

La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento.

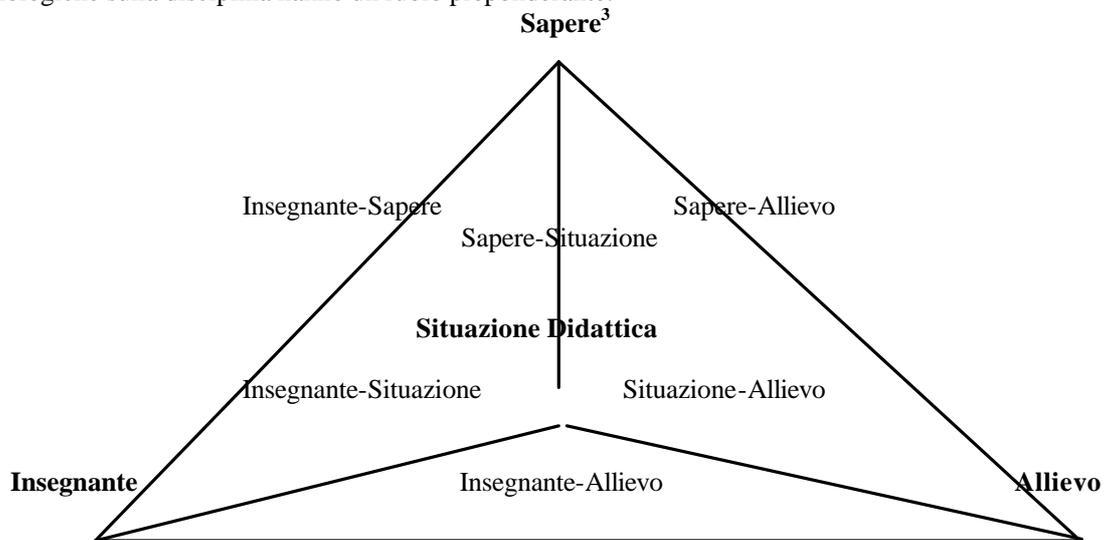
Filippo Spagnolo¹

1.0 Un possibile paradigma per al ricerca in didattica delle matematiche

Per avviarci alla comprensione di questo paradigma, sarà opportuno introdurre alcune considerazioni preliminari.

Le scienze dell'educazione intervengono nello studio dei fenomeni di insegnamento/apprendimento in modo poco organico. La Psicologia cognitiva, la Psicologia sociale, la Pedagogia, ecc. intervengono ciascuna con un paradigma. Tutto ciò arricchisce notevolmente l'interpretazione dei punti di vista diversi² sul "fenomeno didattico" ma vi è un punto di vista che non viene affrontato da nessuno di questi ed è il "punto di vista della disciplina". Tradizionalmente il *punto di vista della disciplina* viene relegato allo studio di metodi per l'insegnamento/apprendimento come ad esempio le didattiche disciplinari: "Didattica dell'Italiano", "Didattica delle Matematiche", "Didattica delle Scienze", ecc..

Una prima riflessione sulla Ricerca in Didattica ci porta ad individuare gli elementi costitutivi dei fenomeni di insegnamento/apprendimento. Il seguente schema mette in evidenza tali elementi costitutivi attraverso una chiave di lettura sistemica dove le riflessioni epistemologiche sulla disciplina hanno un ruolo preponderante:



Questo schema iniziale di riferimento lo possiamo considerare come un primo approccio alla definizione del Paradigma della Ricerca in Didattica. La relazione Insegnante-Sapere riguarda l'epistemologia dell'insegnante. La relazione Insegnante-Allievo riguarda l'insieme dei comportamenti di natura psicologica sia se si analizza la relazione Insegnante-Allievo che Allievo-Insegnante. La relazione Allievo-Sapere può rappresentare la relazione obiettivo finale di ogni insegnante che al termine del suo lavoro di mediatore sparisce per far sì che l'allievo

¹ Facoltà Scienze della Formazione Università di Palermo. Componente del G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica, Palermo). E-Mail: spagnolo@math.unipa.it.

² La Psicologia cognitiva, la Psicologia sociale, ecc. interpretano i fenomeni didattici da un punto di vista privilegiato: il loro. L'analisi dei possibili punti di vista esterni alla Didattica risultano interessanti per la loro varietà e complessità, ma non sono mai dal punto di vista della "Ricerca in Didattica".

