❖ **Dimostrazione non sufficientemente rigorosa**
- ❖ **La complessità, sia matematica che concettuale delle trattazioni**

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



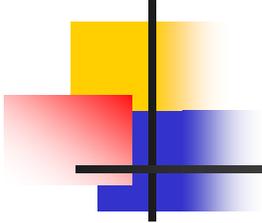
LA NOSTRA PROPOSTA

- 1. Esperimenti**
- 2. Simulazione attraverso modelli descrittivi ed interpretativi**
- 3. Una deduzione teorica che mostri la plausibilità del modello**

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



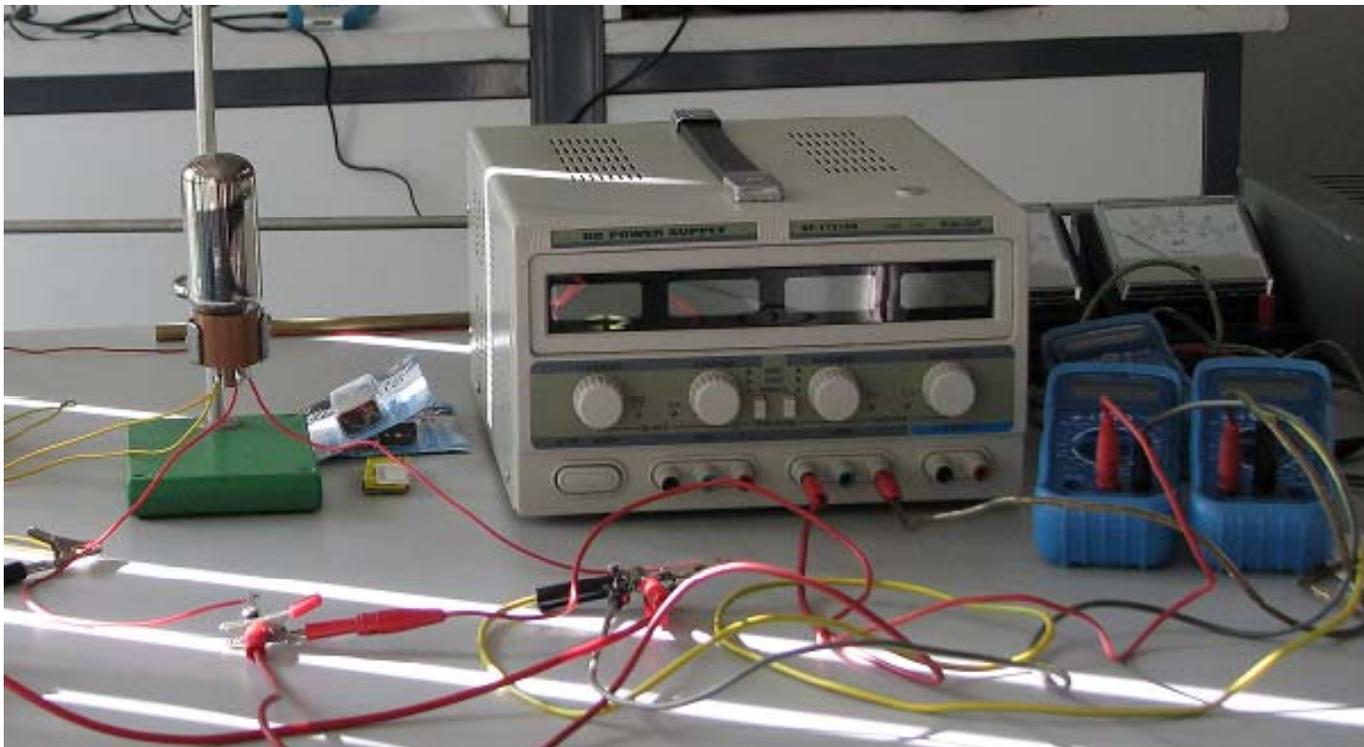
POSSIBILI ESPERIMENTI

Inquadrare fenomeni diversi in un contesto unitario

- ✓ **Reazioni chimiche**
- ✓ **Equilibrio liquido-vapore**
- ✓ **Effetto termoionico**
- ✓ **Resistenza dei termistori (Semiconduttori)**

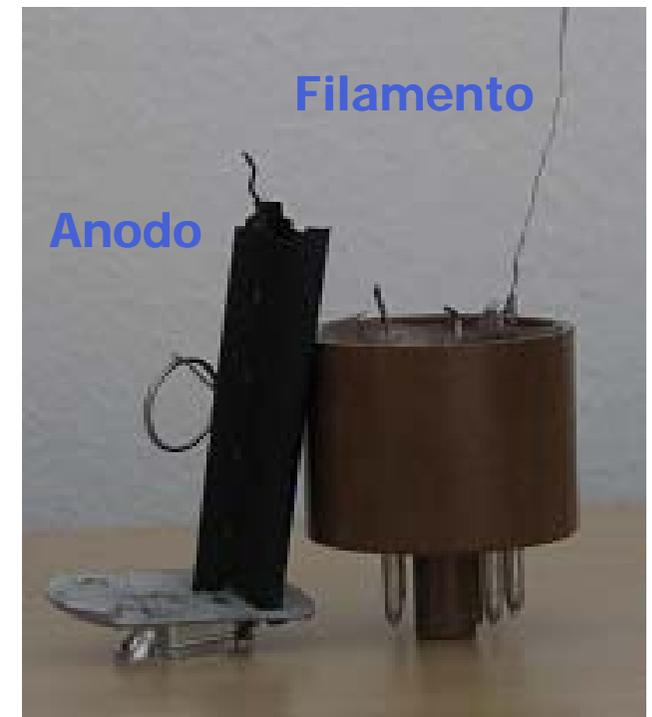
*CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:
COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ
Palermo, 23/04/2009*

