

L’analisi implicativa per lo studio di una esperienza didattica in statistica¹

O. Giambalvo - A. M. Milito - F. Spagnolo

Riassunto

L’obiettivo del presente lavoro è quello di analizzare alcuni risultati di un test di profitto somministrato ad alunni della scuola media inferiore, dopo un periodo di lezioni di statistica effettuate dal docente di matematica. Lo studio si propone di analizzare, attraverso l’analisi implicativa, analogie e differenze di performance degli alunni sia rispetto al contesto territoriale (quattro sedi coinvolte nella sperimentazione, Padova, Palermo, Perugia e Roma), sia alla metodologia didattica utilizzata (approccio orientato ai dati, DOA, e DOA combinato con il metodo del Cooperative Learning). Inoltre, viene presentata un’analisi dei profili di apprendimento sulla base di ipotesi e considerazioni a priori.

Keyword: analisi implicativa, sperimentazione didattica, confronto fra metodologie didattiche.

Abstract

The objective of the present work is that to analyze some results of a test of profit administered to pupils of the junior high school after a period of lessons of statistic effected by the teacher of mathematics. The study analyzes, through the analysis implicative, analogies and differences of performance of the pupils both in comparison to the territorial context (four centers involved in the experimentation, Padova, Palermo, Perugia and Roma), both to the used didactic methodology (approach directed to the data, DOA, and DOA combined with the method of the Cooperative Learning). Besides, an analysis of the profiles of learning is introduced previously on the base of hypothesis and considerations.

Keyword: analysis implicative, didactic experimentation, comparison among didactic methodologies.

Résumé

L’objectif du travail est d’analyser quelques résultats d’un test de profit administrés à élèves de l’école secondaire du premier cycle, après une période de leçons de statistique effectuée par le professeur de mathématiques. L’étude se propose d’analyser, à travers l’analyse implicative, analogies et différences de performance des élèves soit respect au contexte territorial (quatre sièges impliqués dans l’expérimentation, Padova, Palermo, Perugia et Roma), soit à la méthodologie didactique utilisée (approche orientée aux données, DOA, et DOA combiné avec la méthode du Coopératif Learning). En outre, elle est présentée à priori une analyse des profils d’apprentissage sur la base d’hypothèse et considérations.

Mots clé: analyse implicative, expérimentation didactique, comparaison entre méthodologies didactiques.

¹ Il presente lavoro è responsabilità comune degli autori. In particolare O. Giambalvo ha scritto il paragrafo 2, A.M. Milito il paragrafo 1 e F. Spagnolo il paragrafo 3. Le conclusioni sono di O. Giambalvo e A.M. Milito.

1. Obiettivi e metodologia

Negli ultimi anni la comunicazione di massa, veicolata attraverso strumenti come radio, televisione, internet, ecc., ha subito un processo di trasformazione che ha portato all'uso sempre più frequente di dati e di conseguenza alla loro analisi attraverso metodologie statistiche. Le notizie vengono divulgate attraverso tabelle, grafici, rapporti statistici; cresce la diffusione degli *exit-poll* e delle proiezioni per l'anticipazione dei risultati elettorali, e ancora il ricorso ai sondaggi d'opinione e/o di atteggiamenti, i cui risultati vengono presentati e commentati in molti quotidiani e divulgati in diversi programmi televisivi popolari o di approfondimento tematico. Nella maggior parte dei casi però, non si tratta di veri e propri sondaggi d'opinione e i risultati “spacciati” per risultati statistici non presentano alcuna garanzia di rigore scientifico (Galmacci - Milito, 2000). Infatti, chi usa la statistica per comunicare e trasmettere le informazioni spesso non la conosce e si corre, quindi, il rischio, altamente probabile, di divulgarle in modo non corretto, parziale o di parte. Tutto ciò crea confusione fra i fruitori (lettori, ascoltatori, spettatori...) che spesso vengono “investiti” da dati o da termini incomprensibili e che non hanno le nozioni necessarie per raccogliere le informazioni in modo critico e consapevole.

Considerato che la *statistica* è diventata uno strumento indispensabile ad ogni cittadino, risulta necessaria un'alfabetizzazione statistica per “tutti”. E per introdurre la statistica nella cultura di ogni cittadino occorre iniziare con il suo insegnamento/apprendimento nella scuola. L'importanza del ruolo della statistica nella formazione è ormai riconosciuta e trova riscontro nell'inserimento della disciplina quale materia di studio nei programmi della scuola, sia in Italia che all'estero.

In Italia, il CIRDIS (Centro Interuniversitario di Ricerca sulla Didattica della Statistica)² si occupa di ricerca sulla didattica della statistica, e i suoi membri, negli ultimi anni, si sono occupati dei problemi connessi al suo insegnamento, soprattutto per quei contenuti da proporre nei corsi di primo livello. Per le sue peculiarità e per la notevole importanza che riveste nella cultura del cittadino, si è resa ancora più evidente la necessità di dare un quadro di riferimento sulle finalità e sugli obiettivi dell'insegnamento della statistica. Nel lungo dibattito che ha impegnato la comunità scientifica internazionale sulla didattica della statistica si sono aggiunti, recentemente, altri elementi di discussione: il modificato contesto sociale in cui si colloca l'insegnamento preuniversitario, la crescente diffusione di nuove tecnologie e le attuali teorie psico-pedagogiche.

Per quanto riguarda le modalità di insegnamento della statistica, un ampio spazio del dibattito nel panorama internazionale è stato dedicato alla scelta delle strategie didattiche più adatte ed efficaci, con la tendenza a privilegiare un modello pedagogico-didattico di tipo costruttivista, in quanto favorisce l'apprendimento attivo e sembra garantire una maggiore coerenza tra il processo di insegnamento e quello di apprendimento. Ai dibattiti in materia però non erano ancora seguite azioni volte a ricercare in concreto i punti d'equilibrio: si è sentita dunque l'esigenza di sperimentare nuovi approcci didattici e di individuare quali possano essere i metodi più appropriati per “ottimizzare” l'apprendimento degli alunni.

E' proprio da questa esigenza che ha preso le mosse il progetto di ricerca di interesse nazionale dal titolo “*Sperimentazione di nuove strategie didattiche per l'apprendimento della statistica*”.³ Tale progetto prevedeva una sperimentazione, in alcune scuole di ogni ordine e grado, avente come specifico obiettivo quello di verificare l'efficacia di alcune metodologie didattiche relative ai processi di insegnamento/apprendimento dei concetti base della statistica.

