

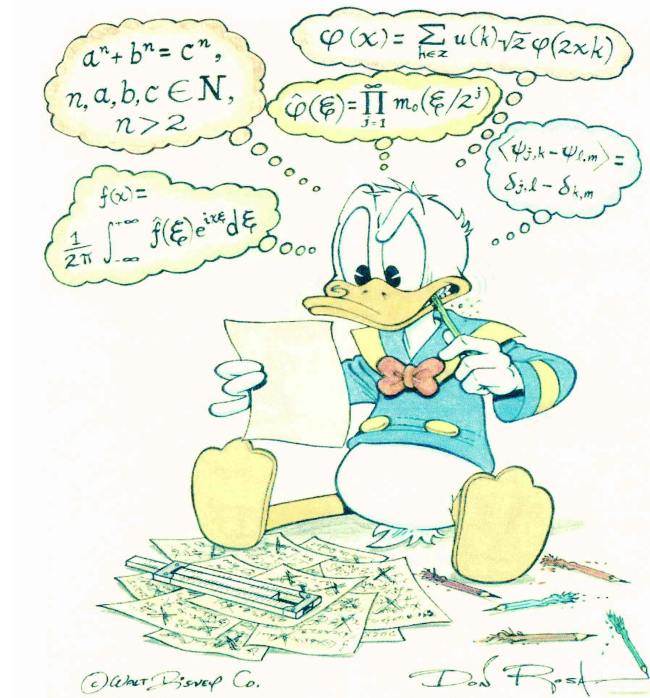
# Schemi di ragionamento e paradossi logico-linguistici nelle culture europea e cinese: differenze culturali in ambienti scolastici e non.

**Filippo Spagnolo**

Facoltà Scienze della Formazione

[spagnolo@math.unipa.it](mailto:spagnolo@math.unipa.it)  
<http://math.unipa.it/~grim>

- **Materiali Didattici SISSIS e Formazione Primaria**
- **Conferenze dell'AICM**
- **Attività di Ricerca e pubblicazioni del GRIM**
- **Proceedings dei Convegni del gruppo Internazionale "21st Project for Mathematics Education"**
- **"Quaderni di Ricerca in Didattica"**



# La storia del lavoro...

- 1985-1987 analisi di un caso ed approfondimento teorico;
- 1999-2005 analisi comparativa tra studenti italiani e cinesi (Collaborazione con Marilina Ajello).
- 2005-2008 analisi di casi, classi in situazione di multiculturalità a Palermo (Collaborazione con Benedetto Di Paola)

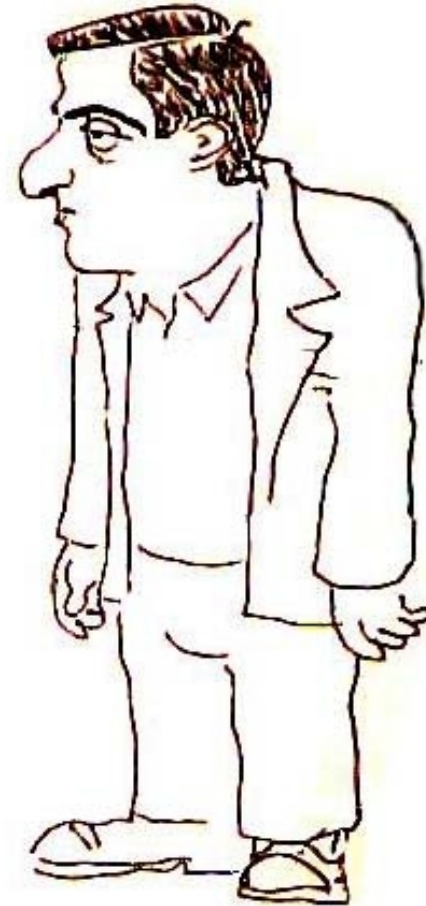
***I Paradossi logico-linguistici  
nella tradizione cinese ed  
europea:  
analisi di una esperienza***

