



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
Facoltà di Scienze della Formazione

Lectio

Magistralis

**« L'insegnamento delle matematiche e
l'acculturazione delle sue pratiche,
nella scuola dell'obbligo »**

Guy Brousseau



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
Facoltà di Scienze della Formazione

L'insegnamento delle matematiche e l'acculturazione delle sue pratiche, nella scuola dell'obbligo

Guy Brousseau

Signor Rettore, Signore e signori della commissione,

Distinti Invitati, Cari Colleghi e Cari Amici,

Grazie per avermi ricevuto in questa Università conosciuta, tra l'altro, per la qualità dei suoi matematici.

Sarei onorato di poter avere lo stesso titolo che nel 2001 ebbe Giovanni Prodi ... se ne fossi degno. Perché devo confessare, con vergogna, la mia incompetenza nelle questioni di formazione nelle altre discipline all'infuori della matematica, ed ahimè anche il mio diletterismo negli altri campi delle scienze dell'educazione.

Ma sono orgoglioso e molto contento di vedervi mettere l'accento su ciò che è stata la mia passione professionale e l'oggetto principale dei miei lavori e delle mie ricerche: *l'insegnamento delle matematiche e l'acculturazione delle sue pratiche, nella scuola dell'obbligo*. Cercherò di dare un'idea delle difficoltà di questo campo.

1) La doppia costrizione a proposito delle conoscenze sull'insegnamento primario.

La società si aspetta che gli insegnamenti a questo livello assicurino la cultura necessaria alla sua coesione; essi debbono essere sufficienti ai lavori ed agli scambi utili alla totalità della popolazione. L'insegnamento deve dunque al tempo stesso, trasmettere la cultura comune tramandata dalla storia e diffondere le basi solide e corrette delle scienze attuali. Ora queste due ambizioni sono concorrenti, spesso opposte ed anche incompatibili, perché da una parte, la cultura trasporta un numero di errori e di abitudini di cui la scienza si è sbarazzata correggendosi e riorganizzandosi, e che ingombrano gli studi, e d'altra parte, la scienza produce senza tregua dei concetti nuovi che tardano ad essere disponibili nella cultura comune.

Vorrei illustrare con degli esempi le difficoltà che incontra l'insegnamento ad allineare i suoi obiettivi su queste due ambizioni.



Esempio 1. *La numerazione orale irregolare*

Una parte dei francesi conserva gelosamente una irregolarità nella numerazione orale. Tra 60 e 100 la denominazione riprende il vecchio sistema di numerazione a base venti e sessanta. Il numero che segue sessantanove si dice "soixante-dix", la decina seguente è quella dei "quatre-vingt" per 80, seguita da "quatre vingt dix". I bambini devono leggere "quatre-vingt-treize" un numero dove non figura nessuna delle cifre quattro, venti o tredici, e dove non si pronuncia né nove né tre! Questa irregolarità ridicola agli occhi degli stranieri infastidisce gli studenti francesi e blocca la progressione dei bambini nella conoscenza dei numeri durante circa due mesi del primo anno della scuola primaria. Il « secolo dei lumi » l'ha bandita e ha raccomandato la regolarizzazione in "septante", "octante" e "nonante". La rivoluzione del 1789 l'ha imposta, i paesi francofoni e regioni intere l'hanno adottata e migliorata (huitante). Fino al 1970 le istruzioni ministeriali la raccomandavano... non se ne è fatto niente! Ecco una riforma di cui i vantaggi sono fuori dubbio, che non richiede né ricerche, né formazione dei professori, né materiale nuovo, e sulle quali tutti sono di accordo. Che cosa resiste dunque?

Esempio 2. *Il simbolo « = »*

L'aritmetica elementare non ha alcun bisogno di simbolismo algebrico. Ma al contrario dell'esempio precedente, l'insegnamento ha creduto di preparare l'apprendistato dell'algebra introducendo fin dal primo anno della primaria, scritte come " $3 + 4 = 7$ ". Ora, dire "3 e 4 sono 7", interpretato nel 19^{simo} secolo per "3 e 4 fanno 7" è già differente e più chiaro da "3 più 4 uguale 7".