Le indicazioni ricavate dal dibattito scientifico-culturale sull'argomento suggeriscono che per insegnare statistica nella scuola occorre partire da situazioni concrete, basandosi su dati reali e procedere a passi successivi nel processo di formazione della conoscenza e della capacità critica del

² Il CIRDIS ha sede a Perugia mentre le sedi consorziate sono le Università di Padova, Palermo e Roma “La Sapienza”. Si occupa, dal 1991, di ricerche in didattica della statistica e ha attivato diverse iniziative in questa direzione (Convegni, Seminari di studio, Corsi di formazione per docenti di matematica, ricerche mirate, sperimentazioni).

³ Ricerca ex 40%, cofinanziata dal MURST, 1998

soggetto–alunno. Pertanto la scelta teorico–operativa ha privilegiato una metodologia orientata ai dati come elemento di base per la sperimentazione, integrandola in particolari condizioni con alcuni metodi didattici.

Il gruppo di ricerca di Palermo si è occupato della sperimentazione nella scuola media inferiore; essa è stata rivolta agli alunni delle terze classi delle quattro sedi coinvolte nel progetto (Padova, Palermo, Perugia e Roma) e ha riguardato i contenuti disciplinari previsti dai programmi ministeriali e precisamente: a) raccolta dei dati; b) rappresentazioni tabellari e grafiche; c) valori medi; d) variabilità. Non è stato trattato il tema della probabilità, sebbene inclusa nei programmi ministeriali, per mancanza di tempo sufficiente all’interno dell’organizzazione didattica dei docenti⁴.

Nello specifico, per la verifica dell’obiettivo della ricerca sono state messe a confronto due specifiche condizioni didattiche: la prima riguarda esclusivamente l’utilizzazione del *Data Oriented Approach* (DOA), la seconda, invece, la combinazione del DOA e del metodo del *Cooperative Learning* (CL).

Il DOA si basa sull’ipotesi secondo cui produrre ed elaborare dati reali, emersi dall’esperienza concreta, agevoli l’apprendimento delle conoscenze statistiche e dei procedimenti ad esse relativi; infatti, oltre a facilitare un transfer cognitivo, contestualizza i contenuti d’apprendimento e promuove e consente la loro gestione attiva.

Il CL, che si colloca all’interno di un vasto movimento educativo internazionale, è riconducibile sul piano teorico alla “famiglia” dei modelli sociali di insegnamento–apprendimento, il cui assunto di base è quello di essere centrati sulle risorse degli alunni piuttosto che su quelle degli insegnanti. Il concetto di riferimento è quello di apprendimento collaborativo che si realizza nel lavorare in gruppi di due o più alunni, alla ricerca reciproca della comprensione e soluzione di problemi, allo scopo di produrre un risultato comune.

L’uso di una metodologia didattica che promuove l’apprendimento attraverso il lavoro in gruppi, qual è il CL, comporta una fondamentale modificazione della struttura della didattica: infatti, mentre nelle lezioni tradizionali o frontali l’insegnante assume il ruolo di “fornitore di contenuti” e l’alunno è colui che li riceve più o meno passivamente, nelle lezioni in cui si adotta il CL l’insegnante introduce stimoli di apprendimento attivo in risposta ai quali gli alunni lavorano insieme al fine di “costruire” la propria conoscenza (Comoglio, 1999).

Malgrado la comunità degli studiosi, consideri, concordemente il CL come riconducibile a “tecniche di conduzione della classe” in cui gli alunni lavorano in piccoli gruppi per attività di apprendimento e ricevono valutazioni in base ai risultati conseguiti, alcuni tendono a privilegiare certe dimensioni rispetto ad altre, dando così origine a diversi modelli di applicazione (vedi Milito – Marsala, 2002). Per la sperimentazione realizzata si è fatto riferimento prevalentemente alle indicazioni operative di Johnson et al. (1994), con qualche integrazione relativa alle abilità sociali, in quanto è stata dimostrata la particolare produttività dell’uso di procedure, anche solo parzialmente, combinate.

I docenti che avevano deciso di prendere parte alla sperimentazione, suddivisi in due gruppi, in corrispondenza alle due condizioni didattiche indicate, nella maggior parte dei casi avevano dichiarato di non possedere conoscenze adeguate in merito agli argomenti che dovevano insegnare ai loro alunni. E’ stato pertanto necessario un periodo di informazione e/o formazione sui contenuti disciplinari impostati secondo il DOA e per il secondo gruppo anche sul CL. E’ stato quindi organizzato un corso informativo–formativo che si è svolto in due moduli in periodi diversi: all’inizio dell’anno scolastico e prima dell’inizio della sperimentazione; gli incontri sono stati condotti da statistici e psicologi, congiuntamente e separatamente.

⁴ I programmi della scuola media inferiore prevedono come tema “Matematica del certo e matematica del probabile” e all’interno di questo tema i seguenti contenuti riguardano la statistica:

a) rilevamenti statistici loro rappresentazione grafica (istogrammi, aerogrammi, ecc.); frequenza; medie;
b) avvenimenti casuali; nozioni di probabilità e sue applicazioni.

Nel primo modulo si è dato spazio soprattutto all’informazione sui contenuti disciplinari da parte degli statistici, mentre solo un incontro è stato tenuto da psicologi per introdurre brevemente le tipologie delle condizioni didattiche. Nel secondo modulo, i docenti, insieme agli statistici, hanno analizzato le *unità didattiche*, nelle quali erano stati organizzati i contenuti disciplinari oggetto della sperimentazione in classe. Gli psicologi, invece, per l’intero gruppo dei docenti hanno curato la presentazione degli strumenti di valutazione, mentre, per coloro che dovevano sperimentare il metodo del CL, si sono occupati della informazione/formazione sulla didattica cooperativa per piccoli gruppi.

Il gruppo di ricerca ha preparato il materiale per i corsi e per la sperimentazione in classe; in particolare ai docenti è stato consegnato del materiale didattico, una bibliografia di libri universitari di statistica, un glossario di termini statistici, e a coloro che avrebbero lavorato anche con il metodo del CL, materiale e libri sull’argomento. I docenti hanno ricevuto, quindi, una guida per le unità didattiche da svolgere in classe. Al termine del lavoro in classe svolto dal docente è stata somministrata ai circa 1500 alunni partecipanti una prova di profitto.

I risultati della ricerca sono stati presentati in diversi convegni nazionali e internazionali e pubblicati su riviste specifiche e negli atti dei convegni. E’ stata inoltre pubblicata una monografia che raccoglie gli strumenti e i risultati più interessanti della ricerca stessa⁵. Ad essa occorre fare riferimento per seguire più analiticamente le fasi, le metodologie e gli strumenti della ricerca stessa. Precedentemente si sono riportati sinteticamente alcuni aspetti utili per fornire un quadro al presente lavoro, che ha lo scopo di mettere ancora una volta in evidenza, con metodologie di analisi diverse, se e in che modo esistano differenze nell’apprendimento della statistica da parte degli alunni che hanno preso parte alla sperimentazione con la condizione didattica DOA o DOA e CL, e se tali differenze siano da attribuire al metodo o alla sede o ancora al docente⁶. Naturalmente saranno presi in considerazione i risultati della prova di profitto, riportata nella monografia prima citata.