**Perché i paradossi logico linguistici?**

**Quale il significato nella cultura  
occidentale dei Paradossi?**

**Quale il significato nella cultura cinese dei  
Paradossi (Nisbett)?**

**Rapporto LN e Matematiche**



## *Ipotesi del lavoro.*

### *Strumenti per falsificare l'ipotesi con i paradigmi di riferimento:*

- ***Gli strumenti epistemologici e storici:*** paradossi logico-linguistici rintracciabili nella cultura cinese.
- ***Sperimentazione in classe: TDS*** (Brousseau). Dati sperimentali analizzati quantitativamente (R. Gras) e qualitativamente con analisi di protocolli.
- ***Analisi di due casi:*** analisi qualitativa.
- ***Sperimentazione con studenti cinesi di Nanchino e di Palermo:*** analisi quantitativa

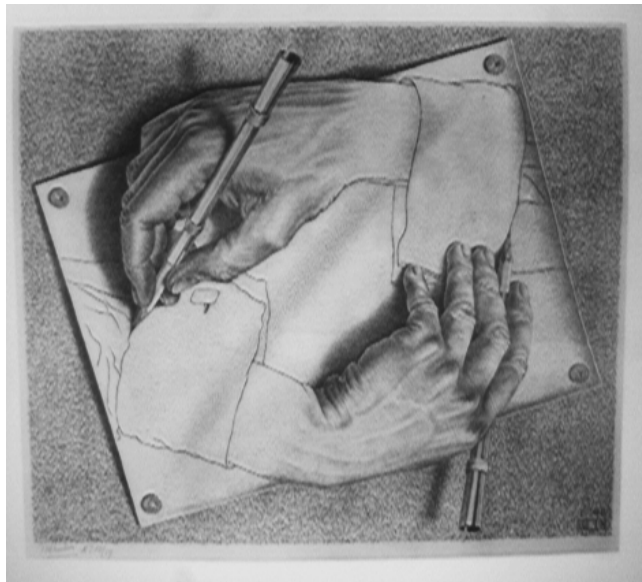
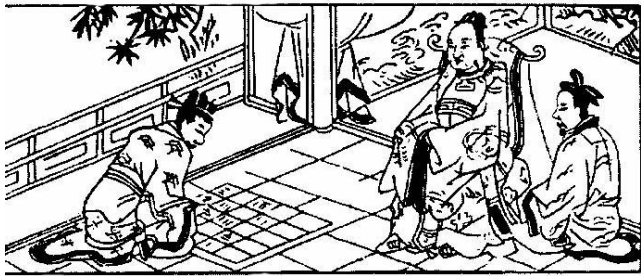


Questo lavoro é parte di un progetto più vasto che ha analizzato:

1. *Il ruolo del **linguaggio naturale** nello sviluppo delle matematiche nella storia del pensiero. (Spagnolo, 1986, 2000, 2001, 2002);*
2. *Il ruolo della **storia delle matematiche** come uno **strumento di osservazione e di analisi delle situazioni multiculturali di insegnamento/apprendimento**.*
3. *Il ruolo della logica **fuzzy** (approccio **linguistico**) come strumento interpretativo di alcune situazioni problema in classe correlate con il “**senso comune**” (Spagnolo, 2003; Ajello-Spagnolo, 2002). Referenze di Zadeh, (fuzzy logica e approccio linguistico) e Kosko (per quanto riguarda relazioni tra pensiero fuzzy e pensiero orientale).*



*Il riferimento più significativo è l'indagine sugli schemi di ragionamento orientali in relazione a quelli europei con strumenti storico epistemologici. Altrettanto importante risulta l'analisi epistemologica relativa all'uso delle logiche sottese in relazione alle lingue naturali.*



**Ipotesi:**

- **Le differenze e le analogie nella storia delle culture orientale e occidentale hanno un equivalente anche nelle differenze e analogie tra gli schemi di ragionamento riscontrabili oggi in situazioni di insegnamento/apprendimento delle matematiche**

Per poter falsificare questa ipotesi ci si serve dei  
**seguenti riferimenti paradigmatici:**

- **Analisi storica e storico-epistemologica** del pensiero matematico per quanto riguarda lo studio delle differenze degli schemi di ragionamento (argomentare, congetturare e dimostrare) **nelle diverse culture europea e cinese**. Questo tipo di analisi viene condotta con le argomentazioni tipiche della storia e dell'epistemologia e saranno il riferimento di fondo a tutto il lavoro. In qualche modo rappresenta un possibile punto di vista dello sviluppo ontogenetico.
- **Analisi sperimentale di situazioni/problema** attraverso l'approccio della Teoria delle Situazioni Didattiche con particolare riferimento alle indagini metodologie (Brousseau, 1997; Spagnolo, 1998).
- **Analisi di casi**. Questo tipo di analisi utilizza lo strumento metodologico dell'intervista individuale. Le situazioni/problema discusse in classe in Italia ed in Cina sono l'oggetto dell'intervista fatta in una situazione non scolastica.