L'uso dei segni delle operazioni e delle parentesi potrebbe essere una stenografia utile poiché l'aritmetica della primaria si occupa essenzialmente di termini numerici che, come " $(70 \times 3) + 12$ ", esprimono delle misure o degli scalari che si calcolano e si comparano.

Invece, in queste utilizzazioni, il calcolo formale su delle relazioni, anche senza lettere, non ha utilità, quello su delle espressioni letterali è rinviato a più tardi.

Perché oscurare gli studi della primaria con insegnamenti precoci inadatti?

Questo inoltre, ha degli inconvenienti: il segno " $=$ " della scuola elementare esprime l'identificazione di un numero con la sua scrittura canonica. È una relazione asimmetrica $7=3+4$ che non ha senso perché per gli alunni " $=$ " significa "si trova". Pensata ed utilizzata dagli alunni come una funzione $+(3,4) \rightarrow 7$ o (funzione $+4$)(3) $\rightarrow 7$.



Di conseguenza, tutte le uguaglianze algebriche, saranno, non solo lette da sinistra a destra, ma saranno considerate implicitamente in modo asimmetrico, per esempio nelle dimostrazioni.

Le abitudini a questo proposito non sono delle caratteristiche della scuola elementare. La scrittura « = » nell'espressione $9x^2 = 4$ non è sempre simmetrica, non si può sostituire in generale 4 con $9x^2$. Bisognerebbe utilizzare il simbolo di attribuzione « := ». E quando si tratta di una vera uguaglianza come in $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, lo si chiama equivalenza e si mette un altro segno: « ≡ »! Questa buffa anomalia è ancora comune per molti matematici. Quando l'anomalia non ha conseguenze locali visibili, è conservata e corretta mentalmente dagli esperti. Ma nell'insegnamento, gli alunni, per definizione, non sono degli esperti e né i professori né il pubblico sono in grado di rettificare le interpretazioni scorrette.

E' quindi cosa disperata introdurre delle conoscenze corrette per le nozioni indispensabili alla scuola elementare?

Esempio 3. *I razionali*

Evidentemente l'espressione matematica di ciò che è insegnato alla scuola elementare non è semplice. Per esempio: « simmetrizzare il monoide moltiplicativo che opera in \mathbb{N} » è un'espressione esatta per dire "definire le frazioni positive", ma non sembra tale da facilitare né l'insegnamento né l'apprendimento.

Tuttavia, io ed i miei collaboratori abbiamo mostrato che essa permette di concepire ciò che gli alunni apprendono e come comprendono aspettando di poterlo formulare eventualmente - ma ben più tardi - in questo modo. Il vocabolario non è del livello primario ma la costruzione sì!

Abbiamo poi - custodisco la formulazione matematica - considerato il gruppo lineare della struttura così ottenuta (non ha nome canonico) per aiutare gli alunni a comprendere in tutta la loro generalità i prodotti di razionali ed il calcolo delle funzioni lineari. Poi abbiamo mostrato che i calcoli nel monoide dei razionali e nel suo duale erano equivalenti ed abbiamo potuto unificare esplicitamente la struttura, avendo visitato numerosi vocabolari legati ai molteplici approcci alle frazioni esistenti nella cultura. Parallelamente abbiamo introdotto i decimali come filtro di Fréchet per introdurre i razionali e ne abbiamo dedotto le proprietà topologiche ed algebriche.

Esposte in 500 pagine, le 65 lezioni che corrispondono a questo programma, sono state realizzate con successo durante vent'anni in una scuola quasi ordinaria con bambini ordinari.



Abbiamo fatto la stessa operazione per tutti i concetti matematici introdotti nella scuola elementare: i naturali e le loro operazioni, le misure, i razionali ed i decimali, statistica e probabilità, lo spazio e la geometria, ecc.