³ Il "sapere" è il prodotto culturale di una istituzione che ha per obiettivo di individuare, di analizzare e di organizzare le conoscenze al fine di facilitarne la comunicazione, il loro uso sotto forma di conoscenza o di saperi e la produzione di altri saperi. Le "conoscenze sono i mezzi trasmissibili (per imitazione, comunicazione, ecc.) ma non necessariamente esplicabili, per controllare una situazione e ottenere un certo risultato conformemente ad una attesa o ad una esigenza sociale. (cfr. nota 2)

abbia un rapporto personale con il Sapere. Questo fatto rappresenta una sorta di paradosso dell'insegnamento: l'insegnante raggiunge il suo scopo quando esce fuori di scena.

L'introduzione della "Situazione Didattica" metterà in gioco tutta una serie di altre relazioni che possiamo così sintetizzare:

- Sapere-Situazione: l'analisi epistemologica e/o storico-epistemologica del "Sapere" in gioco nella situazione didattica. In questa sede vengono analizzati anche gli ostacoli di origine didattica;
- Situazione-Allievo: l'analisi del punto di vista dell'allievo rispetto alla situazione didattica, come ad esempio le strategie risolutive rispetto ad una determinata situazione/problema;
- Insegnante-Situazione: l'analisi a-priori delle strategie risolutive di un determinato problema rispetto alle conoscenze dell'insegnante sia rispetto al Sapere (percorsi epistemologici e storico-epistemologici) sia rispetto ai comportamenti degli allievi ipotizzati rispetto alla risoluzione di un determinato problema. (L'analisi a-priori sarà ridiscussa in maniera più dettagliata più avanti nel testo)

1.2 Ma che cosa è una "Situazione"?

- Si definisce Situazione l'insieme delle circostanze nelle quali si trova una persona (un gruppo, una collettività, ecc.), le relazioni che l'uniscono all'ambiente, e l'insieme dei dati che caratterizzano una azione o una evoluzione (un'azione in un certo momento).
- Una situazione è didattica quando un individuo (in generale l'insegnante) ha l'intenzione di insegnare ad un altro individuo (in generale l'allievo) un determinato sapere.
- Una situazione è di apprendimento quando permette ad un soggetto di passare da uno stato di conoscenza ad un altro stato di conoscenza.
- Una situazione è a-didattica quando l'intenzione dell'insegnante non è esplicitata nei confronti dell'allievo. L'allievo sa che il problema proposto gli è stato scelto per fargli acquisire nuova conoscenza e, nello stesso tempo, deve sapere che questa conoscenza è giustificata dalla logica interna della situazione. E per costruire questo sapere non deve fare appello a delle ragioni didattiche. Nella situazione a-didattica riveste particolare importanza la "devoluzione", il processo attraverso il quale l'insegnante fa accettare all'allievo la responsabilità di una situazione di apprendimento.

1.3 Ricerca Sperimentale, Ricerca-Azione e Ricerca in Didattica

Sarà utile considerare la seguente tabella che mette in evidenza le differenze tra la "Ricerca Sperimentale" tipica ad esempio della Psicologia Cognitivista o della Pedagogia Sperimentale, la Ricerca-Azione e la Ricerca in Didattica. I "modelli" che ne verranno fuori, leggendo la tabella per colonne, possono dare ulteriori informazioni per la definizione di Paradigma di Ricerca in Didattica.

