“Quaderni di Ricerca in Didattica”, Numero speciale n. 11, 2023
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

Il laboratorio di matematica come mezzo per realizzare un curricolo a spirale

Andrea Maffia
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

E-mail: andrea.maffia@unibo.it

Abstract. A partire dalla riflessione personale dell’autore, si introducono alcuni ‘perché’ del laboratorio di matematica come metodologia di insegnamento/apprendimento. In particolare, si proporrà il laboratorio come strumento principe per realizzare quello che Bruner ha definito ‘curricolo a spirale’. Partendo da queste premesse, si argomenterà che il laboratorio, pur presentando alcune difficoltà di tipo organizzativo, presenta grossi vantaggi in termine di permanenza a lungo termine degli apprendimenti e di inclusività. A parere dell’autore, i vantaggi superano largamente le difficoltà che si possono incontrare nel realizzare il laboratorio.

1. Introduzione

Per vari anni ho lavorato in modo parallelo come insegnante (nella scuola secondaria di primo grado) e come ricercatore in didattica della matematica. Conoscendo la letteratura di ricerca, sono sempre stato convinto dell’importanza di un approccio laboratoriale all’insegnamento della matematica; d’altro canto, lavorando a scuola, ho anche conosciuto le molte difficoltà concrete che si possono incontrare nel realizzarlo regolarmente. Nonostante queste questioni pratiche, ho comunque sempre deciso di provarci per molti motivi. In questo contributo cercherò di esplicitare alcuni di questi motivi tentando di esplicitare come si leghino alla mia esperienza personale di insegnante, da una parte, e alla mia conoscenza della letteratura didattica e pedagogica, dall’altra.

Quando si vuole motivare qualcuno che non ha ancora mai provato a portare il laboratorio in classe a farlo, si può facilmente fare appello a fonti autorevoli: lo suggerisce la CIIM (la Commissione Italiana per l’Insegnamento della Matematica dell’Unione Matematica Italiana) nel documento Matematica 2001 (CIIM, 2001); lo hanno recepito le Indicazioni Nazionali per il primo ciclo d’istruzione (MIUR, 2012). Una prima motivazione, non particolarmente profonda, per fare il laboratorio è quindi “si fa perché si deve fare”. Tuttavia, accontentarsi di questa motivazione sarebbe assecondare quel tipo di comportamento che hanno i nostri allievi quando, dopo che ci siamo sforzati moltissimo per far capire loro il senso della matematica che stiamo introducendo, ci chiedono “sì prof, ma la formula qual è?”. Sarebbe come dire “l’area del trapezio si calcola dimezzando il prodotto tra la somma delle basi e l’altezza perché si fa così” invece che insistere per imbastire un laboratorio in cui far notare loro come ricostruire un trapezio a partire da un rettangolo, da un parallelogramma o da un triangolo. Quando andiamo in classe vorremmo che i nostri studenti capissero perché l'area del trapezio si calcola in quel modo e, se è anche vero che la pedagogia e la didattica forse non sono scienze esatte come lo è la matematica, è pur vero che il grosso corpo di ricerca oggi disponibile ci dice perché ha senso che la metodologia laboratoriale compaia nei documenti dell’UMI o del Ministero.

In questo intervento voglio esplicitare e condividere alcuni dei sensi che sono riuscito a fornire a me stesso; vogliono essere spunti di riflessione anche per dar senso al denso lavoro che è presentato negli altri contributi. Chiaramente quello che è scritto nelle prossime pagine non esaurisce le possibilità che ci sono per motivarsi a svolgere il laboratorio e in nessun modo il mio lavoro qui è da considerarsi sistematico. Si tratta di riflessioni personali fortemente condizionate dalla mia visione della scuola e come tali vanno considerate. Prima di iniziare ad elencare motivazioni, dovrò quindi rendere esplicita la visione da cui parto, in modo che il lettore possa relativizzare quanto verrà poi presentato.

2. Il curriculum a spirale

Lo psicologo Jerome Bruner ha dato moltissimi contributi alla psicologia dell’educazione, tra questi ce n’è uno particolarmente noto, l’idea di curriculum a spirale. Con *curricolo a spirale* si intende un’organizzazione dei contenuti d’insegnamento tale che ogni nuovo concetto venga introdotto presto, in modo intuitivo, il che significa che lo si aggancia all’esperienza di vita del bambino o del ragazzo. Dopo questa prima introduzione, nel corso degli anni, si tornerà a trattare quello stesso contenuto ciclicamente, con un approccio che diverrà di volta in volta sempre più formale, ma in modo graduale. Dice Bruner (2001, p. 33):

Proposi l'idea di un curriculum a spirale, l'idea cioè che nell'insegnamento di un argomento si debba partire da una spiegazione intuitiva che sia pienamente alla portata dello studente, per poi risalire con moto circolare a una spiegazione più formale e più strutturata, finché, con tutti i passaggi che possono risultare necessari, l'allievo abbia capito l'argomento o la materia in tutto il suo potere generativo.