Abbiamo fatto vedere così che esistono delle costruzioni che rispettano il significato attuale dei concetti matematici, che tutti gli alunni possono utilizzare per apprendere le conoscenze mirate, che certe limitazioni mostrate da Piaget erano basate su delle pratiche didattiche implicite ma che non hanno niente di ineluttabile e che questi insegnamenti non prendono più tempo dell'insegnamento "classico".

Ma è vero che le condizioni attuali e le conoscenze disponibili nelle nostre società non permettono l'estensione, ma neanche la replica, di questa esperienza (che non era concepita per questo) nelle classi ordinarie.

2) Stessa alternativa per i metodi di insegnamento

Il dilemma è lo stesso per i metodi di insegnamento. Ciascuno ha appreso dagli altri pressappoco tutto ciò che sa e si è sentito capace di insegnare. La cultura che sostiene questa opinione è basata oggi sulle concezioni di Comenius, illustrate e rinforzate dalle razionalizzazioni behavioristiche.

D'altra parte, oggi, un'enorme quantità di conoscenze, che vengono fuori da ogni tipo di scienze e di tecniche, propongono delle modifiche di tutti gli aspetti del sistema di educazione. La psicologia, la sociologia, la linguistica... formano solamente un primo elenco dietro il quale si avvicenda un universo di tecniche e di intenzioni diverse. La maggior parte delle suggestioni che vengono fuori da questi lavori conducono a misure in contraddizione col modello di Comenius e con l'epistemologia ingenua che gli è associata.

Ne risultano riforme a cascata che, malgrado gli sforzi di numerosi insegnanti, sono percepite come deludenti perché si oppongono al vecchio modello.

Il controllo sociale dell'educazione è importato da una concezione ingenua dell'economia liberale. Questo modello prevede che in funzione del risultato, i decisionisti si accontentino di ripercuotere il loro malcontento esercitando delle pressioni sugli agenti del sistema, quali i professori che fanno allo stesso modo con gli alunni. Ma se queste correzioni sono inoperanti, il modello di controllo non funzionerà. Alcuni cocchieri possono frustare le locomotive, ed anche i conducenti, ma non andranno più velocemente.



I cambiamenti non possono effettuarsi con successo anche se una conoscenza scientifica dei processi didattici permette di controllarne l'importazione, di prevederne gli effetti ed il modo di rimediarli. Ma non può essere messa in opera anche se la cultura didattica corrispondente è divisa dai professori, dalle popolazioni e dagli scienziati. In effetti, gli spostamenti sono irrimediabili: il processo didattico nelle scuole è condizionato dal processo didattico relativo alla cultura matematica nella società tutta intera.

3) Le istituzioni

Chi detiene il potere di modificare la cultura comune sull'educazione, di ridurre le divergenze, di conciliare le pratiche di insegnamento, di arbitrare le opposizioni sopra descritte? Chi può fare evolvere i fondamenti epistemologici sui quali una società basa la sua gestione dell'educazione comune dei suoi membri?

Al mio parere, nessuno o tutti:

I politici? Il loro margine di manovra è molto debole. Non possono prendere decisioni che credono possano essere desiderate o almeno "comprese". Devono seguire le "richieste" dei loro mandanti, o precederli solamente di poco. Non parlo qui delle manipolazioni dove l'educazione è solamente un rivestimento, un'argomento retorico o anche un strumento puramente politico o economico.

I media? Essi sono anche largamente soggetti all'opinione comune: possono amplificare solamente eventi che esistono o possono sembrare esistere.

I professionisti dell'insegnamento? In particolare i professori? Sono in prima linea, sottomessi agli apprezzamenti degli alunni, dei genitori e del pubblico. Sono bombardati oggi da tutti i messaggi che vengono da tutte le istituzioni che possono trarre un beneficio qualsiasi dall'estensione del loro intervento nel circuito educativo. Pensiamoci un poco... troviamo un pò più di gente!

Gli scienziati? quali? Vediamo uno dopo l'altro la pedagogia, la psicologia, la sociologia, la medicina, l'economia, le neuroscienze e la moltitudine degli altri specialisti presentarsi come il cavaliere bianco, ma nessuno campo propone un mezzo per controllare a priori l'utilizzazione delle sue conoscenze appoggiandosi su di una conoscenza scientifica nell'atto di insegnamento stesso. Ma la didattica non è risolvibile nell'unione delle scienze classiche.



