

Un esempio di situazione a-didattica Il gioco a 20

1. Teoria delle situazioni didattiche

Merito della scuola francese e di G. Brousseau, in particolare, quello di aver tentato per prima una sistemazione teorica della Didattica della Matematica, imperniata sullo studio dei soggetti e delle relazioni che li legano all'interno delle situazioni didattiche (Teoria delle Situazioni).

Il paradigma di ricerca proposto da Brousseau per lo studio della didattica è fondamentalmente un alternarsi d'azione e sperimentazione, dove sono altresì tenuti nella giusta considerazione fattori di carattere storico, epistemologico, semantico, politico-sociale, ecc....

La Ricerca in Didattica cerca in tal modo di individuare le variabili e le costanti che entrano in gioco in una situazione didattica, ha come fine la costruzione di situazioni utili alla rimozione degli ostacoli all'apprendimento.

Il ricercatore in didattica osserva il sistema sia dall'interno, calandosi nella situazione di cui egli stesso diviene attore (ricerca-azione), sia dall'esterno nella posizione d'osservatore e manipolatore delle situazioni (ricerca sperimentale).

1.1. Modellizzazione delle situazioni ad uso didattico.

Definizione: Una situazione è l'insieme delle circostanze nelle quali il soggetto si trova e le relazioni che intercorrono con il suo ambiente.

Con situazioni didattiche indichiamo quelle che hanno come scopo che lo studente apprenda un determinato sapere.

È l'insegnante che struttura l'ambiente in modo opportuno, con strumenti opportuni, al fine di giungere alla fine dell'attività ad una conoscenza specifica, tutto avviene in modo esplicito, l'allievo sa che sta imparando e che l'insegnante sta insegnando.

Due punti di vista si evidenziano:

- 1) - La situazione è l'ambiente dell'allievo messo in opera e manipolato dall'insegnante che la considera come un mezzo.
- 2) - La situazione didattica è l'ambiente costituito da: allievo – sistema educativo – insegnante.

Sono posizioni differenti che nascono da due diverse filosofie.

La prima sposa la posizione costruttiva (Piagetiana) dell'evoluzione del pensiero che avviene per stadi ben precisi ed individuati; pertanto compito dell'educatore è quello di creare l'ambiente adatto per la costruzione di questi stadi e l'apprendimento risulta essere conseguito spontaneamente (necessariamente).

La seconda risente di una visione che, superando Piaget, contempla le esigenze che provengono anche dalla Psicologia Cognitivista e da quella Comportamentale che hanno

centrato il proprio intervento non solo sull'allievo, ma anche sulle relazioni e correlazioni con l'ambiente: allievo – insegnante – sapere (o sistema educativo) – situazione didattica stessa.

Ritenendo, inoltre, che l'apprendimento avviene per coinvolgimento diretto dell'allievo nella situazione.

Il processo è dinamico, l'allievo è oggetto – soggetto nella situazione.

Una situazione didattica su un certo tema relativo al sapere possiede due componenti;

- una situazione a-didattica
- un contratto didattico.

La situazione a-didattica è la parte della situazione didattica nella quale l'intenzione dell'insegnante non è esplicitata nei confronti dell'allievo.

L'allievo per costruire la propria conoscenza deve occuparsi personalmente della risoluzione del problema che gli è stato proposto nella situazione didattica e per fare ciò non deve fare appello a delle ragioni didattiche.

L'insegnante in una situazione a-didattica, attraverso un insieme di condizioni che permettono all'allievo di appropriarsi della situazione, permette una devoluzione della situazione.

Per devoluzione s'intende il processo o l'attività di responsabilizzazione, attraverso il quale, l'insegnante ottiene che lo studente s'impegni nella risoluzione di un problema, più in generale in un'attività cognitiva, affinché diventi un suo problema.

L'allievo, accettando le conseguenze di questo trasferimento momentaneo di responsabilità, diventa l'unico soggetto attivo della situazione a-didattica.

In una situazione a-didattica l'allievo fa (da solo o in gruppo) dei tentativi, verifica se i tentativi falliscono o sono inefficaci, si rifà più volte la prova; interagendo con gli elementi dell'ambiente, pertanto l'allievo modifica, il suo sistema di conoscenze a causa degli adattamenti che fa nell'utilizzare strategie.

L'allievo opera motivato dall'attività e se non riesce è stimolato a cercare (da solo, o) con gli altri compagni un accomodamento o adattamento delle proprie conoscenze.

Si ha dunque produzione di nuova conoscenza, non richiesta dall'insegnante, non istituzionalizzata.

Il sapere, secondo Brousseau, entra in gioco all'interno della situazione didattica dopo la produzione di un processo di trasposizione del sapere come oggetto da insegnare.

Tale processo ha inizio con la ricerca, da parte del matematico, di nuove conoscenze. Esso opera una prima trasposizione del sapere da "oggetto di ricerca" a "sapere sapiente", attraverso un processo di decontestualizzazione¹ e depersonalizzazione².

Il risultato della ricerca viene così proposto alla comunità scientifica, la quale ne constata la validità e la inserisce nell'insieme delle conoscenze socialmente disponibili (sapere sapiente).

¹ Decontestualizzazione: il ricercatore sopprime il percorso compiuto al fine di estrarre la teoria ed inserirla in un contesto più generale.

² Depersonalizzazione: il ricercatore sopprime tutto ciò che attiene all'ordine delle motivazioni personali o a quello del suo punto di vista

La comunità scientifica affida la divulgazione delle teorie alle istituzioni scolastiche che, attraverso la formulazione dei programmi ministeriali, definisce il “sapere da insegnare”. Per trasmettere un sapere bisogna creare un metodo d’insegnamento, non basta sapere qualcosa per sapere insegnare, salvo ad accontentarsi dell’apprendimento tradizionale per imitazione (ottimi Ripetitori) e l’esperto in un campo non è sempre il migliore insegnante in quel campo.

In Ricerca in Didattica della Matematica, si adotta sempre un’ipotesi d’apprendimento costruttiva, che noi riassumiamo brevemente, dicendo che si suppone che l’allievo costruisca le sue conoscenze con la sua attività, con l’azione, la soluzione del problema è data da una conoscenza, che per l’insegnante è vista come la più adeguata (la conoscenza è ricontestualizzata, vale a dire essa appare come la soluzione di quel problema particolare) per il processo personale di scoperta dell’allievo (ripersonalizzazione).

L’insegnante deve porre la situazione in modo tale che la domanda deve essere dissimulata in modo che l’allievo, anche se non conosce la risposta, possa ottenerla alla fine attraverso la sua attività.

Necessario è che l’allievo possa intravedere più risposte e tra queste si fermi su quelle buone.

A meno di supporre che lui ha una rappresentazione molto puntuale della realtà (cioè la coincidenza tra le sue anticipazioni e i risultati), occorre che possa utilizzare più soluzioni successive, delle azioni di cui lo stesso potrà giudicare gli effetti al fine di correggere le sue anticipazioni.

Così, il processo dell’insegnante che ricerca una ricontestualizzazione ed una ripersonalizzazione al fine di far costruire all’allievo il proprio sapere, appare un po’ come l’inverso del processo del ricercatore.

Perché lo strumento della risoluzione del problema così scoperta dallo studente divenga un oggetto del sapere, bisognerà poi un nuovo lavoro: lo studente deve depersonalizzare e decontestualizzare.

Insomma, lo studente percorre le tappe analoghe a quelle del ricercatore, ma in un quadro creato artificialmente dall’insegnante, e con uno scopo differente, poiché non si tratta per lui di comunicare il suo sapere, ma di costruirlo.

