

## Valutazione in matematica: alcune riflessioni e spunti

**Fabio Brunelli**

Istituto Comprensivo Masaccio di Firenze

E-mail: brunelli1950@gmail.com

**Alice Lemmo**

Università degli studi dell'Aquila

E-mail: alice.lemmo@univaq.it

**Abstract.** In questo contributo viene trattato il tema della valutazione in matematica in un'ottica orientata all'apprendimento. Andando oltre la differenza tra valutazione formativa e sommativa, si metterà in risalto il risvolto formativo che la valutazione dovrebbe avere nel processo di insegnamento-apprendimento. In questa prospettiva, la disciplina non può e non deve essere ignorata ma integrata ai costrutti teorici e alle strategie generali che connotano la valutazione. L'attività matematica è multidimensionalità e quindi prevede lo sviluppo di diverse componenti dell'apprendimento che si rivolgono ad aspetti cognitivi, metacognitivi e affettivi. I costrutti teorici dell'ambito pedagogico e della didattica della matematica permettono di presentare alcuni esempi concreti (seppur generici) che possono dare al docente degli spunti di riflessione per la propria pratica d'aula.

### 1. Introduzione

La valutazione scolastica è un problema da sempre nel nostro paese. Basterebbe ricordare tutti i cambiamenti che si sono succeduti nel primo ciclo di istruzione negli ultimi cinquant'anni. Con l'avvicinarsi di ministri della Pubblica Istruzione (e dei loro team di esperti) abbiamo visto scomparire e riapparire voti numerici, giudizi e lettere. Gli insegnanti sono in difficoltà, le nuove normative che si succedono, invece di occasioni di crescita, spesso danno loro sensi di insicurezza e inadeguatezza.

L'atteggiamento derivante da questa difficoltà è quello di vedere la valutazione associata ad un processo di misura, non a caso essa spesso si esprime in modo numerico o attraverso attributi che richiamano l'ordinamento. Ricordiamo tuttavia che le caratteristiche misurabili, che per questo vengono definite grandezze, sono solo quelle che si comportano in qualche modo come i numeri.

Per esempio, la massa degli oggetti è una grandezza. Se un bullone ha massa di 60 grammi, allora due bulloni uguali hanno la massa di 120 grammi. Anche la lunghezza degli oggetti è una grandezza. Se un bullone è lungo 8 centimetri, allora tre bulloni uguali allineati sono lunghi 24 centimetri.

A questo punto potremmo dire che non tutto si può misurare. E anche chiederci che cosa non si può effettivamente misurare. E ancora se sono più importanti in generale le proprietà misurabili o quelle non misurabili. Facciamo un esempio dalle Scienze Naturali.



**Figura 1.** Amanita muscaria

Per riconoscere il fungo *Amanita muscaria* i testi di micologia forniscono le dimensioni del gambo e del cappello, tuttavia queste misure significano ben poco. Quelle che interessano al micologo o a colui che è in cerca di funghi sono informazioni ben diverse che possono essere individuate da proposizioni ricche di aggettivi: “Cappello di forma dapprima globulare, poi emisferico che gradualmente si espande diventando convesso, poi appianato con centro spesso depresso. Colore rosso vivo, rosso arancio, rosso scuro, viscoso con tempo umido, coperto di verruche bianche piramidali, rilevate, concentriche [...]. Senza odori particolari. Sapore dolciastro, gradevole, molto tenue.” Si può facilmente intuire che le forme, i colori, gli odori, sono indispensabili per poter riconoscere un fungo velenoso così come sono tutti importantissimi nella nostra vita quotidiana; si tratta di attributi e caratteristiche che non sono misurabili.

Tornando alla valutazione scolastica in matematica, si possono applicare le riflessioni appena fatte in ambito della biologia e della medicina: siamo sicuri che le conoscenze – abilità – competenze matematiche che vogliamo valutare nei nostri alunni siano grandezze misurabili?

Questa domanda si inserisce all’interno del dibattito nazionale e internazionale sulla valutazione a scuola e fonda le sue radici sulla differenza sostanziale che esiste tra valutazione *per* l’apprendimento e *dell*’apprendimento. La prima, spesso chiamata valutazione formativa, ha l’obiettivo di accompagnare e regolare il processo di insegnamento-apprendimento; mentre la seconda, denominata anche valutazione sommativa, ha lo scopo di certificare il raggiungimento di determinati obiettivi alla conclusione di un percorso (Domenici, 2003). Una delle prerogative della ricerca sulla valutazione è quella di utilizzare tecniche e metodi di valutazione formativa anche nella valutazione sommativa per fare in modo che qualunque processo valutativo a scuola possa avere un risvolto formativo e quindi avere un orientamento *per* l’apprendimento. Questa prospettiva sta assumendo un ruolo centrale anche sul piano politico-istituzionale. Nel caso italiano, le indicazioni nazionali per il curricolo (MIUR, 2012) mettono in risalto la valutazione come quel processo che «precede, accompagna e segue i percorsi curricolari». Abbracciando questo punto di vista, qualunque processo valutativo dovrebbe intervenire nella prassi scolastica in modo formativo sia per lo studente sia per l’insegnante. La principale funzione della valutazione dovrebbe diventare quindi quella regolativa con lo scopo di permettere l’adattamento e la rimodulazione continua dei percorsi didattici in base alle esigenze di studenti e docenti (Vannini, 2009).