4) La didattica

Senza rinunciare a nessuno degli apporti delle altre scienze, ho scelto per i miei lavori negli anni 60, di ricollegandomi alle scienze matematiche. Nel 1975, ci si poteva riferire all'epistemologia sperimentale¹, ma ho voluto rialzare la sfida di un vecchio termine molto peggiorativo ed ho scelto il termine di « didattica delle matematiche ». I matematici hanno provato una riforma dei contenuti dell'insegnamento per adattarla al linguaggio, all'organizzazione ed agli argomenti di matematica che le ambizioni della società scientifica ed industriale dell'epoca richiedevano. Hanno creato anche degli Istituti (IREM²), per realizzare i dispositivi necessari, per controllare ed accompagnare la loro riforma, ma anche per effettuare le ricerche che dovevano illuminare i matematici nei loro progetti sull'educazione. Queste azioni hanno avuto i loro successi e le loro delusioni, entrambi a misura degli sforzi compiuti e dell'ignoranza del campo della didattica.

Ho utilizzato i mezzi che mi sono stati offerti per organizzare un'istituzione dedicata all'osservazione dell'insegnamento della matematica nelle classi: il COREM³; un luogo destinato ad abituare i matematici all'insegnamento primario e concepito soprattutto come un dispositivo per fare apparire la necessità delle conoscenze di didattica, per renderle necessarie al funzionamento dell'istituzione, per sottometerle alla prova della sperimentazione e all'occasione a quella dell'esperienza. Concepita secondo i principi della teoria delle situazioni matematiche, questa istituzione era una vera « macchina didattica ». Grazie agli sforzi di numerosi valorosi collaboratori delle diverse professioni questa ha funzionato per 25 anni.

Ecco di che cosa si dovrebbero occupare le ricerche nel campo dell'antropologia. Ma la creazione e lo studio di nuovi dispositivi o l'ingegneria didattica, sembrano poco singolari. E soprattutto, l'obiettivo confessato dell'utilizzazione delle nostre conoscenze non è compatibile con l'antropologia. Difatti, la didattica è lo studio delle condizioni di diffusione di informazioni verso dei ricevitori che, per definizione, non richiedono queste informazioni e che non ne vedono la necessità. Bisogna considerare il fatto che l'insegnamento vuole cambiare gli alunni, e che li manipola, sotto il mandato di una società che legittima questa azione. Ma, come in medicina, la sola contemplazione dei fenomeni non è sufficiente, mentre il rispetto dell'oggetto studiato è la

¹ Il riferimento esatto sarebbe stato "Epistemologia sperimentale delle Matematiche" con riferimento all'ambiente scolastico (Insegnante-Allievo-Sapere-Situazione Didattica).

² Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. (Questo é avvenuto in Francia)

³ Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.



regola in antropologia. E questo perché la didattica della matematica resta sempre un mezzo per informare i matematici sul modo di diffondere le loro conoscenze.

In didattica, per la scolarità obbligatoria, i problemi etici sono la prima condizione ed il primo motore delle ricerche.

5) I Derivati

Vorrei concludere presentando un esempio che dà un'idea dei giochi della didattica. Questo fenomeno non è specifico della matematica ma è particolarmente importante per il loro insegnamento. L'abbiamo potuto scoprire e l'abbiamo potuto studiare su di un lungo periodo...

Esempio 4 : *Il cattivo uso didattico, sociale e politico della valutazione*

Nel 1979 in una comunicazione ad IACME⁴ ho denunciato le malefatte già osservate per la valutazione dei test di controllo durante i processi di apprendimento, quando erano associati alle decisioni didattiche di tipo behavioristico. Dopo avere modellizzato le reazioni dei professori sugli sbagli degli alunni, prevedevo a lungo termine degli effetti come il centrare sugli obiettivi di basso livello tassonomico, l'aumento degli sbagli nella risoluzione dei problemi, l'allungamento del tempo di insegnamento e dunque la riduzione degli obiettivi, il mantenimento ed anche l'aumento dei tassi di sbagli,...