Appare particolarmente interessata l'espressione "tutti i passaggi [...] necessari" che sembra suggerire che sia possibile che ce ne vogliano molti, ma che non si debba esimersi dal ritornare più e più volte affinché ciascun allievo possa aver fatto proprio quell'argomento. Bruner non si ferma però al singolo contenuto, ma aggiunge che lo scopo è quello che l'allievo noti il potere generativo della disciplina stessa, la matematica nel nostro caso. In matematica potrebbe essere particolarmente facile notare il potere generativo dei nuovi concetti introdotti, forse ancor più che in altre discipline. Di fatto, già nell'esperienza scolastica non è difficile notare come gli oggetti matematici siano in relazione tra loro, come dopo aver introdotto una nuova operazione aritmetica la si possa mettere in relazione con le altre, come le proprietà dei triangoli siano in relazione con quelle dei quadrilateri o degli altri poligoni, e così via. La fitta rete di relazioni tra gli oggetti della matematica e la progressività nel loro apprendimento ritornano anche nelle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012, p. 49) che ci dicono che:

La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico.

Questo sembra essere perfettamente in linea con quello che diceva Bruner e sicuramente tale allineamento tra ricerca psico-pedagogica e normativa non è un caso, tant'è che troviamo riferimenti ad altri aspetti della teoria di Bruner (per esempio il riferimento alla negoziazione dei significati). Quando mettiamo in fila le parole che introducono la sezione delle Indicazioni Nazionali relativa alla matematica, si ha proprio la sensazione che si parta dalla premessa che l'apprendimento della matematica non possa che avvenire in un processo a spirale e, contemporaneamente, che il laboratorio di matematica venga proposto come strumento principe per poterlo realizzare. Abbiamo così una prima motivazione (a mio avviso una delle più convincenti) per fare laboratorio in classe: permette di realizzare quell'apprendimento progressivo che molti ricercatori hanno evidenziato come necessario. Per chiarire meglio cosa io intenda, userò la prossima sezione per fare un esempio.

3. L'esempio del cerchio

Al fine di illustrare in che modo il laboratorio di matematica possa essere strumento principe per realizzare il curricolo a spirale, sfrutterò l'esempio del cerchio e della circonferenza. Lo studio delle proprietà della circonferenza è spesso relegato all'ultimo anno della scuola secondaria di primo grado, ovvero al termine del primo ciclo d'istruzione. Prendo spunto da un semplice (ma non banale!) laboratorio proposto da Garuti e Martignone (2010) per sostenere che in realtà ha molto senso parlare di circonferenza e cerchio ben prima. Invito il lettore a provare ad eseguire il laboratorio prima di andare avanti nella lettura. La consegna è quella di costruire, usando solo riga e compasso, un triangolo isoscele con lati di misure a piacere. Eventualmente, questa attività può anche essere svolta utilizzando un ambiente di geometria dinamica, adoprando solo i comandi "Segmento", "Retta" e/o "Compasso" oppure utilizzando le pieghe della carta. In tutti i casi è bene di utilizzare un foglio bianco (o la schermata senza quadrettatura).
Quando si disegna un triangolo isoscele durante un'usuale lezione di matematica, lo si fa sulla lavagna o sul quaderno, generalmente si sfrutta l'ausilio della quadrettatura. Anche i nostri studenti spesso disegnano prima un lato (la cosiddetta base del triangolo isoscele) e l'altezza relativa a quel lato – che nel caso del triangolo isoscele si trova sull'asse della base. Determinata la posizione del terzo vertice, i due "lati obliqui" sono disegnati semplicemente unendo questo ai due estremi della base. Se non abbiamo a disposizione la quadrettatura, ci troviamo forzati a riflettere su altre proprietà del triangolo isoscele e in particolare su cosa significhi essere isoscele: avere *almeno* due lati congruenti. Possiamo sfruttare una circonferenza per far sì che questa proprietà sia garantita e possiamo farlo in modi diversi, come mostrato nella Figura 1 e ben mostrato da Garuti e Martignone (2010).