## 2. Quadro teorico

In questo contributo cercheremo di riflettere sulla valutazione in matematica seguendo alcune idee chiave per cui valutare significa cercare, raccogliere, organizzare, restituire e infine elaborare informazioni. Il processo valutativo prevede quindi una serie di azioni che richiedono strumenti teorici e pratici.

L’atto di cercare pone in prima battuta la consapevolezza di riconoscere cosa si intende cercare e quindi è necessario conoscere ciò che contraddistingue l’attività matematica in termini di processi e gli obiettivi ad essi collegati. Allo stesso tempo, l’atto di raccogliere e organizzare presuppone la presenza di strumenti che permettano di farlo per cui è fondamentale identificare gli aspetti metodologici suggeriti dalla ricerca in ambito valutativo.

Come sostiene Bolondi (2014), «L’apprendimento della matematica è un fatto estremamente complesso, riguardo al quale spesso la valutazione (e l’autovalutazione di docenti e studenti) tende a essere molto drastica e sbrigativa (sa/non sa; o peggio ancora capisce/non capisce; è portato/non è portato; ha logica/non ha logica). Chi valuta gli apprendimenti in matematica sa invece che c’è bisogno di indicatori quanto più possibili precisi, analitici, ma che i dati forniti da questi indicatori devono essere interpretati all’interno di un quadro complessivo e sintetico. La relazione tra le singole domande (non solo test!) e l’apprendimento complessivo è esplicitata nel Quadro di Riferimento.» (ibidem, p. 10-11). Proprio per questo motivo, per parlare di valutazione in matematica è necessario costruirsi un *Quadro di riferimento* e cioè rendere espliciti i metodi e gli strumenti teorici che si adottano e caratterizzare in modo chiaro i processi e gli obiettivi tipici dell’attività matematica.

### 2.1. Valutazione formativa e sommativa

La valutazione è uno dei processi cardine che caratterizza, guida e orienta il processo di insegnamento/apprendimento di qualunque disciplina. In quest’ottica, tale processo coinvolge fattori cognitivi, metacognitivi e motivazionali.

Un processo valutativo che si focalizza principalmente sulla misura di performance e risultati di una determinata prova, viene spesso chiamato *sommativo* e considera principalmente fattori cognitivi. La

valutazione sommativa è dunque una valutazione che dovrebbe essere proposta alla conclusione di un percorso educativo per indicare l'effettivo livello di apprendimento raggiunto dall'allievo. Proprio per questo motivo, essa può essere anche considerata una valutazione *dell'*apprendimento. Certamente, anche in questo caso emergono fattori metacognitivi e motivazionali, i quali conducono lo studente ad adottare determinate scelte per raggiungere un preciso risultato, ma l'attenzione solo alle performance non può permettere di valutare il completo percorso formativo dello studente.

La valutazione formativa nasce dalla necessità di avviare un processo valutativo che tenga conto soprattutto del processo di costruzione dell'apprendimento e acquisizione di conoscenza. Per questo viene indicata anche con il termine valutazione *per* l'apprendimento. La valutazione formativa, in un'accezione moderna è un processo che ha la finalità di promuovere l'autoregolazione dello studente del proprio apprendimento, il suo coinvolgimento e l'autonomia e allo stesso tempo permette al docente di avere un bilancio di quello che è stato fatto e di quello che si dovrà fare. Proprio per questo motivo molti studiosi italiani preferiscono utilizzare il termine originale inglese *formative assessment* piuttosto che la traduzione letterale italiana: l'aggettivo “formativo” ha diverse accezioni semantiche che potrebbero essere interpretate in modo errato. Esistono tante definizioni di valutazione formativa, in questo contributo scegliamo quella proposta da Black e Wiliam (2009) per cui «una pratica di classe è formativa nel momento in cui le evidenze relative ai risultati degli studenti vengono raccolte, interpretate ed utilizzate da insegnanti, studenti e loro pari – i compagni – per prendere decisioni sui passi successivi da fare nel processo di istruzione [...]» (ibidem, p. 7, tradotto dagli autori). Un'analisi dettagliata di tale definizione permette di chiarire la nostra posizione in riferimento alla valutazione formativa e chiarire gli scopi di questo contributo. Innanzi tutto, poniamo l'accento sulla scelta di chiamare la valutazione “pratica”. La scelta di questo termine può essere interpretata come la volontà di mettere in risalto la pragmaticità che questo processo ha all'interno di un'attività che coinvolge l'insegnamento e l'apprendimento. In aggiunta, gli autori parlano di “raccolgere, interpretare e utilizzare” le evidenze raccolte e quindi enfatizzano la complessità del processo che non si può ridurre alla semplice raccolta, ma richiede un'elaborazione, una riflessione su tali informazioni per “prendere decisioni”. Un ulteriore aspetto interessante è il soggetto che compie tali azioni. In questo caso non si tratta di un soggetto unico ma di una molteplicità: il docente, lo studente e i compagni. Ad ognuno di loro spetta il compito di “raccolgere, interpretare e utilizzare” tali evidenze in modo partecipato, che riporta l'attenzione sia sul lato docente che sul lato studente e mette in risalto la non unidirezionalità del processo valutativo (generalmente visto come una pratica del docente verso il singolo studente).