SET-UP SPERIMENTALE



Apparato sperimentale

Struttura interna del diodo

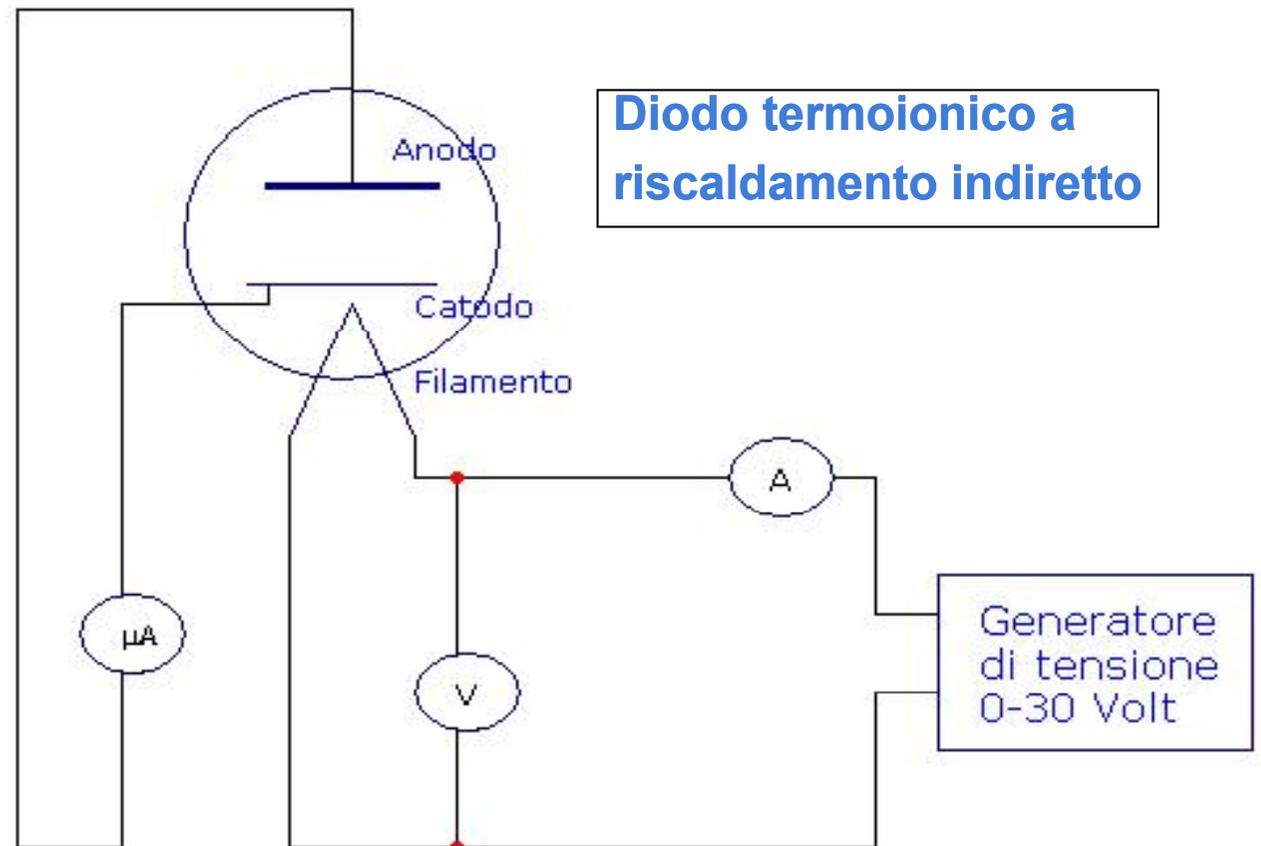


SET-UP SPERIMENTALE

Circuito equivalente

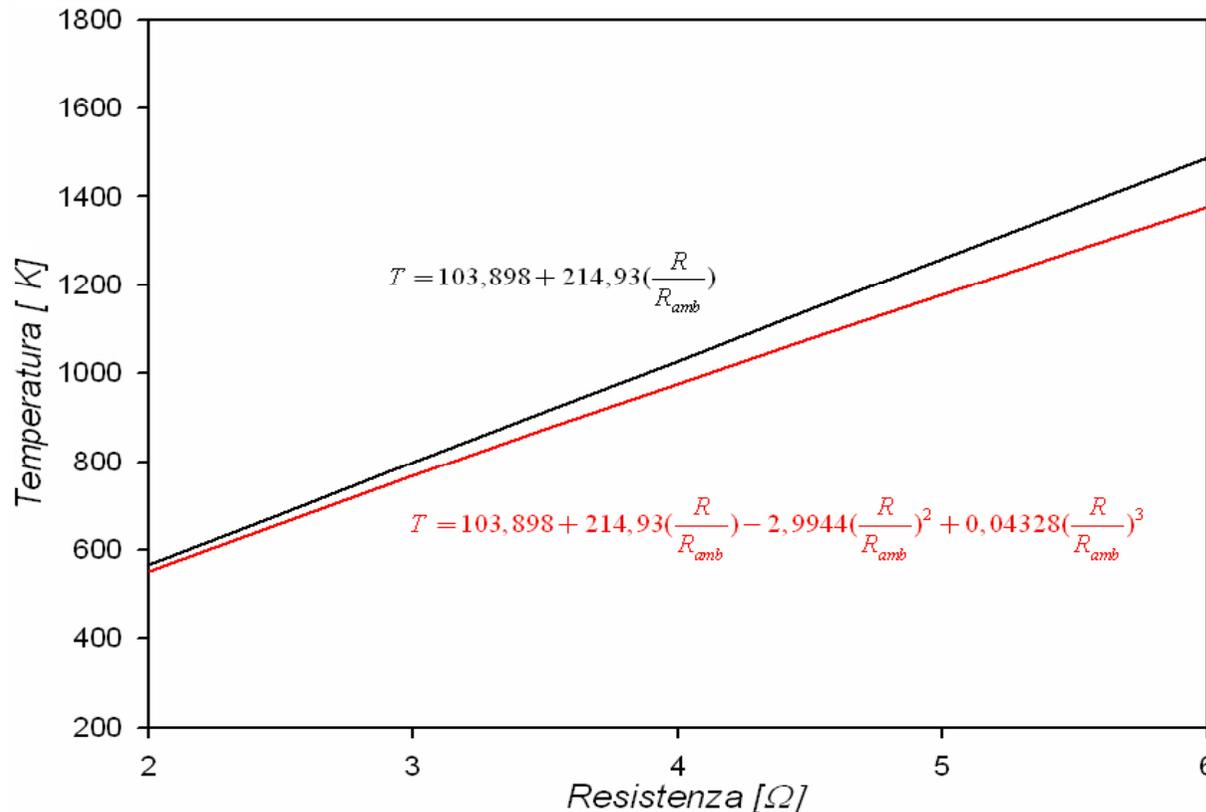
Le misure

- ✓ Tensione e corrente di filamento
- ✓ Corrente di anodo (termionica)



SET-UP SPERIMENTALE

La temperatura di filamento ($T_{\text{filamento}} > T_{\text{catodo}}$) è stimata attraverso la seguente relazione fenomenologica :



$$T = a_0 + a_1 \frac{R}{R_{amb}} + a_2 \left(\frac{R}{R_{amb}}\right)^2 + a_3 \left(\frac{R}{R_{amb}}\right)^3$$

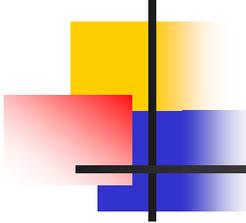
La resistenza di filamento è calcolata a diverse temperature

R_{amb} Resistenza a temperatura ambiente

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



LA LEGGE DI RICHARDSON-DUSHNMAN

1916 - 1921:

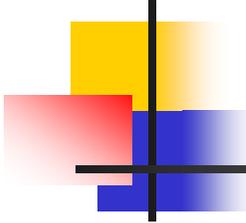
The Emission of Electricity From Hot Bodies

•Studio teorico

In questi due lavori Richardson riprende il modello sviluppato inizialmente da J J Thomson, ipotizzando uno stato di equilibrio stabile.