Alcune analisi più recenti mostrano per quali meccanismi l'uso sfrenato di questi metodi conduce a degli inconvenienti più gravi e più tenaci:

- la cancellazione della valutazione umana dei risultati con guadagno di immagini ridotte e debolmente informative ;
- la deviazione della funzione dei problemi in un modo che impedisca l'acculturazione tranquilla degli alunni alle pratiche matematiche, aumentandone la loro angoscia in modo insopportabile ;
- una pratica della matematica e dunque del loro apprendimento, totalmente individuale, che costituisce un errore epistemologico e soprattutto didattico.

Il sistema è ricorsivo: l'*abbassamento del livello* e l'impotenza strutturale del sistema a correggerlo ed a sfuggire alle sue cause, rinforza queste ultime. Negli Stati Uniti, sotto l'influenza del

⁴ Inter-American Committee on Mathematics Education.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
Facoltà di Scienze della Formazione

behaviorismo e dell'ideologia liberale, la strumentalizzazione politica radicale dell'inquietudine creata da questa pratica di valutazione (Hight Stakes Test) sostenuti dalla legge « No Child Left Behind », ha condotto a « danni collaterali » che inquietano e scandalizzano tutti i professionisti dell'insegnamento. (Le conseguenze sociali e culturali sono state dimostrate e sono state denunciate in un lavoro di Nichols e Berliner).

Conclusione

Concludo l'esposizione di queste mie considerazioni, portate avanti negli anni grazie all'aiuto di numerosi collaboratori compresi i miei amici di Palermo, onorato del vostro riconoscimento.

Signor Rettore, signori della commissione, miei cari colleghi ed amici, vi esprimo nuovamente gratitudine ed orgoglio per essere ammesso tra i dottori Honoris Causa di questa onorabile Università.

E permettetemi di passare in qualche modo, dall'insegnamento primario a quello secondario... di questa assemblea.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
Facoltà di Scienze della Formazione

Guy Brousseau

Nota Biografica

Guy Brousseau è nato il 4 Febbraio 1933, a Taza, in Marocco. Ha insegnato nelle scuole elementari francesi dal 1953 al 1962. Laureato in Matematica all'Università di Bordeaux nel 1968. Laureato in Scienze dell'Educazione all'Università di Bordeaux nel 1968. Ha conseguito nella stessa Università, il titolo di “*doctorat d'état* en mathématique et didactique des mathématiques” con la tesi nella sezione matematica "La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques", il 2. 12. 1986.

Professore Ordinario in Matematica a partire del 1992, attualmente Professore Emerito dell'Università di Bordeaux.

Docteur honoris Causa dell'Università di **Montréal** (1997), di **Genève** (2003), di **Cordoba** (Argentina) (2006) e di **Nicosia** (Chypre) (2007). “Medaglia Klein 2003” in occasione del convegno dell'I.C.M.I. (The International Commission on Mathematical Instruction, Commissione dell'Unione Matematica Internazionale), a Copenaghen nel luglio 2004. (Prima medaglia conferita).

La motivazione della “Medaglia Klein 2003” recita così: “The distinction recognises the essential contribution Guy Brousseau has given to the development of mathematic education as a scientific field of research, through his theoretical and experimental work over four decades, and to the sustained effort he has made throughout his professional life to apply the fruit of his research to the mathematics education of both students and teachers.”

Nel 1965, nel quadro di un argomento di studio che gli propone l'Accademico di Francia **André Lichnérowicz**, Guy Brousseau crea a Bordeaux un centro di ricerca sull'insegnamento delle Matematiche (CREM⁵) e prende una parte molto attiva nella preparazione e la realizzazione dell'IREM di questa città nel 1969.

Propone degli elementi teorici e metodologici per una futura scienza della diffusione delle conoscenze matematiche (1970).