<b><i>Il Paradosso</i></b>	<b><i>Dal punto di vista della Logica Fuzzy</i></b>	<b><i>Dal punto di vista della Logica Bivalente</i></b>	<b><i>Dal punto di vista della Cultura Cinese Classica</i></b>
<p><b><i>La distinzione fra ciò che si accosta di più e ciò che si accosta di meno è il minimo di accostamento e di distinzione: ciò che in tutti gli esseri è interamente accostato e interamente distinto corrisponde al massimo di accostamento e di distinzione.</i></b></p>	<p><b><i>Un insieme A e l'insieme non-A hanno nella logica fuzzy una intersezione che varia da un minimo a un massimo che dipende dalla possibilità di <u>accostare</u> A e non-A e di <u>distinguere</u> A e non-A.</i></b></p>	<p><b>Una proposizione del genere non rientra nei sillogismi aristotelici e non trova nemmeno riscontro nella dialettica di Hegel.</b></p>	<p><b>Rientra nel classico schema di convivenza tra opposti come nel caso dello yin e lo yang<sup>[1]</sup>.</b></p>




*La “Scuola dei Nomi”, 370-310 B.C. Paradossi logico-linguistici considerati in questo lavoro:*

- ***“La distinzione tra ciò che ricevi e che dai é il minimo della ricezione e distinzione: che in tutti gli esseri è completamente ricevuto e completamente distinto corrisponde al massimo di ricevimento e distinzione”***
- ***“un cavallo bianco non é un cavallo”***

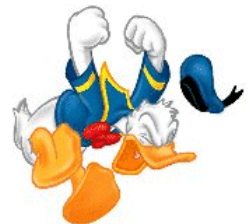


<i><b>Il Paradosso</b></i>	<i><b>Dal punto di vista della Logica Fuzzy</b></i>	<i><b>Dal punto di vista della Logica Bivalente</b></i>	<i><b>Dal punto di vista della Cultura Cinese Classica</b></i>
<p><i>La distinzione fra ciò che si accosta di più e ciò che si accosta di meno è il minimo di accostamento e di distinzione: ciò che in tutti gli esseri è interamente accostato e interamente distinto corrisponde al massimo di accostamento e di distinzione.</i></p>	<p><i>Un insieme A e l'insieme non-A hanno nella logica fuzzy una intersezione che varia da un minimo a un massimo che dipende dalla possibilità di <u>accostare</u> A e non-A e di <u>distinguere</u> A e non-A.</i></p>	<p><i>Una proposizione del genere non rientra nei sillogismi aristotelici e non trova nemmeno riscontro nella dialettica di Hegel. Potrebbe essere rappresentato da una logica di tipo probabilistico. Una logica cioè che stabilisca di volta in volta la misura della probabilità dell'evento.</i></p>	<p><i>Rientra nel classico schema di convivenza tra opposti come nel caso dello yin e lo yang.</i></p> <div data-bbox="1309 492 1619 782" data-label="Image"> </div>
<p><i>Un cavallo bianco non è un cavallo.</i></p>	<p><i>Nella logica fuzzy questa proposizione potrebbe essere contemporaneamente vera e falsa. Rappresenta la situazione di massima ambiguità.</i></p>	<p><i>Nella logica Aristotelica questa proposizione è falsa in quanto l'insieme dei cavalli bianchi è un sotto insieme dei cavalli.</i></p>	<p><i>La parola “cavallo” denota una forma, “bianco” denota un colore. Ciò che denota la forma non denota il colore. Quindi un cavallo bianco non è un cavallo (in quanto tale). I due universali “cavallo” e “bianco” vengono percepiti separatamente.</i></p>

	<b>Dal punto di vista occidentale:</b>	<b>Dal punto di vista orientale</b>
<b>Algoritmo intuitivo</b>	<b>Procedura</b>	<b>Procedura.</b> <b>Ricerca di algoritmi fondamentali come riferimento.</b>
<b>Algoritmo formalizzato</b>	<b>Algoritmo:</b> <b>2) Effettività, effettivamente eseguibile da un automa.</b> <b>L'automata deve poter riconoscere le parti minime della descrizione dell'algoritmo (accettare il linguaggio in cui è scritto l'algoritmo; le frasi ben formate si dicono istruzioni)</b> <b>3) Finitezza di espressione: successione finita di istruzioni.</b> <b>Cicli, condizioni, salti.</b> <b>4) Finitezza del calcolo: nel concetto di algoritmo è solitamente inclusa la condizione di terminazione della procedura per qualsiasi situazione dei dati iniziali all'interno di un certo dominio.</b> <b>5) Determinismo: a ogni passo dell'esecuzione della procedura deve essere definita una ed una sola operazione da eseguire successivamente.</b>	<b>Un esempio paradigmatico è la regola del tre:</b> <b>la regola del tre poggia sulla “quantità di ciò che si ha” e sulla coppia costituita dal “lù di ciò che si ha” e dal “lù di ciò che si cerca” per dare luogo alla “quantità di ciò che si cerca”.</b>
<b>Algoritmo deterministico</b>	<b>La condizione 1 è irrinunciabile. Le altre danno luogo a differenti tipi di algoritmi. Se manca la 4 si chiamerà algoritmo non deterministico.</b>	<b>Ricerca attraverso analogie di algoritmi validi per classi di problemi omogenei.</b> <b>Riferimento agli algoritmi come a veri e propri modelli.</b>
<b>Algoritmi probabilistici</b>	<b>Algoritmi approssimati, probabilistici, NP-completi (se esiste un algoritmo polinomiale in grado di affermare se questa è effettivamente soluzione del problema), algoritmi che si arrestano dopo un numero di passi che cresce esponenzialmente.</b>	<b>Algoritmi fuzzy?</b>

**“Rendere omogenei e rendere uguali”: (dai commentari di Liu Hui, 263 d.c. (Chemla, 2001, pag. 142))**

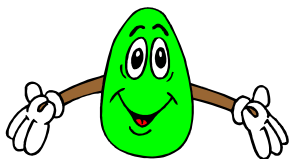
- ***“Moltiplicare per disaggregarli, semplificare per unirli, rendere omogenei e rendere uguali affinché possano comunicare: come potrebbero non essere questi i punti fondamentali della matematica?”***
- ***Non è soltanto la correttezza del ragionamento che entrano in gioco nel “rendere uguale” e “rendere omogeneo”, esse rappresentano indicazioni concrete sulla manipolazione algebrica, ma anche strategie di riferimento per poter poi concretizzare la correttezza del ragionamento attraverso l’algoritmo.***



# Il lavoro sperimentale ... a Palermo



- **Liceo Scientifico “S. Cannizzaro” a Palermo.**
- **Classi coinvolte: prima (16 anni) ed una seconda (15 anni).**
- **il questionario è stato distribuito ai ragazzi delle due classi dallo stesso insegnante (la prof.ssa Ajello) e sono state date le stesse informazioni e gli stessi chiarimenti sui quesiti. Il tempo a loro disposizione è stato di 90 minuti .**
- **I protocolli sono stati raccolti e analizzati in base all’analisi a priori precedentemente formulata e i dati sono stati elaborati con lo CHIC, per l’analisi implicativa, e con il SPSS per l’analisi fattoriale.**



## Riepilogo dei risultati...

- **Tra i possibili schemi di ragionamento che gli alunni del campione hanno utilizzato. In particolare sono state utilizzate correttamente più spesso le **catene di deduzioni** anche con rappresentazioni grafiche delle strutture inferenziali.**
- **Questo, in fondo, è un risultato abbastanza prevedibile perché l'impostazione stessa dello studio della matematica a scuola, ma forse un pò di tutte le discipline, ha sempre privilegiato le inferenze e quindi i ragionamenti deduttivi, trascurando l'importanza di addestrare gli alunni ad utilizzare alternativamente induzione–deduzione–induzione–deduzione.**
- **Forse è più interessante il secondo risultato che coinvolge i diversi modi di ragionare: la capacità di utilizzare rappresentazioni grafiche, metodi combinatori **accettando senza troppa meraviglia la possibilità di incontrare un paradosso**, favorisce l'uso corretto dei sillogismi, preparando la strada ad un uso consapevole della dimostrazione matematica.**
- **Dando uno sguardo alle caratteristiche del pensiero parallelo (pp) e del pensiero seriale (ps) si può assimilare la capacità di utilizzare più modi di ragionare, accettando anche le contraddizioni, al pp mentre la capacità all'uso consapevole dei sillogismi al ps. Così l'alternanza pp–ps–pp–ps–pp può corrispondere a momenti di creatività in cui un risultato viene visto sotto tanti punti di vista diversi e momenti di sistematizzazione in cui si ricomponne e motiva un risultato.**

*Sono state svolte due interviste sulla traccia delle situazioni problema fatte in classe.*

- **Tong (Nato a Canton 1954, ha frequentato le scuole cinesi sino alla scuola secondaria superiore sperimentale, non ha però completato gli studi, si è trasferito a Palermo nel 1978, ha conseguito la licenza media italiana nel 1985, attualmente gestisce un ristorante cinese a Palermo).**
- **Jouzou (Nato a Palermo il 1986?, attualmente frequenta l'ultimo anno di un corso di studi sperimentale Liceo Europeo, ha studiato latino, greco, filosofia, matematica, etc..., si considera culturalmente Italiano, le sue conoscenze della lingua cinese e della cultura cinese sono state mediate dai genitori ambedue cinesi, Tong è il padre di Jouzou).**



## ***L'esperienza nelle classi cinesi.***

- ***Esperienza condotta nel Settembre 2003 in alcune classi di Nanchino.***
- ***Ultime classi scuole superio (105) e 1° anno università (40).***
- ***L'analisi a priori dei comportamenti é stata tradotta in cinese dal dott. Zhang Xiaogui.***

***Lo stesso questionario é stato somministrato agli studenti italiani.***



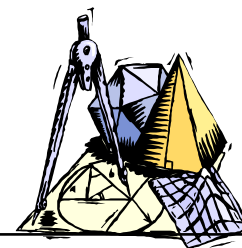


**Sono state introdotte delle variabili supplementari sia nel campione italiano che in quello cinese:**

<p><b><i>“europ”</i></b></p> <p><b><i>Schemi di ragionamenti tipici della cultura scolastica occidentale e in special modo Europea.</i></b></p>	<p><b><i>“fuzzy”</i></b></p> <p><b><i>Schemi di ragionamenti tipici della cultura classica Cinese nell’insegnamento delle Matematiche.</i></b></p>
<p><b><i>1c, 2b, 2f, 3f, 5d, 5e</i></b></p>	<p><b><i>1e, 1f, 2c, 2e, 3d, 3e, 4d, 5e, 5f</i></b></p>



# Considerazioni Conclusive...



Qu esiti	Comportamenti dal punto di vista del pensiero fuzzy	Comportamenti dal punto di vista del pensiero bivalente
1	<i>Approccio euristico per tentativi ed errori Ricerca di un algoritmo come strumento di dimostrazione formalizzata</i>	<i>Ragionamento induttivo: catena finita di congiunzioni</i>
2	<i>Richiesta di un contesto concreto per analizzare l'adeguatezza della proposizione in oggetto</i>	<i>Uso dei diagrammi di Venn per la deduzione (la proposizione viene così ad essere falsa)</i>
3	<i>Misura della conformità delle affermazioni in oggetto con le premesse. Maggiore cura nell'analisi del testo. Uso di tabelle o matrici</i>	<i>Uso dei diagrammi di Venn per la deduzione e una corretta interpretazione dei sillogismi. Procedimenti deduttivi in L.N.</i>
4	<i>Organizzazione dei dati per la ricerca della conformità con un modello (schema, idea precedente, situazione analoga)</i>	<i>Organizzazione dei dati per l'analisi di tutti i possibili casi. Uso della divisione come ripartizione. Il principio della piccionaia.</i>
5	<i>Ragionamento di tipo combinatorio con rappresentazione a tabelle. Analisi di tutti possibili casi per favorire la riconduzione al modello.</i>	<i>Uso della contronominale e quindi del ragionamento per assurdo in L- N. e con l'aiuto di tabelle a doppia entrata</i>

## Posizione di Nisbett e Peng sulla traduzione occidentale delle dialettica cinesi:

1. principio del cambio: la realtà è una prova del continuo cambio del soggetto. (*Bian Yi Lu*).
2. principio di contraddizione: siccome il cambio è continuo, lo è anche la contraddizione. (*Mao Dun Lu* ).
3. principio dell'olismo: siccome tutto è in continuo cambiamento ed è in contraddizione, nella vita umana come in natura, (tutto) può essere capito indipendentemente da un altro. Tutto è connesso. (*Zheng He Lu*)