Il punto di partenza questa volta è il II principio della termodinamica.

“The advantages of this method are that the results are independent of any suppositions about the condition of the electrons inside the hot body, and the conclusions arrived at will possess a degree of certainty attainable in no other way, inasmuch as the second law of thermodynamics is one of the very few principles in physics to which there are no exceptions”



LA LEGGE DI RICHARDSON-DUSHNMAN

1916 - 1921:

The Emission of Electricity From Hot Bodies

•Studio teorico

Procede con il calcolo dell'entropia e dall'equazione di stato dei gas perfetti applicata al gas degli elettroni giunge a :

$$n = A e^{\int^T \frac{\phi}{kT^2} dT}$$

Dove n è la concentrazione di elettroni nel vuoto.

Cosiderando ancora gli elettroni distribuiti secondo MB perviene al valore medio della velocità e quindi alla corrente:

$$I = A' T^{1/2} e^{\int^T \frac{\phi}{kT^2} dT}$$

LA LEGGE DI RICHARDSON-DUSHNMAN

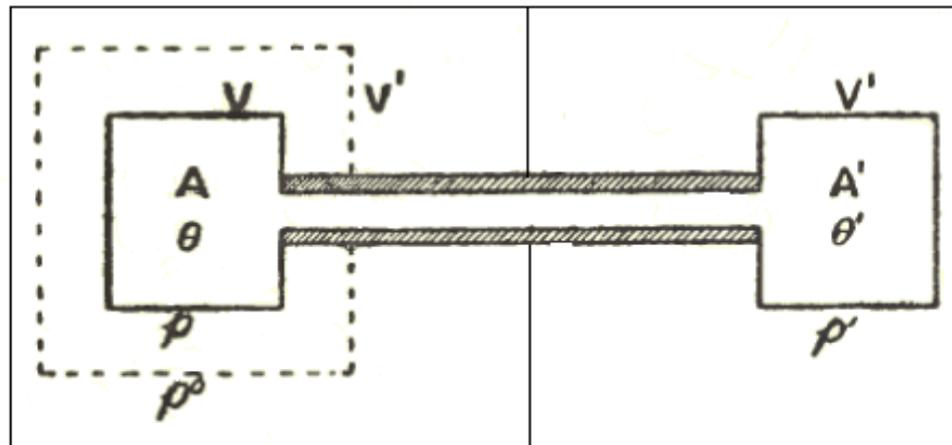
1916 - 1921:

The Emission of Electricity From Hot Bodies

•Studio teorico

Risulta indispensabile quindi conoscere la relazione fra il lavoro di estrazione e la temperatura.

Ancora una volta Richardson procede attraverso considerazioni termodinamiche:

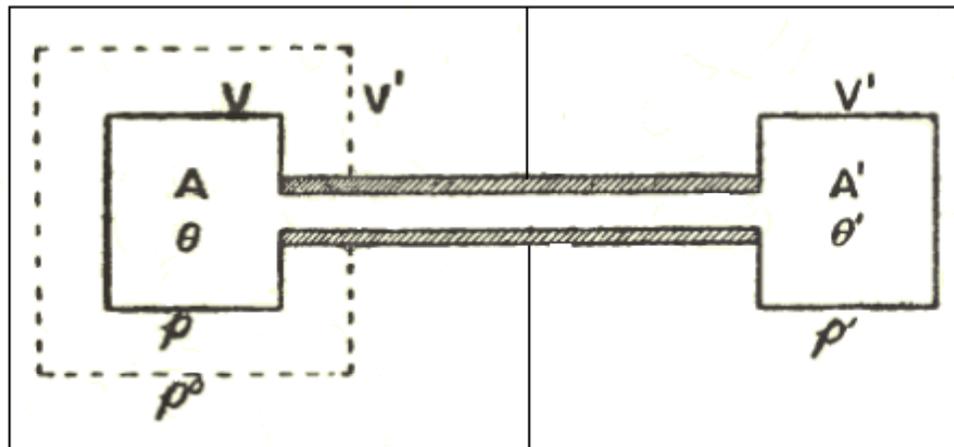


LA LEGGE DI RICHARDSON-DUSHNMAN

1916 - 1921:

The Emission of Electricity From Hot Bodies

•Studio teorico

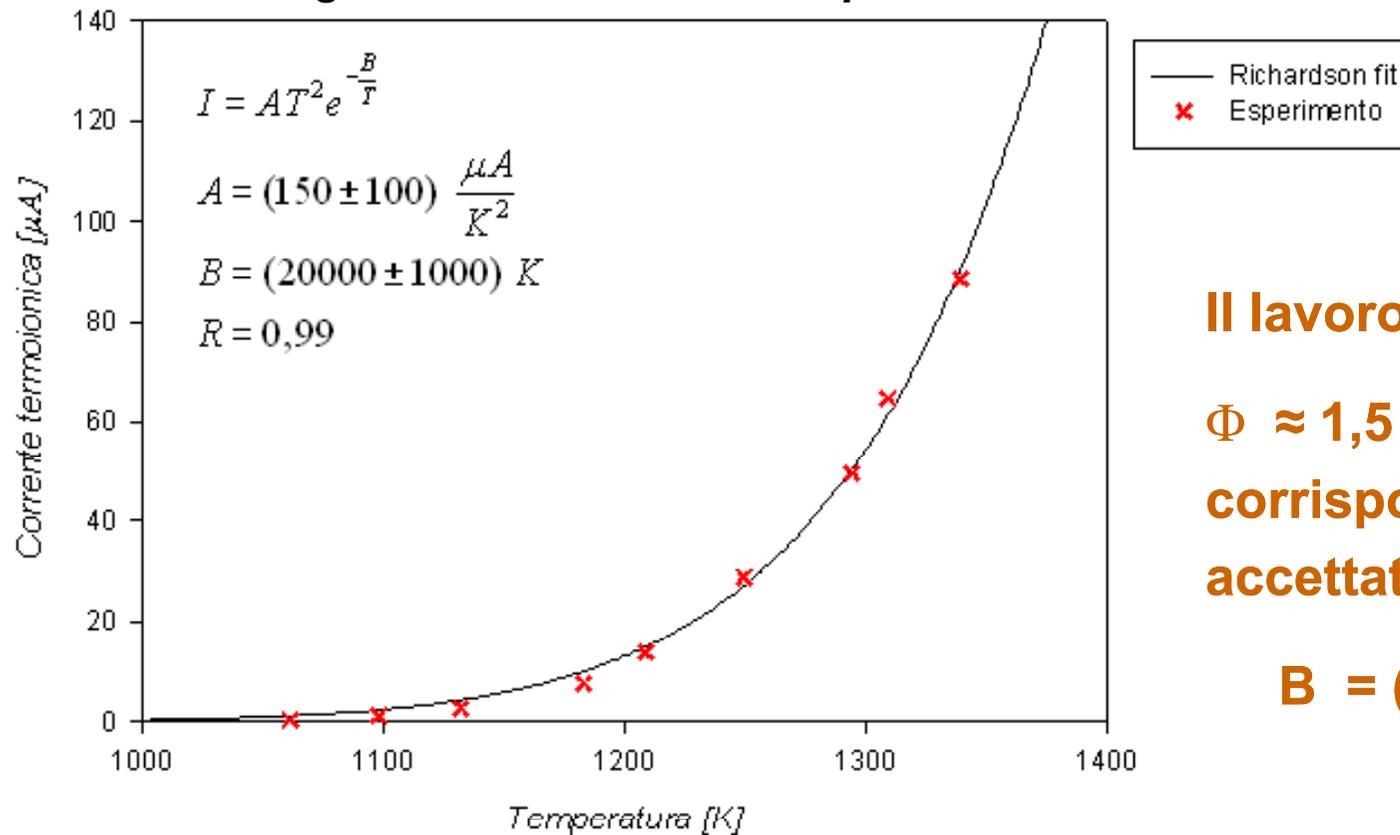


Costruzione di un ciclo di Carnot

$$\int \frac{dQ}{T} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \phi = \phi_0 + \frac{3}{2}kT \quad \Longrightarrow \quad I = AT^2 e^{-\frac{\phi_0}{kT}}$$

ESPERIMENTO E ANALISI DEI DATI

Fitting dei dati corrente vs. temperatura



Il lavoro di estrazione,

**$\Phi \approx 1,5$ eV, (per il diodo usato)
corrisponde ad un valore
accettato di**

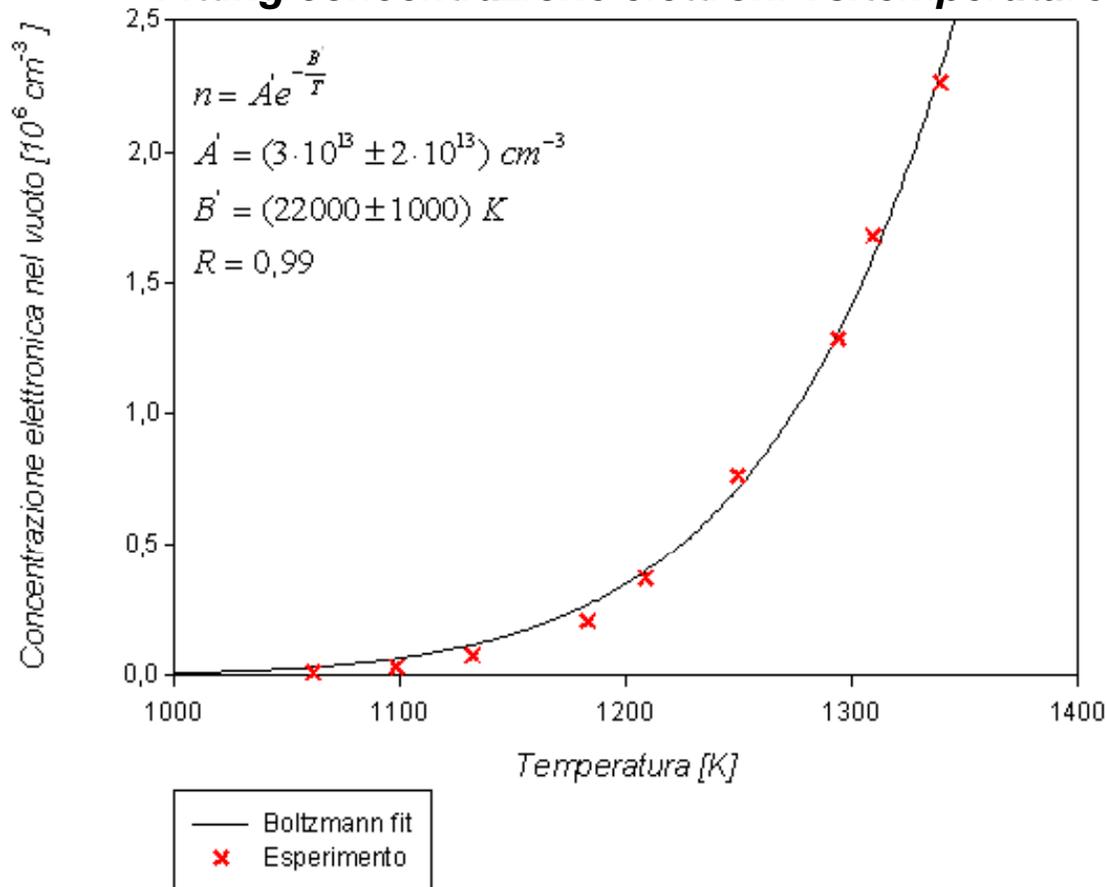
$$B = (\Phi / k) \approx 17400 K.$$

**La sovrastima del lavoro di estrazione ottenuto (Φ H 1,7)
dipende dalla sovrastima sulla temperatura.**

ESPERIMENTO E ANALISI DEI DATI

I risultati

Fitting concentrazione elettroni vs. temperature

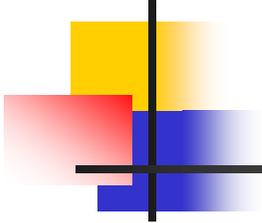


La concentrazione “ n ” degli elettroni può essere ottenuta dalla relazione:

$$j = \rho \langle v \rangle$$

$\langle v \rangle$ Valore medio delle velocità secondo M. B.

$$n = \frac{I_{th}}{q S} \sqrt{\frac{2 \pi m}{k T}}$$



ANALISI DEI RISULTATI

- I risultati mostrano la dipendenza dal fattore di Boltzmann
- Il lavoro di estrazione risulta superiore a quello tabulato

