“Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)”, n. 25, Supplemento n.2, 2015
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

FORUM OF IDEAS / FORUM AUX IDEES

Balducci Silvia, Bertolino Fabrizio, Robotti Elisabetta, Radin Giulia

Alessio Drivet

Sabrina Héroux, Jérôme Proulx

Janet M. Liston, Cynthia O. Anhalt

Michaela Kaslová

Christina Misailidou

"Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 25, Supplemento n.2, 2015
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

« ENFANTS DE PAPIER » À L'ÉCOLE
La représentation des mathématiques dans la bande dessinée

Balducci Silvia, Bertolino Fabrizio, Robotti Elisabetta
Université de la Vallée d'Aoste, Département des Sciences Humaines et Sociales
2A, Chemin des Capucins - 11100 AOSTE
s.balducci@univda.it; f.bertolino@univda.it; e.robotti@univda.it

Radin Giulia
Centro di studi storico-letterari Natalino Sapegno Onlus, Biblio-Musée de la Bande dessinée
Place de l'Archet, 6 - 11017 Morgex (AO)
direzione@sapegno.it

Résumé: Des 354 bandes dessinées recensées jusqu'à présent, dont les protagonistes sont tous des enfants à l'école, plus du 70%, c'est-à-dire 250 bandes, étaient au sujet « les enfants de papier et les mathématiques ». Les mathématiques, donc, a été l'un des plus importants thèmes parmi ceux identifiés dans les bandes dessinées.
Ces bandes dessinées concernent des situations problématiques au sens décrit par Zan (2002) et Di Martino (2004), parce que la tâche à laquelle les enfants doivent faire face n'est pas strictement interne aux mathématiques et les caractéristiques de l'environnement contribuent à caractériser cette tâche elle-même. Dans de telles situations, les facteurs qui influencent les processus décisionnels d'un étudiant sont définis, dans l'éducation mathématique, des convictions. Cet affiche veut approfondir l'analyse des interactions entre les différentes convictions dans le domaine des mathématiques qui apparaissent dans les bandes dessinées recensées: *convictions sur la tâche, convictions sur les mathématiques* et *convictions que l'élève porte sur lui-même par rapport aux maths* (Di Martino, Zan, 2002 ; Schoenfeld, 1983).

Introduction

Le rapport entre l'enfance et les bandes dessinées peut être abordé sous différents angles, liés les uns aux autres : BD destinées aux enfants ; la bande dessinée en tant qu'instrument pédagogique ; enfants protagonistes de bandes dessinées.
Comme l'a remarqué Antonio Faeti, les portraits d'enfant les plus croyables – ramenés à une identité autonome et contradictoire, décrite à travers un enregistrement ponctuel et respectueux de multiples données ainsi que des détails – ont été esquissés par un medium – la bande dessinée – qui a été longtemps soustrait au contrôle de la "littérature officielle" (Faeti, 1977 : 243. Traduction par nos soins). En conséquence, l'Université de la Vallée d'Aoste[1], en collaboration avec le Biblio-Musée de la Bande dessinée[2] de Morgex, a entamé une recherche qui vise à mettre en valeur la BD

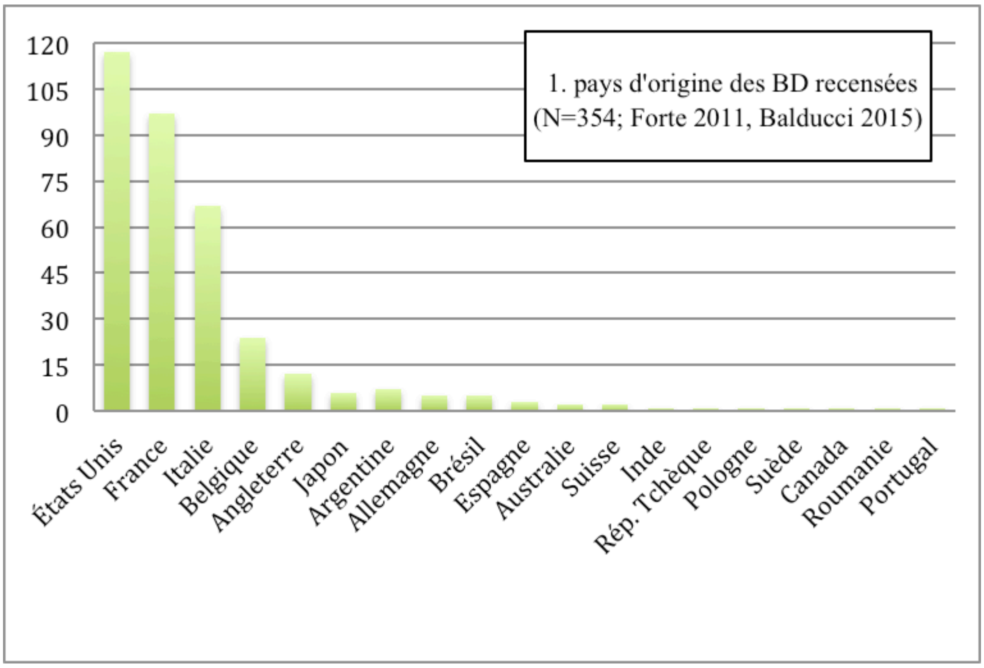
[1] Fondée en 2000, l'Université de la Vallée d'Aoste est un pôle de formation et de recherche caractérisé à la fois par l'ouverture sur l'Europe et par une attention permanente au territoire qui l'accueille. Quinze ans après sa création, l'Université a su élargir son offre de formation et aujourd'hui elle compte 2 Départements et près de 1200 étudiants. Dès son origine, l'Université a toujours mis l'étudiant au cœur de sa stratégie pédagogique : sa petite taille par rapport à celle d'autres universités italiennes permet un contact direct avec les professeurs, un accès aisé aux différents services et favorise les relations entre étudiants. L'ouverture internationale, dont témoignent les nombreuses conventions conclues avec des institutions européennes, se traduit par de multiples possibilités d'échange d'étudiants et de collaboration pédagogique et par des projets de recherche au plan international.

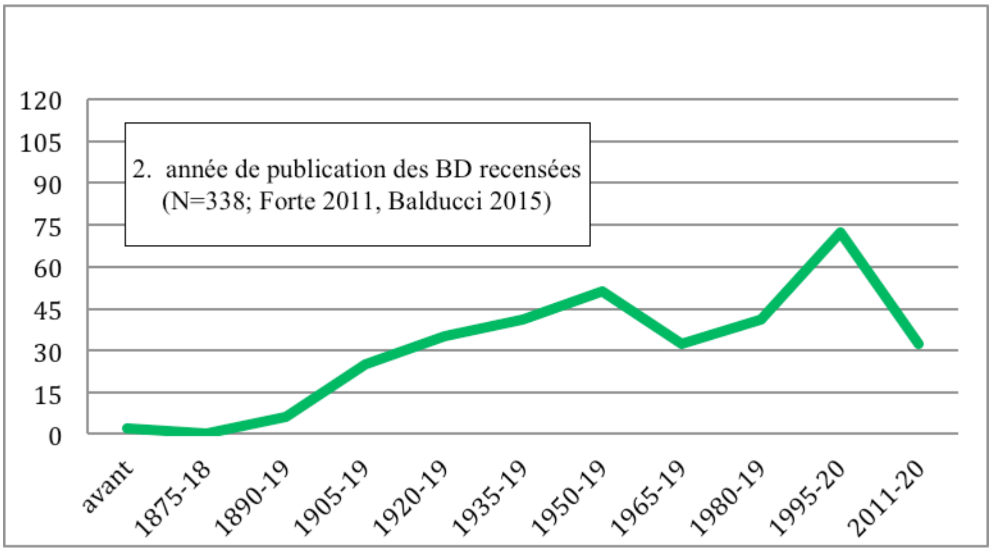
[2] Le Biblio-Musée de la bande dessinée de Morgex est né grâce à la donation à la Fondazione Natalino Sapegno d'une précieuse collection d'environ 35.000 livres et magazines, constituée par Demetrio Mafrica avec la méthode et la rigueur d'un historien et le dévouement d'un passionné. Cette collection – l'une des plus riches de ce genre en Italie – permet de suivre la naissance et l'évolution de la bande dessinée, et de bien connaître l'histoire de la BD italienne : en effet, la Collection Mafrica se caractérise par sa systématicité et son exhaustivité. Le Biblio-Musée a été conçu par la

en tant qu'instrument pédagogique et didactique dans le domaine scolaire et universitaire. Cette recherche porte en particulier sur les *enfants de papier*, c'est-à-dire sur la représentation de l'enfance dans la bande dessinée..

Les enfants de papier à l'école

Les 354 bandes dessinées recensées jusqu'à présent, dont les protagonistes sont tous des enfants (classés de A a Z : de *Ada* et *Junior i pirat* jusqu'à *Zowie*, tout en passant par *Amelia Rules!, Anne et Peter, Bébé 1er, Blondin et Cirage, Boken Dankichi, Boule à Zéro*,…; ill. 1-2), ont constitué la base documentaire pour un dépouillement visé à repérer les matériaux utiles à l'analyse du sujet *les enfants de papier et l'école.*





La lecture des livres et des magazines conservés au BMF, ainsi qu'un élargissement de la recherche sur internet ont permis de repérer environ 2000 vignettes, bandes et planches qui peuvent

Fondation Natalino Sapegno comme un lieu de connaissance du riche et varié univers de la bande dessinée. Ouvert aux passionnés et aux néophytes, le Biblio-Musée permet un premier approche à l'un des plus importants langages du XXe siècle, mais approfondit aussi l'analyse de ses protagonistes et de ses auteurs.