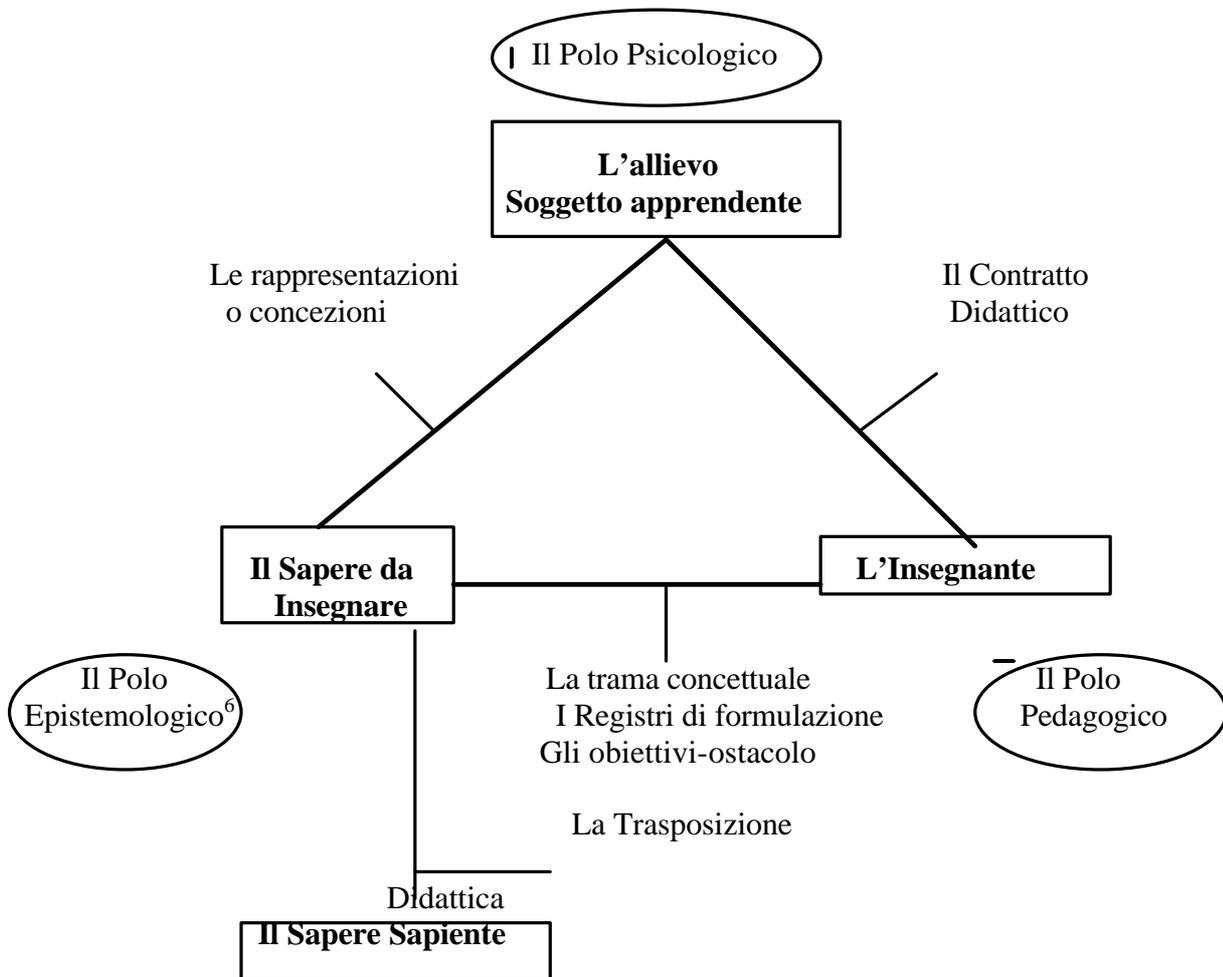
	RICERCA SPERIMENTALE	RICERCA-AZIONE	RICERCA IN DIDATTICA
Posizione del Ricercatore	Il ricercatore deve restare neutrale per poter meglio isolare il suo "oggetto" di studio, situandolo fuori di se.	Il ricercatore è profondamente implicato perché egli stesso è fattore di cambiamento. Egli è preso "dentro" la situazione e vi partecipa attivamente.	Il Ricercatore studia i fenomeni di insegnamento nel sistema Sapere-Allievo-Insegnante sintetizzando Ricerca Azione e Ricerca Sperimentale attraverso la messa a punto di situazioni a-didattiche.
Natura del trattamento	Il trattamento si riferisce alla manipolazione di una variabile indipendente. L'unico responsabile di ciò è il ricercatore che si muove secondo regole	Non può esservi manipolazione ⁴ perché tutti gli attori sono coinvolti nel trattamento. Il potere decisionale non è solo del ricercatore, ma vi	L'insegnante/Ricercatore sceglie le variabili didattiche indipendenti che vengono negoziate dai singoli insegnanti coinvolti nella ricerca. Questo avviene nel momento in cui vengono individuate collettivamente le variabili didattiche, le ipotesi di ricerca, gli strumenti didattici, gli strumenti diagnostici.