Si vuole, quindi, analizzare con alcuni strumenti statistici utilizzati e molto diffusi in ricerche sulla didattica, se è possibile stabilire differenze e fra quali aspetti conviene discriminare. Si è fatto ricorso alla “analisi implicativa” (Gras, 1996), uno strumento importante nella ricerca in didattica della matematica (Spagnolo, 1998), i cui risultati sono riportati nel paragrafo 2 e all’analisi fattoriale delle corrispondenze per individuare eventuali schemi di ragionamento degli alunni (paragrafo 3).

L’analisi implicativa è un metodo che permette di individuare, se esistono, eventuali legami fra le risposte degli alunni agli item della prova di profitto. Il legame è di natura implicativa nel senso che risponde al quesito: è possibile affermare che se a è vero ciò implica anche b vero? O meglio a implica b , $a \Rightarrow b$? Ovviamente nel nostro caso a e b sono due differenti item presenti nella prova di profitto. L’analisi implicativa cerca di dare un valore statistico alle affermazioni precedenti nel caso in cui l’implicazione fra a e b non sia stretta, nel caso in cui, cioè l’insieme A delle unità che presentano il carattere a non è incluso nell’insieme B delle unità che presentano il carattere b .

L’indice di implicazione, in una tabella tetracorica, si basa sulla seguente misura:

$$q(a, \bar{b}) = \frac{n_{a \wedge \bar{b}} - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}} \quad (1)$$

dove:

n_a è il numero di risposte corrette all’item a

⁵ “Insegnare ed apprendere la statistica a scuola”, a cura di A.M. Milito e M.R. Marsala (2002), Quaderni di ricerca del Dipartimento di Metodi Quantitativi per le Scienze Umane, n.1.

⁶ Studi in tale direzione hanno sottolineato che non esistono evidenti differenze in termini di risultato fra metodologie (Parroco, 2001 e 2002), mentre altri studi hanno evidenziato un effetto docente e un effetto del contesto territoriale non indifferente (Giambalvo 2001 e 2002).

n_b è il numero di risposte corrette all'item b

$n_{a\bar{b}}$ è il numero di risposte corrette all'item a e sbagliate all'item b

L'indice di implicazione della (1) si basa sul conteggio delle risposte esatte in a e sbagliate in b cioè su $n_{a\bar{b}}$ perché per $n_a \leq n_b$ con $n_b \neq n_a$, si avrà che $n_{a\bar{b}} = 0$ se e solo se l'implicazione è stretta. La misura dell'intensità dell'implicazione fra a e b è data da

$$j(a, \bar{b}) = 1 - \text{Prob} [Q(a, \bar{b}) \leq q(a, \bar{b})] \quad (2)$$

dove:

$Q(a, \bar{b})$ è la variabile casuale che ha come sua realizzazione la (1) e si distribuisce secondo una Poisson di parametro $np = np(a)p(\bar{b}) = \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}$ mentre per $\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n} \geq 3$ si distribuisce secondo una normale (0,1).

La (2) esprime la forza del legame $a \Rightarrow b$. Essa assume infiniti valori fra 0, se non vi è alcun legame fra gli item, e 1 quando il legame è massimo.

L'implicazione statistica è accettabile al livello di confidenza $1 - \alpha$ se e solo se

$$j(a, \bar{b}) \geq 1 - \alpha$$

Ovvero, per $\alpha=0,05$ per

$$q(a, \bar{b}) \leq -1.64$$

Ovviamente l'implicazione fra una coppia di item può essere estesa ad un legame implicativo fra gruppi di item o gruppi di variabili.

L'analisi implicativa viene qui applicata nel tentativo di individuare se esistono e quali sono i concetti di statistica di base che implicano la comprensione di altri concetti più complessi o più articolati da parte di un gruppo di alunni delle scuole medie inferiori.

2. Le implicazioni fra gli item: differenze fra metodologie didattiche e contesti territoriali

I risultati che vengono descritti in questo paragrafo si riferiscono all'analisi dei grafici implicativi o a strutture d'albero e ai valori del coefficiente di implicazione ottenuti utilizzando il software CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésive) di Gras, sui dati della prova di profitto somministrata agli alunni che hanno partecipato alla sperimentazione. I grafici implicativi o a strutture d'albero oltre a individuare percorsi e implicazioni logiche sui contenuti di una prova di profitto danno la possibilità di controllare e scegliere il livello di accettabilità delle implicazioni desunte (Gras, 1996, 1997).

La prova di profitto è composta da 37 sub-item riguardanti i contenuti di statistica proposti durante la sperimentazione in aula, ovvero i concetti di popolazione, unità e caratteri, i criteri di classificazione dei caratteri, di raccolta delle informazioni e della loro rappresentazione tabellare e grafica, nonché delle più elementari forme di elaborazioni sulle distribuzioni (frequenze relative e percentuali, valori medi e campo di variazione). La prova prevede un punteggio totale fra un minimo di 0 e un massimo di 60; ad ogni sub-item è stato attribuito un punteggio da assegnare solo in caso di risposta corretta. Si è pensato, infatti, di non 'penalizzare' gli alunni attribuendo un punteggio negativo alle risposte sbagliate (Milito-Marsala, 2002).

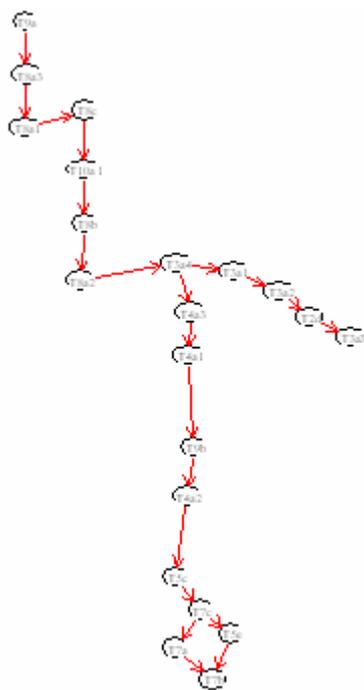
Ai fini dell'analisi implicativa ad ogni item è stato assegnato un valore pari a 1 se la risposta è corretta e 0 se la risposta è errata o mancante. Gli alunni sono stati suddivisi in due gruppi in funzione alle due condizioni didattiche: il DOA e la combinazione del DOA con il metodo del CL.

Di seguito vengono presentati e commentati i risultati dell’analisi implicativa effettuata sui dati relativi alle diverse sedi coinvolte nella sperimentazione⁷. Ciò con l’intenzione di approfondire l’analisi con gruppi più omogenei di alunni (utilizzando come variabile di classificazione le sedi) sia per individuare legami più evidenti sia per cercare di comprendere alcuni risultati inattesi.