être classées par sujets qui reviennent : le premier jour d'école, le plaisir d'aller à l'école, tout de suite chez le directeur !, les devoirs en classe et le bulletin scolaire, les matières scolaires, dedans et dehors la classe, les devoirs à la maison, succès et échec, le rapport avec les instituteurs, l'harcèlement, les premiers amours…

Parmi ceux-ci, *les enfants de papier et les mathématiques* est l'un des plus importants, avec ses 250 bandes sélectionnées et archivées qui représentent plus du 12% du total.

Ces bandes dessinées des situations que l'étudiant rencontre dans le cadre d'activités mathématiques qui ne sont pas nécessairement la solution d'un problème mathématique : elles concernent aussi, par exemple, des situations telles que le rattrapage d'une note négative dans le bulletin, ou l'obtention de la suffisance dans une interrogation orale. Par conséquent, on peut dire que les enfants de papier vivent des situations problématiques au sens décrit par Zan (2002) et Di Martino (2004), parce que la tâche à laquelle ils doivent faire face n'est pas strictement interne aux mathématiques et les liens et les caractéristiques de l'environnement contribuent à caractériser cette tâche elle-même. Dans de telles situations, les facteurs qui influencent les processus décisionnels d'un étudiant sont définis, dans l'éducation mathématique, des convictions. Elles sont le résultat d'un processus continu d'interprétation des expériences qui concernent les mathématiques et, par conséquent, elles seront utilisées comme modèles pour interpréter et diriger l'expérience future. Comment l'a observé Schoenfeld (1983), les convictions - ou plutôt les systèmes de convictions (Green, 1971) - sont les ressources cognitives sélectionnées et mises en œuvre pour résoudre une certaine situation problématique, c'est-à-dire pour prendre des décisions.

Comme l'a remarqué Di Martino (2004), les convictions interagissent les unes avec les autres au sens où une conviction influence les actions d'un individu de différentes façons en raison des convictions avec lesquelles elle entre en relation. Par exemple, la conviction "pour réussir en maths il faut être doué" va influencer différemment l'action du sujet si elle est associée à la conviction "et moi, je ne le suis pas," ou à la conviction contraire "et moi, je suis doué."

Compte tenu de ces prémisses, nous estimons que la construction théorique *système de convictions* est appropriée à l'analyse de la relation entre les enfants de papier, l'école, les maths et les situations problématiques décrites dans les bandes dessinées sélectionnées.

Les convictions, telles que les BD aussi les représentent, constituent différentes façons d'interpréter sa propre expérience avec les maths et dirigent les processus décisionnels impliqués dans la solution des activités mathématiques.

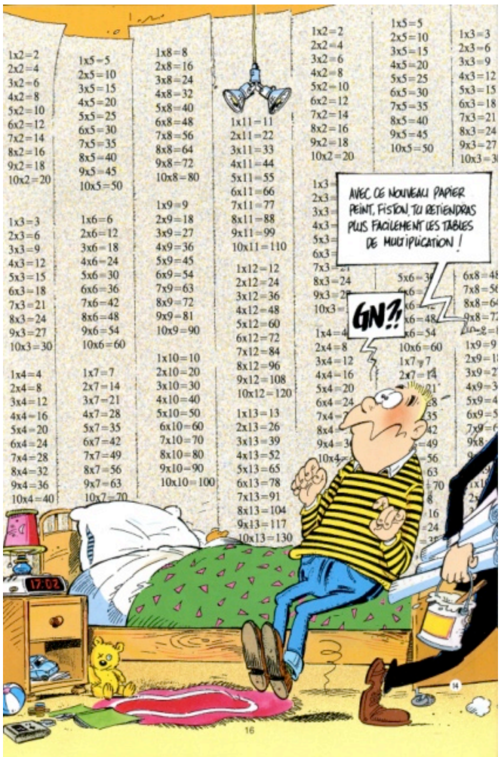
Le but de notre travail est ainsi la mise en évidence de ces aspects par le repérage des bandes et vignettes les plus exemplificatrices.

Bulles de maths et systèmes de convictions

Lire des bandes dessinées n'est pas une opération neutre! L'analyse de vignettes, bandes et planches sur les "mathématiques" a permis de repérer une série de thèmes qui se répètent, et qui sont le résultat d'une contamination consciente entre l'intentionnalité de l'auteur et le point de vue du chercheur.

Au-delà de l'explication détaillée des objectifs, des matériaux et des méthodes de recherche suivies, l'affiche veut approfondir l'analyse des interactions entre les différentes convictions dans le domaine des bandes dessinées: *convictions sur la tâche* qui, comme nous venons de le dire, n'est pas nécessairement interne aux maths, mais peut comprendre l'activité mathématique en général ; convictions des enfants de papier sur ce que réussir en maths signifie, sur les objectifs de l'enseignement et sur les attentes de l'enseignant, sur les causes de succès ou sur les stratégies à activer pour réussir (ceux qu'on appelle « les théories de succès ») ; *convictions sur les mathématiques*, influencées sans doute par les convictions sur le succès en mathématiques ; et, enfin, les convictions que l'élève porte sur lui-même par rapport aux maths (Di Martino, Zan, 2002 ; Schoenfeld, 1983).

Convictions sur la tâche à accomplir. Tâche a ici une connotation générale, de situation problématique. A titre d'exemple, nous pouvons examiner la situation d'un étudiant qui a décidé de rattraper une insuffisance en maths. Les ressources auxquelles il va puiser relèvent de sa conviction sur ce que signifie «réussir en maths» : le sens pourrait être « bien appliquer les règles », ou « apprendre par cœur les règles et savoir les répéter » (ill. 3), ou bien « savoir reconstruire et motiver les règles ». Par conséquent, l'objectif sera poursuivi d'une façon différente et en faisant recours à des ressources et des stratégies multiples.



3. Ducobu utilise des ressources qui font appel à la mémoire (tiré de : Godi et Zidrou, L'élève Ducoubu, Un copieur sachant copier!, p. 16).

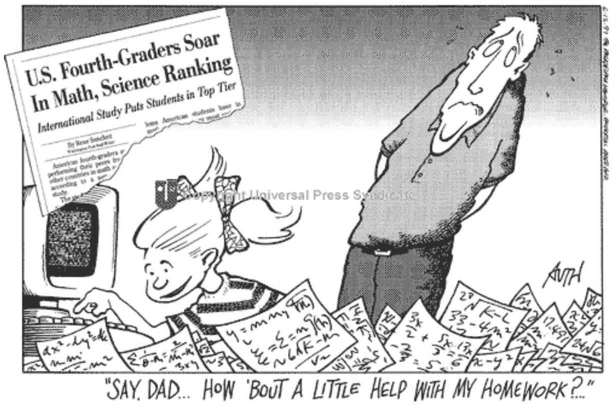
Ces ressources dépendent toutefois du contexte dans lequel le sujet se place ; la sélection d'un contexte ou d'un autre dépend à son tour des schémas interprétatifs du sujet lui-même, c'est-à-dire de ses convictions. Ces convictions vont diriger les décisions du sujet dans le contexte dans lequel il s'est placé (ill. 4).

4. *Zoe* fait recours à des ressources qui utilisent l'expérience directe (tiré de : Ernie Bushmiller, *Arturo e Zoe: due bambini allo specchio*, p. 152). [A: Ce problème est très difficile! B: Combien de quarts d'eau il y a-t-il dans une baignoire remplie de soixante litres? C: Arturo au téléphone! /Réponds-lui que je suis en train de faire mon devoir de maths!]

Schoenfeld (1985a) remarque que nombreux sont les étudiants qui ont des convictions générales où implicites sur la résolution de problèmes : ils pensent, par exemple, que les maths (surtout formelles) ont peu ou rien à voir avec la pensée réelle et la résolution de problèmes. En d'autres termes, comme le souligne Rosetta Zan (1998), les enfants ont deux modèles conceptuels distincts et indépendants des situations problématiques : le vrai problème et le problème scolaire (ill. 5).

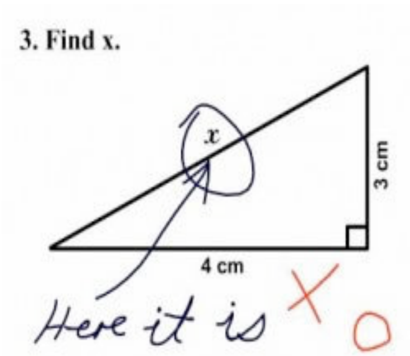
5. Frazz, de Jeff Mallet (tiré de : www.gocomics.com).

Théorie du succès. C’est-à-dire les convictions des élèves sur les buts de l'enseignement et sur les attentes de l'enseignant, sur ce que signifie avoir succès en mathématiques et quelles sont les stratégies à activer pour réussir (ill. 6).



6. Convinctions “pour avoir succès en mathématiques il faut beaucoup d’exercices” (www.sd67.bc.ca/instruction/mathresources/mathcomicspage.html*)*.

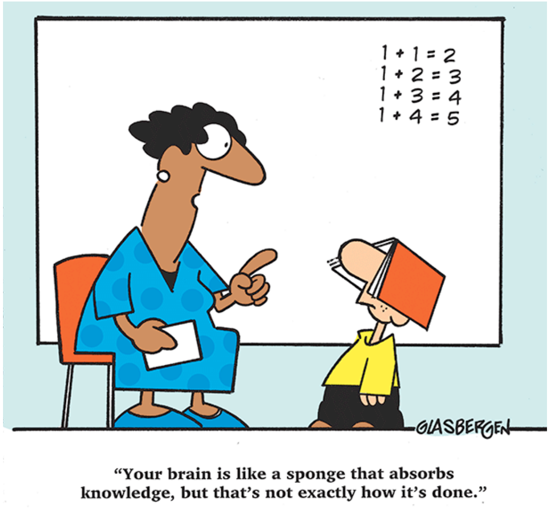
2) "le bon sens ne sert pas" : le «bon sens» a souvent une signification très différente pour l'enfant et pour l'enseignant. L'enseignant, en effet, considère «bon sens» l'utilisation de la rationalité interne aux mathématiques ; au contraire, l'enfant l’associe au sens commun, dans lequel observation et intuition jouent un rôle clé (ill. 7).



