

# Riflessioni per la progettazione di un laboratorio di matematica

**Antonella Castellini**  
I.C. 1 Poggibonsi (SI)

E-mail: antocastellini@gmail.com

**Camilla Spagnolo**  
Libera Università di Bolzano

E-mail: Camilla.Spagnolo@unibz.it

**Abstract.** In questo contributo vengono presentate Linee Guida per la progettazione di attività laboratoriali di matematica nell’ottica delle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo. La progettazione ha coinvolto insegnanti e ricercatori, con lo scopo di mettere in luce quanto sia fondamentale la loro collaborazione per un’effettiva ricaduta dei risultati della ricerca sulla realtà scolastica educativa, nell’ambito di un percorso di ricerca-formazione.

## 1. Introduzione

In questo contributo presentiamo alcune riflessioni sulla progettazione di attività laboratoriali in matematica.

Il laboratorio di matematica per noi è un obiettivo, in particolare lo è quello di imparare a *progettare* laboratori di matematica. Il laboratorio di matematica per noi è anche uno strumento, in particolare si tratta dello strumento scelto per confrontarsi: la progettazione di un laboratorio non ha come obiettivo la produzione di materiale didattico, ma è anche soprattutto una chiave per riflettere in profondità su cosa vuol dire insegnare e apprendere. Si tratta di uno strumento per far emergere convinzioni di allievi e insegnanti e acquisire strumenti per superare tali convinzioni.

Cerchiamo di dare alla progettazione di queste attività laboratoriali una *funzione maieutica*, ovvero quella di far emergere convinzioni, atteggiamenti, e credenze sul fare matematica e sull’insegnare matematica e una *funzione ermeneutica*, ovvero quella di imparare a interpretare quello che si fa e quello che fanno gli allievi. Per poterlo fare ci appoggiamo all’idea di laboratorio di matematica.

Esistono discipline come la biologia, la chimica e la fisica, che da sempre sono state affiancate dal laboratorio come luogo in cui fare ricerca, e poi esistono discipline teoriche come la matematica. Émile Borel, un grande matematico del secolo scorso, pensava ai laboratori di matematica come a dei luoghi che servivano per far capire cos’è realmente la matematica e qual è il ruolo della matematica:

“Pour amener, non seulement les élèves, mais aussi les professeurs, mais surtout l’esprit public à une notion plus exacte de ce que sont les Mathématiques et du rôle qu’elles jouent réellement dans la vie moderne, il sera nécessaire de faire plus et de créer de vrais laboratoires de mathématiques”<sup>1</sup>. (Borel, 1904)

Spesso si pensa al laboratorio coi nostri allievi come un modo attraverso il quale facilitare l’acquisizione di contenuti. Facilitare la comprensione di contenuti è uno degli scopi, ma fin dall’inizio quest’idea di laboratorio era legata al fatto di capire che cosa fosse fondamentalmente la matematica. In particolare riflettiamo sul ruolo maieutico ed ermeneutico per riflettere in profondità su cosa voglia dire insegnare e apprendere la matematica; l’obiettivo è quello di far emergere le convinzioni di insegnanti e allievi per portare questa consapevolezza nella progettazione.

Il laboratorio è il luogo dove cerchiamo di mettere in luce cos’è la matematica, che ruolo ha la matematica. Non si tratta di un luogo fisico per forza diverso dalla classe (Emma Castelnuovo, 1963). Emma Castel-

---

<sup>1</sup> “Per portare non solo gli studenti, ma anche gli insegnanti, ma soprattutto l’opinione pubblica a una concezione più accurata di ciò che è la matematica e del ruolo che essa svolge realmente nella vita moderna, sarà necessario fare di più e creare veri e propri laboratori matematici”. Traduzione a cura degli autori.

nuovo (2008) specifica come la classe possa essere il luogo per un laboratorio di matematica, come siano fondamentali le attività che avvengono in classe, le attività di interazione tra l'allievo e il docente, tra gli allievi, che hanno come obiettivo fondamentale la costruzione del significato degli oggetti matematici, non tanto l'apprendimento di una certa abilità.

L'apprendimento è un risultato naturale, ma non è la finalità primaria del laboratorio. Ciò che caratterizza il laboratorio è che attraverso la sua attività, lo studente arrivi alla costruzione del significato degli oggetti matematici coinvolti. I grandi divulgatori Richard Courant e Herbert Robbins (1950) ci dicono:

Che cos'è la matematica? Non è la filosofia, ma l'esperienza attiva che sola può rispondere alla domanda: che cos'è la matematica? (Courant, & Robbins, 1950)<sup>2</sup>.

La matematica non è dunque filosofia e nemmeno storia. Per rispondere alla domanda “Che cos'è la matematica?” non ci si può limitare ad ascoltare la matematica o a guardare la matematica. La matematica è soltanto il *fare* matematica. E questo, fondamentalmente, è il nostro focus, il nostro laboratorio.

In questa prospettiva, il compito dell'insegnante diviene più variegato e complesso; in classe egli deve assumere consapevolmente un'ampia gamma di ruoli (ascoltatore, orchestratore di discussioni, mediatore, modello, attivatore di atteggiamenti metacognitivi, ...), deve attuare una didattica che consenta l'affermarsi di un'autentica attività matematica socialmente condivisa, dando spazio agli aspetti meta cognitivi e grande attenzione alle strutture linguistiche (Bolondi et al., 2021; Spagnolo et al., 2022).

Le considerazioni sviluppate dagli autori hanno portato allo sviluppo di Linee Guida per la progettazione di attività laboratoriali in matematica con l'obiettivo far assumere al docente un ruolo consapevole durante la progettazione. Tali Linee Guida sono state pensate all'interno di un percorso di ricerca-formazione che ha coinvolto 6 ricercatori e 64 insegnanti (di scuola primaria e secondaria di primo grado).

## 2. Il Laboratorio di matematica da un punto di vista istituzionale

Elemento chiave del percorso di formazione di ciascuno studente per l'apprendimento della matematica è il *laboratorio di matematica* (Arzarello et al., 2013; Bolondi, 2006; Brousseau, 1986).

“In matematica [...] è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive” (MIUR, 2012, p.50).

Il docente deve pianificare percorsi idonei a promuovere le costruzioni matematiche degli studenti, deve creare un ambiente che favorisca l'esplorazione e la formulazione di congetture, deve facilitare l'interazione e la condivisione delle idee. In base alle questioni matematiche che si pongono, egli deve anche prevedere possibili processi di pensiero degli studenti e loro reazioni a particolari domande; deve anche fronteggiare sviluppi del discorso matematico che divergono da quello previsto.

Si tende spesso a percepire il laboratorio di matematica in contrapposizione alla lezione frontale e trasmissiva; questo soprattutto dall'uscita della proposta UMI – CIIM sul curricolo verticale in matematica, che si è tradotta in matematica 2001, matematica 2003 e matematica 2004. Proprio in questi materiali si trova un'altra definizione di laboratorio che vogliamo prendere in considerazione:

“Il laboratorio di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe; è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla **costruzione di significati** degli «oggetti» **matematici**. Il laboratorio, quindi, **coinvolge persone** (studenti e insegnanti), **strutture** (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), **idee** (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).”<sup>3</sup> (CIIM, 2001)

Se nelle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo il laboratorio è centrato sull'alunno, in questa accezione si pone principalmente il focus sulla costruzione dei significati. Dunque non ci si riferisce al solo alunno ma anche al docente, come altro soggetto fondamentale. Ecco che si cominciano ad evidenziare meglio le caratteristiche del laboratorio che noi riteniamo esserne rappresentative: alunno attivo, costruzione di significati, attività pregnanti e motivanti che permettano l'interazione fra i soggetti coinvolti, ovvero tra pari o con il docente.

Il laboratorio non è quindi solo fare, ma fare pensando, ponendosi domande, discutendo, provando e verificando. Dunque gli strumenti possono essere di qualunque tipo (dal materiale più povero, al software più in-

---

<sup>2</sup> Traduzione di Bruno D'Amore e Giorgio Bolondi in *La matematica non serve a nulla* (2021).

<sup>3</sup> Grassetto degli autori.

novativo), ma quello che conta è l'uso che se ne fa come mediatori didattici nel processo di insegnamento-apprendimento.

Quello che riteniamo sia di estrema importanza è rimodulare i tempi del proprio lavoro in classe. Emma Castelnuovo (1963) diceva “lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo” pensando ad una didattica volta alla costruzione di significati e quindi legata all'esperienza, ai sensi ma anche allo sviluppo del livello di astrazione e di costruzione di un linguaggio. In pratica una didattica attenta ai bisogni dell'allievo e alle interazioni di classe. Proprio grazie alle dinamiche di comunicazione e di condivisione tra gli alunni, assume un ruolo principe nel laboratorio la “discussione matematica” che può svilupparsi in più momenti: nella lettura e interpretazione di un testo, nella proposta e analisi delle varie di strategie e anche nel controllo delle soluzioni. Nel laboratorio si usano le mani e il corpo, si opera con oggetti concreti, si usano tecniche e strumenti, si misura e si documenta. Nel laboratorio si discute con i compagni di lavoro e con l'insegnante sull'interpretazione di quello che accade, si progettano azioni e attività di gruppo, si comunica con altri.

In questo senso, quello che soprattutto contraddistingue il laboratorio sono l'atteggiamento e il modo di pensare e di operare, più che la presenza di attrezzature e strumenti.

### **3. Alcune caratteristiche per la progettazione di una buona attività laboratoriale**

Progettare una *buona* attività laboratoriale è un grosso investimento di tempo e di energie per ogni insegnante. È un investimento di tempo che ha per obiettivo non tanto l'acquisizione di una certa nozione o di una certa abilità (perché forse per acquisire *quell'*abilità o *quella* nozione è più rapido un metodo frontale), ma l'acquisizione di metodo e di una mentalità ed è un investimento perché se l'allievo le acquisisce successivamente sa imparare da solo, *autonomamente*.

Dunque ha senso pensare al laboratorio come un investimento, e ora pensiamo a come calarlo nel concreto del lavoro che un insegnante fa quotidianamente. Come abbiamo già esplicitato nel paragrafo precedente, fare attività laboratoriali è spesso interpretato in opposizione alla didattica tradizionale-frontale-trasmissiva e questo porta alcuni docenti a inserire in modo del tutto estemporaneo attività (quasi sempre esclusivamente con uso di materiali) nel loro percorso didattico e a definirle laboratorio. Altre volte invece vengono proposte attività in linea con il percorso, ma completamente guidate dall'insegnante; di conseguenza manca completamente la scoperta, la discussione, la riflessione e dunque la costruzione di significato dell'oggetto matematico in questione. L'insegnante tende per consuetudine a impostare *situazioni didattiche* dichiarando che cosa si deve fare, dire, come si deve risolvere, ecc.

Fare attività laboratoriali invece richiede al docente la capacità di gestire situazioni a-didattiche che a loro volta richiedono “*coraggio, una grande professionalità, molta pazienza e capacità di osservazione*” (Sbaragli, 2011). Nel contempo la situazione a-didattica chiede all'alunno di farsi carico delle proprie responsabilità ovvero di fare congetture, discutere, scoprire, risolvere, validare e socializzare le proprie scoperte. Lo studente sa che lo scopo dell'attività è di apprendimento di qualche cosa, ma non sa quale sia il sapere matematico in gioco.

Riassumiamo ora alcuni punti fondamentali per lo sviluppo di una *buona* attività laboratoriale in matematica (Bolondi, 2006).

La prima cosa da tenere a mente è che si “entra” in laboratorio perché si vuole capire qualcosa; può essere una domanda, una situazione da osservare o da analizzare. In questo entra anche la motivazione dello studente, che *vuole* risolvere l'attività laboratoriale.

Si parte dal problema (nel senso di Zan, 2017), non dalla soluzione (la soluzione del problema scelto può essere qualunque cosa che vogliamo che i nostri ragazzi imparino), ma il nostro punto di partenza è la domanda a cui quella soluzione fornisce una risposta. Il punto di partenza è la domanda, l'allievo non sa a priori cosa gli servirà per arrivare alla soluzione (gli studenti devono essere pronti a usare tutti i propri saperi espliciti; stimolati ad esplicitare), perché se glielo diciamo gli togliamo il gusto della scoperta e la possibilità di apprendere in profondità.

Il lavoro non è mai solo individuale, deve esserci comunicazione. C'è interazione in verticale tra allievo e insegnante e in orizzontale tra gli allievi; inoltre si può uscire dai confini della classe. Una delle più grandi soddisfazioni che un insegnante può avere è quando uno dei suoi allievi vuole insegnare ad altri quello che ha imparato; e questa interazione con *altri* è fondamentale nel laboratorio.

Inoltre non c'è demarcazione netta fra teoria e pratica: ogni osservazione fatta può generare un'altra idea e tutto quello che viene fatto ha un senso, in particolare gli *errori*. Gli errori hanno una funzione fondamentale e non solo gli errori degli allievi, ma anche gli errori degli insegnanti (perché anche un insegnante può

sbagliare e non c'è niente di male nell'ammetterlo). Alexander Grothendieck (Scharlau, 2008) diceva che quando cercava di capire qualcosa si muoveva come nella nebbia: gli sembrava di vedere qualcosa, lo vedeva, lo scriveva e istituzionalizzava quello che gli sembrava di aver capito. Prima provava a scriverlo, poi provava a scriverlo in ordine, cioè a togliendo la nebbia.

In questo senso in un'attività laboratoriale c'è fusione tra fantasia e metodo. L'apprendimento deve sviluppare capacità di problem solving, ricreando continuamente le conoscenze fino a trasformarle così in competenze. Nel laboratorio l'alunno sperimenta una forma di apprendimento per scoperta e deve trovare nelle sue conoscenze e nella sua motivazione ad apprendere la forza per acquisire nuovi concetti.

Dunque, quali sono i *principi di azione dell'insegnante*? Sicuramente deve conoscere in profondità i contenuti che affronta e deve riuscire a tradurli in obiettivi concreti di apprendimento.

Quindi all'inizio della progettazione di un'attività laboratoriale si definiscono gli obiettivi di apprendimento. Non è l'unico scopo del laboratorio, però si tratta di un'operazione preliminare indispensabile: si devono pianificare delle sequenze didattiche. Naturalmente le cose possono andare diversamente: gli inconvenienti, le domande degli allievi e le dinamiche di classe non si possono sempre prevedere e quindi ogni insegnante deve ri-costruire e ri-pianificare la sequenza. Per fare questo la progettazione deve sempre partire dalle azioni degli studenti, dalle loro domande, dagli esperimenti che fanno e da quello che loro rappresentano e/o disegnano.

#### 4. Un esempio e un controesempio di attività laboratoriale

In questa sezione vogliamo descrivere un esempio di attività laboratoriale e un controesempio. Sia nel primo, che nel secondo caso si tratta di attività in cui avviene una manipolazione (agli studenti si chiede di "lavorare con le mani"), ma il modo di condurre le attività è completamente diverso. Vogliamo porre l'attenzione su come il modo di condurre un'attività, la possa trasformare completamente.

##### 4.1. Esempio di attività laboratoriale

La prima attività è in ambito numerico. Si chiede di prendere un foglio, di piegarlo come un libro e di numerare le pagine. Lasciamo che gli alunni facciano le loro osservazioni e che si confrontino: quali numeri compaiono nelle facciate? Quanto vale la loro somma su una faccia? Quanto vale la loro somma in totale? Chiediamo di ripetere la procedura con due fogli: piegare i due fogli per formare un libro con 4 pagine. Lasciamo gli studenti liberi di ripetere le loro osservazioni, simili alle precedenti. Dalla discussione tra gli studenti nasce una domanda: "Cosa succeder se prendo 3 fogli?". Gli studenti fanno delle ipotesi e poi le verificano osservando delle regolarità. Il docente può seguire la discussione che scaturisce dall'analisi incentivando gli alunni a porsi domande e a fare ulteriori verifiche. Nasce dagli studenti necessità di tabulare i dati. Il ruolo dell'insegnante non è quello di suggerire cosa monitorare e/o cosa inserire in tabella, ma è quello di ascoltare le proposte degli allievi per poi unirle in una tabella comune per tutti (Tabella 1).

Numero di fogli	Numero di pagine	Coppia di numeri sulla stessa faccia	Somma dei due numeri sulla stessa faccia	Somma di tutti i numeri che sono sulle pagine
1	4 $4 \times 1$	1-4 2-3	5 $4 + 1$	$1+2+3+4= 10$ $5 \times 2$
2	8 $4 \times 2$	1-8 2-7 3-6 4-5	9 $8 + 1$	$1+2+3+...+8= 36$ $9 \times 4$
3	12 $4 \times 3$	1-12 2-11 3-10.....	13 $12 + 1$	$1+2+3+...+12=78$ $13 \times 6$
.....	.....	.....	.....	.....
n	$4n$	1;n 2;n-1 ...	$4n + 1$	$(4n + 1) \cdot 2n$

**Tabella 1.** Tabella riassuntiva del primo esempio di attività laboratoriale.

L'osservazione porterà alla luce in modo chiaro le regolarità e si lascerà gli alunni discutere per ricercare una *legge* in grado di rispondere alle domande nate precedentemente, fino al caso generico di un numero  $n$  di fogli. L'attività laboratoriale consente agli allievi di partire da alcune osservazioni in ambito numerico e generalizzare in modo algebrico attraverso un'attività per scoperta, dove il ruolo del docente è quello di facilitatore, di mediatore, di colui che gestisce l'errore in modo costruttivo facendo nascere domande, che non interviene direttamente per dare conferme e per suggerire risposte.

#### *4.2. Controesempio di attività laboratoriale*

La seconda attività è di ambito geometrico e inizia con il dichiarare che il punto di arrivo dell'attività sarà il teorema di Pitagora. La fase successiva è una costruzione geometrica completamente esplicitata dal docente che chiede prima di disegnare, poi di ritagliare e infine di incollare in una certa posizione i pezzi ottenuti. Al termine il docente propone agli alunni di fare un confronto tra le aree libere prima del ritaglio e dopo il ritaglio e l'incollaggio. Dalla loro uguaglianza viene scritta la relazione Pitagorica. L'attività è manuale, ma il docente interviene indicando cosa fare, come posizionare, cosa confrontare per poi passare a esplicitare lui stesso la relazione.

Le due modalità risultano sul piano metodologico completamente diverse. Nella prima l'alunno ha un ruolo attivo di riflessione, di analisi, di controllo mentre nella seconda opera sotto la direzione costante del docente e svolge quindi un ruolo passivo, anche se opera con modelli e materiali.

### **5. Linee Guida per la progettazione di attività laboratoriali in matematica**

Il contributo raccoglie alcune riflessioni che hanno portato allo sviluppo di Linee Guida per la progettazione di attività laboratoriali in matematica. La progettazione di attività laboratoriali è avvenuta attraverso il continuo confronto tra ricercatori, insegnanti di scuola primaria e insegnanti di scuola secondaria di primo grado.

Confrontarsi tra insegnanti di segmenti scolastici diversi è un aspetto fondamentale della progettazione: questi insegnanti parlano lingue diverse, hanno percorsi formativi differenti alle spalle, quotidianamente si interfacciano con allievi in situazioni di sviluppo cognitivo profondamente diverso e utilizzano materiali diversi. Questo tipo di confronto è stato uno degli strumenti fondamentali per far emergere convinzioni e atteggiamenti di insegnanti e allievi, per riflettere e interpretare il comportamento di insegnanti e allievi. In particolare interpretare le funzioni e i ruoli di questi materiali, di queste esperienze diverse che allievi di scuola primaria e secondaria fanno.

Le Linee guida sono di seguito riportate in Figura 1, 2, 3 e 4.

## Linee guida

*Queste Linee Guida sono una traccia per la raccolta, durante i diversi incontri, dei diversi elementi che serviranno poi per descrivere e documentare il percorso creato. Non vanno utilizzate come uno schema rigido ma come una traccia, una serie di suggerimenti per il lavoro.*

*Le diverse sezioni potranno diventare le sezioni in cui si articolerà la descrizione finale del prodotto del lavoro del gruppo.*

<b>Tema a cui si riferisce il percorso</b>	
<b>Autori</b>	
<b>Grado/i scolastico/i</b>	
<b>Tempistiche di svolgimento del percorso</b>	

### Scheda generale

Descrizione generale del percorso e dell'obiettivo finale.

*Nb: i gruppi sono costruiti "in verticale", sia per rispettare una caratteristica fondamentale dell'impostazione didattica e metodologica delle Indicazioni Nazionali, sia per arricchire la discussione e la riflessione dei partecipanti con prospettive diverse. È quindi naturale che sul tema a cui si riferisce il percorso il gruppo possa progettare (almeno) due nuclei di attività, uno per la scuola primaria e uno per la secondaria. Sarà proprio il collegamento tra le diverse attività sullo stesso nucleo in termini di*

- *materiali (è ipotizzabile utilizzare gli stessi materiali?)*
- *linguaggio (che differenze ci sono nel linguaggio di insegnanti, allievi, libri di testo, ecc.)*
- *livello di formalizzazione (quali definizioni formali vengono dati nei diversi livelli?)*
- *uso dei simboli (sono gli stessi? se ne introducono di nuovi?)*
- *strumenti di valutazione (quali strumenti di valutazione vengono utilizzati? Sono coerenti?)*

*che servirà come materia di discussione e riflessione.*

→ Richiesta di esplicitazione dei contenuti in verticale primaria-secondaria.

### Riferimenti alle Indicazioni Nazionali

Il percorso deve svilupparsi in riferimento ad almeno un traguardo e un obiettivo delle Indicazioni Nazionali del primo ciclo d'istruzione (2012). Le attività pensate per la scuola primaria faranno riferimento agli OB-3 o OB-5 e ai TP, quelle per la scuola secondaria di primo grado agli OB-8 e ai TS. Se utile, si possono inserire anche riferimenti ai traguardi in uscita della scuola dell'infanzia.

**Figura 1.** Prima parte delle Linee guida per la progettazione di attività laboratoriali.

### **Fasi di lavoro**

*Questa sezione va sviluppata per ognuna delle attività proposte.*

*Le fasi possono essere relative alle attività degli allievi, ai momenti di discussione e riflessione, agli interventi dell'insegnante. Ogni fase va brevemente descritta. La sequenza delle fasi costituisce il copione, lo “script” dell'attività.*

*La lista che segue, ovviamente, non presenta un ordine determinato delle fasi e non è esaustiva dei possibili momenti in cui si può articolare una attività. Una singola fase può anche ripetersi più volte nel corso dell'attività.*

*Esempi di possibili fasi:*

Introduzione all'attività  
Presentazione della situazione  
Brain storming introduttivo  
Presentazione del problema  
Analisi/esplorazione individuale  
Analisi/esplorazione a piccoli gruppi  
Analisi/esplorazione a livello di classe  
Riflessione individuale  
Condivisione e confronto delle riflessioni individuali  
Riflessione collettiva  
Feedback dell'insegnante  
Manipolazione dei materiali  
Verifica delle congetture  
Valutazione in itinere  
Istituzionalizzazione  
Proposta di nuovi stimoli  
Variazione della situazione di partenza

**Figura 2.** Seconda parte delle Linee guida per la progettazione di attività laboratoriali.

*In particolare occorre curare:*

- **Introduzione al percorso**  
Descrizione della fase introduttiva.
- **Fase/i di riflessione individuale**  
Devono sempre essere presenti dei momenti nel percorso in cui avviene una riflessione individuale: specificare come avviare una riflessione individuale e come l'insegnante può promuoverla.  
Il lavoro di gruppo può essere pensato come proposta precedente o successiva a questa fase; ad esempio, può servire come motore per una successiva elaborazione individuale oppure per condividere e discutere delle riflessioni individuali fatte in precedenza.
- **Fase/i di riflessione collettiva in piccoli gruppi o nel gruppo classe**  
Specificare come viene organizzata la discussione collettiva.  
L'organizzazione della discussione può essere articolata in più fasi di lavoro (gruppi all'inizio, durante o al termine dell'attività; gruppi assegnati o gruppi liberi...)  
Specificare
  - ✓ *Chi?* (Confronto a gruppi o classe-insegnante)
  - ✓ *Quando?* (Può essere articolata in più momenti o più fasi di lavoro, non deve essere necessariamente una fase)
  - ✓ *Come?* (A voce, un padlet, presentando dei lavori in ppt, brainstorming o soluzione della situazione problematica...)

**Figura 3.** Terza parte delle Linee guida per la progettazione di attività laboratoriali.

**Indicazioni metodologiche**

*Suggerimenti, basati anche sulla sperimentazione in classe, che pensate di poter condividere con colleghi che volessero realizzare il percorso con i propri allievi*

**La dimensione linguistica**

*In che modo siete intervenuti\* sulla dimensione linguistica (es: fornendo materiali semplificati, curando l'esposizione orale)? Perché? Quali sono, secondo voi, i principali effetti che deriveranno dalle scelte che avete operato nell'ambito della dimensione linguistica?*

**Eventuali difficoltà incontrate/imprevisti anche positivi**

*Che cosa non è andato come vi aspettavate? Che cosa vi ha sorpreso positivamente? Ci sono state differenze tra le diverse classi/insegnanti che hanno realizzato le attività con le proprie classi? Ci sono stati dei momenti dell'attività in cui è stata favorita l'inclusione e la partecipazione di tutti gli allievi?*

**Valutazione**

*Con il termine valutazione ci riferiamo a tutti gli aspetti peculiari di questo processo. Essa include la valutazione formativa-sommativa del processo di insegnamento-apprendimento degli allievi ma anche la valutazione del percorso progettato: delle scelte metodologiche, contenutistiche, ... che avete fatto nella progettazione, dei feedback che avete ricevuto dai tutor, dai docenti del corso, dai colleghi con cui avete collaborato, ...*

*In particolare, in riferimento agli obiettivi specifici del percorso è opportuno proporre le modalità attraverso cui si può fare una valutazione sommativa.*

**Conclusioni/output**

*Cosa rimane all'insegnante, cosa rimane alla classe, cosa rimane ai singoli allievi, come prodotto del laboratorio?*

**Approfondimenti (inter-)disciplinari - Spunti per altre attività con gli studenti**

*In quali situazioni successive, anche di altre discipline, potrete riprendere elementi da questa attività?*

**Documentazione e materiali**

**Eventuale Bibliografia e sitografia**

**Figura 4.** Quarta parte delle Linee guida per la progettazione di attività laboratoriali.

La prima domanda che ciascun insegnante dovrebbe farsi è “L’attività che sto progettando, in quale modo fa fare matematica agli allievi?”. La matematica tocca la nostra classe, i nostri allievi. Magari tocca dei cartoncini, tocca degli elastici, tocca dei fogli di carta, tocca degli strumenti come il compasso, tocca una calcolatrice, tocca degli oggetti fisici... e noi sappiamo che soprattutto con i bambini questo ha una funzione fondamentale. In questo toccare questi oggetti fisici, in questo muovere le mani, gli occhi, i nostri allievi toccano anche qualche matematica, o meglio qualche cosa di matematica. Quale matematica stanno toccando gli allievi in questa attività laboratoriale? Per Emma Castelnuovo (1963) questo toccare era il primo passo per il capire.

Nel momento in cui iniziamo a impegnare le mani e gli occhi nel comprendere una situazione, si inizia a costruire un’intuizione e sarà quest’intuizione che permetterà di capire e formalizzare. Il senso più profondo di un laboratorio di matematica forse è proprio questo: far scaturire in modo naturale da una situazione, da un esperimento, da una costruzione, da un gioco, da una scoperta che nasce mentre faccio matematica, la curiosità che porta a formare questa intuizione mentale della struttura di una situazione.

Come passano gli allievi dall’esplorazione dell’attività laboratoriale a una formalizzazione matematica? In tutto questo si inserisce il ruolo insegnante. L’allievo deve arrivare a riorganizzare ed esplicitare quello che è stato compreso e appreso, questo è il passaggio fondamentale. Difficilmente un allievo riesce a farlo da solo, tutto questo avviene sotto la guida dell’insegnante.

## 6. Conclusioni

Progettare un laboratorio di matematica significa progettare situazioni in cui gli allievi hanno un ruolo costruttivo e non riproduttivo, ruolo che richiede necessariamente dei momenti di riflessione che nascono dal confronto con gli altri. Il docente quindi deve svolgere un lavoro “preparatorio” che è fondamentale per favo-



rire una vera e significativa appropriazione dei concetti matematici. Una progettazione che deve contenere un'analisi a priori che tenga conto di ostacoli e conflitti cognitivi possibili ma che, al contempo, abbia forti caratteristiche di flessibilità che derivano proprio dalla continua interazione con gli studenti; in effetti una delle caratteristiche del laboratorio è la libertà di compiere errori e di trarre da essi insegnamenti e motivazione. Nelle Linee guida che abbiamo proposto, trovano la giusta collocazione tutti gli elementi che abbiamo individuato come caratterizzanti il laboratorio di matematica e pensiamo che possano essere utili per suggerire ai docenti momenti di riflessione e di revisione della propria azione didattica.

### **Ringraziamenti**

Si ringraziano tutti gli insegnanti e i ricercatori che hanno contribuito alla realizzazione del percorso di ricerca-formazione.

### **Riferimenti bibliografici**

Arzarello, F., Bussi, M. B., & Bazzini, L. (2013). Emma Castelnuovo e la ricerca in didattica della matematica in Italia: alcune riflessioni.

Bolondi, G. (2006). Metodologia e didattica: il laboratorio. *Rassegna*, 29, 59-63.

Bolondi, G., & D'Amore, B. (2021). La matematica non serve a nulla. *Terme (Bo)*, 5, 7-10.

Bolondi, G., Ferretti, F., Spagnolo, C. (2021) Argomentare in Matematica. Analisi di protocolli di studenti su catene di quesiti INVALSI proposti in diversi gradi scolastici. *I DATI INVALSI: UNO STRUMENTO PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE TRASVERSALI*.

Borel, É. (1904). Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire. *Impr. nationale*.

Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7, 2, 33- 115.

Castelnuovo, E. (1963). Didattica della Matematica. Firenze: *La Nuova Italia*.

Castelnuovo, E. (2008). *L'Officina Matematica*. Bari: Edizioni La Meridiana.

CIIM (a cura di) (2001). *Matematica 2001, Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media)*. UMI-CIIM.

Courant, R., & Robbins, H. (1950). Che cos'è la matematica? *Einaudi*.

MIUR (2012). *Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Roma: MIUR.

Sbaragli, S. (2011). Le competenze nell'ambito della matematica. *Difficoltà in matematica*, 7(2), 143-156.

Scharlau, W. (2008). Who is Alexander Grothendieck. *Notices of the AMS*, 55(8), 930-941.

Spagnolo, C., Giglio, R., Tiralongo, S., & Bolondi, G. (2022). Formative assessment in LDL workshop activities: Engaging teachers in a training program. In *International Conference on Computer Supported Education* (pp. 560-576). Springer Science and Business Media Deutschland GmbH, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-14756-2\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-031-14756-2_27)

Zan, R. (2017). Il ruolo cruciale del pensiero narrativo nella comprensione dei problemi. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 2, 46–57. <https://doi.org/10.33683/ddm.17.2.3>