Crea nel 1972 una istituzione originale: il Centro di osservazione e di ricerche sull'insegnamento delle matematiche (COREM) che comprende una scuola elementare e una scuola

⁵ Centre Ricerche Enseignement Mathématiques.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
Facoltà di Scienze della Formazione

dell'infanzia e lo dirige dal 1997. Per 25 anni ha fatto molte osservazioni con documentazione di filmati, protocolli di interviste, dati statistici, etc... (Il lavoro di archiviazione dei materiali del COREM su DVD e sul web sono in corso dal 2002).

Dirige il Laboratorio di didattica delle scienze e della tecnica (LADIST) presso l'Università di Bordeaux 1 dal 1986 al 1998. Ha diretto 50 tesi di PhD (studenti di diverse nazionalità nel mondo) e 90 tesi di laurea tra il 1975 ed il 2001. Ha formato dal 1970 i formatori di matematica delle « anciennes écoles normales » dal 1991.

Ha lavorato con numerosi gruppi di ricerca e di formazione post universitaria in numerosi paesi d'Europa, America Latina, America del Nord, Africa del Nord ed Asia.

I suoi lavori personali riguardano l'insegnamento dei numeri naturali e decimali, l'insegnamento della probabilità e della statistica, quello della geometria e dell'algebra elementare ed infine quello della logica e del ragionamento.

Introduce un approccio nuovo all'insegnamento delle matematiche mettendo in evidenza il ruolo fondamentale delle situazioni nel comportamento e nell'apprendimento delle matematiche gettando le basi della "teoria delle situazioni didattiche in matematica". Questa teoria si fonda sulle differenti condizioni che discriminano le azioni ed i loro repertori impliciti, le formulazioni e i loro repertori semiologici, le argomentazioni e dimostrazioni e i loro repertori scientifici o culturali. La sua metodologia è quella della modellizzazione sistemica con cui il confronto con la contingenza rileva i metodi sperimentali e clinici. In statistica contribuisce alla creazione ed all'uso dell'analisi implicativa (Gras e Lermann).



Publicazioni

Dalla imponente bibliografia citiamo soltanto alcune delle pubblicazioni che sono in qualche modo il caposaldo delle sue ricerche. I riferimenti completi si possono trovare nella sua "home page":

<http://math.unipa.it/~grim/homebrousseau.htm>

Volumi

BROUSSEAU G. (1997) "Theory of Didactical situations in Mathematics". Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990" traduction M. COOPER et N. BALACHEFF, Rasamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD. (KLUWER).

BROUSSEAU G. (1998) "La théorie des situations didactiques". Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990" présentés par M. COOPER et N. BALACHEFF, Rasamund SUTHERLAND et Virginia WARFIELD. (La pensée sauvage, Grenoble)

BROUSSEAU (1999), Elementi per una ingegneria didattica, Pitagora Editrice, Bologna, Italia.

Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France, Hommage a Guy Brousseau et Gerard Vergnaud, 1994. (La pensée sauvage, Grenoble)

Articoli Scientifici

BROUSSEAU G. (1980) Problèmes d'enseignement des décimaux. in revue Recherche en didactique des mathématiques. vol.1.1. pp 11-59. La pensée sauvage. Grenoble.

BROUSSEAU G. (1981) Problèmes de didactique des décimaux. in revue Recherches en didactique des mathématiques. vol.2.1. Ed La pensée sauvage. Grenoble.

BROUSSEAU G. (1983) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In revue Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol 4, n°2, pp 165-198. La pensée sauvage. Grenoble.

BROUSSEAU G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques in Revue "Recherches en didactique des Mathématiques" vol 7.2 pp 33-115. La pensée sauvage. Grenoble.

BROUSSEAU Guy et WARFIELD Virginia (1998) "The case of GAEL". in Journal of Mathematical Behavior, n°18 (1), 1-46, octobre 1999

Guy BROUSSEAU, Nadine BROUSSEAU, Virginia WARFIELD, "An experiment on the teaching of statistics and probability" *Journal of Mathematical Behavior*, 20 (2002) 363-444