7. Le schéma interprétatif de l'étudiant est biais par rapport à celui de l'enseignant : en effet, il ne se place pas dans le contexte de l'algèbre. (http://knepfle.com/mathcomics/).

3) «Il faut avoir une bonne mémoire»: surtout les étudiants qui ont les plus grandes difficultés en

mathématiques, persuadés de n'être pas en mesure de comprendre, se contentent de la simple mémorisation (ill. 8).



8. Un exemple du rôle de la mémoire en mathématiques (www.glasbergen.com).

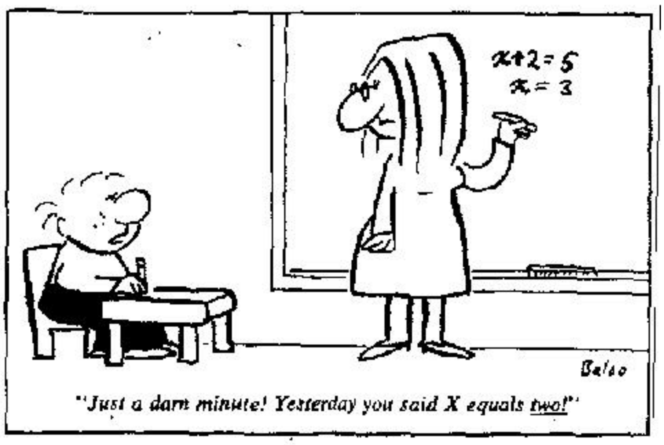
4) «Pour réussir en mathématiques il faut être doué»: d'habitude cette conviction est associée à «... et moi, je ne le suis pas.» Cette particulière conviction trouve un terrain fertile dans notre société, qui considère plus naturel l'échec en mathématiques plutôt que le succès ; en outre, le fait de ne pas être doué est alimenté surtout par la famille et fait partie des convictions que l'étudiant construit sur lui-même (ill. 9).

9. Conviction "Pour réussir en mathématiques il faut être doué" (tiré de : Bill Watterson, Calvin & Hobbes, *Il progresso tecnologico fa boink*, p. 83). [A: Ça va les maths? B: Je ne fais plus des maths, j'ai décidé que je suis une personne "visuelle". C: Bien, visualise toi-même à 45 ans encore en CP. D:On visualise beaucoup de sommes eh? / Je suis en train de te visualiser en traction, veux-tu m'aider ou non?]

Convictions sur les mathématiques. Chaque conviction sur la réussite en mathématiques suggère une vision particulière des maths ou de l'expérience mathématique. Par exemple, l'affirmation «le bon sens en maths ne sert pas» dénote une vision des activités mathématiques dépourvues de sens commun, éloignées de la réalité et, par conséquent, étrangères à l'étudiant.

Par ailleurs, les convictions sur le rôle de la mémoire suggèrent une vision des mathématiques en tant que discipline de produits plutôt que de processus. La conviction que "pour réussir en maths il suffit de faire beaucoup d'exercices" révèle une vision instrumentale de la discipline (Skemp, 1976). A l'opposé, Skemp définit la vision relationnelle des mathématiques, caractérisée par l'application de formules et de règles dont on comprend le sens intrinsèque.

Ors cette double vision des mathématiques entraîne deux différentes interprétations du mot «comprendre»: en effet, dans une vision instrumentale des maths comprendre renvoie à la mémorisation ; en revanche, dans une vision relationnelle comprendre renvoie au raisonnement (ill. 10 et 11).



10. Vision instrumentale des mathématiques (google images).

11. Vision relationnelle des mathématiques où « comprendre » renvoie au raisonnement (www.sd67.bc.ca/instruction/mathresources/mathcomicspage.html).

Convictions sur soi-même. Ces convictions sont surtout liées au sens d'auto-efficacité (Bardura, 1986), c'est-à-dire à la conviction de pouvoir exécuter une tâche spécifique à l'intérieur d'une discipline (ill. 12).

12. Conviction à propos du sens d'auto-efficacité (tiré de : Calvin & Hobbes, Il progresso tecnologico fa boink, p. 9). [A: Je suis bien content de voir que tu es en train de faire tes devoirs. Ça va les maths maintenant ? B: mmm...Très bien. / C'est-à-dire ? Combien? C: Vraiment bien. / As-tu eu la moyenne ? D: J'ai pas dit phenomenal].

Dans le domaine des mathématiques les convictions sur soi-même sont liées tant aux théories du succès et à la vision des mathématiques (par exemple, «Je ne suis pas doué pour les maths"), tant à la perception de l'échec et aux causes que l'élève lie à son propre succès ou à son propre échec.

Par exemple, l'étudiant peut attribuer son échec à des caractéristiques personnelles (causes internes plus ou moins stables, plus ou moins contrôlables) : "en maths l'engagement ne suffit pas, il faut avoir une quelque chose en plus que je n'ai pas" (ill. 13).

13. Conviction négative sur soi-même par rapport aux mathématiques (tiré de : www.comicmath.com).

Conclusions

Dans la bande dessinée la combinaison d'images, graphique et textes produit un langage humoristique: *Qui rit joue le jeu et il se doit de justifier à soi-même pourquoi il a ri. Il peut se reconnaître, s'attendrir, se fâcher ou se vexer, mais il ne peut plus se soustraire au jeu. La satire compromet, et celle-ci est bien sa force* (Tonucci, 1987 : 10; traduction par nos soins).

En raison de ces prémisses, ce travail représente une importante étape du parcours de valorisation de la bande dessinée en tant qu'instrument pédagogique promu par le *BFM* (*Biblio – Museo del Fumetto*) et par l'Université de la Vallée d'Aoste.

L'intuition – voire l'espoir – initiale a été vérifiée : le dépouillement de bandes dessinées de différents auteurs et de plusieurs époques (plus de 15.000 les bandes visionnées grâce à la consultation sur internet, au BMF et dans les collections privées) a confirmé que l'école occupe une partie significative de la quotidienneté des enfants de papier.

Bien que cette analyse doive être approfondie pour aller au-delà des probables stéréotypes, l'école représentée dans la plupart des bandes est un endroit duquel il faut s'enfuir - avec le corps ou par sa propre imagination -, un édifice député à expérimenter l'échec et l'ennui, et dans lequel les seuls moments agréables semblent être la récréation et la sortie.

L'analyse d'un grand nombre de vignettes portant sur l'école – 1.450 celles qui ont été recueillies, numérisées et classées – a permis de repérer plusieurs *topoi* ; parmi ceux-ci, un sujet prédominant est lié aux aspects motivationnels et affectifs qui entrent en jeu dans le rapport des enfants de papier avec les mathématiques.

Plus de 250 bandes ont été étudiées à partir du modèle théorique "système de convictions" que Zan a formulé dans son ouvrage *Difficoltà in matematica* (2012). Cette analyse a permis de comprendre que le domaine dans lequel les enfants de papier font face aux maths sont des situations problématiques, qui se présentent aux étudiants dans le contexte de l'activité mathématique au sens plus général, et non seulement des problèmes mathématiques. La motivation et l'affectivité de l'étudiant tout au long de l'activité mathématique sont d'ailleurs au cœur même du rapport "OCSE-PISA 2012 *Results : ready to Learn. Students' engagement, drive and self – beliefs*", qui attribue en grande partie aux enseignants la responsabilité de l'échec des étudiants en maths. Le rapport souligne en outre l'importance des motivations, le sens d'autoefficacité, la participation des étudiants dans les activités aux tâches mathématiques.

Compte tenu de ces remarques, ainsi que des premiers résultats de notre recherche portant sur les BD, il semble important de prendre en examen le rôle que les BD peuvent jouer en tant qu'instrument apte à soutenir une didactique attentive aux aspects affectifs et motivationnels par rapport aux tâches mathématiques (Zan e Di Martino, 2004). Ce sujet fera l'objet d'une recherche, que nous nous proposons d'approfondir dans les prochaines années.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AA.VV. (1990), *La grande avventura dei Fumetti*, Istituto Geografico De Agostini, Novara.

Balducci S. (2015), *A scuola con Lio, Miss Peach, Calvin e tanti loro amici: la rappresentazione della matematica nei fumetti.* Tesi di laurea, Scienze della Formazione primaria, a.a. 2014/2015, relatori prof.ri Fabrizio Bertolino e Elisabetta Robotti.

Bardura A. (1986), *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Di Martino P. (2004), *Difficoltà in matematica e sistemi di convinzioni*, tesi di dottorato, Dipartimento di Matematica, Università di Pisa.

Di Martino P., Zan R. (2002), A attempt to describe a "negative" attitude toward mathematics. In Di Martino P. (ed.) *Proceedings of the MAVI-XI European Workshop,* Pisa, 22-29.

Faeti A. (1977), *Letteratura per l'infanzia*, La Nuova Italia, Scandicci (FI).

Forte M.C. (2011), Bambini di carta: premessa ad uno studio dell'infanzia attraverso i fumetti. Tesi di laurea, Scienze dell'educazione, Università della Valle d'Aosta, a.a. 2010/2011, relatore prof. Fabrizio Bertolino.

Green T. (1971), *The activities of teaching*. McGraw-Hill, New York.

Schoenfeld A.H. (1983), *Episodes and executive decisions in mathematical Problem-Solving*. In Lesh R., Landau M. (eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.* New York, Academic Press, 345-395.

Shoenfeld A.H. (1985), *Mathematical Problem Solving*. New York, Academic Press.

Skemp R. (1976), *Relational understanding and instrumental understanding* « Mathematics Teaching », 77, 20-26.

Tonucci F. (1987), *Bambini si nasce*, La Nuova Italia, Scandicci (FI).

Zan R. (1998), *Problemi e convinzioni*, Pitagora Editrice, Bologna.