Approfondimenti

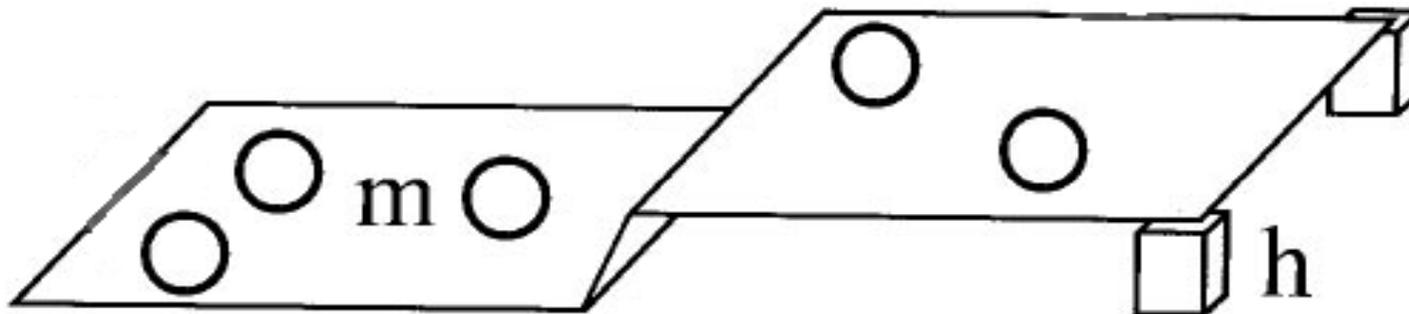
- ✓ Applicazione della legge di Richardson
- ✓ Analisi della distribuzione di velocità degli elettroni
- ✓ Stima della temperatura attraverso la legge di Stefan

$$I = AT^2 e^{-\frac{\phi}{kT}}$$

$$T^4 = \frac{VI}{\sigma(\varepsilon S)}$$

MODELLO MECCANICO

- ✓ **Sistema a due livelli**
- ✓ **Dinamica molecolare**
- ✓ **Risoluzione numerica delle equazioni del moto**
- ✓ **Urti fra le sferette e con le pareti completamente elastici**
- ✓ **Interazioni fra le sferette dovute soltanto alle collisioni**



CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

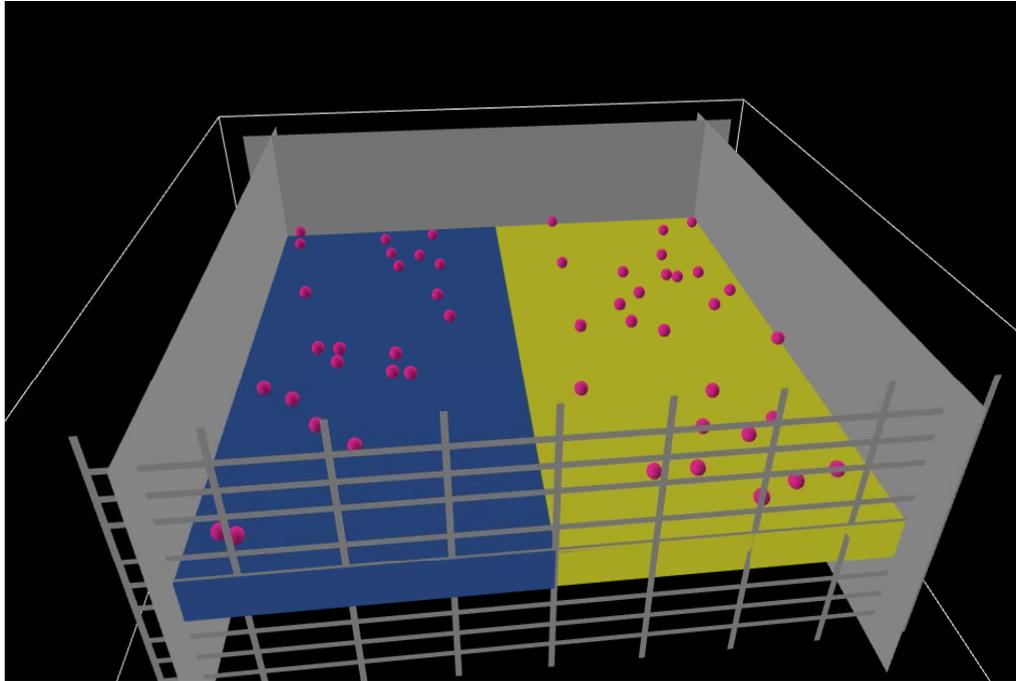
COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009

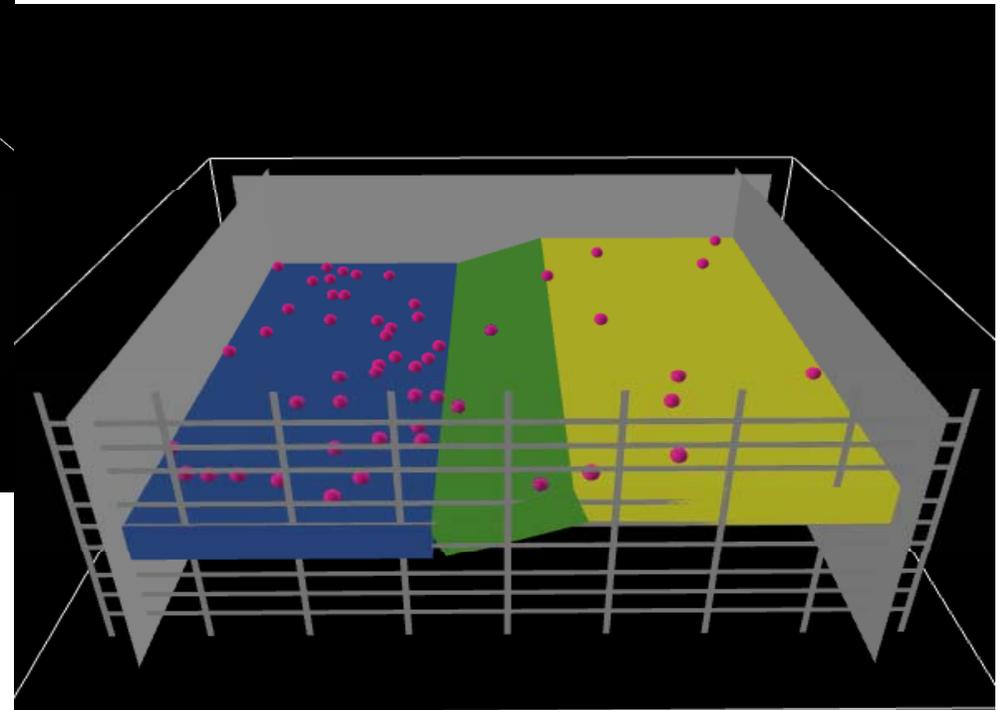
LA SIMULAZIONE SU NETLOGO 3D

Analisi del moto di sfere rigide in una scatola

a) Allo stesso livello
(rapporto di popolazione circa 1)