⁴ da parte del ricercatore.

	deontologiche definite.	deve essere una negoziazione fra i vari partecipanti.	L'Insegnante/Ricercatore è una figura diversa dell'Insegnante coinvolto direttamente nel sistema Sapere-Insegnante-Allievi-Situazione Didattica.
Popolazione ⁵	La popolazione è un "oggetto", quindi deve restare all'oscuro degli obiettivi del trattamento. E' il ricercatore che effettua il "controllo" con gli strumenti che ritiene più opportuni.	La popolazione è il "soggetto" della ricerca stessa. Gli attori sono anche ricercatori, quindi devono essere consapevoli di ciò che realizzano. Questa consapevolezza è già promotrice di cambiamento.	La popolazione diventa "soggetto" nel momento della ricerca e "oggetto" consapevole della ricerca. La "consapevolezza" è giocata nella fase di "devoluzione". L'insegnante metterà a punto una serie di condizioni affinché l'allievo possa assumere consapevolmente le regole del gioco didattico (situazione a-didattica)
Valutazione	Viene realizzata esclusivamente dal ricercatore che si preoccupa di neutralizzare eventuali effetti di distorsione. Si valuta per potere generalizzare i risultati.	La valutazione viene fatta dal collettivo. E' intesa in senso formativo, come analisi del feedback per poter meglio orientare la marcia futura.	L'accettazione del paradigma della Ricerca in Didattica è strettamente riconducibile al paradigma della ricerca scientifica in generale nel senso che i risultati relativi ai fenomeni didattici possono essere riprodotti e generalizzati. La riproducibilità è garantita da uno studio approfondito di una analisi a-priori della situazione a-didattica che viene condotta sia da un punto di vista epistemologico e storico epistemologico (strategie matematiche attese), sia da un punto di vista dei comportamenti attesi (Analisi semiotica).
Criteri di Scelta degli Strumenti	Gli strumenti utilizzati devono essere fedeli e validi, in modo da garantire la generalizzazione dei risultati.	Gli strumenti si scelgono in base ai bisogni manifestati dalle persone in un determinato momento del processo della Ricerca-Azione. Gli strumenti possono essere oggettivi o soggettivi; l'importante è che stimolino le persone a interrogarsi sulle problematiche emergenti.	Gli strumenti sono scelti in base ai bisogni manifestati dalle persone in un determinato momento della Ricerca in Didattica, ma possono raggiungere una generalizzazione grazie ad una analisi a-priori particolarmente approfondita (come già detto precedentemente) e una analisi statistica fedele e valida. L'analisi statistica è supportata da una analisi dei processi di apprendimento attraverso questionari, interviste individuali, protocolli registrati di dibattiti in classe, ecc. Strumenti statistici messi a punto per piccoli campioni: Analisi Fattoriale, Analisi implicativa, ecc.

⁵ Per "popolazione" si intendono gli allievi. Gli insegnanti/ricercatori sono "soggetto", l'insegnante coinvolto in classe può essere coinvolto dall'insegnante:ricercatore per una analisi esterna.

La Ricerca in Didattica si pone come un meta-paradigma rispetto ad altri paradigmi di ricerca in scienze dell'educazione in quanto utilizza sia il paradigma della disciplina oggetto di analisi che il paradigma delle scienze sperimentali. La Ricerca in Didattica può essere considerata come una sorta di "Epistemologia Sperimentale". Il seguente schema mette in evidenza i diversi punti di vista inseriti nel paradigma della Ricerca in Didattica:



⁶ Il "Polo epistemologico" deve intendersi in relazione sia al "Sapere Sapiente" che al "Sapere da insegnare".

Una osservazione preliminare va comunque fatta e riguarda la posizione del Ricercatore in Didattica che è diversa della posizione dell'insegnante. Questo non toglie che l'insegnante possa assumere il ruolo di ricercatore.

Analizziamo la situazione con uno schema:

Cercheremo di vedere intanto le posizioni dei vari soggetti della Ricerca in Didattica. Lo schema visualizza le relazioni esistenti tra Situazione Didattica-Insegnante-Allievo-Sapere e gli altri piani linguistici.

Nel piano **R** abbiamo la situazione di partenza **I₁-S₁-a₁** (Insegnante, Sapere, allievo riferito ad una particolare situazione didattica).

Nel piano **K** il Ricercatore o l'insegnante/ricercatore analizza la situazione del piano **R**. Questo rappresenta il suo concreto. Ad esempio l'analisi a-priori di una situazione didattica rientra in questa fase.

Il piano **J** è adesso il nostro punto di riferimento. Sono le lezioni di "didattica delle discipline" che bisognerà organizzare per gli insegnanti/ricercatori. Dover prendere in considerazione gli insegnanti/ricercatori (allievi **I₂**) è opportuno in quanto il professionista dell'insegnamento delle matematiche dovrà almeno una volta nella sua formazione affrontare i problemi di ricerca relativi alla comunicazione delle matematiche. Questo gli consentirà in seguito di poter stabilire un proficuo rapporto con la lettura e l'interpretazione dei risultati della ricerca in didattica.

Quindi da una parte vi è il problema della discussione sulla "situazione didattica" dall'altra parte vi è la discussione sull'analisi delle ipotesi di ricerca in didattica e la loro falsificabilità sperimentale. Sono questi problemi che risultano avere delle interpretazioni diverse a seconda del punto di vista. Naturalmente i ruoli di Insegnante e Insegnante/Ricercatore sono intercambiabili nel senso che un Insegnante che in una certa situazione sperimentale ha il ruolo di ricercatore, in un'altra situazione sperimentale potrà avere il solo ruolo di Insegnante (tipo (a)).

1.4 L'analisi a-priori di una situazione didattica

Uno strumento che si considera indispensabile per un corretto approccio alla Ricerca in Didattica è "l'analisi a-priori".

Cosa si intende per "analisi a-priori" di una situazione didattica?

Per analisi a-priori si intende una analisi delle "Rappresentazioni Epistemologiche", "Rappresentazioni Storico-epistemologiche", "Comportamenti ipotizzabili", corretti e non, per la risoluzione della data situazione didattica.

- *Le rappresentazioni epistemologiche sono le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi⁷ riguardo un particolare concetto. Tali rappresentazioni possono essere messe a punto da un soggetto apprendente o da una comunità scientifica in un determinato periodo storico.*
- *Le rappresentazioni storico-epistemologiche sono le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi riguardanti la ricostruzione sintattica, semantica, pragmatica⁸ di un determinato concetto.*
- *I comportamenti ipotizzabili dell'allievo nei confronti della situazione/problema sono tutte le possibili strategie⁹ risolutive sia corrette che non. Tra le strategie non corrette verranno prese in considerazione quelle che possono devolvere in strategie corrette.*

L'analisi di queste tre componenti avrà delle connotazioni diverse se ci si riferirà a discipline diverse. Per quanto riguarda le Matematiche e le Scienze e la Tecnologia questa griglia per l'individuazione dell'analisi a-priori potrà avere una sua efficacia. Per quanto riguarda ad esempio l'analisi linguistica le rappresentazioni storico-epistemologiche hanno poca importanza in quanto la lingua naturale è in continua evoluzione, sarà necessaria quindi una griglia diversa per l'individuazione dell'analisi a-priori.

L'analisi a-priori della situazione didattica consente di:

- individuare lo "spazio degli eventi"¹⁰ riguardanti la particolare situazione didattica rispetto alle conoscenze professionali dell'insegnante ricercatore in un determinato periodo storico;
- individuare, attraverso lo spazio degli eventi possibili, il "buon problema"¹¹ e quindi una "situazione didattica fondamentale" per la classe di problemi alla quale la situazione didattica afferisce;
- individuare delle variabili della situazione problema e delle variabili didattiche¹²;
- individuare delle ipotesi di Ricerca in Didattica di tipo più generale rispetto a quelle analizzabili da una prima analisi della situazione/problema.

1.5 Le ipotesi della "Ricerca in Didattica"

Una ipotesi relativa alla Ricerca in Didattica presenta alcune o tutte le seguenti caratteristiche:

- Una ipotesi contiene un enunciato chiuso di didattica, ben formato¹³ nel linguaggio della teoria e questo ci assicura la sua consistenza.
- Una ipotesi mette questo enunciato in relazione con una certa "contingenza", in generale un insegnamento o uno dei suoi elementi. Questa "contingenza" è determinata con l'aiuto delle variabili osservabili che formano parti concretamente significative dei modelli teorici.

Realtà ↔ contingenza ↔ modelli ↔ teoria.

- Una ipotesi afferma l'adeguatezza di questa corrispondenza con una argomentazione sperimentale, in un modo logico (valido, probabile, ecc.).
- Una ipotesi è emessa da qualcuno (ricercatore, o insegnante, o istituzione) ed ha un certo posto in un ragionamento, in un dibattito, in un progetto di spiegazione scientifica d'azione (serve a qualcuno per qualche cosa).

Da questa ipotesi possono poi derivarne delle altre riguardo alle singole situazioni didattiche.

⁷ I percorsi conoscitivi permettono di evidenziare le reti concettuali riguardanti la situazione didattica.

⁸ La prospettiva semiotica per l'analisi delle conoscenze disciplinari consente una gestione dei contenuti con riferimento ai problemi della "comunicazione" di tali contenuti. Questa posizione non è particolarmente nuova rispetto alle scienze umane, ma rappresenta una vera innovazione per le discipline tecniche e scientifiche.

⁹ Una situazione didattica pone comunque un "problema" da risolvere all'allievo, vuoi come problema tradizionale (ad es. nell'ambito scientifico o matematico), vuoi come "strategia" per organizzare la conoscenza migliore per adattarsi ad una situazione.

¹⁰ Per "spazio degli eventi" si intende l'insieme delle possibili strategie risolutive corrette e non ipotizzabili in un determinato periodo storico da una determinata comunità di insegnanti.

¹¹ Il "buon problema" è quello che, rispetto alla conoscenza presa in esame, permette la migliore formulazione in termini ergonomici.

¹² Le "variabili della situazione didattica" sono tutte le possibili variabili che intervengono, le "variabili didattiche" sono quelle che permettono un cambiamento dei comportamenti degli allievi. Le variabili didattiche sono quindi un sotto insieme delle variabili della situazione didattica.

¹³ Nel linguaggio della Logica il termine "ben formato" riferito al linguaggio di una determinata teoria va interpretato come: "riconoscibile come vero nel linguaggio della teoria".

1.6 Un possibile schema di riferimento

Sintetizziamo adesso con una tabella le cose dette sino a questo momento:

Che cosa è la Ricerca in Didattica?	<ul style="list-style-type: none">• Ricerca con un suo Paradigma;• Ricerca con un linguaggio proprio;• Ricerca Teorica: Analisi epistemologica e storico-epistemologica della disciplina relativa ad un determinato Sapere;• Ricerca Sperimentale:<ol style="list-style-type: none">1. Analisi a-priori della situazione-problema;2. Individuazione delle ipotesi di Ricerca;3. Falsificazione delle ipotesi¹⁴;4. Analisi di dati sperimentali relativi a piccoli campioni attraverso strumenti statistici appropriati;5. Analisi a-posteriori dei dati sperimentali.
A cosa serve la Ricerca in Didattica?	<ul style="list-style-type: none">• Previsione di “fenomeni didattici” attraverso “Modelli attendibili” rispetto alla Ricerca Teorico-Sperimentale. Per “Modelli attendibili” si intendono quei Modelli che consentono la possibilità di far previsioni sui fenomeni didattici;• Comunicazione dei risultati della Ricerca alla comunità degli Insegnanti attraverso argomentazioni forti come l’analisi a-priori e gli strumenti statistici.
Di che cosa si occupa la Ricerca in Didattica?	<ul style="list-style-type: none">• Problemi riguardanti la “comunicazione di una determinata disciplina” attraverso:<ol style="list-style-type: none">1. Messa a punto di situazioni a-didattiche appropriate;2. Analisi degli errori ed ostacoli derivanti dai processi comunicativi;3. Studio degli ostacoli didattici ed epistemologici¹⁵ come:<ul style="list-style-type: none">• strumenti per la riflessione sulla costruzione di curricula didattici;• strumenti per una migliore e più profonda comprensione dei processi comunicativi;• strumenti per la messa a punto di situazioni a-didattiche.

1.7 Storia delle matematiche e ricerca in didattica.

Stabilire una relazione storia-didattica é una operazione abbastanza complessa. Per poter individuare il dominio di validità di detta relazione bisognerà innanzi tutto stabilire un punto di vista sulle Matematiche.

Il punto di vista che sembra offrire parecchie opportunità per l’interpretazione dei fenomeni di insegnamento/apprendimento potrebbe essere quello semiotico. La scelta cioè di interpretare i linguaggi matematici semioticamente attraverso una analisi sintattica, semantica, pragmatica¹⁶. Questa scelta non é l’unica possibile ma é quella che ci consente di poter descrivere meglio i modelli dei fenomeni di insegnamento/apprendimento. Tale modelli debbono poter analizzare le diverse discipline che concorrono ad una interpretazione dei fenomeni.