Zan R. (2002), *I comportamenti dei bambini di fronte al problema scolastico standard: alcune riflessioni, « La matematica e la sua didattica »*, 3, 278 – 305.

Nous remercions pour leur aide précieuse : Gianluca Bonfiglioli, Elodie Clos, Elisabetta Giannelli, Paola Matteotti, Silvia Michielin, Giulia Pollarini, Patrizia Rizzo, Mattia Sappa, Massimo Valenti, Erika Zorzetto (Université de la Vallée d'Aoste) ; Carla Micotti Mafrica, Barbara Zenato et Daniela Tranquilli (Biblio-Musée de la Bande dessinée – Fondazione Natalino Sapegno Onlus).

"Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 25, Supplemento n.2, 2015
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

The tips of the octopus

Alessio Drivet
alessio.drivet@tin.it

Abstract: An octopus, with its eight tentacles, is the protagonist of a reasoning about teaching probability and statistics. In the text, I will present eight ideas for teachers who want to develop the theme "Data and forecasts". These ideas are supported by the use of artifacts, digital tools and Web resources.

Introduction

Paul the octopus was a common octopus living in a public aquarium in, Germany, and has become known internationally during the World Cup in 2010 when it was used for groped to "predict" the results of soccer games. Paul correctly predicted all outcomes. What animal best of octopus, with its eight tentacles-tips, lends itself to the introduction of non-deterministic phenomena?

First idea: the different registers

The following quote makes it perfectly the key concept.
"For example, if you throw an ideal dice cube and one wonders what is the probability of getting either 1 or 6, can be answered in different ways, using different registers or different representations within the same register. In the register of native language: "There are two possibilities on six." By conversion to the register fractional "the probability is 2 /6" or by treatment within the fractional registry the probability is 1/3, by conversion to the decimal register "the probability is 0.3", or yet by conversion to the register proportion "the probability is 33.3%". (Arrigo, 2010).
It is certainly useful to show these different registers by using, for example, the different types of format available in a spreadsheet (fig.1a, 1b).

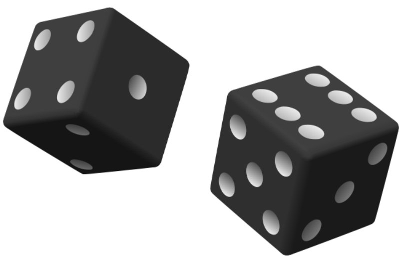


Fig. 1a

Register	Rappresentation
Linguistic	2 of 6
Fractional	1/3
Decimal	0,33
Percentage	33,3%

Fig. 1b

Second Idea: the role of combinatorics

One question: the introduction of combinatory calculus in the school has a value mathematical autonomous or is simply an incidental feature to probability?
The discussion would lead away; here we examine only the utilitarian aspect underlining the fundamental principle of the calculation, namely the principle of multiplication.
A typical example is the slot machine and the definition of the number of possible and winning combinations. The ideal would be to have a concrete object (fig. 2). The basic idea is that the arguments should be introduced first by an intuitive point of view, using a variety of examples and, only later, through mathematical formalization.

Fig. 2

Third idea: coins and dice in various probabilistic approaches

All textbooks use examples using coins, dice, cards, marbles, etc. The reason is known: you can build simple examples that will (should?) leave room for more complex random situations.
This approach can be improved by expanding the range of "coins" and "dice" used to make a transition logically motivated by the classical definition to the frequentist probability. As examples (Drivet, 2013), we cite thumbtacks or astragals (fig. 3a, 3b).

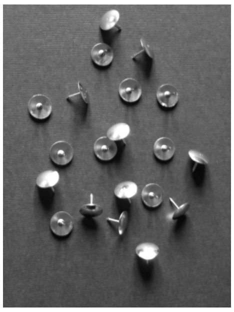


Fig. 3a

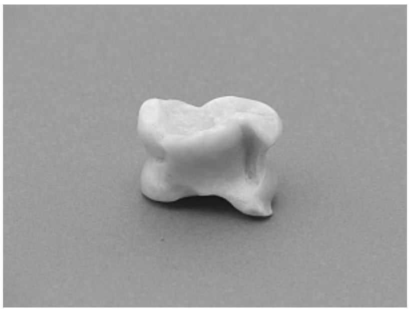


Fig. 3b

Fourth idea: information technology

"Computer-based assessment gives students the opportunity to work with larger data sets and provides the computational power and data handling capacities they need to work with sets longer available. Students are given the opportunity to choose appropriate tools to manipulate, analyze, and represent date, and to sample from data populations. "(PISA 2012).
In class, we work too often with data invented nor even realistic. "The data presented are not real or even realistic and apply "too" to the model "(Gattuso, 2011).
It will be up to the teacher, based on the age of the students of available resources and skills, decide whether to use a spreadsheet, Geogebra, R or tools available online as Core Math Tools.

Fifth idea: small and big data

A question arises; in the school, it makes sense to do statistics with a few data? A clear answer does not exist, but it is clear that confine itself to processing only a few components ("guys, calculate the arithmetic mean of these five numbers") is limited and often misleading. Without run after the size of the so-called big data is certainly useful to work with a data set sufficient to provide materials for consideration and inferences not trivial.
Anthropometric data of sufficient amplitude are therefore strongly recommended, for example, you can use the data collected from CIRDIS (http://cirdis.stat.unipg.it/index.php?canale=160&lang=ita).

Sixth idea: the probability is not just a game

It is true that the birth of the first probabilistic concepts is closely linked to games of chance and gambling, but it would be wrong to introduce students to this aspect only. Without pretending to go into detail is necessary to present a number of areas of use of stochastic models, for example (fig. 4a, 4b, 4c, 4d): environmental (weather forecast), economic (predictive models), medical (diagnostic), social (insurance).
In addition, in this case it is desirable the use of artefacts (Drivet, 2013), spreadsheet (Drivet, 2006) and Web resources such as mortality tables of Istat.

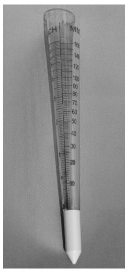


Fig. 4a

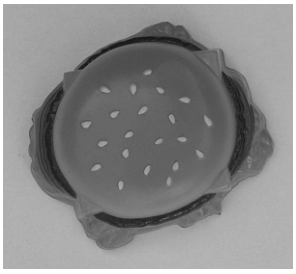


Fig. 4b

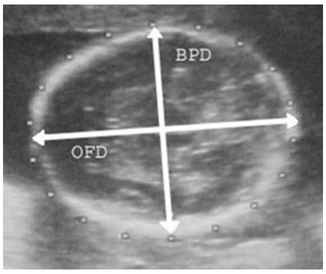


Fig. 4c

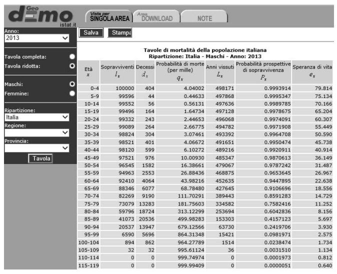


Fig. 4d

Seventh idea: the dynamic statistic

"Many teachers firmly believe that most students hate statistics, perceive it to be a necessary but painful class to teach, and imagine that it will naturally result in poor course evaluations. Unfortunately, these myths can become self-fulfilling prophecies". (Hulsizer-Woolf, 2009).
This assertion is perhaps deliberately extreme, really is not true that students have a difficult relationship with the statistic, often simply are faced to a simulacrum not credible.
Construction of questionnaires, research, and creation of graphics are indispensable, but a real qualitative leap you may have giving dynamism and historical sense to the statistics. A good practice is to make use of resources such as the Interactive maps, for example: IMF DATAMAPPER, GAPMINDER (fig. 5) o MAPPINWORLDS.

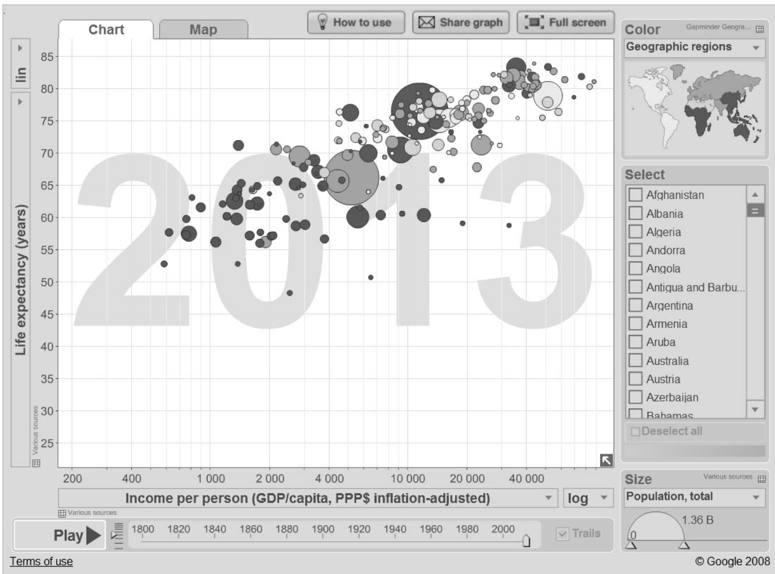


Fig. 5

Eighth idea: modelling

"Only with a large number of single events is lost random and you fall under the control of statistical laws". (Eigen-Winkler, 1986).

To simulate the trend of a population you imagine a game in which black and white pawns are the elements of a population. A chessboard 6x6 is the space where you play the various processes. Two players have randomly put their pieces on the board so that each occupies half of the squares available (Figure 6). Then we introduce the rules of the game that will lead to very different asymptotic probability distributions.

"Drifting"

You flip a coin. If the result is heads, white removes a black pawn and replaces it with a white from its reserves. Otherwise, a white pawn is replaced with a black one.

"Balance"

You roll two dice: the checker from the box corresponding to the coordinates resulting from the shooting is removed and replaced with a spare pawn of the opponent.