S’indica questo processo come una genesi artificiale del sapere (rispetto alla genesi naturale storica); seguire il processo storico supporrebbe che sia adattabile all’età dello studente e al contesto contemporaneo, il problema storico che ha dato nascita alla conoscenza raramente si adatta al quadro scolastico: generalmente è un altro problema che permetterà lo studente la scoperta.

1.2. Ci sono condizioni da soddisfare per giungere a buone soluzioni?

L’insegnante riuscirà nel suo intento se l’allievo avrà assimilato il percorso seguito, appropriandosene in modo tale da rendere il proprio rapporto con il sapere indipendente dalla mediazione dell’insegnante.

L’insegnante, creando delle situazioni dove gli allievi mettono in gioco il proprio “sapere”, fa in modo che essi ri-decontestualizzano e ri-depersonalizzano le conoscenze.

Egli farà loro raggiungere la soluzione ottimale in modo naturale, inducendoli a ciò mediante condizioni indispensabili e, per loro, significative.

Il lavoro intellettuale dell'allievo è confrontabile con quello del ricercatore.

Egli deve, infatti: formulare, agire e provare per costruire modelli, linguaggi, concetti, teorie che gli devono essere utili e deve adattare tutto ciò ad una situazione specifica.

È come inventare creare, trovare buone domande e buone risposte.

L'insegnante deve dunque simulare una microsocietà scientifica se vuole che le conoscenze siano mezzi per porre "buone domande".

Per poi concludere la discussione in modo economico, egli deve curare i linguaggi, per dominare le situazioni di formulazione, e le dimostrazioni, affinché esse siano delle prove.

L'insegnante deve fornire pertanto, agli studenti, gli strumenti per ritrovare, in questa particolare storia che ha fatto vivere loro, il significato del sapere culturale e comunicabile che ha voluto loro insegnare.

Si tratta di una simulazione che non è la "vera" attività scientifica più di quanto il sapere presentato in modo assiomatico non sia il "vero" sapere.

La pratica dell'insegnamento porta l'insegnante a costruire pertanto delle simulazioni che risulteranno corrette se si appoggeranno ad una valida teoria epistemologica e ad una buon'ingegneria didattica.

Spesso, per risparmiare, l'insegnante è portato ad unificare questi due percorsi

depersonalizzare - decontestualizzare

ridepersonalizzare - ridecontestualizzare

tentando di fare apprendere direttamente il testo del sapere.

Pertanto la soluzione di un problema posto è dissimulata da una finzione didattica a lui nota: gli studenti forniscono la risposta non attraverso un ragionamento matematico desiderato, ma attraverso la decodificazione della convenzione (Cfr. Effetto Dienes)

Tra allievo ed insegnante s'instaura, implicitamente o esplicitamente, un contratto didattico che regolerà, nella situazione didattica, i loro rapporti a livello dell'apprendimento.

Il contratto didattico è un insieme di regole all'interno della classe nelle ore di matematica che organizzano le relazioni tra il contenuto insegnato, gli alunni, l'insegnante e le attese (generali o specifiche).

Tali regole sono delle vere e proprie clausole, il più delle volte non esplicite, molto spesso non realmente esistenti, ma create dalle menti dei personaggi coinvolti nella situazione didattica per rendere coerente un modello di scuola, o di sapere.

Il contratto didattico in un gioco, in particolare, è la regola del gioco stesso, è la strategia della situazione didattica.

L'evoluzione della situazione modifica il contratto che permette allora il conseguimento di situazioni nuove.

Il contratto didattico non è un contratto pedagogico generale: esso dipende strettamente dalle conoscenze in gioco.

Se si verifica un cattivo funzionamento del contratto didattico, l'allievo non riesce a comprendere il problema che gli viene proposto.

Si può avere un cattivo funzionamento per diversi motivi.

Ciò avviene, ad esempio, quando viene proposta una domanda che porti intuitivamente alla risposta corretta illudendo l'insegnante sulla preparazione dell'allievo interpellato (effetto Jourdain); oppure quando le domande presentino una certa ripetitività che portano ad una risposta non ragionata.

Inoltre le risposte non devono sembrare troppo naturali in quanto possono fare scomparire il senso, le ragioni del suo apprendimento, possono gli allievi credere di conoscere in quanto vedono; ne devono sembrare risposte stupefacenti o miracolose che pur giustificando l'apprendimento per conflitto cognitivo, né diminuiscono il senso della conoscenza.

Di centrale importanza nella teoria delle situazioni sono le situazioni a-didattiche che si differenziano dalle situazioni didattiche, in quanto nelle prime la relazione che l'insegnante intrattiene con un sapere è nascosta, (è privata), mentre l'allievo è in relazione (privato o pubblica) con questo sapere; nelle seconde esiste una responsabilità dichiarata da parte dell'insegnante.

In una situazione a-didattica ciò che si fa, ha un carattere di necessità in rapporto a degli obblighi che non sono né arbitrari, né didattici ma legati al sapere in gioco.

È chiaro che la situazione a-didattica sta all'interno di una situazione didattica.

L'allievo costruisce la sua conoscenza non per ragioni didattiche ma è giustificata dalla logica interna alla situazione.

Particolare attenzione porremo alla concezione del sapere.

Cominciamo col distinguere il sapere dalle conoscenze.

Le conoscenze sono i mezzi, non necessariamente esplicabili, per ottenere un certo risultato richiesto ad esempio da un'esigenza sociale.

Il sapere è il prodotto di un'analisi d'alcune conoscenze al fine di poter essere più facilmente comunicate.

Affermeremo che un individuo sa, se avrà appreso veramente il ruolo attivo di una conoscenza all'interno della situazione

Non si parla più di accumulare e memorizzare conoscenze, ma si parla sempre più di Contenuti e di Procedure che debbono produrre delle competenze trasversali (non strettamente legate alla disciplina), subordinando le scelte degli argomenti al loro sviluppo.

L'interesse, oggi, è rivolto più sugli allievi che sulla disciplina; si pensa di costruire la personalità dell'allievo al fine di fargli conquistare strumenti di conoscenza piuttosto che travasare teorie, per renderlo attore di un processo di costruzione che costituisca un ponte tra le conoscenze precedenti (sono a volte tacite cioè al di sotto del livello di coscienza e possono riguardare atteggiamenti o credenze derivanti dall'essere membri di un particolare gruppo sociale o di una cultura) e la particolare situazione creando così modelli mentali che saranno di riferimento per prossime assunzioni di conoscenze.

La prima funzione della conoscenza sarà dunque di fornire delle decisioni, di permettere delle scelte durante l'azione.

Per questo non è sempre necessario che la conoscenza si esprima, si manifesti e neppure che sia enunciabile.

Ogni situazione d'insegnamento potrà essere analizzata soltanto dal punto di vista dalle azioni che l'allievo deve intraprendere con le motivazioni e le retroazioni alle quali sono sottoposte, delle possibilità d'evoluzione delle strategie dell'allievo e delle rappresentazioni così ottenute.

La seconda funzione del sapere è di permettere la descrizione delle situazioni, cioè la formulazione delle rappresentazioni.

E la componente delle situazioni d'apprendimento che giustifica questa formulazione è la comunicazione eventualmente l'autocomunicazione.

Gli adattamenti dell'allievo e del suo linguaggio a queste situazioni sono molto importanti.

La terza funzione del sapere è di aiutare la convinzione dell'allievo con delle prove eventualmente organizzate in teorie.

La componente della situazione che giustifica quest'attività è la discussione della prova, della validità di ciò che è stato proposto, e deve essere riferito ad un uguale, ugualmente informato.

Questa situazione che fa scaturire problemi e domande, altrettanto bene che le risposte, è molto diversa dalla situazione di comunicazione che è stata esposta sopra

La quarta funzione del sapere è il riferimento culturale (o istituzionalizzazione) alla scala di valori di una classe, di un insieme d'insegnanti o di tutta la società; poiché i rapporti sociali utilizzano le conoscenze, poggiano su un tessuto di convenzioni.

Le convenzioni di linguaggi, le definizioni canoniche, le proprietà fondamentali, possono e devono essere indicate, al momento opportuno, dall'insegnante con riferimento alla cultura.

La fase conclusiva è il momento privilegiato in cui l'allievo e l'insegnante possono procedere insieme alla valutazione finale del lavoro effettuato.

È un processo di Matematizzazione che ha lo scopo di stabilire e dare uno status ufficiale a conoscenze apparse durante l'attività in aula, utile in seguito per la valutazione dell'apprendimento in quanto l'istituzionalizzazione permette di relazionare le conoscenze che potranno essere utilizzate in un lavoro successivo.

Oggi si ha l'obiettivo di costruire uno stile di pensiero più che specifiche abilità, l'apprendimento è inteso com'elaborazione d'informazione, basato sull'uso di strategie, sulla verifica d'ipotesi e sulla tendenza a superare i limiti cognitivi andando oltre l'informazione data.

La Matematica è capace di produrre questi obiettivi?

Deve essere una matematica della ricerca, non delle teorie "morte", cioè teorie che hanno perso ogni traccia della loro origine problematica, delle questioni che l'hanno motivata, non una scienza statica fatta da concetti che vengono introdotti nel punto da loro assegnato dalla deduzione e non dalla loro importanza, teorie che rispondano solamente al pensiero razionale; spesso questo è un aspetto assunto dall'insegnamento della matematica e teorie ben strutturate vengono imposte nella forma già compiuta agli allievi.

L'insegnamento della Matematica assume spesso un'altra forma che consiste nell'inculcare procedimenti di calcolo che obbediscono a regole in apparenza arbitrarie,

gli allievi usano le regole senza legarle alla teoria, senza utilizzarli nella risoluzione di problemi; È il cosiddetto "calcolo nudo" ed è una matematica inconsistente.

Esiste un terzo modo d'insegnare ed è quello in cui gli allievi sono stimolati dall'insegnante a porsi domande ed ad imparare a pensare, e a tal fine si fanno costruire le teorie che risultano essere le risposte alle domande poste dagli allievi.

Matematica non è pertanto un sistema d'assiomi, di definizioni e di teoremi organizzati deduttivamente ma è un'attività della mente che cerca di rispondere a delle domande, e portatrice d'acquisizione che contribuiscono alla formazione del pensiero matematico, della personalità intellettuale, morale (tolleranza) e sociale.

Un allievo acquisisce il sapere scientifico facendo leva sulle sue acquisizioni anteriori, strutturandole e ristrutturandole, il sapere passa attraverso fasi di crisi e di disfunzioni e di fasi di riequilibrio, il sapere si evolve non sempre linearmente.

Ogni nuova attività è portatrice d'acquisizioni metodologiche che sono di diversi tipi da identificare per poterli utilizzare in altre occasioni.

Per es. Polya dà ai suoi allievi il seguente consiglio:

.... Quando avete risolto un problema, ricostruite il vostro cammino ...

in questo modo fissate e schematizzate le acquisizioni che possono diventare abitudini mentali, cioè competenze adeguate ad un'attività, ad un determinato obiettivo come:

- realizzare progetti
- trattare l'informazione
- osservare
- scoprire
- analizzare
- indurre
- dedurre

cioè pensare matematicamente, cioè abitudini mentali, metodi e conoscenze unite in maniera indissolubile.

Bisogna trovare le vie d'apprendimento che si accordano meglio con lo sviluppo della mente

Per la presentazione dei fondamenti e dei metodi della didattica delle matematiche, che fanno riferimento alla teoria delle situazioni didattiche, la corsa a 20 può rappresentare una prima presentazione dei principi di tale teoria.

Esso rappresenta un esempio per lavorare ed illustrare la teoria.

Dal suo studio possiamo classificare alcune situazioni tipo.

Il ruolo chiave di questo gioco sono le relazioni tra il funzionamento delle conoscenze dell'allievo, messe in evidenza dai suoi comportamenti, fornisce un protocollo da attenersi se si vuole descrivere una situazione didattica.

Sono messe in evidenza i diversi ruoli dell'insegnante,

dell'allievo

del ricercatore

Che porteranno alla codifica dei concetti di contratto didattico e d'istituzione

Scopo del gioco, non dichiarato, è di introdurre una revisione della divisione al fine di dare un senso concreto all'operazione non legata alle conoscenze anteriori (nelle circostanze dove il "senso dell'operazione" non è conforme agli apprendimenti anteriori)

possedute dagli allievi e di favorire la scoperta e la dimostrazione d'alcuni teoremi, da parte degli allievi.

2. Il gioco de "La corsa a 20"

Si tratta di raggiungere per prima il numero 20 aggiungendo 1 o 2 al numero detto precedentemente dall'altro.

Principali fasi del gioco

Si divide necessariamente in diverse tappe con caratteristiche ben precise e non lasciate all'improvvisazione.

2.1 I fase - (spiegazione della procedura - consegna)

L'insegnante gioca con un allievo per spiegare la regola del gioco, poi cede il suo posto ad un altro allievo.

Sempre una situazione didattica inizia con una consegna.

Il professore forma il messaggio che contiene le regole del gioco al fine che gli allievi lo interiorizzano e lo possono applicare.

Il messaggio deve essere chiaro, non deve contenere nulla di nuovo e si deve supporre che gli allievi comprendano i termini e le varie fasi del gioco.

Se il messaggio è troppo lungo o complicato bisogna considerare che è meglio introdurre una fase di gioco con'esemplificazione del gioco.

Il professore deve simulare il gioco, deve simulare la situazione per l'allievo, deve essere la sorgente d'informazione e man mano che gioca commenta le decisioni e illustra le regole del discorso.

Le regole sono messe in relazione alle circostanze della situazione.

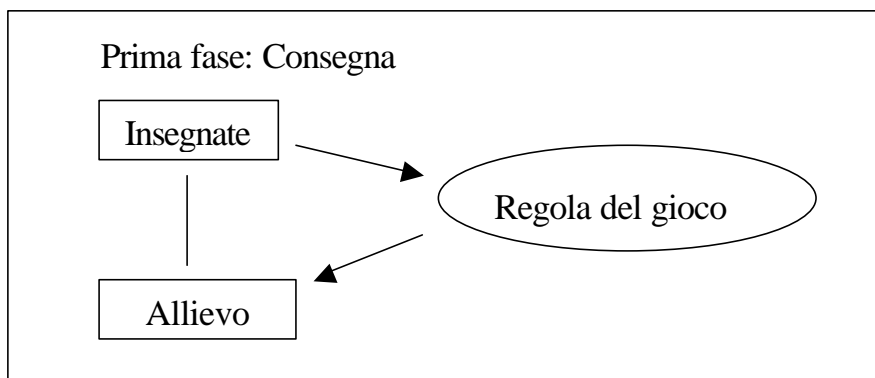
Le regole comunicate devono rappresentare regole d'azione da fare.

Il senso dato all'allievo alla regola comunicata può non coincidere con quella che il professore aveva intenzione di comunicare (Eliminare variabili non controllabili). Si deve essere certi che l'allievo ha recepito la consegna del professore come regola d'azione, che l'abbia memorizzato ed interiorizzato.

L'azione riduce l'ambiguità del messaggio ed introduce la retroazione, cioè la possibilità che l'allievo possa ripercorrere la situazione stessa per aggiustare o per rigettare l'azione, di scegliere tra più soluzioni la migliore, è un mezzo vissuto dall'allievo come metro per valutare le proprie azioni.

La retroazione è strettamente legata all'apprendimento che si vuole provocare.

Il professore controlla se la consegna è avvenuta se l'allievo riesce a fare delle retroazioni, ed esse, apprezzate dal professore risultano essere l'apprezzamento che l'allievo cerca per conferma delle proprie azioni



2.2. II fase (1 contro 1, situazione d'azione)

Si fanno giocare gli allievi a gruppi di 2 facendo riportare su un foglio i numeri scelti.

Si devono giocare almeno 4 partite ed almeno in 10 minuti

In questa fase i ragazzi applicano la regola, ogni allievo è davanti ad una situazione, devono prendere decisioni si tratta di agire, si rendono conto che non è una buona strategia (almeno vincente) dare i numeri a caso, con l'azione diretta si cominciano a dare in maniera implicita alcune opinioni come quella che il numero 17 può portare un vantaggio a dirlo.

In una situazione d'azione si parla d'ambiente (milieu) ed è tutto ciò che agisce sull'allievo o su quello su cui l'allievo opera.

A man a mano che si gioca si sviluppano le strategie, cioè la ragione di giocare un numero piuttosto che un altro.

Di preferenza si gioca il 10 invece che il 9, perché si crede a torto che la numerazione decimale abbia un ruolo. Il 13 porta bene, il 17 viene facilmente legato alla conclusione di partite fatte.

In generale una strategia è adottata rigettando intuitivamente o razionalmente una strategia precedente.

Una strategia nuova è messa alla prova dall'esperienza; è accettata o rigettata per la sua efficacia, può essere solamente percepita in maniera implicita.

La situazione d'azione costituisce il processo con il quale l'allievo si costruisce le strategie, cioè apprende un metodo di risoluzione del suo problema.

Si chiama Dialettica dell'azione l'interazione tra l'allievo e l'ambiente, ed è quanto l'allievo è capace di anticipare i risultati delle sue scelte e di confermare o no le sue strategie; cerca di costruire strategie ed impara così anche a risolvere il suo problema, la parola dialettica spiega quest'attività ed è una sorta di dialogo con la situazione, che organizza le strategie, costruisce una rappresentazione della situazione che gli serve da modello e da guida per prendere decisioni.

In questo modello mentale entrano solo alcuni oggetti che Lui percepisce pertinenti alla sua situazione, non siamo ancora nella fase della formulazione, è un modello implicito, non è ancora cosciente.

Chiamiamo modello implicito l'insieme delle relazioni o delle regole secondo le quali l'allievo prende le sue decisioni senza essere capace di averne coscienza e quindi di formularle.

Il modello implicito non coincide con l'insieme del "saper fare". Con dialettica d'azione si riferisce pertanto a questa fase cioè dove non si ha ancora una formulazione, si potrebbe dire è la fase del Saper fare insegnato ma non interiorizzato, è una fase in cui l'allievo al di fuori del professore si costruisce anche dei modelli erronei che però giustificano più o meno il sapere fare acquisito.

Questa successione di interazioni tra l'allievo e l'ambiente costituisce la "dialettica dell'azione".

Riassumendo:

Un soggetto manifesta le sue conoscenze reagendo con il suo ambiente secondo della regole o nel quadro di una situazione.

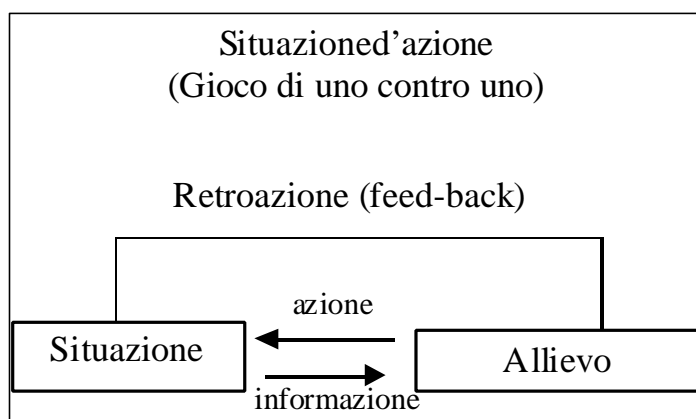
Agire consiste pertanto per un soggetto scegliere, direttamente in funzione delle proprie motivazioni, gli stadi dell'ambiente antagonista.

Le conoscenze sono quelle che permettono di produrre e di cambiare le anticipazioni.

L'apprendimento è il processo per il quale le conoscenze si modificano, possiamo rappresentare le procedure (o le descrizione di tattiche) che il soggetto sembra tenere conto ma sono solo delle nostre interpretazioni.

L'unica manifestazione osservabile è un modello di risposte chiamato modello implicito d'azione.

Compito della didattica è di identificare o di produrre le situazioni il cui controllo esige la messa in opera delle conoscenze considerate e tra le situazioni distinguere quelle che permettono la creazione per un adattamento spontaneo del soggetto da quelle in cui l'adattamento è immediato o impossibile.



2.3. III fase - (Squadra, gruppo contro gruppo)

Tutti gli allievi sono divisi in due gruppi, diventa un gioco di squadra.

Per ciascuno dei due gruppi l'insegnante designa un porta voce.

Si distinguono due momenti diversi:

- a) - il rappresentante gioca
- b) - le discussioni nel gruppo.

Ogni allievo dei due gruppi gioca una partita e la squadra guadagna un punto se vince.

I ragazzi si rendono molto presto conto della necessità di concentrarsi e discutere all'interno del proprio gruppo per comunicarsi le strategie, per avere una strategia comune. (compare per la prima volta la frase: bisogna dire 17)

Comportamenti diversi:

L'allievo gioca ed agisce, (è nella situazione didattica dell'azione)

L'allievo non gioca e controlla l'azione.

Durante le fasi della discussione, nella squadra la situazione (cioè l'ambiente-milieu) per ciascun allievo è formata dall'insieme delle partite giocate ed in particolare dall'ultima partita scritta alla lavagna.

In questa fase non basta possedere il modello implicito, bisogna comunicarlo per convincere i compagni della propria squadra.

Si è portati necessariamente ad anticipare, si deve diventare coscienti delle strategie, per vincere non è sufficiente che un allievo sappia giocare (cioè che abbia un modello implicito) ma deve indicare ai partners del gruppo quale strategia proporre: è il solo modo di intervenire sulla situazione futura.

Ogni allievo è condotto ad anticipare, a prendere coscienza delle strategie che egli utilizzerà.

Ma per fare questo deve comunicare!

La formulazione di una strategia è il solo mezzo che un allievo ha di far applicare quello che lui desidera

Si hanno retroazioni di due tipi, la prima immediata quando si formula vedendo se si è capiti dai propri compagni, la seconda relativamente all'ambiente se si vince o se si perde (relativamente alla partita successiva giocata).

Questa è la fase che è chiamata Situazione didattica della Formulazione

Dopo si avrà la fase della Dialettica della Formulazione che consisterà a mettere a punto progressivamente un linguaggio tale da essere compreso da tutti, e che prende in considerazione gli oggetti e le relazioni pertinenti delle situazioni eliminando il superfluo, è una fase lunga che in un linguaggio normale o formalizzato deve rendere possibile la spiegazione delle azioni e i modelli d'azione.

Questo linguaggio sarà messo alla prova dal punto di vista della sua comprensione, della facilità della costruzione.

Questo linguaggio potrà essere un repertorio d'informazioni, un vocabolario, a volte sintattico.

Lo schema della formulazione segue ovviamente le leggi delle comunicazioni, si distingue tra volere e potere, cioè tra quello che si avrà di sicuro e quello che è possibile

Si hanno discussioni spontanee sulla validità e sulle strategie delle fasi delle prove.

Le discussioni rappresentano i mezzi d'azione, i mezzi di convincimento.

In questa fase l'allievo non è cosciente dello scopo e dell'oggetto dello studio che sta facendo nella situazione considerata.

Si devono giocare almeno 6 o 8 partite ed almeno in 15 o 20 minuti.

Riassumendo

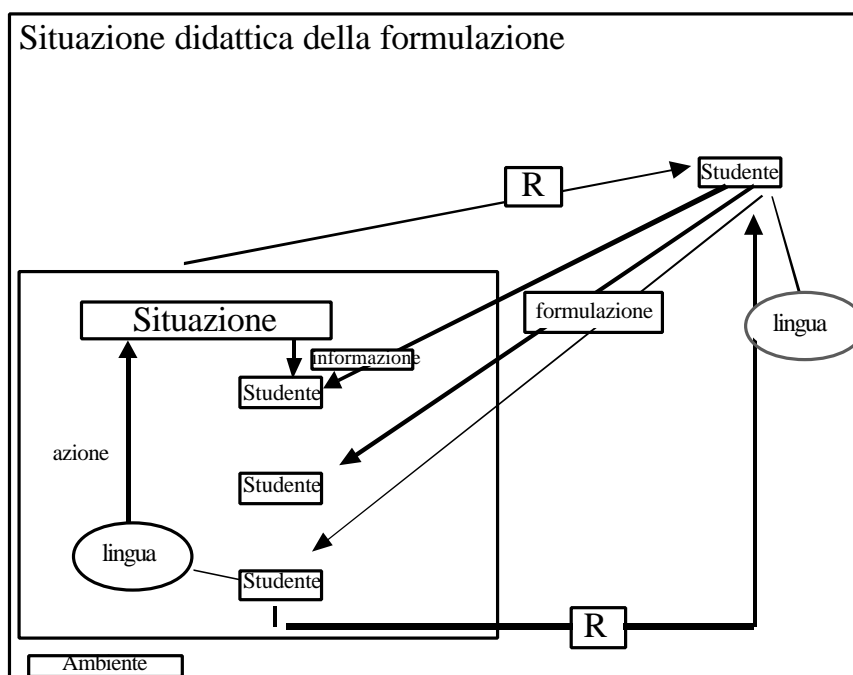
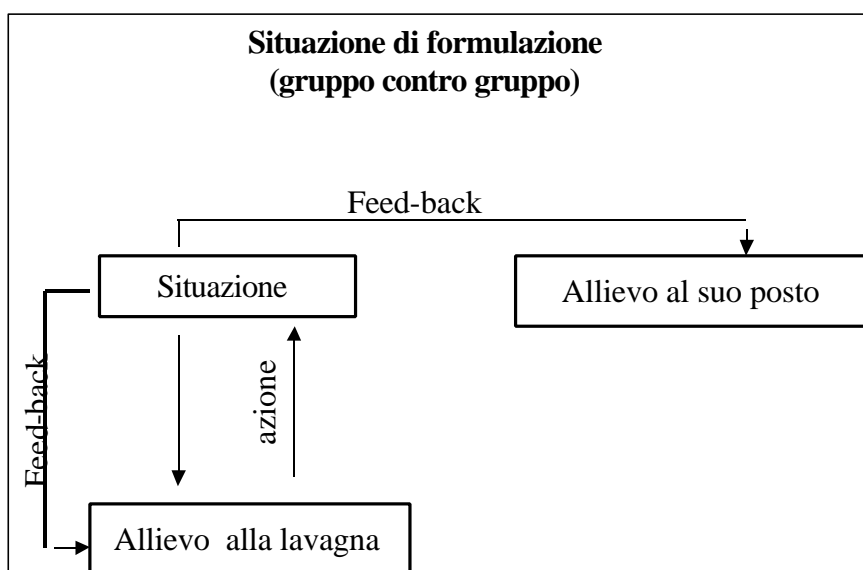
La formulazione di una conoscenza corrisponde ad una capacità del soggetto a riprendere, riconoscere, identificare, decomporre, ricostruire in un sistema linguistico.

L'ambiente deve essere tale da comportare la presenza (effettiva o virtuale) di un altro soggetto cui il primo deve fornire l'informazione.

L'acquisizione delle conoscenze si può fare direttamente come nello schema d'azione o per traduzione di modelli impliciti d'acquisizione ottenute dalla formulazione e dalla comunicazione.

Didatticamente:

Bisogna produrre diverse situazioni, quelle che rendono necessarie la comunicazione di tale conoscenza scelta in anticipo (le strategie alle quali esse fanno riferimento sono note) e quelle che esigono l'adattamento di strategie o la creazione di una nuova
Gli schemi d'azione e di formulazione comportano dei processi di correzione empirica o culturali adatti ad assicurare la pertinenza – l'adeguamento –, l'adattamento – o la conformità delle conoscenze messe in atto.



2,4. IV fase - Situazione di validazione (il gioco della scoperta, prova e dimostrazione)

In questa fase del gioco gli allievi sono sempre divisi in due gruppi concorrenti.

Il professore chiede di enunciare le scoperte fatte che portano al controllo del gioco.

Consegna: per aggiungere un nuovo teorema (Affermazioni sicure, vere, che tutti noi accettiamo) bisogna dapprima avanzare una congettura, cioè una dichiarazione, che se verrà accettata diventerà teorema.

Vengono scritte alla lavagna e verificate dall'altra squadra, per essere accettate o respinte; se accettate restano scritte sulla lavagna.

Si deve discutere almeno per 20 minuti.

| | | |
|---|--------------------|----------------------------|
| Situazione di <i>validazione</i> | | |
| Il gioco della scoperta | | |
| Enunciato allo studio | | Enunciato accettato |
| Gruppo A | Gruppo B | |
| Prop. "17 vince" | Opp.: d'accordo | "17 vince" |
| | | |
| Punteggio A | Punteggio B | |
| 1 | 0 | |
| | | |

Per ogni proposizione enunciata l'allievo deve provare ad un avversario che essa è vera o falsa, sia giocando sia con prova dimostrativa.

Per rendere interessante questa fase si può dare la seguente regola:

Ogni proposizione enunciata e accettata vale un punto.

Per ogni proposizione provata falsa si danno 3 punti alla squadra che ha provato ciò.

Nota: se il gioco della scoperta stagna (i ragazzi non trovano più delle proposizioni da enunciare), si rigioca nuovamente.

L'attitudine alla prova - Prova e dimostrazione

Fare matematica significa anche dare dei messaggi di matematica corretti e pertinenti. Significa quindi utilizzare le matematiche per accettare o respingere una proposizione (un teorema), una strategia, un modello.

Il "perché" delle matematiche non può essere appreso solo attraverso il riferimento all'adulto.

La verità non è la conformità alle regole.

Esige un'adesione, una convinzione personale, un'interiorizzazione.

Situazioni sociali di costruzione o di riorganizzazione di un repertorio di teoremi, cioè di una teoria.

All'interno del gruppo gli allievi sono in una situazione assolutamente paritaria che permette di discutere, rifiutare, provare tutte le possibili scelte di una strategia comune. Le ragioni che un allievo può dare per convincere un altro, devono essere spiegate progressivamente, costruite, provate, formulate, dibattute e convenute in quanto non è facile far cambiare opinione senza fare perdere la "faccia".

L'allievo deve occuparsi delle relazioni che intercorrono tra una situazione reale, concreta o no, e una o più dichiarazioni formulate al soggetto da questa situazione.

Le dichiarazioni possono essere messaggi scambiati durante la fase della formulazione che si basavano su strategie, delle descrizioni piuttosto che dei giudizi.

L'allievo deve fare dichiarazioni sulle relazioni che ha trovato.

Deve poter fare delle retroazioni, deve poter rifiutare i ragionamenti, si deve collocare in posizione simmetrica rispetto alle due posizioni, la prima che è quella del possessore dell'informazione la seconda quella dell'uso del mezzo della retroazione.

Non con l'insegnante devono avvenire questi ragionamenti ma tra eguali cioè tra allievi.

Enunciare un teorema non è solo comunicare un'informazione ma è anche affermare che è vero in un certo sistema, bisogna sostenerlo e dare una dimostrazione.

L'attitudine alla prova è qualcosa che bisogna coltivare per poter dare dei frutti.

Il perché deve essere appreso dall'allievo, l'adesione, l'accettazione deve nascere da una convinzione interna, non è appresa legandola all'autorità di un adulto.

Per Brousseau far fare matematica inizialmente comporta per l'allievo un'attività sociale e non solo individuale

Il passaggio del pensiero naturale a quello logico comporta lo studio della retorica, della pragmatica, della semantica e della sintassi del linguaggio naturale.

L'esame di una prova è un'attitudine riflessiva; bisogna confrontarla con altre prove scritte e ricondurla alla situazione a cui si rinvia.

La prova in generale è formulata dopo essere stata provata ed utilizzata sia in una regola implicita sia nell'azione sia nella discussione.

Situazione didattica della validazione

Lo schema didattico della validazione motiva gli allievi a discutere una situazione e favorisce la formulazione delle loro validazioni implicite, ma spesso i loro ragionamenti

sono ancora insufficienti, incorretti. Adottano delle teorie false, accettano delle prove insufficienti o sbagliate.

La situazione didattica deve condurli ad evolvere, a rivedere le loro opinioni, a rimpiazzare la loro teoria sbagliata con una vera. Quest'evoluzione ha anche un carattere dialettico, bisogna accettare sufficientemente un'ipotesi, anche per mostrare che è falsa.

Il sistema di prova funziona alternativamente.

Come mezzo implicito, (essi accettano tacitamente un fatto non formulato).

Come mezzo per comunicare esplicitamente un ragionamento proposto.

Come oggetto di studio messo coscientemente alla prova logica, semantica e pragmatica.

Una necessità della costruzione della conoscenza è lasciare liberi di sbagliare.

Il lavoro del Ricercatore-Matematico

Nel comunicare i risultati o le scoperte fatte elimina tutto ciò che si può chiamare infanzia della ricerca, le riflessioni inutili, le ipotesi abbandonate, i percorsi tortuosi, troppo lunghi, che portano ad un punto morto, sintetizza i percorsi, non dichiara sempre tutte le ragioni che hanno portato ad interessarsi della questione, cerca la teoria più generale dove inserire il suo studio. Egli sopprime ugualmente tutto ciò che riguarda le proprie motivazioni o di fondamento ideologico della scienza che traspare o no.

Questo lavoro rende i suoi risultati.:

depersonalizzati-decontestualizzati-detemporalizzati

Questo lavoro è indispensabile per l'economia che esso procura ai lettori della sua ricerca, permette così la comunicazione dei risultati; queste trasformazioni sono legate essenzialmente alla volontà di rendere il sapere pubblico e convincere la comunità scientifica della validità dei propri risultati

D'altra parte i nuovi lettori riformuleranno i risultati inserendoli nel proprio sapere, identificandoli o ampliandoli con nozioni già note, se è il caso distruggendo cose già note; questo processo continuo avviene mutando anche le origini e gli interessi da cui sono nati.

Mettiamo in rilievo che il Professore di matematica che cerca la soluzione di un problema spesso fa lo stesso genere di lavoro prima di dare la soluzione agli studenti: sopprime gli errori, le false piste, dà la soluzione in maniera "elegante" che sembra a posteriori trovata senza sforzo quasi in un colpo solo.

Ricordiamo che.

Quest'attitudine dei matematici non è nuova, lo stile attuale di redazione degli articoli scientifici matematici, di cui il rigore nasconde spesso quasi completamente il processo della scoperta, era già quella dei Greci, in particolare di Archimede, di cui si è spesso segnalato la modernità di questo punto di vista.

Nel 1906 è stato trovato uno scritto di Archimede, intitolato "Il Metodo" dove spiega che il suo metodo di scoperta è differente dal metodo di redazione La separazione tra metodo di scoperta e metodo di esposizione è qui perfettamente cosciente ed esplicitato.

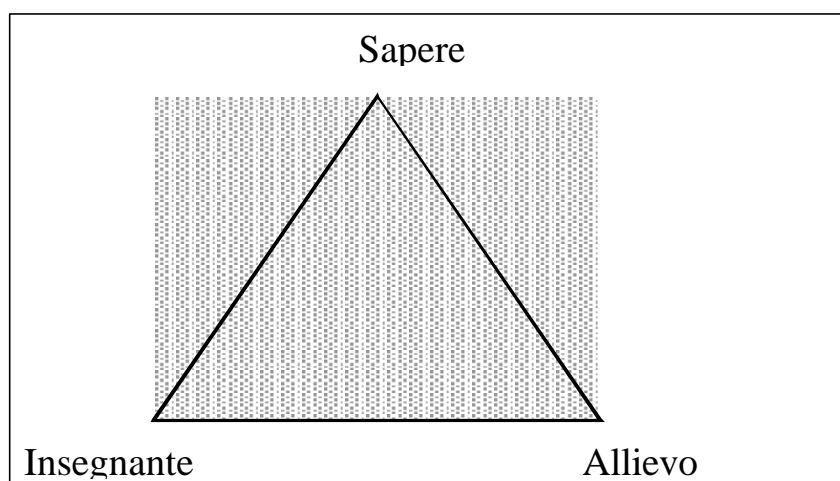
Il termine di TRASPOSIZIONE DIDATTICA indica l'insieme delle trasformazioni che subisce un SAPERE al fine di essere insegnato.

L'esistenza di queste trasformazioni è un fatto conosciuto, ma fino a che punto una buona simulazione è vantaggiosa e soprattutto economica; questo è un problema pedagogico da valutare molto attentamente.

Bisogna riflettere come il significato e il senso di una conoscenza mutano nel tempo, è utile sia l'approccio storico sia quello sperimentale; il primo permette di individuare le modificazioni apportate alla definizione, al ruolo, al posto, all'importanza, allo statuto di un concetto nei testi noti e di ritrovare alcune motivazioni richieste per queste modificazioni (analisi storica-epistemologica-sociologica), il secondo approccio tende a trovare le modificazioni nel momento stesso in cui si producono durante l'attività d'insegnamento e cerca di metterne alla luce i meccanismi manipolandone le condizioni

Gli oggetti minimi della didattica della matematica: lo schema "triangolo" allievo-insegnante-sapere e sua evoluzione.

La ricerca in didattica della matematica negli ultimi 20 anni ha realizzato l'idea che è possibile descrivere in maniera razionale i fenomeni d'insegnamento, fornendo diversi quadri teorici, uno dei primi, almeno nella scuola francese, è quello della Teoria delle Situazioni di cui G. Brousseau è stato il fondatore, altra è per esempio quella della Teoria della trasposizione didattica (Chevallard, Arsac), entrambe considerano il sistema minimo didattico tripolare



Diversi ricercatori³ hanno considerato questo schema sintetizzando il loro oggetto di studio nel considerare le interazioni tra i 3 vertici, visti a volte come poli,⁴ così i "lati" visti come relazioni tra i poli⁵, e sono stati considerati come possibili interpretazioni di fenomeni come devoluzione, contratto didattico, accomodamenti, acculturazione, trasposizione didattica, animazione, tutti processi legati al funzionamento del sistema educativo.

Se vogliamo definire le finalità del sistema didattico per esempio per analizzare il passaggio da uno stato iniziale ad uno stato finale nei confronti del sapere, oggetto dell'apprendimento, ci si può riferire a questo schema visto come un "unicum logico"; in particolare nella teoria della trasposizione didattica il termine centrale è quello dei saperi

³ In [14] si ha una lettura analitica del triangolo allievo-insegnante-sapere, riportando le riflessioni che vari Autori hanno proposto al riguardo, e in [34] viene riportato uno schema che mette in evidenza i diversi punti di vista inseriti nel paradigma della Ricerca in Didattica

⁴ In particolare il vertice "Sapere" può rappresentare il polo *ontologico o epistemologico*; il vertice "Allievo" il polo *genetico o psicologico*; il vertice "Insegnante" il polo *funzionale o pedagogico*

⁵ il "lato" Sapere-Allievo è stato interpretato con il verbo "apprendere"; il "lato" Saper-Insegnante con "insegnare" e il "lato" Insegnante-Allievo con "comunicare"

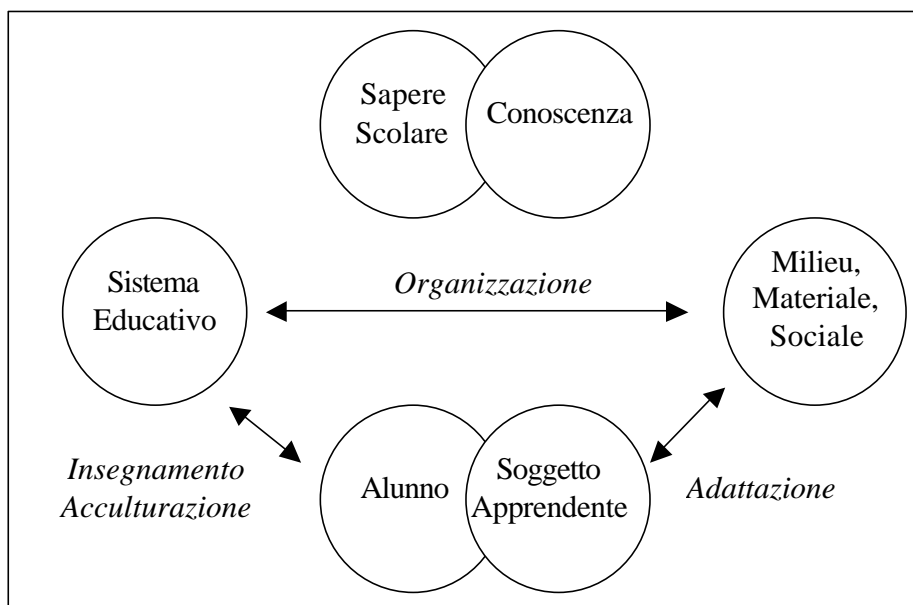
e delle istituzioni ed è uno studio sistematico delle situazioni nelle quali un allievo cerca di modificare il proprio rapporto al sapere con il sapere insegnato.

Diversi sono i ruoli dell'Insegnante, dell'Allievo e diversi sono i loro progetti per i primi è insegnare per i secondi è apprendere, già in questa semplificazione si sente la necessità di implementare lo schema con un quarto elemento: l'ambiente (milieu).

Infatti, se si accetta l'ipotesi che l'Insegnante deve provocare negli alunni gli "adattamenti" desiderati attraverso una scelta di situazioni al fine di dare "senso" ad una conoscenza per l'alunno, conoscenza che provenga essenzialmente dalle situazioni nelle quali interviene o è intervenuto come adattamento pertinente. L'apprendimento è visto come una modificazione del rapporto con la conoscenza prodotta dall'alunno stesso, che l'insegnante deve solo provocare operando opportune scelte sui valori delle variabili didattiche.

In [10]Brousseau fornisce due schemi tripolari mettendo in rilievo due processi distinti, uno di acculturazione (correla la Trasposizione didattica, lato Sapere insegnante, la comunicazione, lato Insegnante o sistema educativo, e l'apprendimento, lato Sapere allievo) l'altro di adattamento indipendente (Chiamando Apprendimento il lato Conoscenze e/o Sapere con Soggetto apprendente e/o Allievo, e Adattamento Milieu con Allievo).

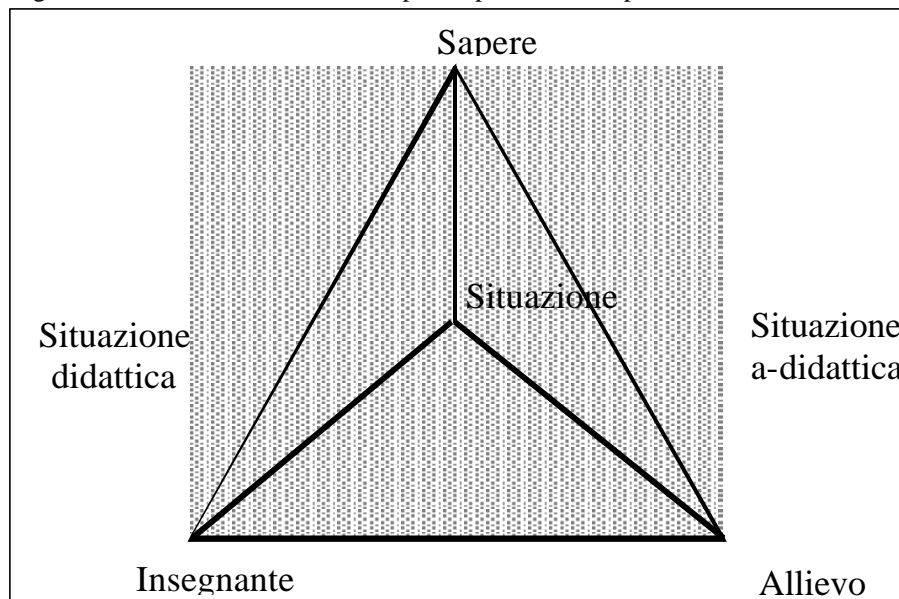
Identificando le conoscenze sviluppate dal soggetto a contatto dell'ambiente (milieu) con i saperi insegnati, e identificando il soggetto apprendente con l'allievo dà il seguente schema quadripolare.



Dagli schemi tripolari allo schema quadripolare si mette in evidenza anche un percorso fatto dalla ricerca in didattica cioè un cambiamento di concezione sull'insegnamento,

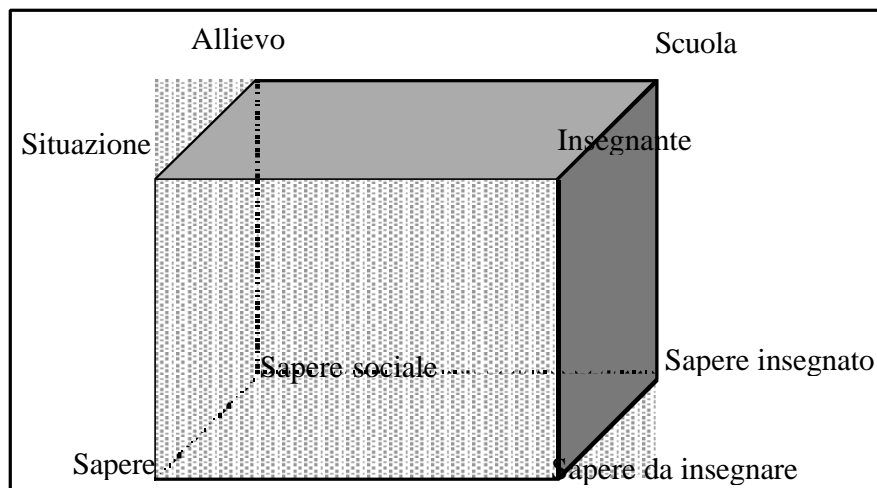
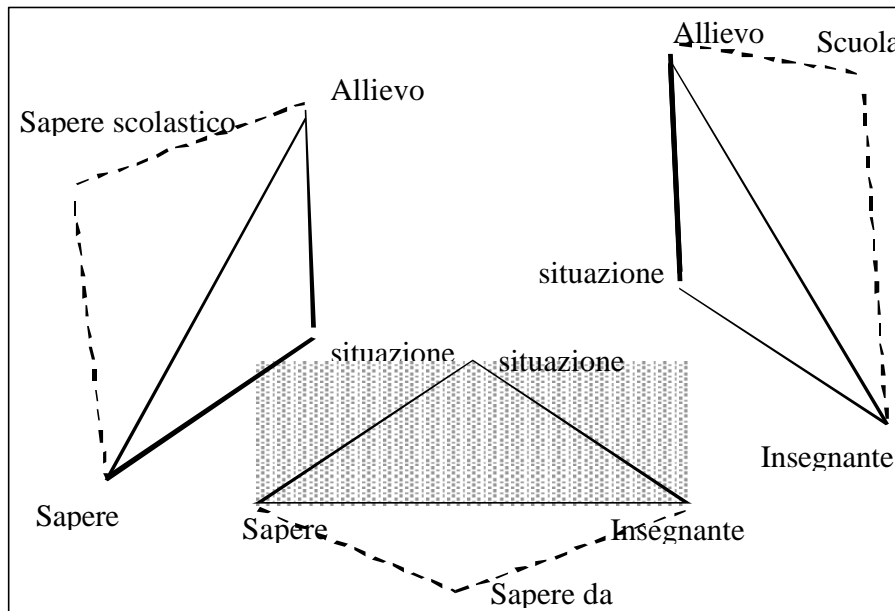
non più il professore essenzialmente organizzatore del sapere in una successione di messaggi di sapere da insegnare⁶ di cui l'allievo prende ciò che deve acquisire; ma si tiene conto anche di lavori di psicologia (Skinner, Piaget, Vigotski..).

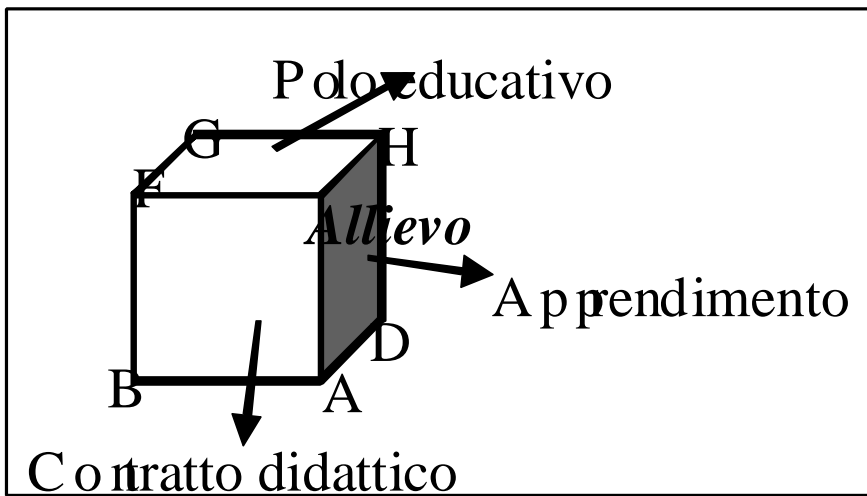
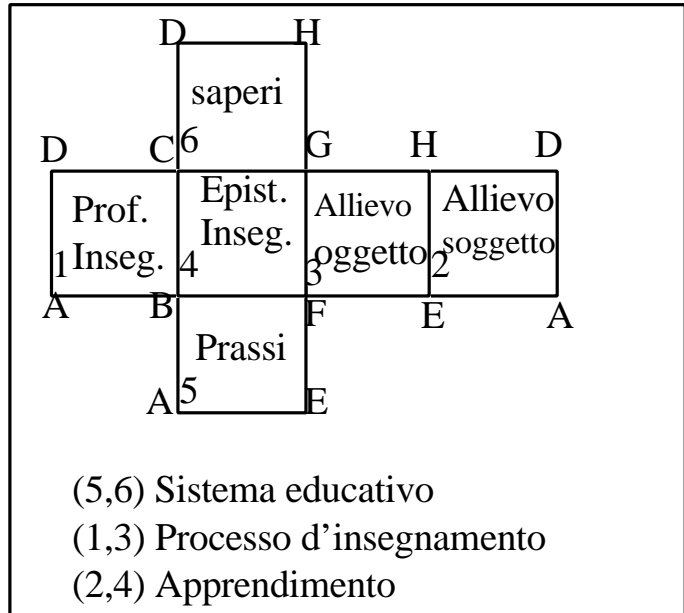
Se vogliamo ora mettere in rilievo la Teoria delle situazioni possiamo considerare la seguente evoluzione dello schema tripolare piano in uno spaziale⁷.



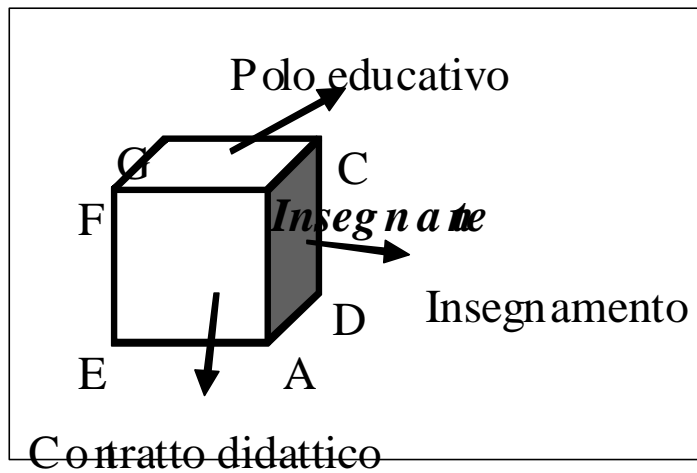
⁶ Sapere insegnato è un sapere che proviene da un'elaborazione culturale, oggetto di studio particolare della Teoria della Trasposizione didattica, che s'interessa del processo di trasformazione da sapere sapiente a sapere da insegnare a sapere insegnato.

⁷ In [14] lo schema viene letto con una chiave che mette in evidenza le riflessioni epistemologiche sulla disciplina.





Dove A sta per Situazione, B per Insegnante, C per Sapere da insegnare, D per Sapere (Inteso come Cultura ufficiale o Sapere sapiente), E sta per Allievo, F sta per Sapere organizzato (Scuola), G sta per Sapere insegnato (Sapere trasposto o comunicato) e H sta per Sapere sociale (Conocenze).



La presentazione di diverse possibili schematizzazioni mette in evidenza i differenti approcci, secondo quali variabili didattiche si vogliono approfondire, per meglio conoscere le loro specificità.

Isolando alcune componenti non si vuole banalizzare la complessità sistemica del modello didattico; ma nel considerarlo in maniera olistica, si raggiunge invece una visione completa, e si comprende che non una ma molte interpretazioni dissimili determinano contemporaneamente la visione completa di esso.