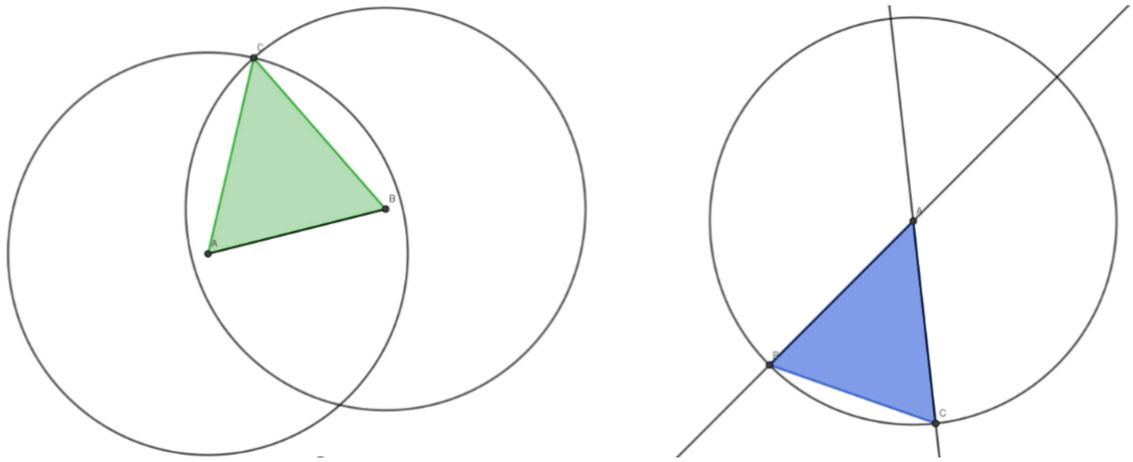

Figura 1. **Due diverse costruzioni geometriche per il triangolo isoscele.**

Nella soluzione mostrata a sinistra della Figura 1, due cerchi di ugual raggio (a piacere) sono stati tracciati. Ciascuno è centrato in uno degli estremi del lato di base. Dato che le due circonferenze hanno lo stesso raggio (e che tutti i raggi di una circonferenza sono uguali tra loro), i punti di intersezione delle circonferenze hanno la stessa distanza dagli estremi del segmento che funge da lato di base del triangolo (AB) e quindi ciascuna delle due intersezioni delle circonferenze è un buon candidato per essere il terzo vertice del nostro triangolo che sarà chiaramente isoscele perché ha due lati che sono raggi delle circonferenze. Questa è forse la soluzione che più comunemente è riportata anche nei libri di Disegno Tecnico per la scuola secondaria. La seconda soluzione (riportata a destra nella Figura 1) sfrutta invece un’unica circonferenza. I due “lati obliqui” del triangolo isoscele corrispondono a due raggi della stessa circonferenza e sono quindi congruenti tra loro. Il triangolo con un vertice nel centro della circonferenza e due vertici sulla circonferenza stessa è necessariamente isoscele.

Possiamo notare che lo studente che cerca di ideare una costruzione per il triangolo isoscele svolge le tipiche azioni che definiscono il laboratorio di matematica: è attivo, elabora delle ipotesi e ne verifica la correttezza, eventualmente confrontando la propria soluzione con quella dei compagni. L’insegnante può intavolare una discussione collettiva in cui le diverse soluzioni sono messe a confronto e i significati matematici che emergono possono essere negoziati. Gli studenti dovranno giustificare perché ritengono che la propria soluzione sia valida e potranno eventualmente trovarsi nella condizione di validare proposte altrui. Se le soluzioni sono come quelle proposte in Figura 1, sarà inevitabile parlare della proprietà della circonferenza e in particolare del fatto che essa è il luogo dei punti equidistanti dal centro. Sicuramente non lo si farà in questi termini, ma usando le parole che i bambini o i ragazzi proporranno. In ogni caso il cerchio sarà il protagonista della discussione. Questo è vero per questa particolare costruzione, ma anche per moltissime altre. Ogni volta che utilizziamo il compasso, l’equidistanza tra il centro e un punto della circonferenza è nascosta dietro il suo uso.