"All or nothing"

You roll two dice: the checker from the box corresponding to the coordinates resulting from the roll is doubled at the expense of colour opponent. Therefore, if you have obtained a square with a white pawn removes any black pawn and replace it with another white from the reserve.

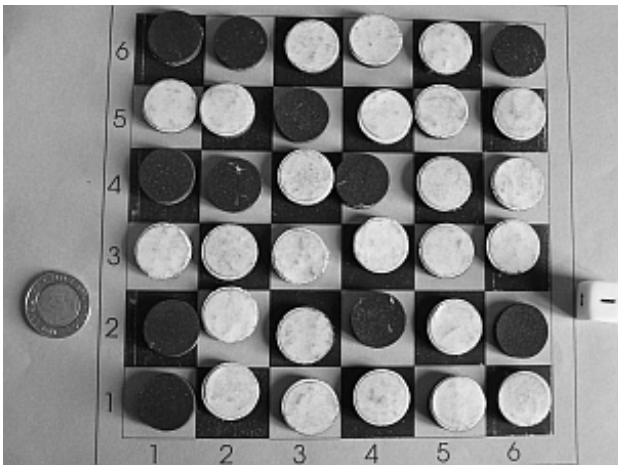


Fig. 6

REFERENCES

Arrigo G.(2010), *Le misconcezioni degli allievi di scuola primaria relative al concetto di probabilità matematica*, Bollettino dei docenti di Matematica, Bellinzona

Drivet A. (2006), *Modelli per analisi ecografiche*, Induzioni, n.32

Drivet A. (2013), *La cassetta degli attrezzi*, ilmiolibro.it

Eigen M., Winkler R. (1986), *Il gioco*, Adelphi

Gattuso, L. (2011). *L’enseignement de la statistique : Où, quand, comment pourquoi pas ?* Statistique et Enseignement, 2(1), Société Française de Statistique

Hulsizer M., Woolf L. (2009), *A Guide to Teaching Statistics: Innovations and Best Practices*, Wiley-Blackwell

OECD (2012), *Pisa Mathematics Framework*, OECD Publishing

"Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 25, Supplemento n.2, 2015
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

Faire des mathématiques à travers le jeu: un exemple sur les compléments de 10

Sabrina Héroux & Jérôme Proulx
sabrina.heroux@gmail.com proulx.jerome@uqam.ca
Université du Québec à Montréal, Montréal (Québec), Canada

Introduction

Cette recherche s'intéresse aux jeux mathématiques comme espace non-formel d'apprentissage des mathématiques.

Les jeux sont souvent utilisés par les enseignants pour susciter la motivation des élèves (Peltier, 2000) et travailler le langage mathématique, particulièrement en raison des nombreuses interactions que ceux-ci suscitent entre les élèves (Poirier, 2011). De plus, plusieurs études sur l'utilisation des jeux ont montré une amélioration des compréhensions des élèves en arithmétique, en géométrie et en probabilité, suite à la réalisation de pré- et post-tests et de questionnaires divers (Dumais, 2005; Peltier, 2000; Tourigny, 2004). D'autres études ont montré les apports possibles des jeux mathématiques sur le développement de stratégie de résolutions de problèmes (Bragg, 2003) et le recours au raisonnement de type combinatoire (Caissie, 2007). Toutefois, peu d'études ont décrit et analysé ce qui se produit *durant* le jeu mathématique, soit une analyse des mathématiques travaillées *pendant* que les élèves sont en contexte de jeu mathématique. Cette recherche s'intéresse ainsi à l'élève en action lors des jeux mathématiques, et aborde les questions suivantes : Que font les élèves durant les jeux ? Quelles expériences mathématiques vivent-ils ? Quelles mathématiques explorent-ils ?

Pour aborder ces questions, nous présentons nos réflexions initiales sur la base des observations que nous avons faites suite à l'essai d'un jeu de mémoire abordant le complément de 10 avec des élèves du primaire (6-8 ans).

Qu'entend-on par jeux mathématiques ?

On retrouve plusieurs description des jeux dans la littérature entourant l'enseignement des mathématiques: comme étape obligatoire du développement de l'enfant (Piaget, 1966), comme activité sociale pouvant être utilisée en contexte scolaire (Brougère, 2005), comme activité pédagogique ayant pour but de faire émerger un savoir précis et attendu (Brousseau, 1986) et comme matériel didactique pour amuser et faire avancer les savoirs (Ascher, 1998; Bednarz et al., 2002).

Dans cette lignée de matériel éducatif, Ascher (1998) développe une typologie qui permet d'isoler certaines caractéristiques des jeux pour leur utilisation dans la classe de mathématique. Tout d'abord, elle parle des jeux de hasard (e.g.: bingo, pile ou face, dés) qui sont souvent associés à la chance ou au surnaturel. Pour elle, les jeux de hasard peuvent être abordés en classe puisqu'ils permettent de développer un concept mathématique du curriculum scolaire : la probabilité. Ces jeux permettent d'améliorer les connaissances en probabilité des élèves au niveau de la prise de décision, même si le joueur ne peut pas vraiment « s'améliorer » pour gagner la partie. Ensuite, elle parle des jeux d'énigmes logiques (e.g.: casse-têtes, sodoku) qui ressemblent beaucoup à la résolution de problèmes. En effet, l'élève a un défi à résoudre qui a des implications logiques, un raisonnement pas-à-pas souvent proche de la démonstration. Pour Ascher, ces jeux d'énigmes logiques ne sont pas vus comme des « jeux » à proprement parler puisqu'ils n'ont pas de règles, pas d'adversaire, pas de gagnant, ni de perdant et aucun matériel à manipuler. En fait, ces jeux se résolvent souvent par un seul joueur. Pour sa troisième catégorie, les jeux stratégiques (e.g.: tic-tac-toe, échecs, dames) elle explique que ceux-ci mobilisent des raisonnements de type « implication logique ». Ces jeux sont très près pour elle de la démonstration mathématique, car on peut retrouver un raisonnement qui s'enchaîne pas-à-pas et un raisonnement de type combinatoire (plusieurs scénarios selon les décisions de chaque joueur). Ce type de jeu force le joueur à développer des stratégies afin de prendre en compte l'adversaire.

C'est à cette quatrième catégorie, soit les jeux stratégiques, que se rattachent les jeux mathématiques tel que définis dans ce projet. Ces jeux sont mathématiques, car ils ciblent un contenu mathématique spécifique (et explicité dès le début du jeu) dans le but de le faire travailler et explorer par les élèves ; et non pas dans un but ultime d'aboutir à un contenu ou une connaissance spécifique tel qu'on le retrouve chez Brousseau (1986). Par exemple, dans le cas qui nous concerne ici, le contenu ciblé par le jeu mathématique est le complément de 10.

Fonctionnement du jeu

Le jeu mathématique que nous discutons ici est un jeu de mémoire faisant intervenir la notion de compléments de 10. Dans ce jeu mathématique, à partir d'une trentaine de cartes tournées face contre table, à tour de rôle le joueur retourne une première carte et doit ensuite en tourner une deuxième à associer à la première pour former un total de dix. Les élèves ont pour but est de faire le plus de paires possibles. Le jeu se termine lorsqu'il n'y a plus de paires qui peuvent être faites et le gagnant est celui qui en a accumulé le plus (les élèves jouent à 2 ou 3). Chaque carte possède un nombre de 0 à 12, illustré de différentes façons par des représentations numérales et alphabétiques, des doigts, des cartes à jouer, des « boîtes de dix » et des courtes phrases (voir la Figure 1 ; à noter que les nombres 11 et 12 sont utilisés pour faire les soustractions 11–1 et 12–2).

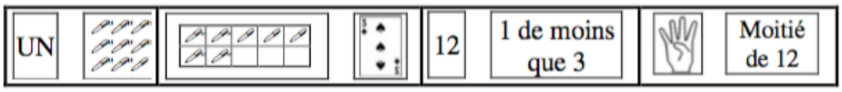


Figure 1 : Exemples de paires de cartes « complément de 10 »

Réflexions sur l'activité mathématique déployée durant le jeu

Les réflexions que nous tirons concernent la nature de l'activité mathématique déployée, soit les stratégies développées en contexte de jeu et tout le potentiel que celles-ci recouvrent pour le sens du nombre et les opérations. À travers les exemples/illustrations de stratégies développées par les élèves de 6 à 8 ans, l'intention est d'explorer la richesse et le potentiel d'une entrée par le jeu mathématique (ici sur les compléments de 10) et de discuter de la nature de l'activité mathématique mobilisée par les élèves. Nous faisons état de nos compréhensions sur leurs façons de s'engager dans la tâche et de la nature de l'activité mathématique déployée pour ce jeu sur les compléments de 10.

Les façons de compter. Dans la classe, nous avons observé différentes façons de compter pour former les paires. Certains élèves comptaient les points ou les dessins illustrés sur les cartes pour trouver la valeur complémentaire manquante pour faire 10. D'autres élèves se dégageaient des dessins sur la carte et transféraient les quantités « lues » sur leurs doigts pour trouver la valeur complémentaire qu'ils devaient rechercher. Enfin, des élèves parvenaient à se dégager de la carte, ainsi que de tout référent physique, en comptant mentalement pour déterminer la valeur complémentaire nécessaire pour faire 10.

Les associations entre les nombres. Nous avons observé que les élèves ont fait de fortes associations entre les nombres et leurs compléments. Certains élèves en tournant une carte savent immédiatement quelle est la carte qu'ils doivent chercher en raison du premier nombre obtenu. Par exemple, lorsqu'un élève tire un 8, tout se produit comme s'il tire aussi un 2 au même moment, alors que le 8 n'est plus considéré seul ou de façon isolée, mais est « connecté » ou associé au 2. Ceci amène plusieurs élèves à anticiper la prochaine carte à trouver en fonction d'une carte faisant office de valeur de référence (par exemple, lorsque le 3 est tiré, ils cherchent le 7 jusqu'à ce qu'ils le trouvent d'un tour à l'autre). Cette anticipation de la carte complément en a même amené certains a modifier le jeu en « trichant » en regardant à travers les cartes (peu opaques) pour trouver le nombre voulu. D'autres élèves, quant à eux, vont plus loin et vont même jusqu'à décider de la valeur à assigner à une des cartes choisies, telles que celles du « joker » ou de cartes blanches (désignées au départ du jeu comme étant de valeur 0), pour que cela fonctionne avec l'autre carte qu'ils ont en main pour arriver à compléter 10.