I risultati dell’analisi su tutti gli alunni, senza distinzione di sedi e condizioni didattiche, hanno mostrato (vedi fig. 1) che: saper scrivere tre numeri in modo che media e mediana diano lo stesso valore fissato (item 9a) implica, oltre a conoscere il significato di mediana, saper calcolare i valori medi moda, mediana e media aritmetica (item 8a1, 8a2, 8a3, 8b e 10a1) e, inoltre, essere in grado di costruire un istogramma (item 8c); chi sa costruire un istogramma su dati già presentati in tabella conosce anche il concetto di media (item 10a1); saper leggere un grafico (item 5) implica, dal punto di vista concettuale, saper organizzare i dati disaggregati in tabelle di frequenza (item 7) e leggerne le informazioni quantitative più evidenti; il concetto di variabilità (item 9b) non sembra legato a quello di valore medio, ma solo debolmente alla costruzione di una distribuzione di frequenza semplice (item 4); complessivamente, anche se indirettamente, chi sa rispondere alle domande relative al significato di media conosce i criteri di classificazione dei caratteri e di lettura delle tabelle (item 3 e 4). Inoltre, le domande relative al calcolo e al significato di percentuale non sono legate ad altri concetti statistici presenti nella prova di profitto.

Sembra che la capacità di saper leggere le informazioni quantitative in una tabella a doppia entrata sia determinante per la comprensione di altri argomenti statistici: infatti l’indice di implicazione degli item relativi all’argomento in esame rispetto a quelli sulla media, sulla costruzione e sul significato sia di grafici sia di tabelle, è sempre pari a 1. L’indice di implicazione viene di seguito commentato in termini percentuali per una più immediata comprensione.

Fig.1: Struttura implicativa degli item della prova di profitto



Per quanto riguarda le occorrenze si nota che pochi hanno saputo scrivere tre numeri in modo che media e mediana diano lo stesso risultato (circa il 20% del gruppo osservato), mentre il

⁷ L’analisi implicativa relativa all’intero gruppo di 1547 alunni coinvolti nella sperimentazione in tutte le quattro sedi e per le due condizioni didattiche (DOA, 770 e DOA e CL, 777) sono stati già presentati e discussi in altra sede (Giambalvo, *et al.* 2003).

significato di media è stato compreso da più del 60% degli alunni sottoposti alla prova. Le domande più difficili risultano quelle relative all'individuazione delle informazioni qualitative in un grafico (fonte, periodo di riferimento, ecc.) e al calcolo delle percentuali in tabelle a doppia entrata. Infatti solo il 10% degli alunni risponde positivamente ai relativi quesiti.

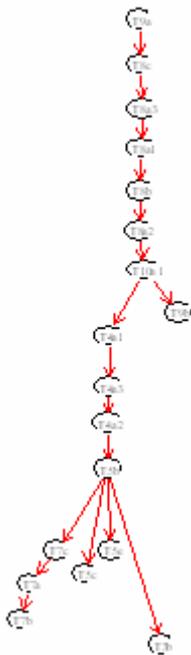
2.1 Le differenze fra le condizioni didattiche

Circoscrivendo l'analisi ai due gruppi di alunni secondo la condizione didattica DOA e DOA con il CL, si notano alcune lievi differenze soprattutto per il primo gruppo (Giambalvo et al. 2003).

Dai risultati relativi ai 770 alunni che hanno studiato statistica con l'approccio DOA (fig. 1a), in generale, vengono evidenziate le seguenti implicazioni: chi comprende il significato di media aritmetica (item 9a) sa costruire un istogramma (item 8c), calcolare tutti i valori medi (item 8) e conosce il concetto di variabilità (item 9b); chi sa organizzare i dati disaggregati in forma tabellare (item 4) sa anche leggere le informazioni quantitative presenti in un grafico semplice (item 5) e in una tabella a doppia entrata (item 7).

A differenza dei risultati espressi in precedenza il significato di media è stato compreso da più del 70% degli alunni sottoposti alla prova, mentre viene confermata la bassa percentuale di coloro che hanno saputo scrivere tre numeri in modo che media e mediana diano lo stesso risultato. Anche per l'approccio *Data Oriented* si nota una sorta di indipendenza del concetto di percentuale rispetto agli altri concetti statistici.

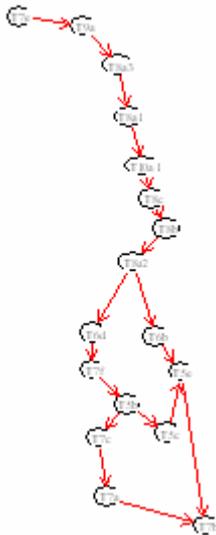
Fig.1a: Struttura implicativa degli item della prova di profitto, condizione didattica DOA



Per i 777 alunni che hanno studiato statistica con la condizione didattica DOA e CL, l'analisi implicativa ha fornito dei legami più semplici rispetto alla situazione generale e a quella del gruppo DOA (fig. 1b). In particolare si evince che: chi sa calcolare la percentuale in una tabella a doppia

entrata (item 7e) conosce il concetto di media (item 9a) e sa calcolare tutti i valori medi (item 8); rispondere bene alle domande di lettura del grafico (item 5 e 6) implica rispondere correttamente alle domande sulla lettura delle tabelle a doppia entrata (item 7); chi sa leggere le informazioni di carattere quantitativo in una tabella a doppia entrata (item 7a, 7b, 7c e 7d) sa calcolare i valori medi (media e mediana) (item 8a e 8b) e ne conosce il significato (item 10a1, 8a2). Rispetto al DOA gli alunni hanno mostrato un migliore rendimento per le domande sulla classificazione delle variabili e sulle scale di misura e peggiore per quanto riguarda il significato di media e quindi i meccanismi di incremento e decremento della stessa.

Fig.1b: Struttura implicativa degli item della prova di profitto, condizione didattica DOA e CL



2.2 I contesti territoriali e le condizioni didattiche

Nel presente paragrafo si tenterà di evidenziare, attraverso l'analisi implicativa, se e in che termini esistono delle differenze fra le condizioni didattiche nelle quattro sedi considerate.

a) Padova

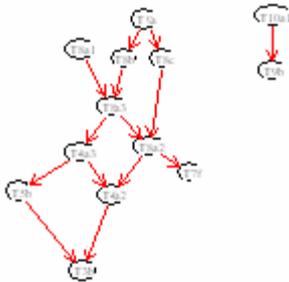
L'analisi qui presentata è stata effettuata su un collettivo di 373 alunni della sede di Padova per i quali è stata rilevata la completezza delle informazioni necessarie. Di essi 158 ha sperimentato con DOA e 215 ha sperimentato con il DOA combinato con il CL.