In vari lavori, gli autori suggeriscono diverse strategie di valutazione formativa che possono essere riassunte in cinque strategie (Wiliam e Thompson 2007):

1. Chiarire/condividere/capire gli obiettivi di apprendimento e i criteri di valutazione;
2. Progettare discussioni di classe efficaci e attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti;
3. Fornire feedback che consentano allo studente di migliorare;
4. Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri;
5. Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento;

Molte di queste mettono in luce lo stretto legame che la valutazione formativa e sommativa possono avere. Ad esempio: chiarire/condividere/capire gli obiettivi di apprendimento e i criteri di valutazione sono aspetti che caratterizzano tanto la prima quanto la seconda; fornire feedback che consentano allo studente di migliorare dovrebbe contraddistinguere qualunque attività di insegnamento-apprendimento e quindi di valutazione. La valutazione formativa è complementare alla sommativa ma, in questa prospettiva, l'una è necessaria allo scopo di promuovere l'altra.

## 2.2. Valutazione in matematica

Nella sezione precedente abbiamo chiarito alcuni termini che sono utilizzati in questo contributo ed è emerso che il processo di valutazione, sia esso formativo o sommativo, deve porre in prima battuta il problema di definire gli obiettivi e individuare i processi specifici e caratterizzanti la disciplina presa in considerazione. Si tratta quindi di mettere in gioco diversi aspetti strettamente legati alla disciplina tenendo presente che «l'apprendimento della matematica è un fatto complesso, [...] (che) coinvolge competenze e capacità molto diverse. La metafora più frequentemente utilizzata per esprimere questo intreccio di diverse competenze nell'apprendimento della matematica è quella della corda intrecciata [...]» (Bolondi, 2014, p.12). In questa prospettiva, vediamo che l'apprendimento della matematica è articolato e coinvolge diversi aspetti, legati a processi differenti. Proprio per questo motivo, per definire gli obiettivi della valutazione non basta far riferimento ai soli contenuti disciplinari, ma risulta utile considerare le diverse componenti del loro apprendimento e trattarle separatamente. Per descrivere i diversi fenomeni tipici dell'insegnamento e apprendimento della matematica, Fandiño Pinilla (2015) sostiene che:

«L'apprendimento della matematica si presenta come un fattore multiplo, ricco di mille aspetti: è sotto gli occhi di tutti gli insegnanti il fatto che un apprendimento riuscito in matematica è da considerarsi un'ottimale combinazione di apprendimenti specifici e distinti. In matematica, infatti, non basta aver costruito un concetto, ma occorre saperlo usare per effettuare calcoli o dare risposta a esercizi, combinarlo con altri e con strategie opportune per risolvere problemi, occorre saper spiegare a sé stessi e agli altri il concetto costruito e la strategia seguita, occorre saper far uso sapiente delle trasformazioni semiotiche che permettono di passare da una rappresentazione ad un'altra. » (ibidem, p. 10)

Secondo l'autrice, condividere queste categorie può fornire all'insegnante un riferimento utile a organizzare meglio il proprio lavoro, la propria azione didattica, coordinando l'insegnamento con gli obiettivi di apprendimento. In questa prospettiva Fandiño Pinilla (2008) propone una descrizione dell'apprendimento della matematica multidimensionale, composto da almeno cinque tipologie di apprendimenti distinti che fanno capo a diversi ambiti cognitivi (Tabella 1).

**Tabella 1.** I cinque aspetti dell'apprendimento della matematica (Fandiño Pinilla, 2008).

Componenti	Descrizione	Esempi di Processi/azioni
apprendimento concettuale	L'apprendimento concettuale non si riferisce ad un apprendimento ancorato solo alla conoscenza di definizioni e proprietà degli oggetti matematici, ma un apprendimento relativo ad una riflessione critica sul perché, sul motivo di determinati procedimenti, definizioni, formalismi, .... Esso riguarda i concetti, visti come la conoscenza e la padronanza di determinate nozioni.	comprendere ascoltare mettere in relazione
apprendimento algoritmico	L'apprendimento algoritmico riguarda le procedure che vengono messe in campo nell'affrontare situazioni matematiche. I passaggi da effettuare nel percorso algoritmico sono meccanici, ma vengono effettuati dall'individuo se e solo se egli sa che cosa sta facendo e perché; ogni passo "meccanico" ha una sua funzione ed una sua giustificazione logica e concettuale.	calcolare operare eseguire verificare
apprendimento strategico	L'apprendimento strategico si riferisce ai processi legati al porsi, affrontare e risolvere problemi che possono essere presentati sia in contesto matematico sia reale.  L'apprendimento strategico può essere descritto attraverso ulteriori sotto-processi: <ul style="list-style-type: none"> <li>- comprensione del testo;</li> <li>- trasformazione o traduzione dell'enunciato in una forma aritmetica, algebrica, geometrica, ...;</li> <li>- scelta e uso di strategie;</li> <li>- validazione della risposta.</li> </ul>	affrontare comprendere analizzare risolvere congetturare validare
apprendimento comunicativo	L'apprendimento comunicativo si riferisce alla capacità di esprimere idee matematiche, giustificando, argomentando, dimostrando e facendo uso di figure, disegni o schemi per comunicare.	dire argomentare illustrare motivare validare dimostrare
apprendimento e gestione delle trasformazioni semiotiche.	L'apprendimento legato alle trasformazioni semiotiche riguarda la gestione di tutte le diverse rappresentazioni e successive trasformazioni che si possono utilizzare per lavorare con uno stesso oggetto matematico. Tali rappresentazioni e successive trasformazioni riguardano un registro e cioè un sistema di segni	rappresentare interpretare riprodurre disegnare trattare