Flexibilité à travers les représentations. Les diverses représentations des nombres (représentations numérales et alphabétiques, doigts, cartes à jouer, « boîtes de dix », courtes phrases) sont lues, combinées et comprises par les élèves avec beaucoup de fluidité. Même l'utilisation de courtes phrases mathématiques (par exemple, « un de moins que 5 », « deux de plus que 3 ») n'arrêtent pas les élèves dans leurs explorations des compléments de 10. Les élèves passent donc des nombres aux représentations diverses avec une grande flexibilité, la combinaison pour un même complément de deux représentations différentes n'affectant pas leur travail.

Remarques finales

Nos réflexions suite à l'essai de ce jeu de mémoire sur les compléments de 10 nous mènent à discuter de la richesse de l'activité mathématique des élèves durant ce jeu et de l'aisance qu'ils ont manifesté pour travailler la notion de complément de 10 (et tout le succès qui vient avec). Le fait de regarder les élèves dans l'action permet d'apprécier les mathématiques qu'ils vivent et non pas nécessairement ce qu'ils apprennent et conservent suite au jeu : on observe les mathématiques dans leur état vivant, en plein déploiement, et leur viabilité locale pour résoudre les défis posés par le jeu mathématique en question. Nous avons été intéressés n'ont pas par ce qu'ils apprennent *par* le jeu, mais par ce qu'ils font *durant* le jeu, pour y saisir le potentiel mathématique de travailler ces contenus par le jeu. À ce stade préliminaire, la richesse des mathématiques révélées sous forme de flexibilité, d'association entre les nombres et de façon de (se) les représenter montre un potentiel mathématique riche vécu à travers ce jeu. On y décèle une exploration mathématique vaste et importante, qui se démarque des situations usuelles d'apprentissage des compléments de 10 autour de faits numériques et additifs à « apprendre » et réciter.

Ces premières observations et réflexions nous montrent tout l'intérêt de conduire notre étude autour de ces idées, nos pas pour comparer la richesse de ce type d'approche par le jeu d'avec l'enseignement usuel, mais faire ressortir la spécificité et la vivacité des mathématiques travaillées, et leur étendue/richesse, à travers les jeux mathématiques.

REFERENCES

Ascher, M. (1998). *Mathématiques d'ailleurs*. Paris: Éditions du Seuil.

Bednarz, N., Bourdage, N., Charpentier, M., Lartigau, M., Poirier, L., Sauvé, T., Tourigny, C. (2002). *Banque de jeux pour l'apprentissage des mathématiques au primaire.* Mont-Royal, Québec: Modulo.

Bragg, L. (2003). Children's perspectives on mathematics and game playing. *Proceedings of MERGA-26* (pp. 160–167). Geelong, Victoria: MERGA.

Brougère, G. (2005). *Jouer/Apprendre*. Paris: Economica.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Thèse d'État, Université de Bordeaux 1, France.

Caissie, C. (2007). *L'apport du jeu pour le développement de compétences en mathématique chez les élèves au premier cycle du secondaire*. Université du Québec à Montréal, Canada.

Douady, R. (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. *Repères IREM n° 15,* 25p.

Dumais, S. (2005). *L'utilisation du jeu en classe préscolaire pour viser le développement du concept de nombre*. Thèse de doctorat, Université de Montréal, Canada.

Peltier, M.-L. (2000). Les jeux mathématiques sont-ils la panacée à la démotivation des élèves ? *Grand N*, *67*, 33–40.

Piaget, J. (1966). *La psychologie de l'enfant*. Paris: Presses universitaires de France.

Poirier, L. (2011). Un projet de codéveloppement autour des jeux mathématiques. *Vie Pédagogique*, *158*, 40–41.

Tourigny, C. (2004). *Une intervention en mathématiques en milieu défavorisé s'articulant sur le jeu: contribution au développement de compétences mathématiques chez les enfants*. Mémoire de maîtrise, Université de Montréal, Canada.

The Tangram Chinese Puzzle: Using Language as a Resource to Develop Geometric Reasoning

Janet M. Liston and Dr. Cynthia O. Anhalt

Abstract: The work in our poster showcases geometry-related activities that include modeling desired participation and encouraging engagement in mathematical discourse. Interactive communication of this kind helps prospective teachers of mathematics to become more aware of their own choices of words and grammar, while at the same time grappling with the important geometry content in the Tangram Puzzle activities. A focus on language practices in mathematical discourse is critical to the preparation of mathematics teachers as they prepare to teach diverse populations of students.

Résumé: Le travail dans notre affiche met en vedette les activités liées à la géométrie qui comprennent la modélisation participation souhaitée et encourager l'engagement dans le discours mathématique. Ce genre de communication interactif aide les futurs enseignants de mathématiques à devenir plus conscients de leurs propres choix de mots et de grammaire, alors que dans le même temps aux prises avec la géométrie important contenu dans le Tangram Activités de puzzle. Un accent mis sur les pratiques langagières dans le discours mathématique est essentiel à la préparation des professeurs de mathématiques comme ils se préparer à enseigner à divers groupes d'étudiants et d'étudiantes.

Framework

Language is the principal resource for *making meaning* through mathematical discourse in the classroom (Halliday 1978; Vygotsky 1978). However, there can be obstacles to communicating mathematical ideas due to the complexities of language in the mathematical register. In line with the themes of this conference, we consider the importance of obstacles that prospective teachers face when learning to use the specialized language of the mathematics register. Additionally, we posit that regardless of such obstacles, fluency with the mathematics register is essential to teaching and learning of mathematics because it is the kind of language that allows both learners and teachers to explain methods and strategies used or justify decisions made (Halliday 1978). Therefore, we consider language (verbal and non-verbal communication) as a resource to promote a shift from every day, informal language to one that is more abstract and formal.

The Poster

The presentation of this poster will be of interest to conference attendees as the activities highlighted reflect geometric thinking and measurement spanning from lower and upper grade levels for teacher development. With the perspective that discourse and mathematics learning are closely linked, the goal of our poster is to showcase the ways that problem solving through Tangram activities allow participants to use language in different ways in order to negotiate and connect mathematical meanings with others in a social context. Interactive communication of this kind helps prospective teachers become more aware of their own language and word choices, while engaged in geometric reasoning. The focus of our work reflects the construct of language as a resource to develop communicative competencies for participation in mathematical discourse (Moschkovich 2010).

Our poster contributes to understanding ways of helping prospective teachers develop mathematics language through activities that encourage student-to-student talk and explanations. We find that engagement in the hands-on activities of constructing and using the Tangram pieces helps to foster PTs' understanding of geometric thinking to support collaborative communication and mathematical language development. Specifically, we noticed a shift from using everyday language toward a more formalized use of geometric vocabulary. The work presented places front-and-center the process of doing *and* talking about the mathematics with prospective teachers as they prepare for teaching linguistically diverse student populations.

REFERENCES

Halliday, M. A. K. (1978). *Language as Social Interpretation of Language and Meaning.* University Park Press.

Moschkovich, J. N. (2010). *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research.* IAP.

Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. *Mind and society* (pp. 79–91). Cambridge, MA: Harvard University Press.

"Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 25, Supplemento n.2, 2015
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

Les mathématiques hors-classe - tradition de la FP UK

Activités hors-classe pour les enfants de 5 a11 ans

Michaela Kaslová, Charles University, Prague,
116 39 Prague 1, M. Rettigové 4, Répuhlique Tchèque michaela.kaslova@pedf.cuni.cz

Résumé : Les mathématiques hors-classe (OUTDOOR MATHEMATICS) font, depuis plus de 15 ans, partie des cours a option dispensés à la chaire des mathématiques et de la didactique des mathématiques. Les étudiants d'Erasmus (Grece, Espagne, Portugal, Allemagne Autriche, Slovaquie, Norvaige) ainsi que les enseignants de l'éducation continue (plus de 400 enseignants de la République tcheque et 50 de l'étranger - Etats-Unis, Suède, France, Belgique, Royaume-Uni), et de façon réitérée, les participants de la conférence internationale SEMT ainsi que les étudiants de l'Université de Parme. Les activités sélectionnées, ici présentées, sont orientées vers un phénomene particulier - le traitement des "grandes représentations" dans le milieu mathématique - l'image, le plan, l'ébauche et autres utilisations des informations recueillies. Ces activités constituent une structure didactique (Kaslová SEMT 3, Brno 2014). Ces activités ont été maintes fois vérifiées dans la pratique et les expériences font également partie des solutions proposées par les étudiants dans leurs travaux de sortie. Nous suivons l'efficacité de ces activités qui ne sont en aucun cas conçues comme un simple effort pour rendre le programme plus intéressant ou pour compléter les leçons de mathématique.