Come si evince dal grafico, per gli alunni della zona di Padova che hanno studiato statistica con l'approccio *Data Oriented*, esistono due strutture separate: la prima mette in evidenza che il concetto di variabilità (item 9b) dipende dal significato di media e dal meccanismo di incremento e decremento della stessa (item 10a1 e 10b); la seconda mette in evidenza un legame fra conoscenza e competenza operativa sui valori medi (item 8 e 9a) e l'abilità ad organizzare i dati in tabelle semplici (item 4). Il calcolo della percentuale anche in tabelle doppie (item 7f) dipende in modo diretto dal saper fare i calcoli per ottenere la media aritmetica, la mediana e la moda (item 8) (fig. 2a). Le domande relative alle scale di misura e alla costruzione di matrici di dati non mostrano alcun legame con altri item. L'analisi dell'indice di implicazione fra i vari item mette in evidenza che non esistono particolari e forti legami, ma che il coefficiente assume valore pari a 100 solo in alcune occasioni e più precisamente per esprimere il legame fra tabelle a doppia entrata e comprensione di un grafico e fra media e variabilità.

Rispetto ai risultati relativi all'intero gruppo osservato, si notano migliori prestazioni degli alunni sulle domande più complesse relative alla media, ai meccanismi di incremento e decremento

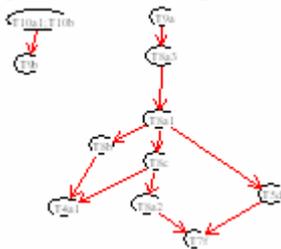
della stessa e al concetto di variabilità (uno scarto a favore della sede di Padova rispettivamente del 12%, 3% e 21%).

Fig.2a: Struttura implicativa degli item della prova di profitto – Padova condizione didattica DOA



Dal grafico seguente (vedi fig. 2b) si nota come la struttura implicativa per gli alunni che hanno studiato la statistica con il metodo cooperativo su dati reali non si differenzia sostanzialmente da quella già descritta per l'approccio *data oriented* o per la situazione generale. L'unico elemento degno di nota, oltre al fatto che il calcolo corretto della percentuale in una tabella a doppia entrata dipende anche dalla lettura di un grafico semplice (item 5), riguarda le occorrenze: infatti gli stessi risultati evidenziati nelle situazioni esaminate in precedenza, vengono raggiunti da un gruppo più corposo di alunni (ad esempio gli alunni che hanno risposto correttamente alle domande relative la costruzione delle distribuzioni semplici e la lettura di un grafico con il metodo DOA sono circa il 70% mentre con il DOA e CL raggiungono l'80%). Ciò è vero anche per le domande più difficili che richiedono un collegamento più forte fra le nozioni di statistica. Infatti, la condizione didattica DOA e CL sembra essere più efficace nell'individuazione di tre numeri per cui media e mediana coincidono (44% degli alunni risponde correttamente al quesito, mentre solo il 20% ottiene un risultato positivo nel gruppo DOA). Per quanto riguarda l'indice di implicazione si nota la stessa tendenza già sottolineata per il gruppo DOA, sebbene sia un po' meno accentuata: l'indice di implicazione infatti assume valore 100 anche nel caso degli item riferiti ai grafici e ai valori medi.

Fig.2b: Struttura implicativa degli item della prova di profitto – Padova, condizione didattica DOA e CL



b) Palermo

Nella sede di Palermo il collettivo è composto da 273 alunni. Di essi 156 hanno sperimentato seguendo il DOA e 117 hanno sperimentato il DOA combinato con il CL.

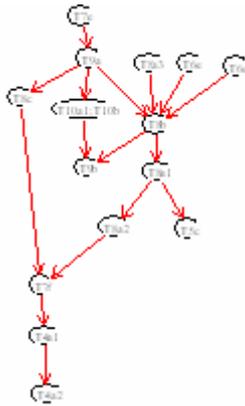
Per il gruppo di alunni che ha studiato la statistica semplicemente con l'approccio *data oriented*, i risultati più evidenti sembrano essere i seguenti: trovare tre numeri per i quali media e mediana coincidano (item 9a) implica saper costruire un grafico complicato come l'istogramma (item 8c), e necessita anche della conoscenza del modo di calcolare la proporzione in tabelle a doppia entrata (item 7) (fig. 3a). Il calcolo della percentuale in una tabella a doppia entrata, invece, dipende dal saper costruire un grafico complesso come l'istogramma (item 8c) e dalla conoscenza del concetto di mediana (item 8a2).

L'analisi dell'indice di implicazione mostra come saper calcolare i valori medi implica semplicemente la comprensione del concetto di variabilità, mentre le conoscenze terminologiche, sulle scale di misura, sull'organizzazione di dati in tabelle (item 2 e 3) implicano il saper rispondere

correttamente al significato di valore medio (soprattutto media e moda e in misura inferiore anche della mediana) (item 8).

Rispetto alla situazione complessiva, si nota una leggera differenza per ciò che concerne le occorrenze: anche i quesiti più facili, e apparentemente non necessariamente legati alla statistica, come ad esempio saper calcolare una percentuale, non hanno registrato un’alta concentrazione di risposte esatte, mentre quasi il 25% degli alunni ha risposto correttamente alla domanda cruciale, quella che dai risultati emersi a livello generale potremmo definire probabilmente la domanda più difficile della prova di profitto ovvero scrivere tre numeri per i quali media e mediana coincidano.

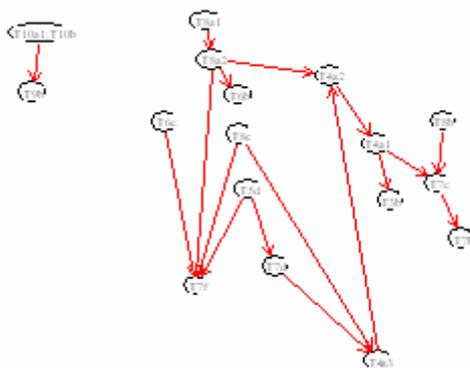
Fig.3a: Struttura implicativa degli item della prova di profitto– Palermo, condizione didattica DOA



Per il gruppo di alunni che ha studiato la statistica con l’approccio DOA combinato con il CL, si nota innanzitutto una sorta di indipendenza (non implicazione) degli item riguardanti la classificazione con gli item riguardanti gli altri argomenti trattati in aula (fig. 3b). Ciò, nello specifico, potrebbe essere dovuto al fatto che tutti gli alunni hanno risposto correttamente a tali quesiti. Sembra infatti che con tale metodo sia stato più semplice imparare gli argomenti riguardanti la parte terminologica e le scale di misura, mentre più difficili siano apparsi gli argomenti sul significato di valore medio (solo il 7% degli alunni ha saputo rispondere correttamente a tale domanda, mentre a livello generale tale percentuale si attesta intorno al 20%).