(Duval, 2008); ad esempio, esiste il registro grafico, simbolico, iconografico, .... convertire

L'autore distingue quindi tre processi principali legati alla gestione di queste rappresentazioni:

- rappresentazione: scelta del registro con cui rappresentare l'oggetto matematico
  - trattamento: passaggio da una rappresentazione ad un'altra nello stesso registro
  - conversione: passaggio da una rappresentazione ad un'altra in due registri differenti
- 

L'autrice sottolinea più volte che queste componenti dell'apprendimento non sono indipendenti, separabili, ma interagiscono tra loro attraverso il meccanismo dell'intersezione, come se si permeassero vicendevolmente.

### 3. Proposte operative per la valutazione in matematica

Dopo aver delineato le idee chiave che sottendono il processo valutativo di una specifica disciplina, appare chiaro che la valutazione in classe deve essere vista come uno strumento e non un fine sia dagli alunni sia dai docenti. Parliamo di strumento poiché docenti e studenti dovrebbero usarlo per conoscere e comprendere se il percorso attuato e le scelte prese stanno funzionando nel contesto di insegnamento-apprendimento della matematica.

Esistono diverse risorse che il docente può utilizzare per avere spunti di riflessione e pratici. Ad esempio, l'Italia è stata partner del progetto internazionale “FAMT&L, Formative Assessment in Mathematics for Teaching and Learning (Valutazione formativa per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica)”. Questo progetto aveva l'obiettivo di promuovere l'uso della valutazione formativa come elemento di miglioramento della didattica della matematica, attraverso la progettazione, realizzazione e implementazione di un repository web che contiene diverse tipologie di materiali didattici (esempi di contesti di apprendimento, video di situazioni di insegnamento della matematica, strumenti di valutazione, percorsi di formazione, ecc.) (Ferretti, Michael-Chrysanthou & Vannini, 2018). Ricordiamo inoltre il progetto FaSMEd (Improving Progress through Formative Assessment in Science and Mathematics Education) che aveva l'obiettivo di indagare l'uso delle tecnologie nelle pratiche di valutazione formativa in classe, per mettere in luce se e in che modo esse consentono agli insegnanti di rispondere ai bisogni degli studenti in matematica e scienze, motivandoli all'apprendimento di queste discipline (Cusi, Morselli & Sabena, 2017).

Una pratica di valutazione formativa che può essere utilizzata in classe è “myfavourite NO” (il mio NO preferito). In questa attività il docente propone alla lavagna un piccolo esercizio di “riscaldamento” che può essere risolto in pochi minuti. Successivamente, distribuisce dei fogli vuoti in cui gli studenti devono inserire il loro nome e completare l'esercizio. Raccogliendo poi le risposte, il docente le smista dividendole in corrette e non corrette. In questo modo, l'insegnante ha già un'idea delle abilità della classe rispetto a quello specifico esercizio. Questo genere di attività somiglia a quelle in cui il docente proietta sulla lim o il proiettore un esercizio e chiede agli studenti di rispondere velocemente con lo smartphone o con appositi dispositivi. La vera differenza però è fatta dall'aver il processo di risposta e non solo la semplice soluzione corretta/errata. Mentre smista le risposte, il docente può infatti selezionare la sua risposta errata preferita, il suo “no preferito”. La scelta può essere fatta rispetto a diversi criteri; ad esempio, l'errore più comune oppure quello meno aspettato, eccetera. A quel punto l'insegnante scrive il procedimento alla lavagna e chiede a tutti gli studenti di commentarlo partendo dalle procedure corrette che ci sono. In questo modo, il docente pone gli studenti come responsabili del proprio apprendimento (pto. 4 delle strategie di Black e Wiliam, 2009) e attivare i compagni come risorse gli uni per gli altri (pto. 5). Commentando con la classe e

---

<sup>1</sup> <http://www.famt-l.eu/it/>

<sup>2</sup> <https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>

<sup>3</sup> <https://learn.teachingchannel.com/video/class-warm-up-routine>

partendo dagli aspetti positivi del compito, il docente e la classe passano ad analizzare l'errore cercando di individuare un feedback (pto. 3) che, partendo dalle strategie/procedure corrette svolte nella risposta selezionata, permettano di interpretare e quindi intervenire sull'errore. Questo metodo si presta per ogni ordine e grado scolastico e permette al docente di coinvolgere gli studenti in discussioni (pto. 2) che riguardano il loro processo di apprendimento rispetto agli obiettivi che si è prefissato l'insegnante (pto. 1).