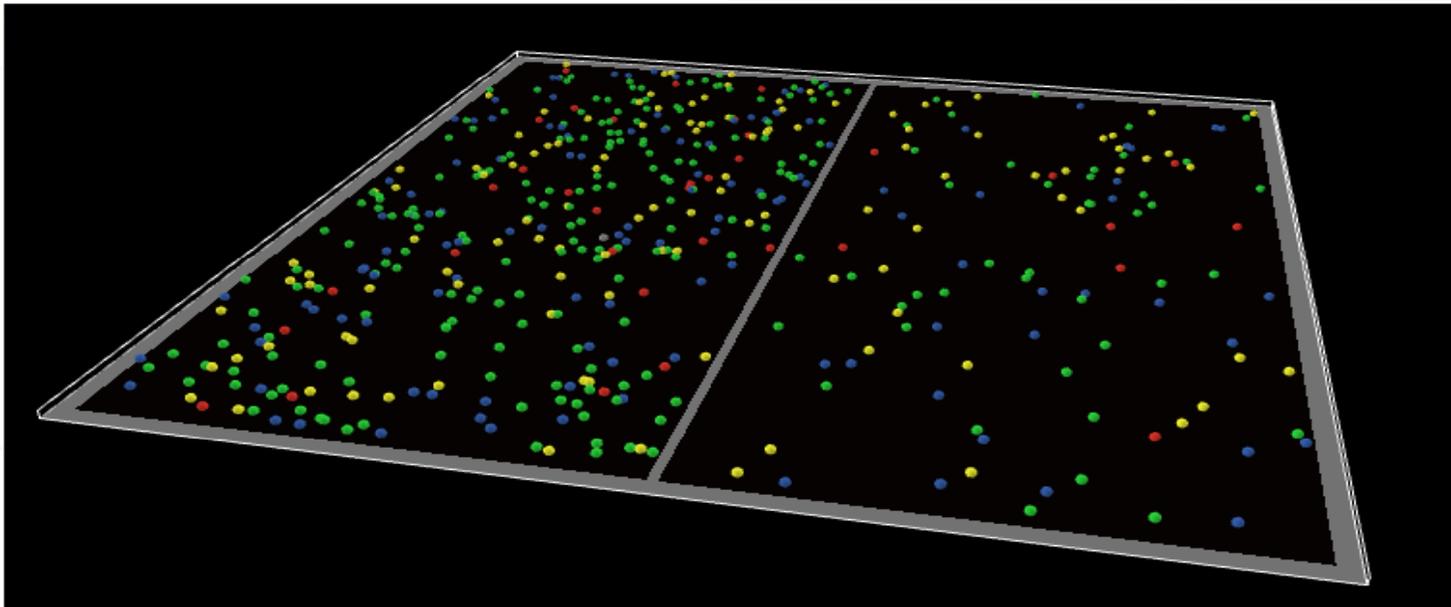
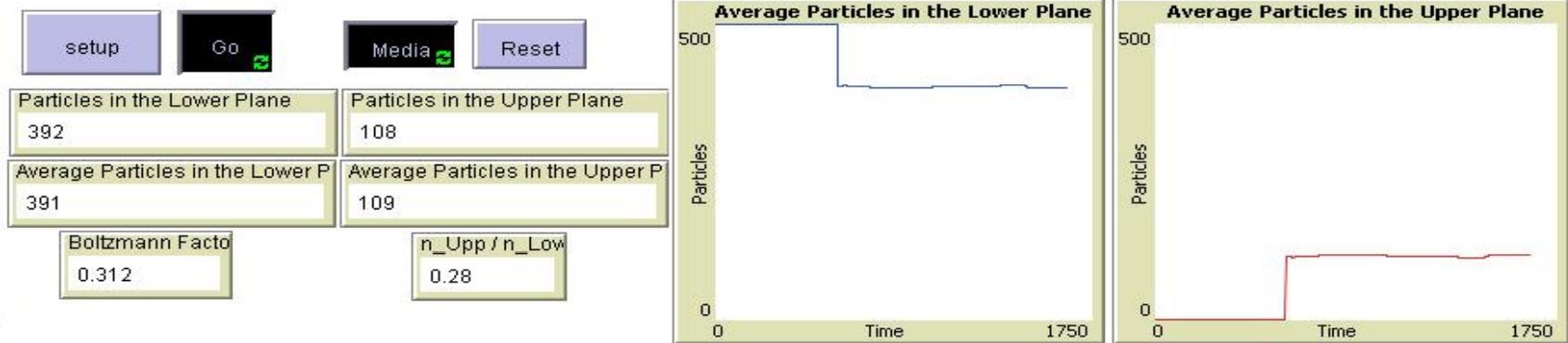


b) Con un dato dislivello h
(rapporto di popolazione circa 0,3)



**CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:
COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ
Palermo, 23/04/2009**

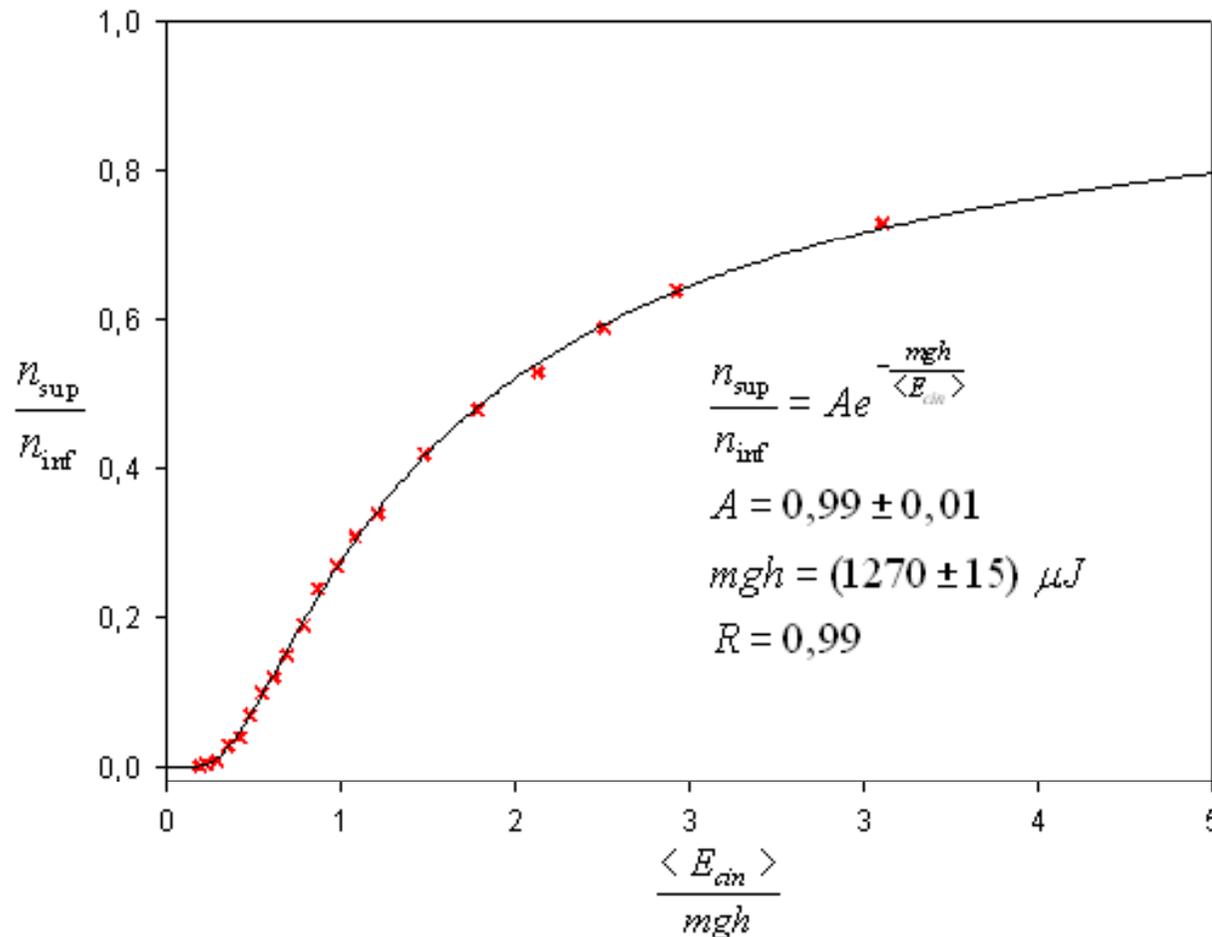
INTERFACCIA DI NETLOGO 2D



I RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

NETLOGO 2D

$N = 500$ $h = 4 \text{ cm}$ $m = 3 \text{ gr}$



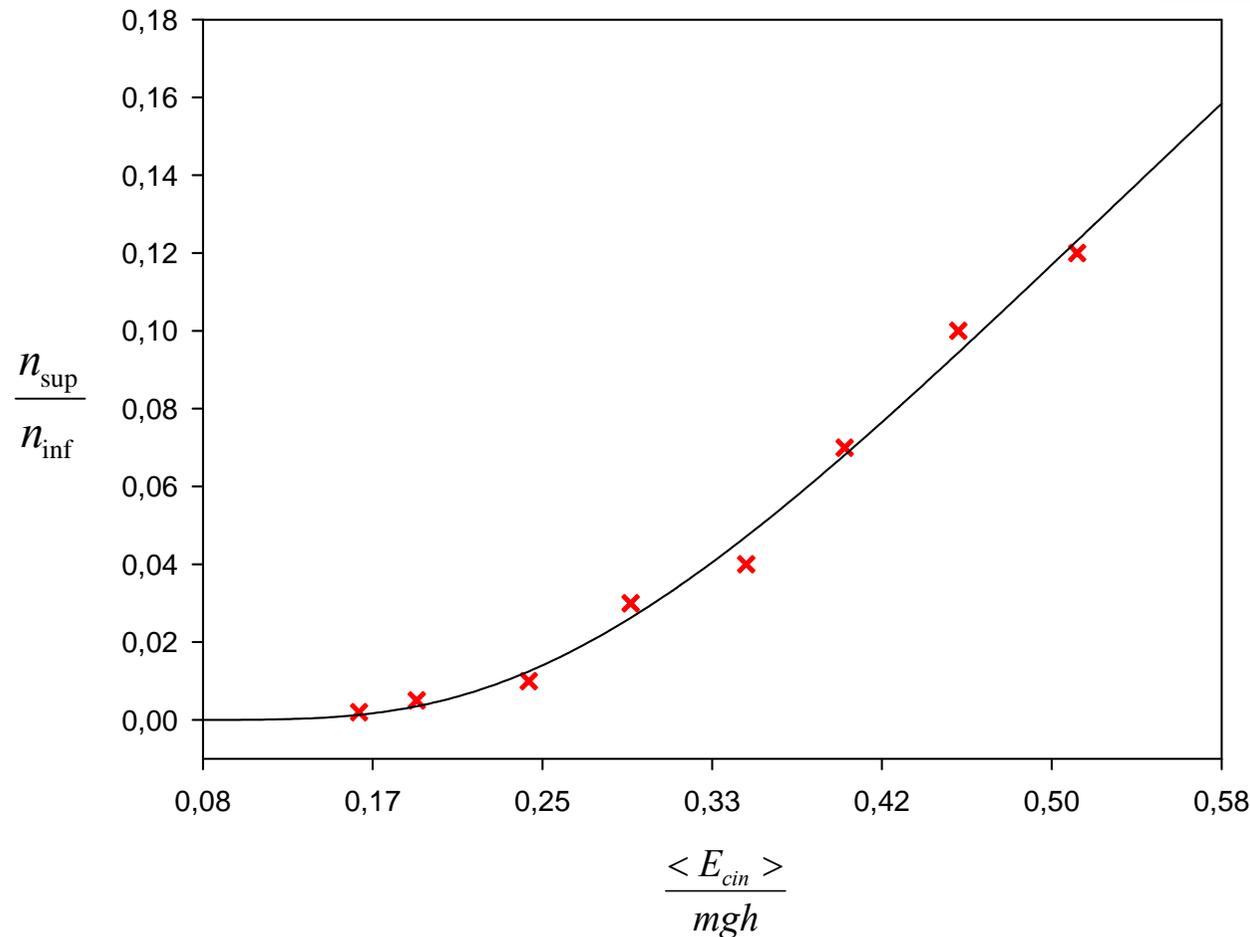
× Simulazione
— Boltzmann fit

$\frac{n_{sup}}{n_{inf}}$ **Rapporto delle popolazioni**

I RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

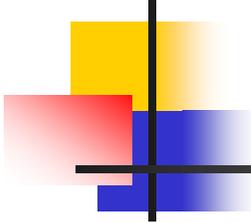
NETLOGO 2D

$N = 500$ $h = 4 \text{ cm}$ $m = 3 \text{ gr}$



$\frac{n_{sup}}{n_{inf}}$

Rapporto delle
popolazioni



DEDUZIONE FORMALE

- ✓ Teoria cinetica dei gas
- ✓ Indipendenza dalle condizioni iniziali

$$n(v)dv$$

Numero di particelle con velocità compresa nell'intervallo

$$v, v + dv$$

$$n(\varepsilon)d\varepsilon$$

Numero di particelle con energia comprese nell'intervallo

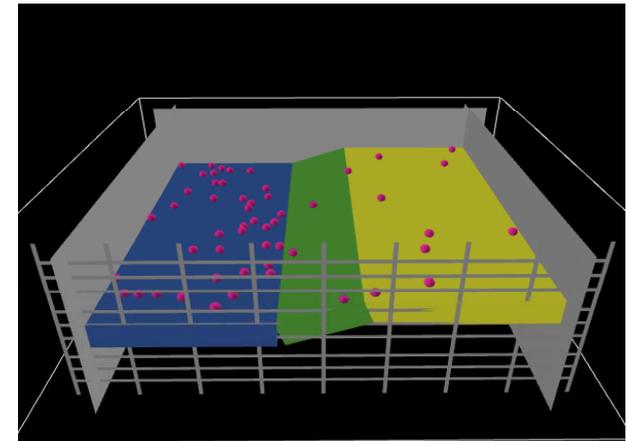
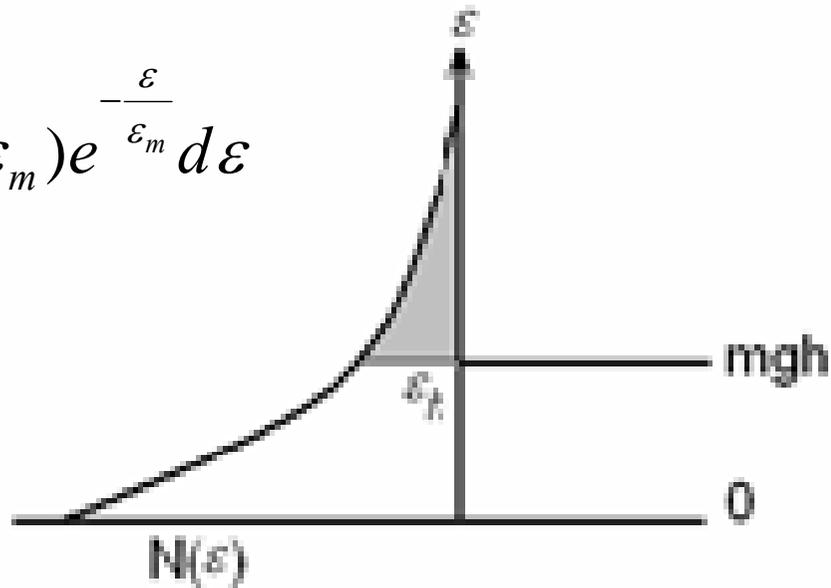
$$\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$$

$$N(v)dv = \frac{2Nv}{\langle v^2 \rangle} e^{-\frac{v^2}{\langle v^2 \rangle}} dv$$

$$N(\varepsilon)d\varepsilon = (N / \varepsilon_m) e^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}} d\varepsilon$$

DEDUZIONE FORMALE

$$N(\varepsilon)d\varepsilon = (N / \varepsilon_m) e^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}} d\varepsilon$$



P_{12}

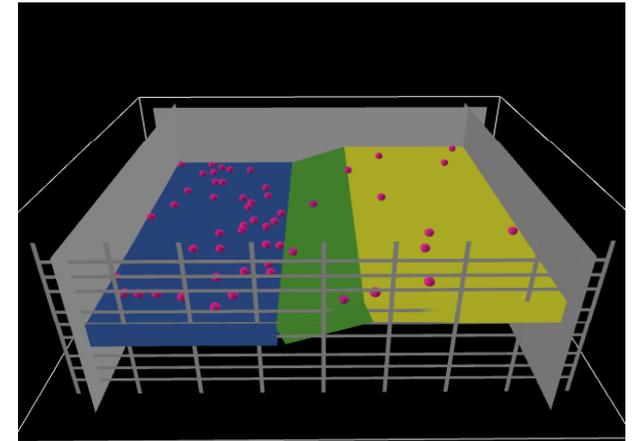
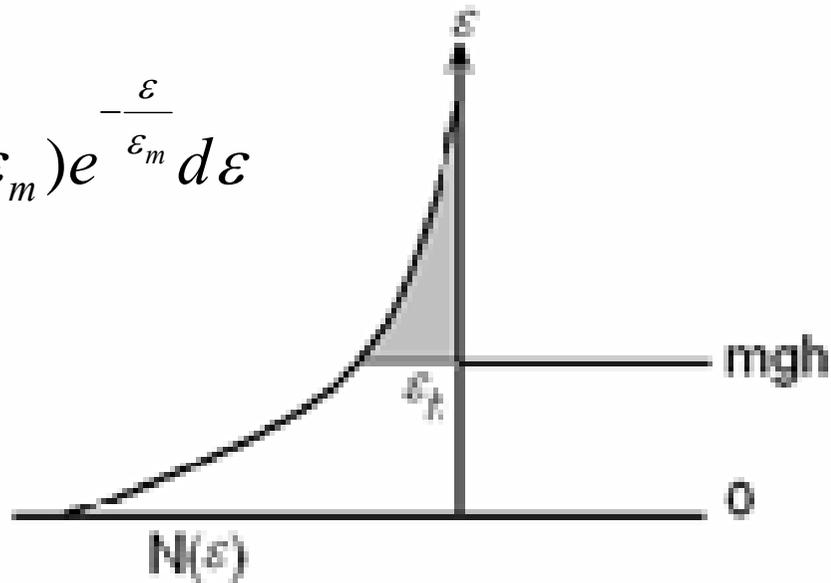
Probabilità di transizione dal livello inferiore a quello superiore

P_{21}

Probabilità di transizione dal livello superiore a quello inferiore

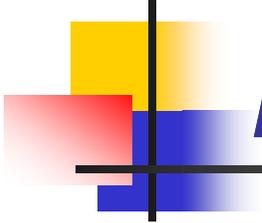
DEDUZIONE FORMALE

$$N(\varepsilon)d\varepsilon = (N / \varepsilon_m) e^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}} d\varepsilon$$