Anche in questo caso la figura mette in mostra due situazioni diverse: da una parte il legame fra media e variabilità, dall’altra quesiti sui valori medi che implicano la costruzione di tabelle semplici (item 4) e la lettura di un grafico semplice (item 6).

Fig.3b: Struttura implicativa degli item della prova di profitto– Palermo, condizione didattica DOA e CL

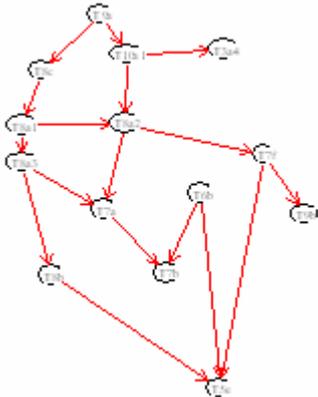


c) Perugia

Il gruppo di alunni di Perugia è il più numeroso. Esso, infatti, costituisce più del 34% del totale degli alunni coinvolti nella sperimentazione. In generale i risultati della prova sembrano essere soddisfacenti sebbene siano piuttosto basse le percentuali di coloro che hanno risposto positivamente al quesito cruciale di scrivere tre valori tali che media e mediana coincidano (item 9a) (16%) e sulle informazioni qualitative desumibili da un grafico (item 6) (circa il 10%).

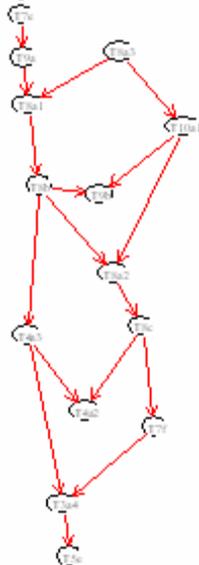
Per i 246 alunni che hanno studiato la statistica con il metodo DOA, la struttura implicativa mostra un forte legame fra la lettura qualitativa e quantitativa di una tabella (item 7) e la conoscenza dei valori medi (item 8) nonché della costruzione di un grafico anche complicato come un istogramma (item 8c). Il calcolo del coefficiente di variazione (item 9b) dipende in modo diretto dal calcolo delle percentuali in tabelle doppie (item 7f) e dal significato di mediana (item 8a2). L'indice di implicazione per l'insieme di item riguardanti l'accertamento delle competenze e conoscenze sui grafici e sui valori medi è sempre pari a 100.

Fig.4a: Struttura implicativa degli item della prova di profitto– Perugia, condizione didattica DOA



Al contrario della situazione precedente, i 284 alunni che hanno seguito il modulo di statistica con il DOA e CL evidenziano un legame implicativo più diretto fra la conoscenza e il calcolo della media (item 8, 9a e 10) e il concetto di variabilità (item 9b) (fig. 4b) e tra il calcolo della mediana e la costruzione di un grafico (item 8c). Anche in questo caso, il calcolo della percentuale in una tabella a doppia entrata, dipende dall'esatta costruzione dell'istogramma. Ad una domanda abbastanza difficile dal punto di vista statistico sul rapporto fra media e mediana (item 8b), hanno risposto positivamente il 21% degli alunni rispetto al 16% del totale e al 11% del gruppo DOA. L'indice di implicazione è pari a 100 solo nelle situazioni in cui gli item sono legati logicamente (fra aspetti diversi in un grafico o per la costruzione di una tabella) e per evidenziare il legame fra valori medi e variabilità.

Fig.4b: Struttura implicativa degli item della prova di profitto– Perugia, condizione didattica DOA e CL



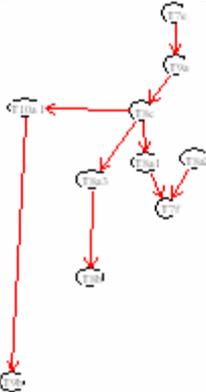
d) Roma

Il gruppo di Roma, formato da 371 alunni, è stato già analizzato in un precedente studio e i più importanti risultati sono stati già descritti (Ottaviani, 2001). In questa sede, pertanto se ne riportano i più evidenti per completezza dell'informazione e per favorire il confronto fra i contesti territoriali.

Per i 210 alunni del gruppo DOA il legame implicativo più forte si nota fra il concetto di media e il coefficiente di variazione (item 9b) (vedi fig. 5a), mentre un secondo ramo della struttura ad albero mette in luce una sorta di legame fra valori medi (sia sui concetti sia sui calcoli) e calcoli complessi (proporzione e percentuali) in tabelle a doppia entrata. Non vi sono legami implicativi degni di nota per gli item sulle scale di misura e sulla terminologia

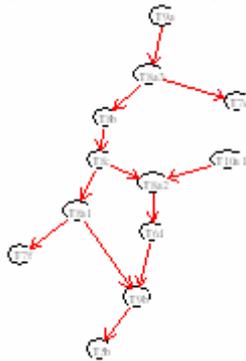
Degno di nota è, invece, che la percentuale di coloro che hanno risposto esattamente alla domanda sul legame fra media e mediana scrivendo tre numeri per i quali i due valori coincidano, è circa 30. A livello generale, invece, si evidenziano dei risultati leggermente migliori su alcuni item non molto importanti, ma evidentemente trascurati in altre sedi come ad esempio la lettura delle informazioni qualitative da un grafico (item 6) o da una matrice dei dati (item 3). A differenza delle altre sedi si nota che il coefficiente di variazione (item 9b) dipende dalla costruzione di tabelle semplici (item 4) e implica alcune nozioni sul trattamento di dati disaggregati (item 3b).

Fig.5a: Struttura implicativa degli item della prova di profitto– Roma, condizione didattica DOA



I 161 alunni che hanno “studiato” la statistica con la condizione didattica (DOA e CL) hanno messo in evidenza l'assenza di un legame evidente fra gli item della prova e quelli relativi alla lettura delle informazioni sulla tabella a doppia entrata (item 7) (fig. 5b). La differenza fra i due metodi analizzati consiste sia nel legame implicativo fra coefficiente di variazione e lettura di informazioni quantitative da un grafico a barre (item 5), sia nelle occorrenze: si nota, infatti, una percentuale di risposte esatte maggiore rispetto a quelle osservate con il DOA, sia per gli item più facili, sia per quelli piuttosto difficili. Ciò potrebbe essere indicatore dell'importanza e dell'efficacia della condizione didattica DOA e CL (Ottaviani, 2001).