Chiaramente temi diversi possono emergere da un laboratorio come questo se si utilizza la carta quadrettata (e magari si chiede di disegnare un triangolo isoscele che abbia come lato di base un segmento che non giace lungo la quadrettatura) oppure quella isometrica. Ancora diverse saranno le proprietà che emergeranno nel caso della piegatura della carta. Ogni esperienza nasconde possibili contenuti matematici su cui è possibile lavorare ed è bene che l’insegnante selezioni il tipo di esperienza avendo consapevolezza del contenuto matematico su cui vuole lavorare e/o sulle proprietà del triangolo isoscele che vuole far emergere. Se lavoro con la carta, emergerà la simmetria di questo triangolo, se lavoro con il compasso dovrò porre l’accento sulla congruenza di due lati (chiaramente una proprietà implica l’altra).

L’uso del compasso potrebbe essere interessante anche in collegamento al lavoro che viene fatto nelle ore di Disegno Tecnico (nell’insegnamento della Tecnologia) anche in riferimento alla soluzione di altri possibili problemi, come disegnare un triangolo scaleno date le tre misure dei suoi lati. Il ripetuto uso del compasso non è però di per sé garanzia del fatto che gli studenti riescano a notare le proprietà della circonferenza, anzi: è necessario che l’insegnante guidi gli studenti ad esplicitarle e comunicarle. Uso, a titolo di esempio, un’attività che mi ha visto coinvolto come docente e che è riportata in un articolo scritto in collaborazione a Maria Alessandra Mariotti (Mariotti & Maffia, 2022). In quell’articolo analizziamo una discussione fatta con i miei studenti di prima secondaria di primo grado. Avevo proposto loro di lavorare su GeoGebra, disegnando un segmento e individuandone la misura. Poi ho richiesto loro di attivare la traccia di uno dei due estremi del segmento e di provare a muovere il segmento in modo da mantenerne invariata la lunghezza. Chiaramente questo non è esattamente possibile per via dell'alta precisione del software, si ottiene quindi una curva "tremolante" (Figura 2).

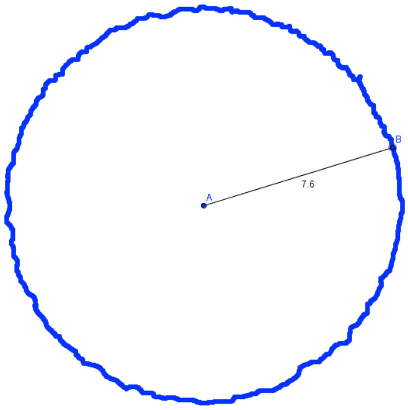

Figura 2. **Traccia di uno degli estremi di un segmento su Geogebra ottenuta muovendolo cercando di mantenere invariata la lunghezza del segmento stesso.**

Nella Figura 2 è rappresentata una curva chiusa, ma molti studenti iniziavano facendo solo piccoli movimenti e io ho chiesto loro, prima di andare avanti, di immaginare quale tipo di linea sarebbe comparso andando avanti nel movimento. Non pochi di loro hanno risposto che avrebbero ottenuto una retta. Il lavoro che abbiamo fatto successivamente ha permesso loro di notare che la loro ipotesi era errata. Stupisce il fatto che dopo anni di matematica e dopo aver usato abbondantemente il compasso nelle ore di Tecnologia, non tutti si siano subito resi conto che avrebbero ottenuto una circonferenza. Ancora più difficile è stato, nel corso della discussione che ne è seguita, notare che quel segmento rappresentava il *raggio* di quella circonferenza – molti ipotizzavano si trattasse del *diametro*. Abbiamo dovuto discutere largamente sul significato di quelle parole che già conoscevano dalla scuola primaria e lavorando insieme siamo arrivati a notare che tutti i raggi della circonferenza sono uguali e quindi tutti i punti del "bordo del cerchio" hanno la stessa distanza dal centro. Si è trattato di un lavoro lungo, ma coinvolgente, in cui gli studenti sono stati attivi: un laboratorio.
Questo è solo un esempio di come si inizia a parlare di circonferenza già nella classe prima della secondaria di primo grado (in realtà già prima!). Si può notare che il cerchio è protagonista di un postulato euclideo e cominciare magari a parlare di chi era Euclide e perché si interessò tanto alla geometria e alle costruzioni geometriche. Quando si inizierà a parlare di angoli, si potrà parlare di angoli al centro e di angoli alla circonferenza; quando si introdurranno i poligoni si potranno esplorare i criteri di inscrivibilità; lavorando sul triangolo rettangolo si potrà notare che "sta dentro" a una semicirconferenza. Approdando alla geometria solida, si potranno studiare le proprietà geometriche dei solidi di rotazione e magari solo alla fine di questo lungo percorso si arriverà a scoprire la bellezza dei numeri irrazionali a partire dall'esempio di pi greco. Non a caso lascio pi greco alla fine di questo elenco: comprendere la natura dei numeri irrazionali richiede una formalizzazione che può arrivare solo dopo aver compreso bene la rappresentazione dei numeri naturali, prima, e dei razionali, poi. Per questo, il calcolo della lunghezza della circonferenza e dell'area del cerchio possono essere temi che effettivamente ha senso trattare solo al termine del primo ciclo d'istruzione. Tuttavia, l'argomento "cerchio" non si limita certo alla sua misura e spero che gli esempi elencati finora servano a passare questo messaggio. Se cominciamo, per esempio, a non considerare solo il calcolo, a valorizzare la geometria come scienza delle relazioni tra le parti delle figure, allora è chiaro che di circonferenza inizieremo a parlarne ben prima della classe terza della secondaria di primo grado. Il cerchio non sarà un oggetto relegato a un solo capitolo, ma continuerà a tornare, anno dopo anno, continuando a stupire con nuove proprietà. Ecco che allora, attraverso continui laboratori, si riuscirà a "scalare" quella spirale che ci condurrà solo alla fine alla formalizzazione attraverso formule e l'introduzione del pi greco. In questo senso, i laboratori ci permettono di lavorare sul cerchio (così come su molti altri contenuti matematici importanti) molto presto. Il vantaggio non è certo l'anticipazione, ma la gradualità che così si riesce a guadagnare. Questo è solo il primo buon 'perché' per fare il laboratorio di matematica; nella prossima sezione ne elencherò altri.