Introduction

Nous partons des connaissances en matière de neurologie; un espace important est traité par le cerveau d'une manière autre que le micro- ou mezzo-espace (qui entrant dans un champ de vision donné), en général dans le cadre d'un espace fermé. Pour pouvoir suivre un espace plus grand, il faut tout au moins plus de recul, ce qui permet une expérience préhensible ou tactile, une expérience liée au toucher ou constituer l'image à partir de plusieurs regards partant d'un même lieu et partir de plusieurs endroits dans un espace donné. Il ne s'agit pas d'une simple orientation dans un lieu et dans un temps donnés, notamment quand l'enseignement qui suit repose sur l'expérience en question (Kaslová, M. SEMT 2009). Le regard peut porter également sur un grand espace, en définitive global. Mais pour pouvoir le décrire ou le traiter ultérieurement l'élève doit passer au traitement analytico-synthétique et viser d'une certaine manière la structure (voir neurologie). Il s'agit d'une sélection opérée dans la structure didactique formée par 12 activités. Le traitement d'un grand espace suppose la capacité de s'orienter dans l'espace aussi bien que dans le temps. Chez les enfants plus jeunes, le traitement d'un grand espace s'appuie souvent sur la ligne temps tout comme le fait que l'enfant a suivi l'espace petit à petit, à partir d'un point donné ou comme s'il traversait l'espace. Dans ce cas, nous voyons que son traitement par l'image est "linéaire" ou, en règle générale, l'enfant place dans l'espace des points d'orientation/des objets, le plus fréquemment de gauche à droite (dans le sens de la lecture).

Activités

A1 Salle de gymnastique; âge 5-7 ans: a) Les enfants traversent un parcours a obstacles; b) Ils dessinent le vécu sur une feuille de papier format A3, 10-15 minutes environ après l'exercice; c) Le lendemain, ils racontent le vécu à partir de l'image qu'ils ont dessinée; d) Ils interprètent une image dessinée par quelqu'un d'autre - suit une discussion sur l'univocité du code de communication graphique; e) Ils font un dessin pour permettre la construction du parcours a obstacles dans la même salle de gymnastique mais selon leur propre idée (sans le concours d'une autre personne); f) Ils construisent le parcours à obstacles d'après leur propre dessin; g) Ils construisent le parcours d'après le dessin de quelqu'un d'autre. But: traitement de l'espace par le dessin, compréhension et interprétation, preuve, photo. Photo 1. Gymnastique.

A2 Terrain de sport - sable, âge 8-9 ans: sur le terrain on a placé des points d'orientation (cibles: petit drapeau, ballon, disque F, cerceau,...). Activités similaires à celles de A1, mouvement sur une surface de 3 ares. Groupes d'élèves: 1a) Les groupes se trouvent chacun devant une cible différente. A partir de la, ils doivent placer une autre cible située a 10 mètres de la, dans le sens de leur choix. 1b) Les élèves mesurent la distance. 1c) Ils mesurent 10 m à partir de la nouvelle cible dans une direction différente et ils mesurent une nouvelle fois. 1d) Estimations des distances sur 50 m et 100 m. 2) Ils estiment la hauteur ou la distance des bâtiments en se basant sur leurs expériences précédentes. Chaque estimation se fait à partir de trois différents postes, ensuite chaque groupe se met d'accord sur une des estimations. Ils comparent leur estimation avec celles des autres groupes et avec le résultat (fourni par l'enseignant ou par le groupe qui a choisi les bâtiments en question). La documentation photographique et les fiches de travail servent de base pour le travail en classe. But: fixer l'idée qu'on se fait des dimensions données et créer la base des "grandes idées" et de la réduction des proportions.

A3 Terrain de jeux - âge 4-6 ans; les enfants doivent illustrer leurs jeux après leurs rentrés dans la class. L´activité copie les activité de A1. But : enregistrer un « grand espace ouvert » - la réduction des mésures en respectant les proportion des objets et les relations spatiales.

Photo 2. Les jeux.

Terrain de jeux - neige/sable; âge 9-10 ans, travail en groupes.1) Les élèves délimitent des carrés de 10 m de côté (ils se placent sur leurs sommets). Un autre groupe vérifie les mesures des côtés. Après avoir corrigé le carré, il marque le carré dans le sable (la neige). Il scrute l'école (d'en haut). 2a) Un autre jour, il répète l'activité 1, ensuite il doit définir un rectangle de la même superficie que le carré (a). Il dessine la solution (sur papier blanc ou quadrillé). 2b) Ensuite il définit un triangle toujours de la même superficie. Les dessins, les photos et les méthodes de solution sont discutés en classe. But: créer une idée réelle de l'unité "1 are" comme figure d'une superficie donnée il ne s'agit pas nécessairement d'un carré.

A4 La ville- place/atrium; âge 10-11 ans. Les enfants se déplacent en groupes. Ils font des estimations concernant la surface des façades ou des fenêtres des maisons ou encore de la surface de la place ou des atria. Ils transfèrent leurs expériences de A4 dans un contexte nouveau ayant des formes et des positions différentes (verticales). But: fixer les idées concernant l'are.

Photo 3. Éstimation et correction

Photo 4. Idée d´un are.

A5 Cuisine L´espace dans lequel on produit des différents modèles, dans lequel on découvre une autre signicication de la notion « proportion », où on utilise une vérification non-standart.

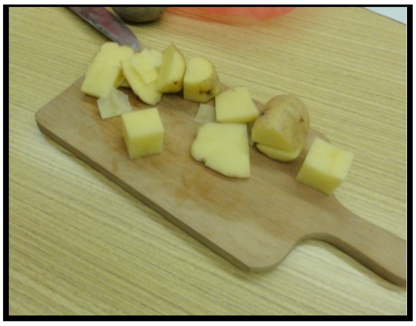


Photo 5. Modèle du cube

Photo 6. Vérification

Résumé des expériences

A1, A2, A3, A4 et A5 font partie de la structure didactique visant un but à long terme. A1 a prouvé la capacité de l'enfant de "lire" les informations sur son plan. A2 - A4 ont démontré qu'il y avait un important glissement dans la compréhension des notions de l'are et du hectare. Les groupes travaillant hors-classe ont mieux réussi les devoirs portant sur le calcul des surfaces, le transfert des unités et les estimations, mieux que les élèves qui avaient étudié la question uniquement en classe. (Le poster sera accompagné par la photo documentation.)

REFERENCES

KASLOVÁ, M. (1997) *Mathematical trip* - SEMT97. Praha: KMDM UK PDF. (working material for the participants of the conference SEMT, 2 pp.)

KASLOVÁ, M. (2001) *Outdorová matematika*. Texte destiné aux étudiants de UK PEDF. Praha : KMDM (4 pp.)

KASLOVÁ, M. (2001, 2003, 2004) *Outdoor mathematics in Prague*. Texte méthodologique pour la Formation des enseignants étrangers. Praha : KDMD (4 pp.).

KASLOVÁ, M. (2006) *Group mathematical competition in the wood*. Srni: CEIAEM 2006. (Working material, 3 pp.)

KASLOVÁ, M. (2008) *Outdorová matematika* (Outdoor mathematics). Texte pour un cours postuniversitaire à Hradec Králové. Hradec Králové : NIDV (3 pp.)

KASLOVÁ, M. (2009) Outdoor mathematics. In J. Novotná, H. Moraová (Ed.) *Proceedings SEMT09,* pp. 275-276. Praha : UK v Praze, PEDF.

KASLOVÁ, M. (2009) *Outdorová matematika na ZŠ (Outdoor mathematics at school)*. Conférence pour les enseignants des écoles primaires. Litomyšl : JČMF (2pp.).

KASLOVÁ, M. (2010) *Outdorová matematika v regionu* Jihlava (Outdoor mathematics in the region of Jihlava*)*. Texte pour un cours postuniversitaire à Jihlava. Jihlava : NIDV (4 pp.).

KASLOVÁ, M. (2011*) Outdorová matematika v regionu České Budějovice*. Texte pour un

cours postuniversitaire à České Budějovice. České Budějovice : NIDV (10 pp.).
KASLOVÁ, M. (2012) *Oudorová matematika v regionu Liberec*. Texte pour un cours postuniversitaire. (Outodoor mathematics in the region Liberec). Liberec : NIDV (3 pp.)

KASLOVÁ, M.(2013) *Outdorová matematika v regionu Hradec Králové*. Texte pour un cours postuniversitaire à Hradec Králové. Hradec Králové : NIDV (2 pp.).

KASLOVÁ, M. (2014) *Ooutdoorová matematika v mateřské škole*. Texte destiné aux enseignants des écoles maternelles. Jihlava/České Budějovice : Proconsulting (2 pp.)

KASLOVÁ, M. (2015) *Outdoor mathematics*. (working material for Erasmus students). Praha : KMDM (8 pp.)

“Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)”, n. 25, Supplemento n.2, 2015
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

Resources for teaching and learning mathematics: A new proposal for evaluating their impact

Christina Misailidou
National and Kapodistrian University of Athens, Faculty of Primary Education
Evrou 22, 15234, Halandri, Athens, Greece
C.Misailidou@primedu.uoa.gr

Abstract : Artefacts, tools and models are generally considered valuable resources for effective mathematics teaching. Their impact in pupils’ performance is traditionally evaluated by examining the final result of the teaching intervention. This paper aims to fill a gap in the relevant literature by proposing a more dynamic method of evaluation in accordance with the sociocultural theories of learning. In order to assess the impact of a certain model, the pupils’ argumentation is researched by using a rigorous discourse analysis research design. As a result, the model is evaluated based on evidence (actual discourse) and not by inferring reasoning which is not stated. Moreover, its role during the whole course of the teaching is highlighted.

Introduction and theoretical framework

‘Models’ are widely used as vital resources for effective mathematics teaching. The impact of a model is traditionally evaluated by examining the final result of a teaching intervention. If the result is the one expected then it is inferred that the model was beneficial. This approach is very useful but overlooks the role of the model throughout the intervention and also the fact that sometimes a good result might be due to other factors as well.

This study proposes a new way of assessing the value of a model, by drawing primarily on discourse analysis and sociocultural theories of learning (Gee, 1996). It involved the analysis of pupils’ argumentation while working in groups on selected mathematical tasks. The effect of a diversity of models (variety of pictorial representations, concrete representations and the double number line) was investigated. This paper focuses on the ‘double number line’ model.