Fig.5b: Struttura implicativa degli item della prova di profitto– Roma, condizione didattica DOA e CL



Uno dei motivi che hanno spinto ad effettuare tale analisi, oltre al fatto che il metodo implicativo è usato nell'ambito di ricerche in didattica e soprattutto in didattica della matematica,

consiste nel tentare di evidenziare le differenze e/o le analogie fra le due condizioni didattiche. Se le altre analisi precedentemente effettuate sullo stesso insieme di dati hanno evidenziato che non esistano differenze *sostanziali* fra le due condizioni didattiche, soprattutto per quanto riguarda l'apprendimento dei concetti base di statistica (Giambalvo, 2001; Parroco, 2001 e 2002), tale metodologia ha permesso di evidenziare certe differenze soprattutto se si tiene conto anche del contesto territoriale di riferimento.

In generale tutti hanno risposto e correttamente al quesito di calcolare la percentuale da una serie di valori; per saper calcolare i valori medi e comprenderne il significato sono necessarie le conoscenze sulla classificazione delle variabili e sulle scale di misura, ma non è vero il contrario. Dai risultati emerge che con l'approccio *Data Oriented* si comprendono più rapidamente e facilmente i concetti propri della statistica (significato di alcuni indici) dopo avere imparato a calcolare alcuni indici (la mediana, la media aritmetica, ecc.), mentre se l'approccio orientato ai dati è combinato con il metodo cooperativo (DOA e CL) l'apprendimento della disciplina avviene più gradualmente, ma in modo globale. Infatti, se si riesce a calcolare la percentuale o la proporzione in una tabella a doppia entrata o se si riesce a comprendere la relazione fra media e mediana, allora si è in grado di comprendere tutti gli argomenti statistici trattati. Tale risultato è evidente nella sede di Padova dove, ad esempio, si notano i forti legami implicativi tra grafici complessi, variabilità e calcoli complicati. Tale caratteristica è presente anche nelle sedi di Roma e Perugia, mentre a Palermo si potrebbe dire che è con l'approccio orientato ai dati DOA che si riescono ad ottenere i migliori risultati in termini di apprendimento della disciplina.

Perché nella sede di Palermo la condizione didattica DOA e CL non è stata efficace come nelle altre sedi? Innanzitutto nelle altre sedi molti docenti conoscevano già il metodo cooperativo quindi hanno avuto minori difficoltà per “utilizzarlo” per l'insegnamento della statistica; nella sede di Palermo i docenti sono stati attribuiti alle due condizioni in modo non casuale (Milito et al., 2002) e questo può avere condizionato l'esito della sperimentazione. Inoltre, come si evince dal diario della sperimentazione, alcuni docenti, in tutte le sedi sebbene in modo più diffuso a Palermo, hanno in parte modificato le procedure della sperimentazione alle esigenze specifiche della classe e dell'esperienza in classe (De Caro, 2002). Ciò potrebbe avere condizionato l'apprendimento finale della statistica da parte degli alunni coinvolti nella sperimentazione.

3. L'analisi fattoriale per l'individuazione di schemi di ragionamento

Un ulteriore aspetto che si vuole indagare riguarda l'individuazione di eventuali schemi di ragionamento utilizzati nella sperimentazione dagli allievi. Una metodologia particolarmente efficace è quella di introdurre delle variabili supplementari nella componente allievi. Si tratta cioè di inserire un profilo di allievo (ideale, a priori) che soddisfi alcune caratteristiche ritenute importanti dal ricercatore.

Nel caso specifico della presente analisi si è pensato di considerare tre ipotetici profili corrispondenti il primo agli alunni che riescono solo a fare i calcoli e non si soffermano sul significato del risultato o del procedimento utilizzato per ottenerlo (chiamato *calcolo*), il secondo agli alunni che apprendono soltanto i concetti base o elementari della disciplina (chiamato *elementare*) e, infine, il terzo che si riferisce agli alunni che oltre a conoscere gli aspetti tecnici, anche complessi, della disciplina (del calcolo o delle definizioni) riescono anche a comprenderne le sfumature interpretative (chiamato *creativo*).

I tre profili, così individuati, sono solo alcuni dei possibili profili ideali che si potrebbero creare a partire dagli item a nostra disposizione. La scelta dei questi tre specifici profili rispecchia i modi di vedere la statistica. Infatti il primo potrebbe essere associato a tutti coloro che pensano la statistica come matematica applicata (aspetto forse indotto dagli insegnanti che non comprendono a pieno le potenzialità autonome della statistica); il secondo a tutti coloro che pensano che la disciplina sia troppo complessa per essere studiata come merita e quindi ci si sofferma solo sugli

aspetti elementari o più semplicemente a coloro che pensano che la statistica permetta di divulgare le informazioni, mentre il terzo a tutti coloro che pensano che la statistica serva a cogliere differenze e analogie, a classificare, a sintetizzare, in altri termini a ragionare.

Nello schema seguente vengono riportati i tre profili in funzione degli item cui si dovrebbe rispondere correttamente per poterne fare parte.

Calcolo	Sa fare i calcoli ma non riesce ad approfondire	Dovrebbe rispondere correttamente alle seguenti domande: 3a1 G 3a2 H 3a3 I 4a1 L 4a2 M 4a3 N 4b O 7b AA 7c AB 7e AD 8a1 AF 8a2 AG 8a3 AH 9b AL
Elementare	(spontaneo/neutro): apprende solo concetti semplici	Dovrebbe rispondere correttamente alle seguenti domande: 3b1 3b2 K 5° P 5b Q 5d S 5e T 6° U 6b V 6c W 6d X 6e Y
Creativo (complesso)	apprende e comprende i concetti più complessi	Dovrebbe rispondere correttamente alle seguenti domande: 5c R 7f AE 8a2 AG 8c AJ 9° AK 10a1 AM 10a2 AN 10b AO

Trasponendo la tabella iniziale le variabili sono quindi rappresentate dalla totalità degli allievi con l'aggiunta dei tre profili ideali di allievi (Calcolo, Elementare, Creativo). Si è scelto di analizzare i dati con l'analisi fattoriale delle corrispondenze e si è utilizzato il software SPSS 11.5.

I risultati non mettono in evidenza differenze sostanziali tra le due condizioni didattiche. Sono stati presi in considerazione soltanto i primi due fattori che comprendono una informazione totale del 38,9% , per il DOA e del 39,7% per DOA e CL, e, visto il numero di “variabili” elevato (tutti gli allievi partecipanti alla sperimentazione), possono ritenersi molto buone.

Il primo fattore è individuato dal profilo “elementare” che raggruppa la totalità degli alunni, il profilo “calcolo” individua l'altro fattore che però raggruppa pochi alunni. Il profilo “creativo”, invece, è assolutamente isolato e non interviene affatto nella determinazione degli assi fattoriali. Possiamo concludere che i due profili portanti sono quello di “calcolo” (sa fare i calcoli ma non approfondisce) ed “elementare” (apprende solo concetti semplici).