## **Altri sviluppi:**

- **Analisi di altri lavori sperimentali che mettano in rilievo il ruolo del contratto didattico nella comparazione tra Italia e Cina.**
- **La fase di congetturare e dimostrare ha bisogno di ulteriori approfondimenti.**

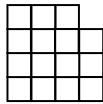
## **Problemi aperti:**

- **Sino a che punto il contratto didattico si impone anche su modelli di ragionamento dove intervengono le strutture logico-linguistiche?**
- **Quale è l'azione del contratto didattico nel caso di situazioni didattiche in ambienti multi culturali?**

# Questionario sulle capacità argomentative di situazioni problematiche.



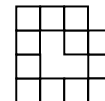
- **Provare che una scacchiera da dama con  $2n \times 2n$  quadrati (o celle) dalla quale un quadrato angolare è stato rimosso, può essere :**



ricoperta esattamente da “TRIMINI” della forma



*(suddividendo la scacchiera in quattro grandi quadranti, ciascuno con  $2n-1 \times 2n-1$  celle si pone un singolo pezzo ad angolo in modo da ricoprire esattamente una cella in ciascuno dei quadranti diversi da quello in cui è stata tolta una cella, si ricade così nella situazione in cui si hanno quattro scacchiere di misura più piccola e da ciascuna è stata tolta una cella.)*



**1a) Soluzione**

**1b) Motiva la soluzione proposta**



2. **“Un cavallo bianco non è un cavallo”.** Questa proposizione possiamo dichiararla vera o falsa?

2a) **Soluzione**

2b) **Motiva la soluzione proposta**

3. **Siano date le premesse: “Tutti i maggiorenni possono votare. Sabrina è maggiorenne. Tutti coloro che hanno la patente di guida sono maggiorenni.”** Considera le seguenti affermazioni:

- » **Sabrina può prendere la patente**
- » **Chi non è maggiorenne non ha la patente**
- » **Chi non ha la patente non è maggiorenne**
- » **Sabrina può votare**

**Dimostra che tre di esse sono vere e una sola è falsa.**

3a) **Soluzione**

3b) **Motiva la soluzione proposta**



- ***In una classe con 30 alunni, in un dettato, tutti hanno fatto almeno un errore e Alex ne ha fatti 13, più di ogni altro. Provare che ci devono essere almeno tre alunni ciascuno dei quali ha fatto lo stesso numero di errori degli altri due.***



**4a) Soluzione**

**4b) Motiva la soluzione proposta**

- ***Dora, Benedetto e Giovanna sono i nomi di tre giovani di 14, 16 e 17 anni. Rossi, Bianchi e Verdi sono i cognomi. L'ordine dei nomi può corrispondere o non corrispondere a quello dei cognomi, così come non si sa a chi appartengono le età. Sapendo che: la ragazza Rossi ha tre anni più di Giovanna e il giovane Verdi ha 16 anni, trovare il nome completo di ciascun alunno e la sua età.***

**5a) Soluzione**

**5b) Motiva la soluzione proposta**

# Epistemological Problems

**Logique Bivalent** is hears what one calls normally "Logical", codify by **Aristotle** in which a proposition is true or false, and in which the **principle of non contradiction** is valid (it is not at a time possible a proposition either true or false) and the **principle of the three excluded** (a proposition is either true, either false, a third possibility doesn't exist). All it is to the basis of the demonstration formalizes.





# La tabella che segue analizza alcuni differenze di schemi di ragionamento in una visione olistica.

<i>Occidente</i>	<i>Oriente</i>
<b>1200 algebra: nessuna formalizzazione</b>	<b>200 a.c. algebra: nessuna formalizzazione</b>
<b>Paradigma della geometria, Equazioni</b>	<b>Sistema posizionale, matrici (sistema delle bacchette)</b>
<b>Formule a-piristiche che nascondo i processi privilegiando, con il risultato, il determinismo</b>	<b>Risoluzione di equazioni attraverso manipolazioni algebriche con le strategie: 1) rendere uguali, 2) rendere omogenei, 3) ricerca di algoritmi fondamentali.</b>
<b>Reductio ad absurdum in un infinito potenziale</b>	<b>Infinità attuali di operazioni</b>