$$P_{12} = \frac{\int_{\varepsilon_2}^{\infty} N(\varepsilon)d\varepsilon}{\int_0^{\infty} N(\varepsilon)d\varepsilon} = \frac{Ne^{-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_m}}}{N} = e^{-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_m}}$$

$$P_{21} = \frac{\int_0^{\infty} N(\varepsilon)d\varepsilon}{\int_0^{\infty} N(\varepsilon)d\varepsilon} = 1$$



DEDUZIONE FORMALE

Bilancio detegliato

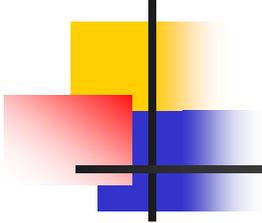
$$N_1 P_{12} = N_2 P_{21} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{P_{12}}{P_{21}} = e^{-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_m}}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{kT}}$$

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



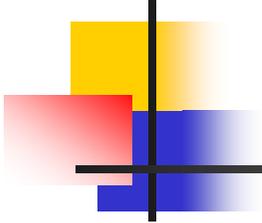
CONCLUSIONI

Questo approccio didattico è stato sperimentato su un gruppo di specializzandi della SSIS dell'università di Palermo.

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



CONCLUSIONI

Da una preliminare analisi del diario di bordo degli specializzandi si è potuto dedurre che sia gli esperimenti che le simulazioni aiutano nella comprensione del significato fisico del fattore di Boltzmann e del meccanismo di funzionamento di un sistema a due livelli.

CICLO DI SEMINARI DI FISICA INTERDISCIPLINARE:

COMPRENDERE LA COMPLESSITÀ

Palermo, 23/04/2009



University of **P**alermo – **P**hysics **E**ducation **R**esearch **G**roup

Grazie

Onofrio R. Battaglia

*GRIAF (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento/Apprendimento della Fisica)
Dipartimento di Fisica e Tecnologie Relative
Università di Palermo*

battaglia@difter.unipa.it