A number line is a straight line with distinct points on it that represent a specific scale and a ‘double number line’ is a number line that affords two sets of such points. Several researchers propose the number line as a valuable tool for mathematical problem solving (e.g. Streefland, 1984). Nevertheless, others warn it is not an obvious model for the pupils and as a result they might not be able to manipulate it effectively (e.g. Michaelidou et al., 2004). Thus, it is essential to be able to efficiently evaluate whether the role of the number line is beneficial or hindering for the pupils’. This paper attempts to provide a novel methodology for doing so.

Methodology

20 groups consisting of three pupils were involved in researcher-guided discussions (lasting 30-40 minutes) working on a specific mathematical problem. Models were selected as resources that would facilitate discussion.

This study adopts the position that the pupils’ discourse (combined with their achievement) is a strong indication of their mathematical development (Gee, 1996). It is additionally assumed that a research analysis that focuses on the discursive features of a teaching intervention is based on actual evidence (recorded discourse) rather than on inferences (reasoning inferred by achievement results. Accordingly, in order to provide a robust investigation of the effect of the models, it was decided to research how their presence affected pupils’ discourse. The comparison of different ‘discourses’ was facilitated by adopting Toulmin’s (1958) approach. Toulmin (1958) classified the propositions that make up an arguments as data, conclusions, warrants and backings. As a result each argument can be schematically represented by using the same categories.

To sum up, a discourse analysis approach that combined Gee’s (1996) and Toulmin’s (1958) methodology with the use of Nudist software was used for this study. A significant research result of this approach was the creation of an 'individual discursive path' for each pupil. This is a kind of 'map' that presents the evolution of the pupil's argumentation in the discussion.

The paper focuses on the group discussions about a problem called 'Printing Press' and on one girl's discursive path particularly.

Results

Three groups of pupils discussed the 'Printing Press' problem (Kaput and West, 1994): 'A printing press takes exactly 12 minutes to print 14 dictionaries. How many dictionaries can it print in 30 minutes?' The correct answer is '35' but in test conditions, a high number of pupils gave the answer '32' ('additive strategy': 12+2=14 so 30+2=32). The pupils in each group gave different responses to the 'Printing Press' on a previously administered test (Misailidou and Williams, 2003). It was hypothesized that a double number line might aid the 'adders' towards changing their reasoning.

A member of one of these groups was Charlotte (11 years old). She had given the answer 28 (additive strategy: 14-2=12 so 30-2=28) on the previously administered test. At the beginning of the discussion, Charlotte defended her answer. Thus, the first stage of her discursive path was:

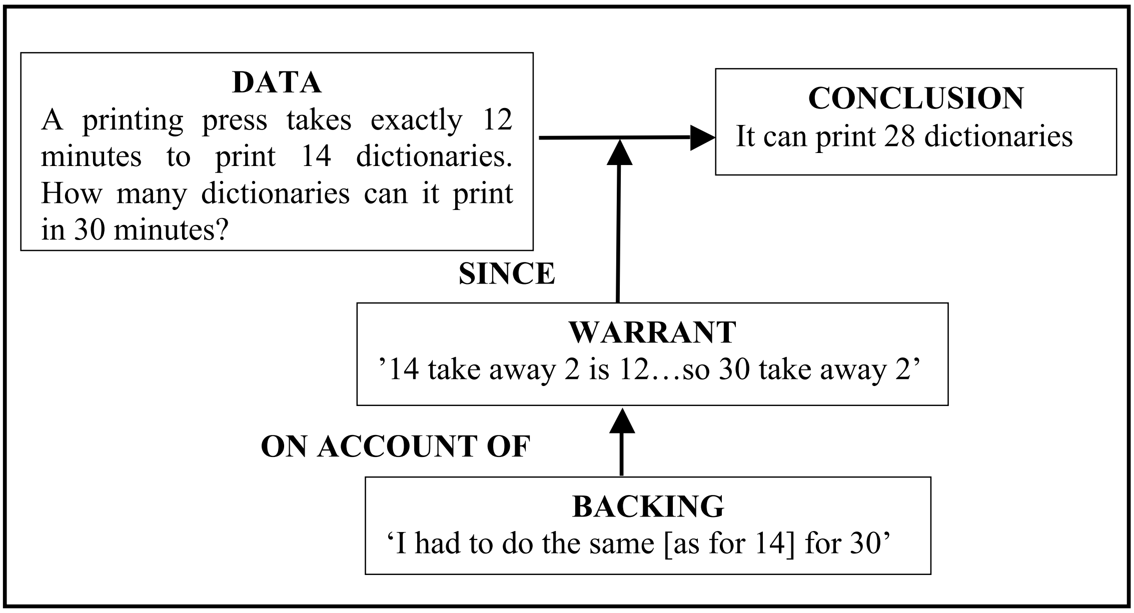


Figure 1: The first stage of Charlotte's discursive path

The discussion continued by comparing methods and at a certain point the researcher provided a piece of the paper with the following double number line on it

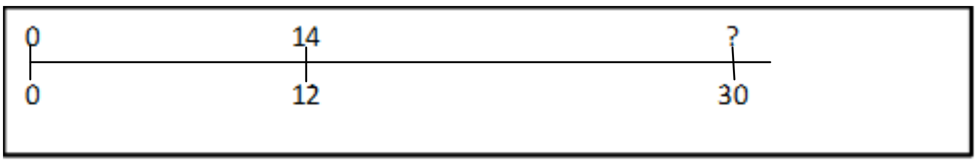


Figure 2: The double number line model

Following the researcher's advice, the pupils started working on the model. Consequently, the quality of the whole group's discourse changed as it incorporated talk about the model and gestures on it. So, they put the point (7 dictionaries, 6 minutes) on it and then the point (14 dictionaries, 12 minutes) on it and then Charlotte led the group to the right answer:

Charlotte: [Points to the gap between 28 and the question mark] It will probably be the same as this gap [points to the gap between 0 and 7]

Researcher: So Charlotte, how long is this gap?

Charlotte: [Points to the gap] 7 dictionaries.

The third and final stage of Charlotte's discursive path is the following:

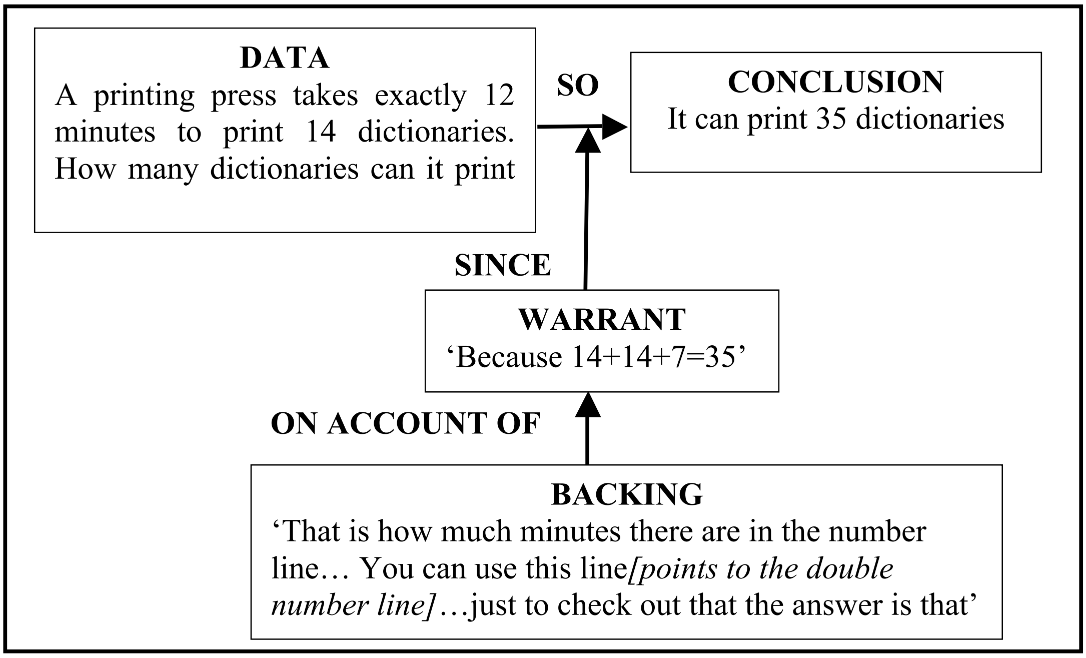


Figure 3: The third stage of Charlotte's discursive path

One can notice, that Charlotte not only gave the right answer '35' at the end of the discussion but also demonstrated an observable change in her mathematical argumentation right after the introduction of the model in the discussion. According to the Nudist analysis, 50% of Charlotte's utterances were coded as 'model-indexed' discourse, that is, discourse directly related to the model.

Conclusion

This paper aims to fill a gap in the mathematics education literature by using a rigorous discourse analysis design, for evaluating the impact of a model.

The pupils' discourse was researched and the difference in argumentation before and after the introduction of the model was coded and analysed. As a result, the effect of the model was judged not only by the pupils' final answer to the problem but also by the change in the quality of their discourse. In other words, the model was evaluated based on evidence (actual discourse) and not by inferring reasoning which is not stated. In addition, the focus was on the role of the model throughout the teaching intervention and not only on the ending result.

REFERENCES

Gee, J. (1996). Social Linguistics and Literacies. London: Taylor and Francis Ltd.

Kaput, J. & Maxwell-West, M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In: G. Harel, & J. Confrey (Eds.), The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics, (pp. 235-287). Albany: State University of New York Press.

Michaelidou, N., Gagatsis, A. & Pitta-Pantazi, D. (2004). The number line as a representation of decimal numbers: a research with sixth grade students. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 305–312.

Misailidou, C. & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. Journal of Mathematical Behavior, 22, 335-368.

Streefland, L. (1984). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process. Part I: Reflections on a teaching experiment. Educational Studies in Mathematics, 15(4), 327-348.

Toulmin, S. (1958). The Uses of Argument. Cambridge: Cambridge University Press. Toulmin, S. (1958). The Uses of Argument. Cambridge: Cambridge University