4. Alcuni 'perché' per il laboratorio di matematica

Così come promesso all'inizio di questo articolo, arrivo finalmente ad elencare alcuni di quelli che, a mio avviso, sono dei buoni 'perché' per il laboratorio di matematica. Anche qui si tratta di opinioni personali basate in parte sulla mia breve esperienza di insegnamento e in parte sulla letteratura di ricerca a cui ho avuto la fortuna di poter aver accesso come ricercatore.

4.1. Apprendimenti più stabili e quindi guadagno in termini di tempo

Negli esempi presentati nella precedente sezione, spero si sia potuto notare come, nell'effettuare un laboratorio che sia tale, difficilmente si lavora su "un solo argomento". I diversi contenuti (proprietà dei triangoli, proprietà di altri poligoni, proprietà della circonferenza, ...) emergono insieme, permettendo così la realizzazione di numerosi collegamenti. In questo modo è possibile affrontare più temi "in contemporanea" e il curricolo diventa una fitta rete di contenuti matematici in relazione tra loro piuttosto che una lista di oggetti da impilare uno dietro l'altro. Spesso ho sentito dire da insegnanti che non hanno modo di fare un laboratorio perché sono indietro, perché devono ancora affrontare un certo argomento, perché devono mettere in fila certi contenuti prima della fine dell'anno scolastico. Se si effettuasse realmente laboratorio, questi problemi dovrebbero scomparire. In qualche modo si guadagna tempo perché il momento in cui si lavora sulla circonferenza e quello in cui si lavora sul triangolo, così come il momento in cui si misura l'area del cerchio o si introducono i numeri irrazionali, sono lo stesso momento.

Qualche volta mi è stato chiesto se però questo non possa generare confusione negli studenti. Inizialmente forse sì, ma ciò che si guadagna vale la pena di un po' di smarrimento iniziale. Quello che sappiamo dalla Psicologia della Memoria (e.g. Craik & Lockhart, 1972) è che il modo in cui l'informazione viene codificata e la probabilità di richiamo dell'informazione dalla memoria a lungo termine sono strettamente collegati. Se pensiamo al modo in cui memorizziamo il PIN del bancomat, ci rendiamo conto che nessuno di noi impara quei numeri uno dietro l'altro. Questo tipo di codifica (detta strutturale) è inefficiente dal punto di vista del richiamo. Ricorriamo per esempio a rime tra i numeri o all'associazione con parole assonanti. Questa codifica (chiamata fonologica) permette risultati molto migliori in fase di richiamo dell'informazione. Non si tratta però della modalità più efficiente. Molti di noi, nel memorizzare la sequenza numerica, cercano di dare un senso a quei numeri, di associarli a eventi o significati personali. Altri invece cercano regolarità nella sequenza numerica (per es. cifre che si ripetono) oppure proprietà che accumunano i numeri in essa contenuti. Questo ultimo tipo di codifica (la codifica semantica) è quella più efficace in termini di richiamo anche dopo molto tempo. Coloro che devono memorizzare molte cose per mestiere, ricorrono proprio a questa codifica. Per esempio, l'attore che deve imparare parola per parola un copione scritto da Shakespeare, si domanda perché sia stata usata proprio quella specifica parola in quel preciso dialogo da parte di quel particolare personaggio (Noice, 1992). Cerca di dare un significato profondo a quello che sta memorizzando e di metterlo in relazione con le sue altre conoscenze circa il personaggio e il suo ruolo nella commedia. McGowen e Tall (2010) sostengono addirittura che:

Le nuove esperienze costruite a partire dalle esperienze precedenti sono ricordate molto meglio e ciò che non si inserisce nell'esperienza precedente è temporaneamente non appreso e facilmente dimenticato. (p. 170)

Dato che nel contesto della Matematica le relazioni tra gli apprendimenti precedenti e quelli successivi sono numerosissime, un apprendimento basato sull'esplicitazione di tali relazioni è quello che ha la maggiore probabilità di perdurare a lungo nel tempo, il che è stato effettivamente registrato anche da varie ricerche (e.g. Bahrick & Hall, 1991).

Se gli apprendimenti permangono maggiormente in memoria, diminuirà il tempo speso in classe a "riprendere" gli argomenti dell'anno passato e così quel tempo investito nei laboratori diventa tempo guadagnato a posteriori. Non mi riferisco tanto al ricordo di tutti i termini tecnici o di ogni proprietà, ma di quelli rilevanti di cui lo studente, attraverso il laboratorio, ha fatto un'esperienza realmente significativa.

Pertanto, un primo buon motivo per fare il laboratorio è che si può guadagnare del tempo garantito da apprendimenti che permangono più a lungo (più stabili nel tempo). Questo tempo guadagnato può essere usato per dedicare maggiore attenzione ad attività più impegnative come la scoperta, la congettura, l'argomentazione che potranno a loro volta essere oggetto di altri laboratori.

4.2. Competenze trasversali e multidisciplinarità

Le nostre Indicazioni Nazionali richiedono esplicitamente un lavoro sull'argomentazione. Per definizione, nel laboratorio di matematica lo studente discute e argomenta, negozia significati. Questo significa che, lavorando all'interno di laboratori, non abbiamo poi bisogno di realizzare attività aggiuntive per l'argomentazione. Essa dovrebbe diventare parte integrante dell'attività quotidiana. Lavorando sull'argomentazione, si vanno a potenziare sia la competenza matematica, sia la competenza comunicativa più in generale. Questo ci può portare a notare che nel laboratorio abbiamo l'ambiente ideale per la costruzione e la valutazione delle competenze (che siamo chiamati a certificare alla fine del primo ciclo d'istruzione), ma su questo tema torneremo dopo. Qui mi preme sottolineare che la matematica è l'ideale palestra per l'argomentazione perché, a differenza di quello che può succedere in altri settori della conoscenza, in matematica può essere facile stabilire se un'affermazione è vera o meno e difficilmente c'è una terza opzione. Il laboratorio è il contesto in cui si possono sviluppare competenze trasversali ad altre discipline, ma anche il luogo in cui più discipline possono incontrarsi.

Come esemplificato anche da altri interventi in questo volume, la storia della matematica può darci innumerevoli risorse per realizzare laboratori. Possiamo leggere i testi dei matematici del passato, indagare i problemi che l'umanità si è posta nei secoli. Scopriamo così una matematica più umanistica, che è calata nella storia ma anche nella geografia. A lungo ho lavorato in scuole con studenti di tantissime diverse nazionalità. Scoprire che la matematica è stata uno sforzo collettivo dell'umanità distribuita su tutto il globo ci ha permesso di notare che la conoscenza non fa distinzioni di nazionalità: nel corso della storia la matematica è stata un ponte culturale. I numeri che usiamo oggi arrivano dall'India, ma sono arrivati in Europa trasportati da popoli di lingua araba. Stime del valore di pi greco sono state trovate da matematici greci, egizi o cinesi, non solo da Archimede.

4.3. Investire sulle conoscenze pregresse

Per argomentare su questo punto, introduco un altro esempio. Consideriamo i seguenti due obiettivi tratti dalle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo d'istruzione:

- In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.
- Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.

Chiediamoci a quale livello scolare fanno riferimento questi obiettivi: scuola primaria o secondaria di primo grado? Il riferimento alla quantificazione della probabilità (nel primo) e all'uso delle percentuali (nel secondo) potrebbero portarci a supporre che si tratti di obiettivi per la scuola secondaria di primo grado. Questo perché, tradizionalmente, tali argomenti sono sempre stati trattati a quel livello scolare – se non addirittura oltre. Eppure, entrambi gli obiettivi sono tratti dalla lista di quelli relativi alla classe quinta della scuola primaria. Com'è possibile che gli autori delle Indicazioni Nazionali abbiano inserito la quantificazione della probabilità alla scuola primaria? Non è forse troppo complesso formalizzare il rapporto tra casi favorevoli e casi possibili per bambini di 10 anni? Forse sì, ma da nessuna parte è scritto che sia necessaria la formalizzazione. Quello che viene richiesto è però di argomentare sulla probabilità. Immaginiamo allora di creare una ruota della fortuna divisa in quattro spicchi colorati o numerati e proviamo a discutere con i bambini quale numero o colore avrà maggiore probabilità di uscita. Scopriremo che hanno molte interessanti opinioni in merito. Il discorso è analogo rispetto alle percentuali: chiaramente non proporremo le proporzioni in quinta primaria (e forse potremmo risparmiarcele anche alla secondaria), ma possiamo sicuramente fare riferimento a scritture come "50%" perché la totalità dei bambini sa già, ben prima della scuola primaria, che quando la batteria del tablet scende sotto quel valore si deve chiedere a un genitore di rimetterlo in carica. Nel XXI secolo è inevitabile che le percentuali facciano parte della nostra vita quotidiana, forse un secolo fa non sarebbe stato così. Possiamo senza problemi discutere con loro del fatto che "50%" è un modo per dire "la metà" e nel farlo possiamo far leva sulle conoscenze da loro acquisite in contesti informali e non formali. Perché aspettare fino alla seconda della secondaria di primo grado per parlarne? Non possiamo già parlare di percentuali quando lavoriamo con il doppio e la metà dei numeri entro il 100? Non possiamo parlarne quando introduciamo le frazioni con denominatore 100? Ecco che ritorna l'idea di curriculum a spirale, in cui ogni contenuto matematico si ritrova a più riprese a partire dalle esperienze del bambino, nella scuola primaria e poi nella scuola secondaria. Il riferimento alle conoscenze che il bambino sviluppa fuori dalla scuola ci permette anche di notare che nel laboratorio possono partecipare anche quegli studenti che magari non hanno i risultati migliori in pagella, ma che osservano comunque con occhio attento il mondo attorno al loro. Il laboratorio diventa così un ambiente inclusivo.

4.4. Una matematica realmente inclusiva

Il laboratorio è un ambiente di per sé inclusivo, per tutti, anche per quegli studenti che incontrano difficoltà specifiche e/o con disabilità. Pensiamo all'esempio presentato prima e mostrato in figura 2: la domanda su quale curva verrà tracciata dall'estremo del segmento se lo muovo mantenendo invariata la lunghezza può avere molte risposte diverse. Chiaramente ogni studente risponderà con diversi gradi di astrazione, portando argomentazioni più o meno solide. Cambierà il grado di formalizzazione che si potrà raggiungere, ma l'attività è realizzabile da tutti.

L'aspetto interessante è che il laboratorio, per definizione, è un luogo di interazione. Non si fa il laboratorio da soli. Nel laboratorio gli studenti sono attivi e traggono soddisfazione dalle scoperte fatte (insieme!), basandosi sulle conoscenze (scolastiche e non) che riescono a mettere in gioco. Nel laboratorio si può sbagliare – perché le ipotesi sono parte del gioco – e quindi è più facile che anche lo studente che di solito ha difficoltà superi quella paura di dire una sciocchezza che potrebbe essere mal giudicata dal docente o dagli altri studenti. Nel laboratorio lo studente esplora l'autonomia di fare delle scelte e valutarne le conseguenze, si può quindi perseguire in questo contesto proprio la costruzione di quell'autonomia che può essere più difficile per i bambini con disabilità.

Abbiamo quindi notato che nel laboratorio abbiamo un contesto in cui lo studente è attivo, interagisce con gli altri, è stimolato nell'autonomia. Tutto questo è fortemente collegato alla motivazione e sappiamo bene (tanto dall'esperienza quanto dalla ricerca) che la motivazione rende più efficace l'apprendimento, anche in termini di stabilità nel tempo.

4.5. Un paradigma della valutazione differente

Nella mia esperienza di insegnante e di formatore di insegnanti, mi è capitato spesso di sentir dire che uno dei problemi del laboratorio è che poi non si riesce a valutare bene quello che è stato costruito. La mia impressione personale è che questo tipo di commento vada completato aggiungendo che non è possibile farlo con una classica scheda di verifica sommativa come siamo spesso abituati a fare.
Credo che la comprensione dell'importanza del laboratorio ci debba costringe a cambiare la prospettiva sulla valutazione. Quando parliamo di costruire competenze, uno spazio molto maggiore dovrebbe essere riservato alla valutazione formativa (e.g. Ferretti et al., 2018). Questo diventa ancora più evidente se pensiamo all'idea di curricolo a spirale: se ogni argomento continuerà a tornare a più riprese, non può esistere la verifica "finale" su quel tema. L'unica cosa che l'insegnante può fare è valutare, di momento in momento, a che fase della costruzione del concetto si trova quel bambino o ragazzo. La valutazione diviene uno strumento di monitoraggio, sia degli apprendimenti degli allievi che dell'efficacia della nostra azione didattica di insegnanti. Durante un laboratorio l'insegnante ha l'occasione di osservare che cosa stanno facendo gli studenti mentre agiscono in autonomia, lavorando anche su questioni per loro nuove. Si tratta di quegli indicatori forniti dalla nuova valutazione per la scuola primaria. Durante il laboratorio l'insegnante prende parte alle discussioni collettive con la classe e può apprezzare non solo le singole conoscenze e abilità messe in gioco, ma anche la fitta rete di relazioni che lo studente costruisce tra esse nel tentativo di argomentare una propria posizione e/o di negoziare un certo significato con l'adulto o con i pari. L'osservazione degli studenti durante questi momenti appare come strumento perfetto per la certificazione delle competenze; però la certificazione delle competenze avviene mediante l'osservazione di processi di lungo termine. Questo significa che non posso limitarmi a fare un laboratorio alla fine dell'anno, ma dovrò realizzarne vari, per poter ripetere più volte le mie osservazioni. Ancora una volta arriviamo all'esigenza di strutturare l'azione didattica intorno a molteplici attività laboratoriali.

5. Conclusioni

L'elenco che ho fatto non è certo esaustivo, ma spero sufficiente a convincere che ci sono molti buoni 'perché' per fare laboratorio di matematica in classe. Le motivazioni che ho usato a supporto delle mie argomentazioni sono tratte dall'esperienza, ma anche dalla ricerca in Psicologia e in Didattica della Matematica. Molti dei risultati che ho citato sono fondati su sperimentazioni importanti in termini di numerosità di soggetti coinvolti e ben condotte dal punto di vista metodologico; trovano infatti riscontro nella pratica dei molti che hanno già avuto il coraggio di fare del laboratorio il proprio principale dispositivo didattico in classe. La ricerca che ho citato non è solo ricerca recente, anzi! Alcuni di questi risultati sono noti da più di cinquanta anni e troviamo infatti questo tipo di raccomandazioni anche nelle nostre Indicazioni Nazionali per il curricolo del primo ciclo. Premesso tutto questo, e volendo essere un po' provocatorio, direi che l'ultima domanda che rimane da farsi è: quali motivazioni restano per *non* fare il laboratorio?

Riferimenti bibliografici

Bahrick, H. P., & Hall, L. K. (1991). Lifetime maintenance of high school mathematics content. *Journal of Experimental Psychology: General, 120*(1), 20-33.

Bruner, J. (2001). *La cultura dell'educazione*. Feltrinelli.

CIIM (a cura di)(2001). *Matematica 2001, Materiali per un nuovo curricolo di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media)*. UMI-CIIM.

Ferretti, F., Chrysanthou, P.M., & Vannini, I. (2018). *Formative assessment for mathematics teaching and learning: Teacher professional development research by videoanalysis methodologies*. Franco Angeli.

Garuti, R., & Martignone, F. (2010). La formazione degli insegnanti nel progetto MMLab-ER. In F. Martignone & B. Mascherini (a cura di) *Scienze e tecnologie in Emilia Romagna* (pp. 73-97). Tecnodid editrice.

Mariotti, M.A., & Maffia, A. (2022). Apprendere la matematica con gli strumenti: il ruolo di mediazione dell'insegnante. *Form@re – Open Journal per la formazione in rete, 22*(1), 89-105. https://doi.org/10.36253/form-12628

McGowen, M. A., & Tall, D. O. (2010). Metaphor or Met-Before? The effects of previouos experience on practice and theory of learning mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior, 29*(3), 169-179.

MIUR (2012. *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. MIUR

Noice, H. (1992). Elaborative memory strategies of professional actors. *Applied Cognitive Psychology, 6*(5), 417-427.