Il paradigma della ricerca in didattica é quello della “Teoria delle Situazioni” di Guy Brousseau¹⁷ rivisitato dal gruppo di ricerca di Palermo¹⁸ per un inserimento nella tradizione della “didattica delle matematiche” dalla fine dell’800 ad oggi. Tale paradigma é un modello

¹⁴ Una ipotesi si dice falsificabile se, sottoposta a verifica sperimentale, può essere messa a dura prova da tentativi sistematici per coglierla in fallo.

¹⁵

- Ostacoli didattici: Sono gli ostacoli che si determinano da una non pertinente trasposizione didattica;
- Ostacoli epistemologici: Sono gli ostacoli che hanno un ruolo costitutivo nella conoscenza. Essi sono difficili da evidenziare e difficili da superare. Lo studio di questi ostacoli è però molto importante per l’insegnante perché questi è costretto a mettere in discussione continua le sue conoscenze sia epistemologiche che comunicative.

Gli errori possono mettere in evidenza sia gli ostacoli didattici che epistemologici, essi rappresentano lo strumento indispensabile per capire le situazioni patologiche. Altra cosa sarà il superamento degli ostacoli.

¹⁶ Per una esposizione più argomentata vedasi F. Spagnolo, *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze, 1998.

¹⁷ Guy Brousseau, *Théorie des situations didactiques*, La pensée sauvage, Grenoble, 1998.

¹⁸ F. Spagnolo, o.c.

assolutamente aperto ed in evoluzione che tiene conto sia delle questioni riguardanti l'epistemologia e la storia in una analisi a-priori di una situazione didattica sia dei comportamenti attesi da parte dell'allievo¹⁹.

L'interpretazione semiotica delle matematiche permette anche di differenziare tre punti di vista differenti per la storia delle matematiche:

- Storia della sintassi dei linguaggi matematici. Questa è l'impostazione più accreditata nell'ambito dei matematici professionisti. Gli esempi che si possono portare in questo caso sono quelli di Bourbaki²⁰ che, secondo una visione della matematica strutturalista, analizza l'evolversi dei linguaggi nella direzione della riorganizzazione sintattica. Il percorso storico si sviluppa attorno ad alcuni concetti matematici che risultano "utili" per la riorganizzazione sintattica dei linguaggi matematici presi in considerazione nel progetto di partenza.
- Storia della semantica dei linguaggi matematici. Sotto questa impostazione possiamo ritrovare tutti quei testi di natura divulgativa che rivisitano i percorsi storici dei linguaggi matematici, come per esempio il Kline con il titolo "Storia del Pensiero Matematico". Il fatto di rivedere la storia come storia del pensiero ci porta a ripercorrere i linguaggi matematici analizzando soprattutto i significati che sono stati attribuiti ai concetti matematici ancor prima che questi potessero far parte organicamente di un linguaggio matematico organizzato.
- Storia della pragmatica dei linguaggi matematici. Una Storia della Pragmatica dovrebbe occuparsi della storia della comunicazione delle matematiche nel passato e questo implica cercare di individuare quale era il Sapere Sapiente in un determinato periodo storico e quale era la Conoscenza effettiva che perveniva a coloro i quali ricevevano questi messaggi comunicativi. Questa operazione può avere un senso se si analizza la storia più recente: dalla istituzione dell'istruzione pubblica in poi, per intenderci. Ed il motivo è strettamente legato alle fonti storiche come ad esempio i libri di testo, i programmi ufficiali, i registri degli insegnanti, le riviste di matematica e didattica della matematica a qualsiasi livello, sia quelle riguardanti gli allievi che quelli riguardanti gli insegnanti o cultori di matematica²¹.

La comunicazione delle matematiche può essere analizzata da punti di vista differenti e per ogni punto di vista individuiamo un utilizzo della storia.

Dal punto di vista del *ricercatore*²² in Didattica delle Matematiche lo studio preliminare delle rappresentazioni epistemologiche e storico-epistemologiche risulta fondamentale per poter poi confrontarsi con la contingenza sperimentale. Più approfondita sarà questa analisi maggiore sarà la possibilità di poter argomentare il fenomeno di insegnamento/apprendimento e di poterlo riprodurre²³ in altre condizioni analoghe. La riproducibilità è sempre di tipo probabilistico come accade con i paradigmi delle scienze umane. Il tipo di storia che viene utilizzato in questo caso può essere ad esempio la storia dell'evoluzione di singoli concetti matematici per quanto riguarda il

¹⁹ Che cosa intendiamo per *analisi a-priori*:

“Data una situazione/problema, si definisce analisi a-priori di detta situazione/problema l'insieme delle:

1) rappresentazioni epistemologiche; 2) rappresentazioni storico-epistemologiche; 3) Comportamenti ipotizzati.

1. Per “*Rappresentazioni epistemologiche*” si intendono le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi riguardo un particolare concetto. Tali rappresentazioni possono essere messe a punto da un soggetto apprendente o da una comunità scientifica in un determinato periodo storico.
2. Per “*Rappresentazioni storico-epistemologiche*” si intendono le rappresentazioni dei percorsi conoscitivi (sintattici, semantici, pragmatici) riguardo ad un particolare concetto.
3. Per “*comportamenti ipotizzabili*” dell'allievo nei confronti della situazione/problema sono tutte le possibili strategie¹⁹ risolutive sia corrette che non. Tra le strategie non corrette verranno prese in considerazione quelle che possono devolvere in strategie corrette.

²⁰ N. Bourbaki, *Storia delle Matematiche*, Feltrinelli, Milano, 1963.

²¹ Mancano i lavori riguardanti la “comunicazione” propriamente detta, i risultati sperimentali sulla comunicazione. Queste fonti che abbiamo menzionato sono sempre delle fonti indirette e comunque si rifanno sempre all'analisi di un “testo scritto”. Sarà l'interpretazione di questo testo scritto che consentirà i collegamenti, le analogie, le inferenze rispetto a quello che lo storico aveva come obiettivo e scopo della sua ricerca. Possiamo affermare che una storia di questo tipo la possiamo condurre con argomentazioni sufficientemente forti a partire, forse, della fine del settecento sino ad oggi.

²² La figura del ricercatore può coincidere con quella dell'insegnante, ma in questo caso si parlerà di insegnante/ricercatore, che in questa sua nuova funzione dovrà mettersi da un punto di vista esterno ai fenomeni di insegnamento. L'insegnante/ricercatore non può contemporaneamente essere nel ruolo di insegnante e di ricercatore. Le due funzioni sono separate.

²³ La riproducibilità viene anche assicurata da argomentazioni di tipo statistico strettamente correlate con l'analisi a-priori.

recupero del significato, la storia dell'evoluzione di determinati modelli assiomatici per quanto riguarda le fasi di sistematizzazione dei linguaggi matematici.

La seguente tabella riassume i possibili utilizzi della storia delle matematiche nei problemi riguardanti la Comunicazione delle Matematiche.

Dal punto di vista del Ricercatore in Didattica delle Matematiche (Comunicazione delle Matematiche).

Per argomentare le ricerche e per una eventuale riproducibilità.

Dal punto di vista dell'Insegnante:

- ***per poter mettere a punto delle situazioni didattiche²⁴ significative per l'insegnamento/apprendimento.***
- ***per l'epistemologia dell'insegnate (Alcuni di questi utilizzi servono anche alla preparazione culturale dell'insegnante di Matematica nei corsi di laurea in matematica ad esempio).***

Dal punto di vista dell'allievo

- Storia della sintassi: concezioni che servono per la sistemazione sintattica di un linguaggio.
 - Storia della semantica: concezioni da utilizzare per l'analisi a-priori dei comportamenti degli allievi.
 - Storia della Pragmatica: per uno studio dei fenomeni di insegnamento riguardanti la trasposizione didattica.
 - Storia della sintassi: concezioni che servono per la sistemazione sintattica di un linguaggio. Utilizzo personale dell'insegnante ma anche per controllare meglio sia l'analisi a-priori che la trasposizione didattica.
 - Storia cronologica riguardante i linguaggi matematici.
 - Storie tematiche: Storia della dimostrazione, del concetto di limite, dell'infinito, del rigore, ecc.
 - Recupero della conoscenza della disciplina da un punto di vista più generale (quello storico-filosofico ad es.).
-
- Inserisce lo studio dei linguaggi matematici in una dimensione culturale.
 - Inserisce una dimensione temporale nella costruzione dei linguaggi matematici.

²⁴ Per la messa a punto di situazioni didattiche ci si riferirà al lavoro di G. Brousseau (o.c.) e di Filippo Spagnolo (o.c.).