Questo è uno dei tanti esempi di attività di valutazione formativa che possono essere attivate in classe; come si vede dall'esempio, attività di questo tipo permettono di sviluppare ciascuna delle 5 strategie proposte da Black e Wiliam (2009).

Un aspetto però interessante del quadro teorico descritto nella sezione precedente è quello di sviluppare attività e/o prove che permettano di promuovere o mettere in luce i diversi aspetti che caratterizzano l'attività matematica (Fandiño Pinilla, 2008). La prospettiva di lavorare su diverse dimensioni si può dimostrare un ottimo strumento per rendere anche la valutazione sommativa uno strumento formativo. Un approccio multidimensionale permette in prima battuta di rendere chiari e condivisi gli obiettivi e i criteri di valutazione e restituire allo studente un feedback sugli obiettivi raggiunti in termini di componenti dell'apprendimento.

In Tabella 2 sono descritti possibili obiettivi che possono essere riferiti a uno a più componenti dell'apprendimento descritti da livelli che indicano le abilità e le conoscenze che lo studente possiede rispetto a ciascun obiettivo. Questa griglia può essere utilizzata come guida per costruire una prova sommativa e successivamente per valutare i prodotti e i processi messi in campo dagli studenti nella prova restituendo un tempestivo feedback sul livello raggiunto per ogni singolo obiettivo.

**Tabella 2.** Esempi di obiettivi e livelli da utilizzare per strutturare e successivamente valutare una prova sommativa di matematica

Obiettivo	Livello 1	Livello 2	Livello 3	Livello 4	Livello 5	Esempi di prove
<b>Interpretare le informazioni per affrontare le consegne</b>	Lo studente decodifica poche richieste espresse negli esercizi/problemi della prova che non permettono di impostare/affrontare il lavoro	Lo studente decodifica alcuni tipi di richieste principali espresse negli esercizi/problemi della prova e imposta/affronta parzialmente il lavoro	Lo studente decodifica le richieste principali espresse negli esercizi/problemi della prova e imposta/affronta il lavoro in modo sufficiente e corretto	Lo studente decodifica il maggior numero di richieste espresse negli esercizi/problemi della prova e imposta/affronta il lavoro in modo corretto	Lo studente decodifica ogni tipo di richiesta espresa negli esercizi/problemi presenti nella prova e imposta/affronta il lavoro in modo corretto	Qualsiasi prova in cui si chiede di interpretare delle informazioni di tipo algoritmico/geometrico/iconografico per affrontare un esercizio o problema

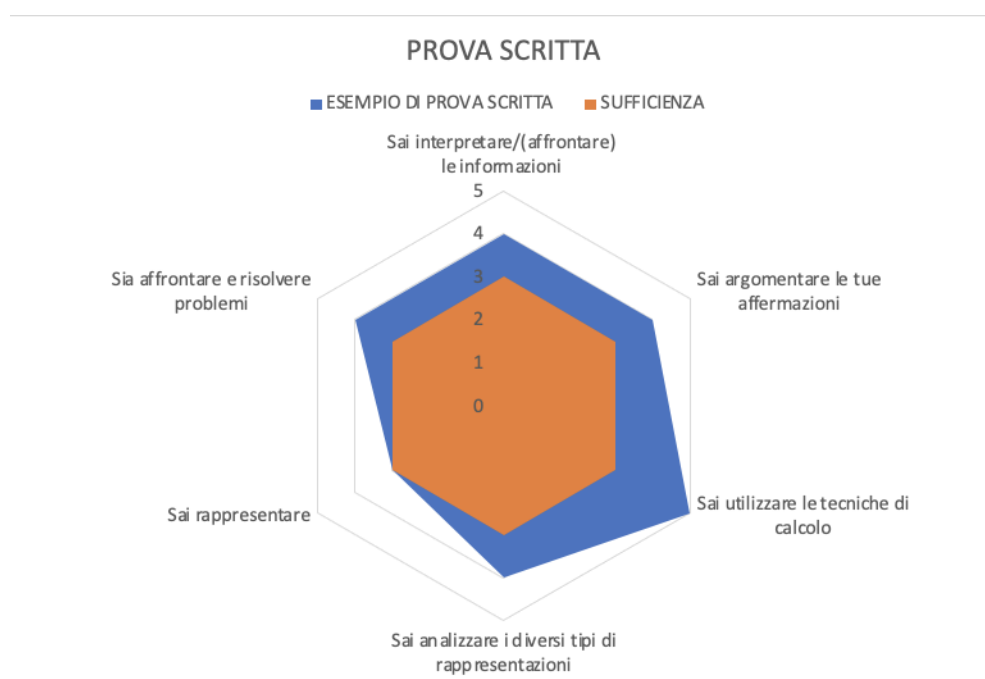
<b>Argomentare</b>	Lo studente espone le proprie conoscenze in modo poco chiaro e non sempre coerente o attinente alla situazione e incompleto	Lo studente espone e argomenta le proprie conoscenze in modo non sempre chiaro e del tutto completo utilizzando un linguaggio non del tutto specifico.	Lo studente espone e argomenta le proprie conoscenze in modo chiaro, utilizza un linguaggio naturale o non del tutto specifico e propone qualche esempio o controesempio	Lo studente espone e argomenta le proprie conoscenze in modo chiaro facendo anche uso dei termini specifici ed esempi/contraesempi	Lo studente argomenta le proprie conoscenze in modo chiaro facendo uso di termini specifici e creando deduzioni logiche (e generalizzazioni)	Qualsiasi prova in cui si chiede una motivazione sia di tipo algoritmico sia teorico  Esempi: - motivare affermazioni vere o false - domande riferite a proprietà - esercizi/problemi in cui si chiede di descrivere il procedimento seguito - dimostrazioni
<b>Utilizzare le tecniche di calcolo</b>	Lo studente è in grado di richiamare solo pochi passaggi o alcuni algoritmi appresi.	Lo studente è in grado di richiamare alcuni degli algoritmi appresi e di riprodurli oppure non ne conosce alcuni principali.	Lo studente è in grado di richiamare nella loro completezza a i principali algoritmi appresi quando gli viene richiesto	Lo studente è in grado di richiamare nella loro completezza a la maggior parte degli algoritmi appresi e di valutare la correttezza dei risultati ottenuti.	Lo studente è in grado di richiamare interamente gli algoritmi appresi e di applicarli, eventualmente variandoli, anche quando non esplicitamente richiesti. Inoltre, valutare la correttezza dei risultati ottenuti.	Qualsiasi prova che chieda di svolgere delle procedure, algoritmi e/o verificare la correttezza di una o più procedure

<b>Costruire e trasformare rappresentazioni di oggetti matematici</b>	Lo studente è in grado di riconoscere alcuni dati, informazioni e proprietà di un oggetto/situazione dalla sua rappresentazione senza affrontare la situazione proposta	Lo studente è in grado di riconoscere alcuni dati, informazioni e proprietà di un oggetto/situazione dalla sua rappresentazione affrontando parzialmente la situazione proposta	Lo studente è in grado di riconoscere i dati, le informazioni e le proprietà principali di un oggetto/situazione dalla sua rappresentazione e le utilizza per affrontare la situazione proposta	Lo studente è in grado di riconoscere i dati, le informazioni e le proprietà di un oggetto/situazione dalla sua rappresentazione e le utilizza per affrontare la situazione proposta	Lo studente è in grado di riconoscere i dati, le informazioni e le proprietà di un oggetto/situazione e le utilizza per affrontare la situazione proposta anche rielaborando personalmente e approfondendo	Qualsiasi prova che chieda di interpretare rappresentazioni di oggetti o situazioni matematiche Ad esempio: - interpretazione di grafici/schemi/tabell e - ricerca di proprietà in figure geometriche o grafici cartesiani
<b>Rappresentare oggetti matematici</b>	Lo studente è in grado di operare pochi trattamenti in pochi registri.	Lo studente è in grado di operare solo alcuni trattamenti in un particolare registro o in pochi.	Lo studente è in grado di operare la maggior parte e conversioni tra alcuni registri (verbale/simbolico oppure verbale/grafico oppure grafico/simbolico)	Lo studente è in grado di operare trattamenti in tutti i registri e conversioni nella maggior parte dei registri.	Lo studente è in grado di operare trattamenti e conversioni tra svariati registri.	Qualsiasi prova che chieda allo studente di rappresentare oggetti matematici con diversi registri (grafico, iconografico, aritmetico, algebrico, simbolico, ...) Ad esempio - esercizi in cui si chiede di fare un trattamento (passare a rappresentazioni nello stesso registro) - esercizi in cui si chiede di fare una conversione (passare da un registro ad un altro)



<b>Raccogliere informazioni e pianificare strategie in problemi di matematica</b>	Lo studente è in grado di affrontare parzialmente i problemi, individuando pochi o nessuno dei dati del testo oppure attivando strategie risolutive parzialmente coerenti con la situazione descritta.	Lo studente è in grado di affrontare parzialmente i problemi e risolverli richiamando alcune delle strategie richieste per individuare la soluzione	Lo studente è in grado di affrontare i problemi e risolverli richiamando o nella loro completezza a la maggior parte delle strategie richieste per individuare la soluzione	Lo studente è in grado di affrontare e risolvere i problemi, individuando la soluzione	Lo studente è in grado di affrontare e risolvere i problemi e riconoscere una situazione problematica a partire dalla sua soluzione o dal procedimento risolutivo.	Qualsiasi prova che presenti una situazione problematica sia in contesto reale sia in contesto matematico. Ricordiamo che la presenza di un testo scritto non è la caratteristica principale di un problema di matematica; si parla di problema quando lo studente deve affrontare la prova senza conoscere a priori le strategie risolutive per determinare il/i risultato/i
---	--	---	---	--	--	---

Tale griglia può essere utilizzata dal docente e condivisa con gli studenti così com'è, oppure potrebbe essere rappresentata attraverso un grafico. In Figura 2 è riprodotta la valutazione di una prova sommativa di matematica svolta da uno studente sfruttando una rappresentazione grafica attraverso un diagramma di Kiviat (grafico radar o a foglia).

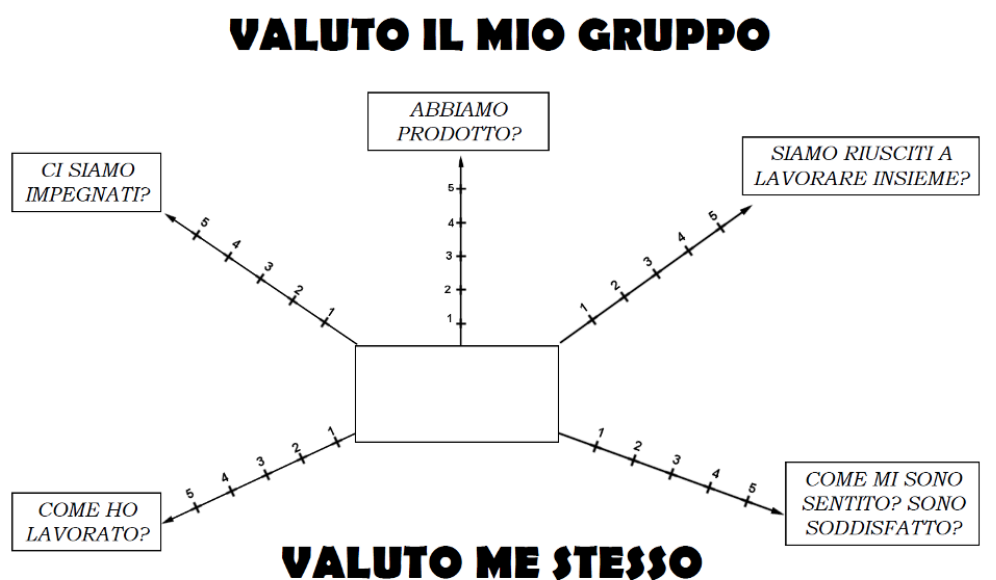


**Figura 2.** Esempio di utilizzo del diagramma di Kiviat per la valutazione di una prova

Nel grafico viene innanzitutto indicata la soglia della sufficienza in arancione (corrispondente al livello 3) e in blu i livelli raggiunti dallo studente per ogni singolo obiettivo. Nell'esempio si può osservare che lo studente mostra alte abilità nella componente algoritmica e buone abilità nelle componenti argomentativa e strategica. Per quanto riguarda la gestione delle rappresentazioni semiotiche, lo studente mostra di essere abile nell'interpretare e analizzare diverse forme di rappresentazione, ma dovrebbe sviluppare maggiormente le sue capacità rappresentative.

Questo genere di valutazione ha un forte risvolto formativo seppur collegato ad una valutazione sommativa. In varie sperimentazioni svolte in diversi gradi scolari (Cotroni e Lemmo, 2021), si è notato che lo strumento permette al docente di chiarire e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri di valutazione e allo studente di comprenderli attraverso la declinazione in livelli (pto 1). Allo stesso tempo, i diversi livelli mostrano un feedback che consente allo studente di migliorare, individuando quale o quali componenti sviluppare e quali invece sono un suo punto di forza (pto. 3). Infine, la possibilità di restituire regolarmente questo genere di grafico in diverse prove, mantenendo gli obiettivi al variare dei contenuti, permette di attivare lo studente come responsabile dell'apprendimento (pto. 6) poiché prova dopo prova può vedere l'evoluzione delle diverse componenti.

La prospettiva multidimensionale della valutazione si prospetta molto utile anche per valutare aspetti non semplicemente cognitivi e metacognitivi che coinvolgono la sfera affettiva. Da diversi anni si sente parlare del tema autobiografico: “Io e la matematica” (Capozio, Passaro e Di Martino, 2018). Attività di questo tipo fanno emergere il problema di come valutarle. Lo stesso disagio può nascere alla conclusione di un laboratorio o di un lavoro di gruppo. Anche in questo caso, il diagramma di Kiviat può essere uno strumento per l'autovalutazione del lavoro di gruppo, oppure riadattato per la valutazione dell'atteggiamento dello studente nei confronti della matematica (Figura 3).



Al centro l'alunno può scrivere il suo nome.

Nei tre rami verso l'alto valuterà il proprio gruppo e nei due rami verso il basso valuterà se stesso.

**Figura 3.** Esempio di utilizzo del diagramma di Kiviat per la valutazione di un lavoro di gruppo

Abbiamo utilizzato questo grafico sia con giovani allievi, sia con docenti in occasione di corsi di formazione. I risultati sono sempre positivi. Attraverso questo strumento il docente potrà avere una valutazione del lavoro che ha organizzato e condotto per gli allievi della sua classe. A volte abbiamo anche letto e commentato in pubblico i diagrammi compilati dai membri di uno stesso gruppo di lavoro, discutendo sia le analogie che le differenze tra le loro risposte.

#### 4. Conclusioni

In questo contributo abbiamo trattato il tema della valutazione in matematica mantenendo un’ottica orientata all’apprendimento. Ci siamo innanzitutto soffermati sulla differenza tra valutazione formativa e sommativa con lo scopo di mettere in risalto la loro complementarità e il risvolto formativo che entrambi dovrebbero avere nel processo di insegnamento-apprendimento. Uno degli aspetti chiave di entrambe le tipologie di valutazione è la condivisione e la chiarezza degli obiettivi che si intendono valutare. Questo aspetto mette in evidenza l’importanza che la disciplina riveste nel processo valutativo. Per questo motivo, abbiamo approfondito il tema della valutazione in matematica per mettere in risalto la multidimensionalità dell’attività matematica rispetto a diverse componenti. I costrutti teorici dell’ambito pedagogico e della didattica della matematica ci hanno permesso di proporre alcuni esempi concreti (seppur generici) che possono dare al docente degli spunti di riflessione per la propria pratica d’aula.

Le riflessioni presentate sono in linea con le Indicazioni Nazionali per il Curricolo e le ordinanze ministeriali attuali che coinvolgono la valutazione (rimandiamo al contributo di Ketty Savioli in questo volume).

Ricordiamo la riflessione iniziale che ha aperto questo contributo: abbiamo messo in luce i continui cambiamenti che si sono succeduti nella scuola italiana negli ultimi cinquant’anni. Oltre alla varietà di governi e ministri che sono subentrati negli anni, il motivo principale di questa variabilità è sicuramente anche dovuto alla ricerca scientifica che apre continuamente diverse prospettive e propone nuove strade da approfondire. Questo suggerisce che la valutazione è un cantiere che deve rimanere aperto, così come la didattica; due aspetti che si intrecciano continuamente: non esistono ricette pronte, confezionate o metodi assoluti, ma solo porte da aprire ed esplorare per aprirne ancora di nuove.

Concludiamo questo contributo con il pensiero di Rosetta Zan (2007): nel momento in cui l’insegnante introduce un concetto o una procedura e li illustra attraverso esempi ripetitivi, egli proporrà poi un compito molto simile aspettandosi di non incontrare errori da parte dell’allievo. Questo è sicuramente un procedimento economico per entrambe le parti ma perde completamente di significato sia in termini matematici sia educativi. Se l’insegnante invece assegna un problema prima di introdurre il concetto o la procedura, dà ai suoi studenti la possibilità di esplorare e risolvere il problema, spera che escano fuori difficoltà ed errori, perché sarà proprio il concetto che si dovrà introdurre a sciogliere quelle difficoltà e a superare l’errore.

#### 5. Bibliografia

- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- Bolondi, G. (2014). Le valutazioni esterne in matematica (prove Invalsi, TIMSS, OCSE-Pisa): utilità, limiti, ricadute. *B. D’Amore (a cura di), La didattica della matematica: strumenti per capire e per intervenire. Disponibile*  
<http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/818%20Atti%20Tricase%20e%20Prefazione.pdf>
- Capozio, A., Davide, P. & Di Martino, P. (2018) “Io e la matematica”: un’indagine sull’esperienza matematica. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d’aula*, (4), 9 - 26. Disponibile:  
<https://www.journals-dfa.supsi.ch/index.php/rivistaddm/article/view/49/55>
- Cotroni, G. & Lemmo, A. (2021). La valutazione dell’apprendimento in un’ottica per l’apprendimento. *La didattica della matematica: riflessioni teoriche e proposte concrete. Atti del Convegno Nazionale omonimo “Incontri con la Matematica”, n.35*, Castel San Pietro Terme (Bo). Bologna: Pitagora.
- Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promuovere strategie di valutazione formativa in Matematica con le nuove tecnologie: l’esperienza del progetto FaSMEd. Disponibile:  
[https://iris.unito.it/retrieve/handle/2318/1659407/387954/2017\\_CusiMorselliSabena\\_Annali.pdf](https://iris.unito.it/retrieve/handle/2318/1659407/387954/2017_CusiMorselliSabena_Annali.pdf)
- Domenici, G. (2003). *Manuale della valutazione scolastica*. Bari: Laterza.

- Duval, R. (2008). Eight problems for a semiotic approach in mathematics education. In L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education* (pp. 39–61). Brill Sense.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2015). Insegnare e valutare la competenza in Matematica. AA. VV. (2015). *Didattica per competenze. Supplemento a La Vita Scolastica*, 70(2), 10-14. Disponibile: <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/fandino/256%20Fandino%20Volumetto%20competenze.pdf>
- Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Edizioni Erikson.
- Ferretti, F., Michael-Chrysanthou, P., & Vannini, I. (2018). *Formative assessment for mathematics teaching and learning: Teacher professional development research by videoanalysis methodologies*. FrancoAngeli. Disponibile: [https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/25362/332-99Z\\_Book%20Manuscript-1650-1-10-20180927.pdf?sequence=1](https://library.oapen.org/bitstream/handle/20.500.12657/25362/332-99Z_Book%20Manuscript-1650-1-10-20180927.pdf?sequence=1)
- MIUR (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. <http://www.indicazioninazionali.it/>
- Vannini, I. (2019). *La qualità nella didattica: metodologie e strumenti di progettazione e valutazione*. Trento: Edizioni Centro Studi Erickson.
- William, D., & Thompson, M. (2007). Integrating assessment with instruction: What will it take to make it work? In C. A. Dwyer (Ed.), *The future of assessment: Shaping teaching and learning* (pp. 53–82). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica*. Milano: Springer.