4. Considerazioni conclusive

Dai risultati dell'analisi implicativa è possibile ritenere, in generale, che il metodo cooperativo combinato con l'approccio orientato ai dati è un metodo utile per l'insegnamento finalizzato all'apprendimento della statistica nelle scuole medie inferiori anche se in tale direzione sarebbe auspicabile una migliore e più capillare azione di formazione da parte dei docenti coinvolti. Ciò è particolarmente evidente in tutte le sedi tranne che a Palermo dove si nota un più efficace apprendimento della statistica da parte degli alunni con il DOA.

In tutte le sedi emerge che il calcolo della percentuale è un concetto semplice rispetto agli altri concetti perché potrebbe essere un concetto già acquisito dagli alunni nel modulo di matematica (tutti gli alunni hanno risposto esattamente al quesito corrispondente), mentre lo stesso diventa una nozione nuova e più complessa se si tratta di calcolarla in una distribuzione doppia. Solo il 10%, infatti, ha risposto correttamente alla relativa domanda.

Analizzando i dati differenziati per condizione didattica non si evincono differenze sostanziali. Infatti le implicazioni logiche rimangono pressoché invariate, mentre variano le occorrenze ovvero domande che con una metodologia sembrano più facili con l'altra risultano leggermente più complesse. Il DOA combinato con il CL sembra più efficace per l'apprendimento del modo esatto per costruire e leggere la tabella semplice e per le nozioni relative ai criteri di classificazione dei caratteri. Il DOA, invece, risulta leggermente migliore del primo per il calcolo delle percentuali e dei valori medi, in particolare della media aritmetica.

Dai risultati dell'analisi fattoriale, fortemente legati al significato dei profili scelti, sembra che le questioni legate all'insegnamento/apprendimento della statistica, oltre ad essere indipendenti dalla metodologia didattica utilizzata a scuola, siano fortemente condizionate da altri fattori esterni, siano essi culturali, sociali, ecc.. E' indicativo infatti che solo i profili *calcolo* ed *elementare* intervengano nell'analisi fattoriale, mentre il profilo *creativo*, che avrebbe dovuto essere il “migliore”, non interviene affatto. Esso non interviene nella determinazione degli assi perché rappresenta la piccola minoranza di alunni che hanno saputo cogliere le sfumature e hanno saputo andare oltre il calcolo degli indici.

Perché sono pochi gli alunni del profilo *creativo* ? Si potrebbe pensare che la responsabilità sia da attribuire, in parti uguali, sia agli alunni sia agli insegnanti: i primi non sono riusciti a cogliere le motivazioni giuste per studiare la statistica, i secondi quelle giuste per insegnarla. Gli insegnanti possono essere stati condizionati dalla mancanza di una cultura statistica e di una conoscenza approfondita della disciplina, gli alunni dalla scarsa “abitudine” all'approfondimento sia nello studio sia nell'osservazione del mondo circostante.

Se tali ipotesi sono verosimili, occorre che si facciano ulteriori sforzi per insegnare ad “insegnare la statistica” nelle scuole, di ogni ordine e grado, e che si comincino a smentire le voci sulla “banalità” della statistica o, al contrario, sulla “difficoltà” della disciplina. Infatti, solo quando si riuscirà a far comprendere, a tutti gli attori del complesso processo di insegnamento-apprendimento, che la statistica è una disciplina che insegna a ragionare sui fatti, a non soffermarsi sull'evidente ma ad andare oltre per mettere ordine su fenomeni e trovare un nesso causale fra eventi, solo allora si potrà affermare di avere gettato le basi per una reale ed efficace diffusione della cultura statistica nelle scuole e nella società. Solo allora ripetendo la sperimentazione si potrà trovare una forte concentrazione di alunni nel profilo *creativo*.

BIBLIOGRAFIA

- Comoglio M. (1999) *Il Cooperative learning. Strategie di sperimentazione*, Gruppo Abele, Torino
- De Caro T. (2002) “*L'attività in classe attraverso i diari della sperimentazione*” in “Insegnare ed apprendere la statistica a scuola. Una sperimentazione nella scuola media inferiore” Quaderni di Ricerca del Dipartimento di Metodi Quantitativi per le Scienze Umane n. 1, Università degli Studi di Palermo

- Galmacci G., Milito A.M. (2000) Statistical education for communicating in modern societies. *Proceedings of the 22nd Conference on Regional and Urban Statistics and Research*, 242-247. Shenzhen, Guangdong, P.R. of China.
- Giambalvo O. (2001) "L'effetto docente sulla valutazione dell'insegnamento della statistica nelle scuole media inferiori" in atti del convegno intermedio della SIS Roma, 4-6 Giugno
- Giambalvo O. (2002) "L'influenza dell'esperienza e della formazione" in *Insegnare ed Apprendere – La statistica a scuola* a cura di Milito A.M. e Marsala M.R. Quaderni del dipartimento di Metodi Quantitativi per le scienze Umane N. 1
- Giambalvo O., Milito A.M. (2003) “The implicative analysis on a performance test” in atti della *54th Session of the International Statistical Institute*, Berlin
- Gras R. (1996) *L'implication statistique (Nouvelle methode de donneés, Richerches en Didactique des Matemtighe)*, La Pensée sauvage, Grenoble
- Gras R. (1997) *Metodologia di analisi di indagine* Quaderni di ricerca in didattica n.7, Palermo
- Johnson D.W., Johnson R.T., Holubec E.J. (1994) *The nuts and bolts of cooperative learning*, Ed. Carmen Calovi, traduzione italiana “Apprendimento cooperativo in classe” (1998), Erickson, Trento
- Marsala M.R., Milito A.M., Parroco A.M. (2002) “L’insegnamento della statistica nella scuola media inferiore: primi risultati di una sperimentazione”, *Induzioni*, n.24
- Milito A.M. e Marsala M.R (2002) *a cura di* “Insegnare ed apprendere la statistica a scuola. Una sperimentazione nella scuola media inferiore” Quaderni di Ricerca del Dipartimento di Metodi Quantitativi per le Scienze Umane n. 1, Università degli Studi di Palermo
- Ottaviani M.G., Silvestri F. (2001) “La struttura implicativa delle risposte a un questionario di valutazione: uno strumento statistico per l’analisi dell’apprendimento” SIS Roma, 4-6 giugno
- Parroco A.M. (2001) “La statistica nelle scuole medie inferiori: analisi di un test di profitto per confrontare l’efficacia di due metodologie didattiche” in *atti del convegno intermedio della SIS Roma*, 4-6 Giugno
- Parroco A.M. (2002) “L’apprendimento della statistica: la prova di profitto” in *Insegnare ed Apprendere – La statistica a scuola* a cura di Milito A.M. e Marsala M.R. Quaderni del dipartimento di Metodi Quantitativi per le scienze Umane N. 1
- Spagnolo F. (1998) *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze