CAPITOLO 5

LE ALTEZZE DI UN TRIANGOLO: UNA PROPOSTA DIDATTICA

Coordinatori: Gianna Manno, Claudia Sortino[1]

Insegnati-Ricercatori: Alida Granato, Anna Maria Messina, Carolina Dragotta, Virginia Impertuglia, Paola Di Marco, Li Moli.

[1] Componenti del G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche), Dipartimento di Matematica, Palermo.

PRESENTAZIONE

Gianna Manno, Claudia Sortino

Il quarto gruppo di lavoro coinvolto nel progetto ideato dal Prof. Filippo Spagnolo e tenutosi a Piazza Armerina in due stage tra Gennaio e Febbraio si è occupato del concetto di Altezza.

Durante il primo stage dopo la presentazione teorica del prof. Spagnolo i docenti del gruppo hanno realizzato l'analisi a priori della consegna, ed in particolare hanno adattato la consegna alla scolaresca a cui essa si rivolgeva e creato delle situazioni adidattiche al fine di poter presentare il concetto di altezza ora come minima distanza ora col concetto di filo a piombo.

Nell' intervallo di tempo tra i due stage i docenti interessati nel progetto hanno raccolto i dati sperimentali relativi al loro progetto di ricerca, portando dunque la sperimentazione subito in fase attiva.

Nel secondo stage, dopo la presentazione teorica del Prof. Filippo Spagnolo riguardo l'uso dei software statistici Chic, e SSPSS per l'analisi fattoriale, sono stati analizzati i dati sperimentali al fine di raccogliere i risultati più significativi di questa esperienza. I dati sperimentali sono stati analizzati sia da un punto di vista quantitativo mediante l'analisi statistica dei dati, sia da un punto di vista qualitativo mediante l'analisi dei protocolli raccolti dai docenti durante la sperimentazione. E' bene osservare che tali protocolli sono stati registrati dai docenti sia su cassetta che su audiovisivi.

Durante il secondo stage tutti i gruppi sono stati riuniti ed alcuni di essi hanno portato le loro esperienze come degli esempi sui quali con l'aiuto del Prof Spagnolo e della prof. Marino e degli altri coordinatori dei gruppi, è stata fatta l'analisi qualitativa con particolare riferimento all'uso degli indicatori linguistici. Questa fase del progetto è stata a mio avviso importante e costruttiva, perché il dibattito attorno all'uso dei ragazzi di particolari indicatori linguistici ha permesso ai docenti di entrare nel vivo del problema dell'analisi qualitativa dei dati.

La consegna del quarto gruppo era la seguente:

"Rappresenta le altezze di un triangolo qualunque con gli strumenti che utilizzi per il disegno e con l'ausilio del Cabri Geometre."

La traccia data per la costruzione della situazione a-didattica è la seguente:
Un gruppo costruisce il programma e deve poi comunicare ad un altro gruppo che deve eseguirlo in base alla sola comunicazione.
Analisi e discussione delle strategie vincenti per la soluzione dei possibili programmi.

Consegna per i coordinatori dei gruppi.
Nell'analizzare la situazioni si simuli l'attività di classe cercando di registrare le dispute all'interno del gruppo.

Seguono i rapporti sperimentali per livello scolare.

5.1.1 Scuola dell’Infanzia

SCUOLA DELL’INFANZIA “V. ALFIERI“ 2° Circolo “G. Falcone”
Insegnante: Alida Granato
Numero alunni: 15

5.1.2

Consegna: *rappresenta le altezze di un triangolo qualunque con gli strumenti che utilizzi per il disegno.*

L’insegnante prepara una situazione adidattica attraverso la quale gli alunni con strategie diverse da quelle che si possono presentare in classe cercano di giungere alla consegna.

La seguente situazione adidattica è un gioco ideato dall’insegnate A. Granato e proposto a bambini della scuola dell’infanzia. Segue la descrizione del gioco e le sue diverse fasi.

Gioco: percorso a staffetta
Spazi: palestra o cortile scolastico.

- 1°**Fase**:

Suddivisione della classe in 3 gruppi o squadre.
Preparazione di una linea retta, ben visibile, sul pavimento.
Posizionamento di un contenitore in un punto qualsiasi della palestra (o cortile) al di là della linea.

- 2° Fase:

Si invitano gli allievi delle 3 squadre a scegliere un punto della linea e posizionarvisi uno dietro l’altro.
Spiegazione e regole del gioco: partendo dalla posizione scelta gli alunni devono sistemare nel contenitore gli oggetti depositati nella scatola posta accanto a loro.
Dopo il segnale dell’insegnante (fischietto, battito delle mani), il capofila di ogni squadra parte per andare a depositare il primo oggetto, poi torna indietro e quando

arriva sulla linea, da il segnale di via al secondo compagno e così via fino all’ultimo.Vince la squadra che in minor tempo riesce a depositare tutti gli oggetti.

- 3°Fase

Si ripete il gioco facendo cambiare alle squadre la posizione di partenza.

- 4°Fase

Finito il gioco hanno inizio le argomentazioni dei bambini

- 5°Fase

Si tracciano sul pavimento le linee del percorso compiuto da ogni squadra, in modo da rendere visibili “triangolo e altezza”. Misurando la corda gialla, che corrisponde al percorso centrale, con la corda bianca del percorso laterale Mattia ha modo di verificare che l’altezza è il percorso più breve tra il vertice e la base del triangolo riconoscono come figura geometrica.

- 6°Fase

Con strumenti empirici di misura, gli alunni verificano che l’altezza è il percorso più breve tra il vertice e la base. Per esempio Mattia fa una trasposizione grafica, alla lavagna, del triangolo costruito per terra avendo chiaramente identificato il rapporto di similare del triangolo.
La presenza dell’operatore ha condizionato notevolmente i bambini non tanto nelle prime fasi del gioco ma durante le argomentazioni; sono stati spontanei del solito. Nonostante ciò hanno partecipato fattivamente e con grande entusiasmo all’esperienza proposta che si è rivelata molto positiva.

<u>Tempi previsti:</u> 1 ora
<u>Ruolo dell’insegnante:</u> osservatore.

5.1.3 La Validazione

La fase di validazione del gioco è la quarta , nella quale i bambini concordano nel affermare che ha vinto per tre volte di seguito la squadra posizionata al centro della linea. L’insegnante chiede di motivare l’affermazione fatta, :alcuni danno risposte di tipo “locale” come:

- Gianmarco: “perché il cubo è più vicino”;
- Vanessa e Carmelo: “perché la strada per arrivare là (al cubo) è più corta al centro”;
- Serena e Federica: “perché la strada è più corta”;
- Alessandra: “perché il cubo è più vicino alla squadra verde, a quella che sta al centro”.

Gaia dà una risposta di tipo **“generale”**: “perché è più corta”.

Noemi e Mattia danno una risposta “impulsiva”: “perché al centro c’è fortuna”.

I bambini hanno dato le risposte servendosi tutti d’indicatori linguistici di “condizionalità” (perché) probabilmente legati alla domanda dell’insegnante.

5.1.4 L’analisi a priori

Per poter proporre agli alunni il gioco gli insegnanti si sino preoccupati di eseguire una verifica delle competenze possedute dai bambini. Ciò è stato eseguito mediante :

- Racconto: “Il paese che non rotola più”;
- Blocchi logici;
- Schede strutturate;
- Giochi motori (formiamo le forme con il corpo etc…);
- Giochi d’associazione per la comprensione della consegna.

I dati emersi sono stati tabulati usando i seguenti indicatori d’osservazione:

- Riconosce e denomina il triangolo come figura geometrica;
- Riconosce un percorso più breve da uno più lungo;
- Individua la relazione spaziale “Alto-Basso”;
- Fa confronti e misura “a due a due” e “a tre a tre” le altezze;
- Comprende uno schema di gioco e le principali regole.

Dall’analisi delle competenze dei bambini risulta necessario dover modificare la consegna:

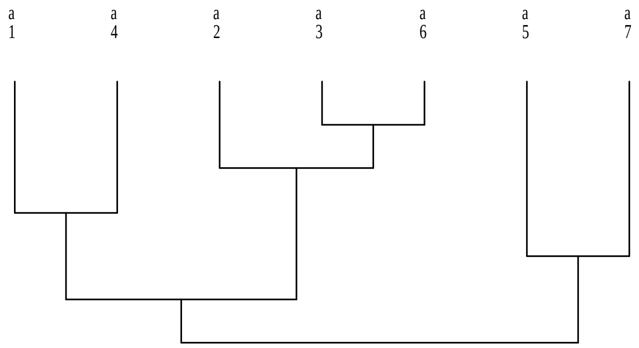
<<Scopriamo e rappresentiamo il percorso più breve (distanza minima) per arrivare dalla base al vertice del triangolo>>.

E' necessario inoltre che questa venga mediata attraverso il gioco "Percorso a Staffetta".

L'analisi a priori è stata realizzata sfruttando gli indicatori emersi dall'analisi delle competenze dei bambini.

5.1.5 *L'Analisi quantitativa:*

Albero della similarità



Arbre de similarité : C:\WINDOWS\Desktop\alida\lilla3.csv

La più forte similarità è tra A3 e A6 che si correla poi con A2:

- I bambini affermano che I percorsi laterali (lati obliqui del triangolo) sono più lunghi
- il percorso centrale (altezza) è più breve ed anche "più fortunato"

Inoltre A1 e A4 sono similari, meno di A3 e A6:

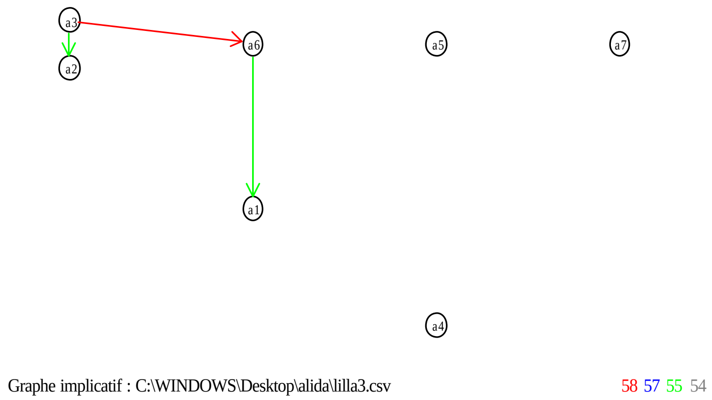
- Viene, con A1, riconosciuta la distanza minima;
- Con A4 viene riconosciuto il triangolo come figura geometrica (peraltro come tale riconosciuto da tutti i bambini).

Sono meno similari A5 e A7 :

- L'altezza divide a metà il triangolo;

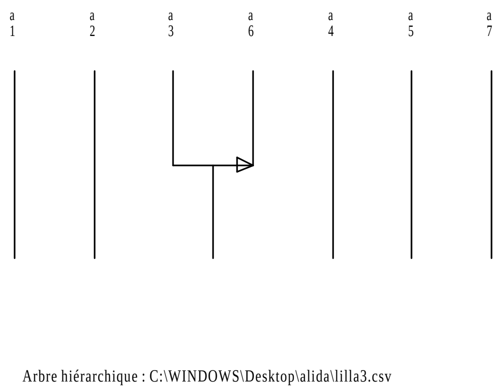
- Il triangolo disegnato alla lavagna è similare al triangolo costruito a terra con le corde.

Grafico Implicativo



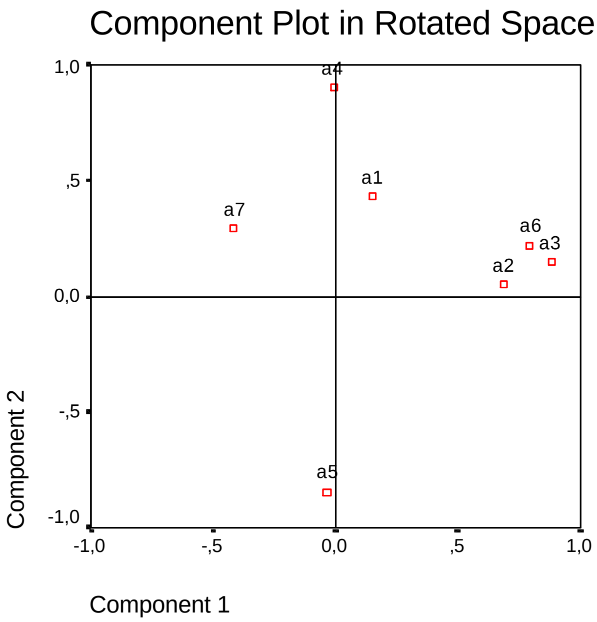
Irrilevanti le implicazioni in quanto non rappresentano valori percentuali significativi.

Albero gerarchico



L'unica gerarchia emersa è il rapporto tra A3 e A6.

Analisi Fattoriale



Analisi Fattoriale secondo l'asse verticale

- Le variabili A4 e A5 sono le più forti e in opposizione
- A1 ha una distanza minima

Analisi Fattoriale secondo l'asse orizzontale:

- Le variabili sono tutte in opposizione ad A5
- Le variabili più forti sono A2, A3 ed anche se un po' meno A6.

Dall'analisi fattoriale risulta che i bambini scelgono due strategie:

- il bambino che identifica l'altezza con il percorso più breve (A6);
- il bambino che afferma che i percorsi laterali sono i più lunghi (A3).

Qualunque strategia scelga il bambino, comprende la consegna e perviene alla soluzione.

Sembra ovvio dedurre che se il bambino ha le necessarie competenze:

- per riconoscere una distanza minima;

- per individuare un lato più lungo da uno più corto;
- per identificare un percorso con l'altezza del triangolo

dimostra di possedere buone capacità non solo intuitive ma anche deduttive.

5.1.6 Conclusione

I bambini risolvono il gioco dividendosi in due gruppi:
il primo è caratterizzato dai bambini che identificano l'altezza col percorso più breve, il secondo è caratterizzato dai bambini che osservano che i percorsi laterali identificabili con i lati del triangolo costruito a terra, sono più lunghi.
I bambini in entrambi i casi si rendono conto che la vincita presuppone la scelta del percorso più breve. Dai dati sperimentali risulta che i bambini riescono a comprendere la consegna e ad utilizzare uno schema di ragionamento tale da dimostrare l'acquisizione delle competenze necessarie per ottimizzare le strategie che lo inducono alla vittoria del gioco.

5.2.1 Scuola Elementare

SCUOLA ELEMENTARE 2° Circolo " G. Falcone"

Classe: I e II C

Insegnanti: Anna Maria Messina, Carolina Dragotta

Numero alunni: IC (17), IIC (22)

5.2.2

Consegna: rappresenta le altezze di un triangolo qualunque con gli strumenti che utilizzi per il disegno.
Gli insegnanti hanno preparato un gioco al fine di analizzare le strategie risolutive del problem proposto.
Spazi: palestra o cortile scolastico

1°**Fase**:
Suddivisione della classe in 3 gruppi o squadre.
Preparazione di una linea retta, ben visibile, sul pavimento.

Posizionamento di un contenitore in un punto qualsiasi della palestra (o cortile) al di là della linea.

2° Fase:

Si invitano gli allievi delle 3 squadre a scegliere un punto della linea e posizionarvisi uno dietro l'altro.

Spiegazione e regole del gioco:partendo dalla posizione scelta gli alunni devono sistemare nel contenitore gli oggetti depositati nello scatolo posto accanto a loro. Dopo il segnale dell'insegnante (fischietto,battito delle mani),il capofila di ogni squadra parte per andare a depositare il primo oggetto, poi torna indietro e quando arriva sulla linea, da il segnale di via al secondo compagno e così via fino all'ultimo.Vince la squadra che in minor tempo riesce a depositare tutti gli oggetti.

3°Fase

Si ripete il gioco facendo cambiare alle squadre la posizione di partenza.

4°Fase

Argomentazioni degli alunni….

5°Fase

Si tracciano sul pavimento le linee del percorso compiuto da ogni squadra, in modo da rendere visibili "triangolo e altezza".

6°Fase

Con strumenti empirici di misura, gli alunni verificano che l'altezza è il percorso più breve tra il vertice e la base.

5.2. 3

ANALISI QUALITATIVA (Fase di Validazione)

Considerato che la soluzione al quesito che si intende proporre ai bambini non è di facile interpretazione si è pensato di proporre il problema sotto forma di gioco.

Si inizia il lavoro presentando loro materiale strutturato,racconti,giochi per accertare e verificare i pre-requisiti.

Il gioco si svolge in palestra;si prepara una linea retta e si posiziona un contenitore al di là della linea. La scolaresca viene divisa in tre squadre e di seguito si invitano gli allievi a scegliere un punta della linea e a posizionarvisi uno dietro l'altro. Dopo il segnale dell'insegnante il capofila parte per depositare l'oggetto che tiene in mano nel cerchio e, tornando indietro,dà il via al compagno toccandolo ad una spalla. I tre gruppi,a turno, devono ruotare per identificare il percorso più breve(distanza minima).

Da questa prima fase scaturiscono le prime argomentazioni degli alunni:

1) perché ha perso tempo;
2) perché ci siamo distratti un po';
3) hanno vinto perché sono stati più veloci;
4) perché sono partiti prima;
5) vincono perché noi siamo più indietro rispetto alla linea di partenza;
6) ha vinto la squadra di centro perché hanno eseguito la consegna correttamente.

I bambini usano il "perché" come scoperta, chiarimento, affermazione.

1) Abbiamo meno velocità;
2) c'è un buco nel tappeto che ci fa rallentare la corsa.

Due bambini non accettano di perdere e danno delle motivazioni che fanno riferimento ad un falso ragionamento, infatti non è vero che sono meno veloci e non è vero che c'è un buco nel tappeto.

Vinciamo perché siamo più giusti.

Riccardo ha intuito che la posizione di centro è privilegiata rispetto alle altre. Fa quindi un'affermazione di tipo tautologica giacché è convinto di quanto dice.

Dopo la prima parte del gioco emerge che vince chi è più veloce, chi è più attento, chi non ha perso tempo.

I bambini ancora non si rendono conto della distanza minima. Nessuno ha compreso il problema, tranne Riccardo che individua, intuitivamente, l'importanza della posizione di partenza.

Gli alunni continuano ad argomentare

1) abbiamo una posizione sbagliata;
2) no, non è il posto che fa vincere;

3) noi abbiamo il cerchio al centro;
4) loro di lato;
5) voi di fronte;
6) il cerchio è in diagonale per cui è più lontano.

Da questa discussione affiorano affermazioni di tipo – gerarchico – che si basano su alcune priorità della figura e altre di tipo – classificatorio – dato che classificano gli elementi in rapporto alla distanza.

E continuano:

1) noi siamo più vicini al cerchio
2) anche se in posizione diversa la distanza è diversa;
3) allora c'è una relazione tra la posizione e la distanza;
4) la squadra di centro vince perché fa un percorso dritto, invece chi parte dai lati fa un percorso più lungo;
5) la strada dritta è più breve,ma ai lati è più facile;
6) chi parte dal centro va dritto e torna subito indietro, gli altri perdono più tempo perché devono fare il giro attorno al cerchio.

I bambini cominciano ad avere una visione reale del problema, le loro osservazioni assumono carattere *pragmatico*.

A questo punto i bambini cominciano a rendersi conto che oltre alla "velocità " e al "tempo", esistono, per vincere, altre implicazioni; quali la "distanza" e la "posizione".

Emerge la necessità di misurare il percorso.

Collegando con una cordicella i punti di partenza (base) con il contenitore (vertice) si costruisce una figura geometrica che i bambini identificano in quella del triangolo. I percorsi laterali rappresentano i lati che sono più lunghi,rispetto al percorso che dalla base arriva al vertice,si rendono conto che l'altezza è proprio la "distanza minima ".

Ciò scaturisce dalle seguenti espressioni:

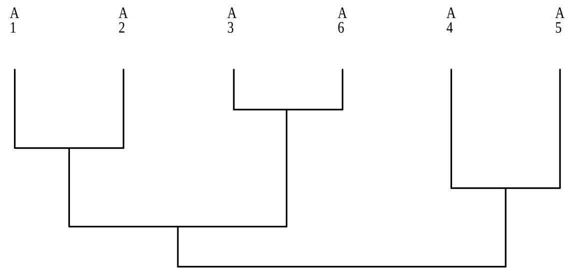
1) se misuriamo il percorso dalla punta agli angoli serve più cordicella;
2) lo spazio è sempre lo stesso;
3) chi sta più vicino vince perché è più vicino;
4) l'altezza parte dal basso e arriva in alto;
5) l'altezza è la distanza minima tra il vertice e la base.

I bambini – classificano – e – generalizzano - Arrivano alla soluzione del teorema.

5.2.4

Analisi Quantitativa

Albero della similarità

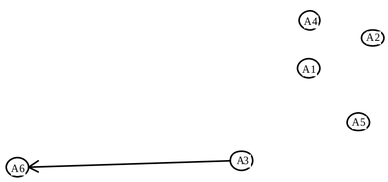


Arbre de similarité : C:\WINDOWS\Desktop\2circoloGF\maria1.csv

- La similarità maggiore si nota tra A3 e A6 che vengono dati rispettivamente dalla POSIZIONE e MISURAZIONE
- A1 (VELOCITA') e A2 (TEMPO) resta un punto importante di aggregazione, la similarità risulta, invece, minore fra i tre gruppi A4 (DISTANZA) e A5 (ALTRO).

Pertanto i tre gruppi si intersecano nel maggiore , cioè in A3 e A6.

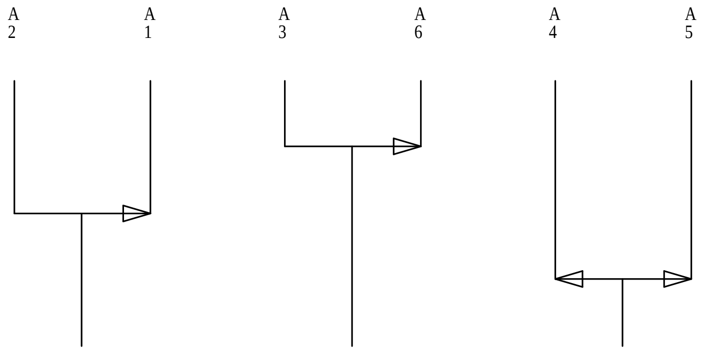
Grafico Implicativo



Graphe implicatif : C:\WINDOWS\Desktop\2circoloGF\maria1.csv 99 95 90 85

Chi ha idea della posizione (A6) riesce anche nella misurazione.

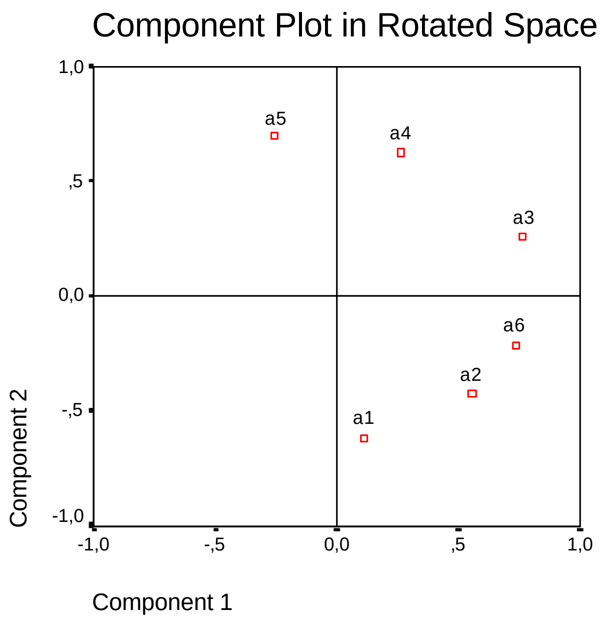
Albero gerarchico



Arbre hiérarchique : C:\WINDOWS\Desktop\2circoloGF\maria1.csv

- La posizione (A3) e la misurazione (A6) hanno una concezione più forte.
- Segue la velocità (A1) e il tempo (A2).
- Viene dopo la distanza (A4) ed altro (A5).

Analisi Fattoriale



Dall'analisi fattoriale risulta che negli alunni c'è una connessione logica tra A3 (Posizione) e A4 (Distanza) .

Gli alunni che assemblano il concetto di tempo (A2) con il concetto di misurazione (A6) hanno probabilmente una visione più pratica della realtà rispetto ad altri.
La posizione (A3) risulta un elemento opposto alla misurazione (A6), poiché gli alunni che rispondono in termini di posizione (A3) non hanno ancora una visione concreta del problema.

5.2.6

Considerazioni sull'esperienza da parte degli insegnanti:

"All'inizio del progetto eravamo molte scoraggiate, poiché ci sembrava un'impresa ardua fare argomentare bambini di 1° e 2° elementare in ordine alla soluzione di un problema di geometria.
Dubbi e perplessità ci assalivano man mano che cercavamo di escogitare strategie adeguate alla comprensione del teorema.
Tutto cominciava ad appianarsi dopo l'accertamento e la verifica di determinati pre-requisiti indispensabili al proseguo del lavoro.
I bambini sono apparsi subito motivati e interessati a esperienze nuove; non hanno mai mostrato stanchezza e anzi ci sollecitavano a fornire loro nuovi input. In definitiva erano loro a darci man forte e a motivare noi stesse.
E' stata un'esperienza di lavoro molto gratificante: tutti i bambini sono consapevolmente giunti alla soluzione del quesito.
Il gioco e tutta l'attività ludica, in generale, si sono rivelate delle strategie metodologiche indispensabili perché gli alunni arrivassero alla comprensione dell'obiettivo finale.
Ci siamo resi conto, e questa è stata la nostra motivazione più grande, che qualsiasi cosa può essere insegnata, purché sia strutturata in rapporto all'età mentale del bambino".

5.3.1 Scuola Media

SCUOLA MEDIA "C.CASCINO"

Classe: I° E

Insegnanti: Virginia Impertuglia

Numero alunni: 19

5.3.2

Consegna: rappresenta le altezze di un triangolo qualunque con gli strumenti che utilizzi per il disegno.

Gioco: La catena più corta

Spazi: palestra o cortile scolastico.

Situazione didattica e le sue fasi:

- 1°**Fase**:

La classe viene invitata a scendere in palestra (o cortile) dove verrà disposta in fila su una linea retta precedentemente tracciata sul pavimento. Al di là della linea, di fronte ai ragazzi, è stato sistemato un contenitore cubico dentro al quale sono stati inseriti dei grossi gomitoli di lana diversamente colorati.

Accanto ad esso si sistemerà un ragazzo con funzione di "tutor".

- Fase 2

Si organizza il gruppo per fare a terra una catena e vedere quanti alunni sono necessari per raggiungere il punto designato.

Contemporaneamente si segnerà a terra una x (o numero) che indicherà il punto di partenza della 1^a catena e così via fino al termine del gioco.

- Fase 3

Il capofila della catena, arrivato alla scatola, riceverà dal tutor un gomitolo di lana che servirà a individuare il percorso compiuto.

Si proverà diverse volte con altre "catene", partendo da diversi punti della linea e ogni percorso sarà individuato dal filo di lana e si evidenzierà anche il numero dei ragazzi necessari di volta in volta. A questo punto si fisseranno, a terra con dello scotch, le estremità libere dei fili che evidenzieranno così la figura di un triangolo.

- Fase 4

Inizierà l'attività "argomentativa" dei ragazzi che liberamente esprimeranno le loro congetture e osservazioni a proposito della attività svolta con tutti i vari e possibili perché.

- Fase 5

Si concluderà l'esperienza facendo verificare loro come il "filo"più corto corrisponde alla minima distanza percorsa e, conseguentemente, alla definizione di "altezza" del triangolo evidenziato a terra.

Tempi previsti: 2ore
Ruolo dell'insegnante: osservatore
N.B: Attività svolta con la collaborazione dell'insegnante di lettere.

5.3.3 Analisi a priori

Comportamenti attesi dagli alunni come strategie risolutive (corrette e non) di una soluzione problematica (PROBLEM SOLVING), eventuali errori, concezioni.

Tempo previsto: 20minuti

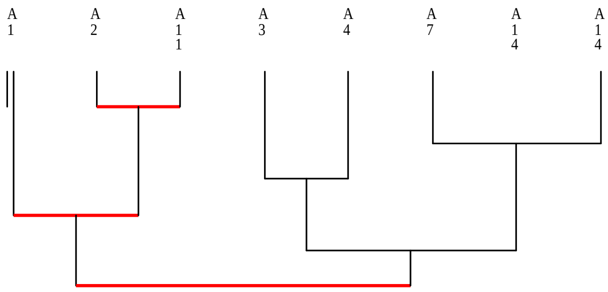
VARIABILI

1. L'alunno traccia tante linee interne al triangolo acutangolo, considerandole tutte altezze.
2. Indica i lati obliqui del triangolo acutangolo come altezze, perché più lunghi.
3. Traccia solo l'altezza perpendicolare alla base del triangolo acutangolo perché lo divide a metà.
4. Traccia solo una altezza nel triangolo acutangolo perché non riesce a "girarlo".
5. Rappresenta correttamente tutte e tre le altezze nel triangolo acutangolo, ottusangolo, rettangolo.

6. Traccia una sola altezza dei triangoli acutangolo e rettangolo, sconoscendo l’ottusangolo.
7. Disegna correttamente tutte e tre le altezze del solo triangolo acutangolo.
8. Traccia una linea parallela alla base del triangolo acutangolo,che interseca i due lati obliqui,indicandola come altezza.
9. Disegna un triangolo acutangolo, ma non traccia nessuna altezza.
10. Disegna correttamente i tre tipi di triangoli,ma non traccia nessuna altezza.
11. Disegna un triangolo acutangolo, ma non indica nessuna altezza.
12. Traccia una linea che parte dal vertice del triangolo acutangolo e arriva in un punto qualsiasi della base.
13. Considera solo il triangolo rettangolo e indica come altezze solo i due lati perpendicolari (cateti).
14. Traccia la sola altezza al vertice del triangolo acutangolo e ottusangolo.

5.3.4 Analisi Quantitativa

Albero della similarità

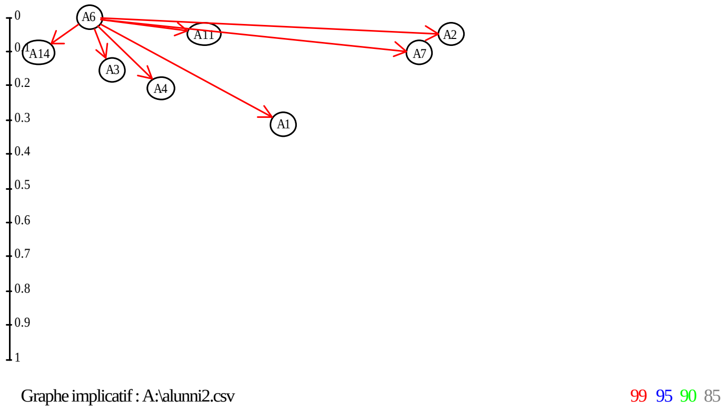


Arbre de similarité : A:\alunni2.csv

- Dall' osservazione del suddetto grafo possiamo notare che esiste una stretta"similarità" tra la variabile A2 e A11, connessa poi con A1 e separata dall'altro gruppo di similarità A14 e A7, che rappresentano un gruppo a parte che ha seguito altri percorsi.
- A2 indica che l'alunno ha segnalato i lati obliqui del triangolo acutangolo come altezze, in quanto più lunghi (motivazione del ragazzo), e si ritrova in A11 dove è disegnato solo il triangolo acutangolo senza però segnalare alcuna altezza.

- A1 rappresenta l'alunno che invece traccia tante linee interne al triangolo indicandole tutte come possibili altezze, senza preferirne nessuna.
- Il gruppo rappresentato da A14 e A7, è l'alunno che ha tracciato la sola altezza relativa al vertice e perpendicolare alla base ed è correlato similarmente alla procedura dove sono tracciate correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo, anche se non da una motivazione valida della "costruzione".
- Possibilmente chi sa individuare la 1°altezza è in grado di individuare anche le altre.
- La similitudine meno significativa risulta essere tra A2 e A7che poi collega i due gruppi contrapposti.

Grafico Implicativo



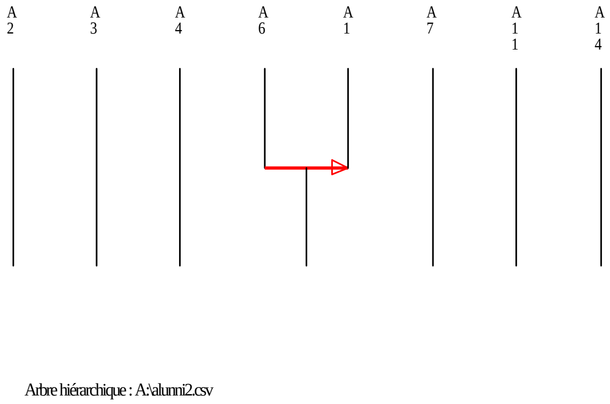
Notiamo che la procedura A6 implica tutte le altre al 100% che equivale a rappresentare la sola altezza centrale del triangolo acutangolo e nel triangolo rettangolo; dove A14 indica che si traccia la sola altezza al vertice del triangolo acutangolo e ottusangolo.

- A3 è l'alunno che ha tracciato solo l'altezza centrale dell'acutangolo perché lo divide a metà.
- A1 ha tracciato tante linee all'interno del triangolo acutangolo.
- A2 indica i lati obliqui del triangolo acutangolo come altezze, in quanto più lunghi.

- A7 rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo (1 solo alunno).
- A4 traccia solo una altezza del triangolo acutangolo, perché non riesce a "girarlo".

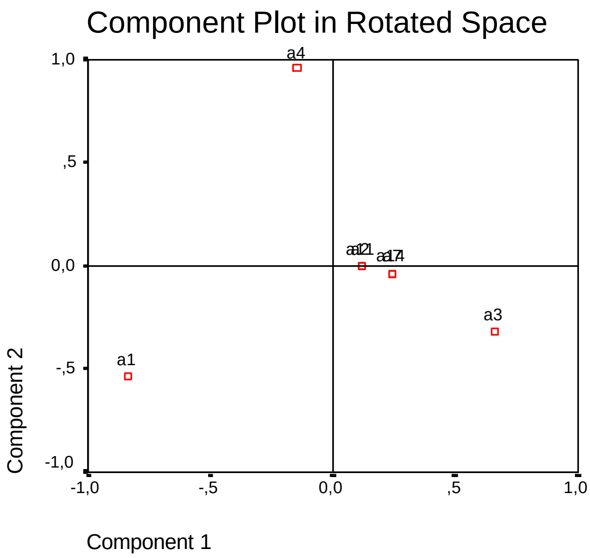
Si può comunque notare che la maggior parte dei "percorsi" seguiti dai ragazzi, induce alla costruzione del triangolo acutangolo, qualcuno il rettangolo, quasi nessuno considera l'ottusangolo.

Albero gerarchico



- Si evince che la procedura A6 è strettamente collegata con A1 dove l'alunno che rappresenta l'altezza dei triangoli acuti e retti (solo una), procede anche intuitivamente con la tracciatura di tante linee interne al triangolo acutangolo,dato che la consegna chiedeva di tracciare le"altezze" e quindi "tante".

Analisi Fattoriale



Non si sono evidenziati casi significativi.

5.3.5 Analisi Qualitativa

Dal protocollo argomentativo (vedi fine del paragrafo) della classe, emerge che la maggior parte degli alunni preferiscono attivare un percorso relativo alla loro esperienza diretta, cioè di tipo pragmatico, con indicatori linguistici come:

se io…, se prendiamo…, se noi…, e così.., quindi…, allora…,

che indicano una "condizionalità", una generalizzazione e anche un procedere per tentativi.

Possiamo quindi fare riferimento a congetture di questo tipo:

> "*Se io* devo andare in un posto, cerco di prendere la strada più corta…"
>
> "*Se* prendiamo un metro, *vediamo che* i fili sono lunghi uguale…"
>
> "*Se noi* invece misuriamo le distanze che abbiamo tracciato sulla linea di partenza, vediamo che tra di loro saranno uguali a due a due, *e quindi* non c'è bisogno di fare tutte queste misurazioni…"
>
> "*Allora* prendiamo i fili e misuriamoli mettendoli uno sull'altro *e così* vediamo se c'è differenza.."

Altri alunni utilizzano indicatori tautologici con argomentazioni di tipo confutativo, fornendo controesempi, senza comunque giustificare le strategie.

> "Non è vero, le linee sono tutte della stessa lunghezza…"
>
> "Per vedere le lunghezze non c'è bisogno di un metro, basta guardare…"
>
> "C'è sempre una linea più dritta delle altre, come le strade e le autostrade dove si arriva prima."

Si nota il frequente utilizzo di tipologie linguistiche come:
basta…, non è…, sempre…, come…

Si riscontrano, comunque in minore misura, verbalizzazioni con tentatitivi di dimostrazione teorica (<u>non consapevole</u>), di fare previsioni e di definizione.

> "Abbiamo tante linee interne che formano altri triangoli.."
>
> "Sono come i raggi di una bicicletta che partono da uno stesso punto e arrivano tutti in un punto diverso…"
>
> "Ci sono tanti fili obliqui, ma uno solo è dritto."
>
> "Questa linea più corta la possiamo chiamare altezza e infatti prende meno spazio come si vede…"

Non si evidenziano indicatori linguistici particolari anche se l'argomentazione sembra basata su principi estensivi (*come si vede.., sono come*.., *infatti..).*

<u>Protocollo argomentativo</u>

DAVIDE: se io devo andare in un posto,cerco di prendere la strada più dritta.
MARIA: non è vero, le linee sono della stessa lunghezza.
IGOR: se prendiamo un metro vediamo che i fili sono lunghi uguale.
FILIPPO: per vedere le lunghezze non c'è bisogno del metro,basta guardare.
VALENTINA: c'è sempre una linea più dritta delle altre, come le strade e le autostrade dove si arriva prima.
ORIANA: allora prendiamo i fili e misuriamoli mettendoli uno sull'altro così vediamo se c'è differenza.
SILVIA: e noi invece misuriamo le distanze che abbiamo tracciato sulla linea di partenza,a due a due,vediamo che tra di loro saranno uguali a due a due, e quindi non c'è bisogno di fare tutte queste misurazioni.

ALFREDO: abbiamo tante linee interne che formano tanti triangoli.
LORENA: sono come i raggi delle ruote della bicicletta che partono da uno stesso punto e arrivano tutti in un punto diverso.
GIUSEPPE: ci sono tanti fili obliqui ma uno solo è diritto e nessuno uguale ad esso
ALEXANDRO: la linea centrale è più breve e arriva al centro della linea che è la base del triangolo che abbiamo costruito.
ANDREA: questa linea più corta la possiamo chiamare altezza e infatti prende meno spazio come si vede.
MANER: anche se contiamo i passi vediamo le stesse cose e dobbiamo avere tutti lo stesso piede se no non riesce.

5.3.6 Conclusione

Dall'analisi dei dati quantitativi emerge che gli alunni si dividono sostanzialmente in due gruppi con diverse strategie risolutive.

Nella prima indicano i lati obliqui del triangolo acutangolo come altezze, perché sono i lati più lunghi, ed inoltre disegnano un triangolo acutangolo, non indicando nessuna altezza.

Nella seconda disegnano correttamente tutte e tre le altezze del solo triangolo acutangolo ed inoltre tracciano la sola altezza relativa al vertice del triangolo acutangolo e ottusangolo.

Un'altra strategia è quella di tracciare tante linee interne al triangolo indicandole come possibili altezze, senza però preferirne alcuna.

Osserviamo che la seconda strategia è quella che permette di giungere in modo corretto alla consegna, in quanto plausibilmente chi riesce a costruire un'altezza dovrebbe essere in grado di costruire le altre.

Il plausibilmente si riferisce ad un ostacolo spesso incontrato dagli alunni, dovuto alla rappresentazione standardizzata del triangolo secondo la quale la base del triangolo è parallela al pavimento e il vertice, "mobile", per rappresentare i triangoli noti quali il triangolo isoscele, equilatero, rettangolo e scaleno.

Gli alunni, infatti spesso trovano difficoltà "a ruotare" il triangolo qualora lo si presenti in una posizione diversa da quella standardizzata.

Se l'alunno possiede la competenza di considerare una qualunque rappresentazione grafica del triangolo, nell'ipotesi in cui sia in grado di segnare un'altezza relativa ad una base, riesce a rappresentare le altre due.

Dal protocollo argomentativo emerge che gli alunni attivano procedure di tipo pragmatico, relativa alla loro esperienza, adottando strategie per tentativi.

Gli indicatori linguistici indicano una condizionalità ed una generalizzazione del problema.

In minore misura osserviamo che alcuni alunni utilizzano indicatori tautologici e forniscono contro-esempi, senza, però, giustificare le strategie.

Altri tentano una dimostrazione teorica non consapevole cercando di fare previsioni.

5.4.1 Scuola Secondaria Superiore

SCUOLA SECONDARIA SUPERIORE, IPIA (Istituto Professionale per l'Industria e l'Artigianato)

<u>Classi:</u> I° sezioni A (OEE) e C (OEE)

<u>Insegnanti:</u> prof. Paola Di Marco, prof. Li Moli.

<u>Numero alunni:</u> I°A: 17, I°C: 15

5.4.2

<u>Lavoro preliminare:</u>

- Recupero del concetto di altezza da un punto ad un segmento come minima distanza e segmento perpendicolare.
- Recupero delle diverse tipologie di triangolo (rispetto ai lati o agli angoli) senza accennare al concetto di altezza in un triangolo e tanto meno al concetto di ortocentro.

<u>Consegna:</u>

Dato il quadrante di un orologio, si considerino le seguenti situazioni:

A) le lancette segnano le 8.50

B) le lancette segnano le 9.00

C) le lancette segnano le 9.07

Congiungendo gli estremi delle lancette, si considerino i triangoli ottenuti e per ciascuno di essi si trovino le altezze.

Motivare le varie fasi della costruzione effettuata per ciascuna altezza di ciascun triangolo ottenuto.

QUESTIONARIO

1. **I prolungamenti delle tre altezze di un triangolo qualunque si incontrano sempre?**
2. **Se il triangolo è rettangolo, anche due delle sue altezze sono tra loro perpendicolari?**
3. **In un triangolo ottusangolo due altezze cadono al suo interno?**
4. **Cambiando la tipologia di triangolo, cambia l'angolo che ciascuna altezza forma con la sua base?**

La sperimentazione, nella sua dimensione qualitativa, è stata compiuta in due momenti diversi, in un primo momento sono stati analizzati i primi due quesiti, successivamente sono stati analizzati gli altri due.

<u>I° MOMENTO</u>:

- 1°**Fase**:

Spiegazione della procedura: Consegna fatta con i primi due quesiti, scritti alla lavagna. Nella formulazione di essi si è scelto il termine "prolungamenti" delle tre altezze per meglio sollecitare il lavoro degli alunni *(Circa 5-6 minuti).*

- 2°**Fase**:

(1 contro 1)

Gli alunni sono stati sistemati in banchi a due posti (in tre là dove c'è la presenza di alunni in situazione di handicap) e hanno potuto confrontarsi in coppia sulla consegna, per circa 15 minuti, in contemporanea. Il loro lavoro non è stato registrato. *(Gli alunni della coppia sono di livelli di preparazione diversi, pertanto i più abili hanno cercato di trascinare i meno preparati, senza però un' autentica possibilità di confronto).(Circa 10 minuti)*

- 3°**Fase**:

(gruppo contro gruppo):

Sottofase a)

I ragazzi sono stati suddivisi in due gruppi, hanno messo in comune le loro riflessioni e ognuno, anche quello meno preparato, è intervenuto attivamente, proponendo il proprio punto di vista e costringendo i più abili a portare motivazioni 'convincenti' ai compagni di squadra e a formulare le proprie strategie. *(Circa 15 minuti).* Di questa fase si hanno le caratteristiche nei risultati comunicati nella sottofase successiva.

I gruppi sono così formati:

Gruppo A: Altabella, Calcagno F., Calì, Costantino, Di Liberto, Larganà e Pruiti.

Gruppo B: Benedetto, Calafato, Calcagno G., Decima, Di Mineo, Gagliano e Rausa.

Sottofase b)

I ragazzi eleggono un portavoce per gruppo (Rausa per il gruppo B, Calcagno Francesco per il gruppo A) e iniziano a dare le risposte ai quesiti, come risultato dell'accordo raggiunto all'interno del gruppo.

Risposte date:

Gruppo A	Gruppo B
1. NO	1. NO
2. SI	2. NO, sono perpendicolari tra loro tutte e tre le altezze.

Entrambi i gruppi, relativamente al primo quesito, sostengono che i prolungamenti delle tre altezze non si incontrano sempre, ma non focalizzano il fatto che dove non si incontrano i prolungamenti delle altezze, si incontrano le altezze stesse.

Alla squadra A vengono attribuiti punti 2, mentre alla squadra B vengono attribuiti punti 1.

4.4. 3 La fase di validazione

- 4°**Fase**:

(Validazione)

Le squadre vengono invitate dall'insegnante a mandare alla lavagna i ragazzi del gruppo che in loro rappresentanza siano disposti a spiegare il perché delle risposte, giustificando progressivamente le fasi della costruzione, formulando i concetti e dimostrando ciò che si afferma.

Si avvisano gli alunni che ad ogni risposta positiva verranno attribuiti punti 3.

Interviene per primo il gruppo B che manda alla lavagna l' alunno Rausa Mirko.

L' alunno, dopo aver disegnato il triangolo ottusangolo, ne prolunga i lati, traccia correttamente le tre altezze ed esordisce:

- Come si vede dal disegno, due delle altezze di un triangolo ottusangolo non cadono al suo interno, ma solo una di esse, perciò, professoressa, la risposta al quesito n° 3 è no.
- Invece per quanto riguarda il 4° quesito, faccio vedere che, disegnando ogni tipo di triangolo, non cambia l' angolo che le altezze formano con ogni base, guardi…(*l' alunno disegna prima un triangolo acutangolo, poi uno rettangolo, infine uno ottusangolo e per ciascuno di essi disegna correttamente le tre altezze e mostra graficamente la sua affermazione)…*poi, sa professorè, c' è pure un altro motivo se l' altezza è un segmento che forma con la base un angolo di 90°, questo angolo non può cambiare cambiando la tipologia di triangolo e, cioè l' inclinazione delle diverse basi.

Interviene successivamente il gruppo A, che manda in sua rappresentanza l'alunno Calcagno Francesco.

L' alunno afferma di voler rispondere separatamente al 3° e 4° quesito:

Disegna, correttamente, un triangolo ottusangolo, ne prolunga i lati, traccia le altezze, sottolineandole in grassetto ed esordisce:

- Secondo me, così come si vede dal disegno, due delle altezze del triangolo ottusangolo non sono dentro, ma fuori del triangolo; infatti si trovano mediante i prolungamenti delle basi, perciò non possono cadere dentro!

- *(Per rispondere al 4° quesito l'alunno disegna un triangolo acutangolo, uno rettangolo e uno ottusangolo, in ciascuno di essi traccia le tre altezze, correttamente).* Come si può vedere dal disegno, l'angolo che ogni altezza forma con la sua base non cambia, perché l' angolo che ciascuna altezza forma è sempre di 90°. Infatti l' altezza è sempre un segmento che cade dal vertice perpendicolarmente alla base.

Ad entrambi i gruppi vengono attribuiti punti 6, che addizionati a quelli precedentemente acquisiti complessivamente evidenziano la seguente situazione: squadra A punti 16, squadra B punti 15.

La gara finisce quindi con la vittoria della squadra A sulla squadra B!

5.4.4 Analisi a-priori:

A1: l'alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

A2: l'alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

A3: l'alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo e motiva in modo scorretto la sua costruzione.

A4: l'alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo acutangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

A5: l'alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo acutangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

A6: l'alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo acutangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione.

A7: l'alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo acutangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

A8: l'alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo acutangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

A9: l'alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo acutangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione

A10: l’alunno rappresenta scorrettamente tutte e tre le altezze del triangolo acutangolo .

B1: l’alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo rettangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

B2: l’alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo rettangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

B3: l’alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo rettangolo e motiva in modo scorretto la sua costruzione.

B4: l’alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo rettangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

B5: l’alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo rettangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

B6: l’alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo rettangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione.

B7: l’alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo rettangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

B8: l’alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo rettangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

B9: l’alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo rettangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione

B10: l’alunno rappresenta scorrettamente tutte e tre le altezze del triangolo rettangolo.

C1: l’alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo ottusangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

C2: l’alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo ottusangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

C3: l’alunno rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo ottusangolo e motiva in modo scorretto la sua costruzione.

C4: l’alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo ottusangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

C5: l'alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo ottusangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

C6: l'alunno rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo ottusangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione.

C7: l'alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo ottusangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

C8: l'alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo ottusangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

C9: l'alunno rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo ottusangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione

C10: l'alunno rappresenta scorrettamente tutte e tre le altezze del triangolo ottusangolo.

N.B. *La correzione dei lavori degli alunni ha portato alla necessità di aggiungere alcune possibilità non preventivate*:

A11: l'alunno rappresenta solo una delle altezze del triangolo acutangolo, in modo scorretto.

A12: l'alunno rappresenta scorrettamente le altezze del triangolo acutangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

B11: l'alunno rappresenta solo una delle altezze del triangolo rettangolo, in modo scorretto.

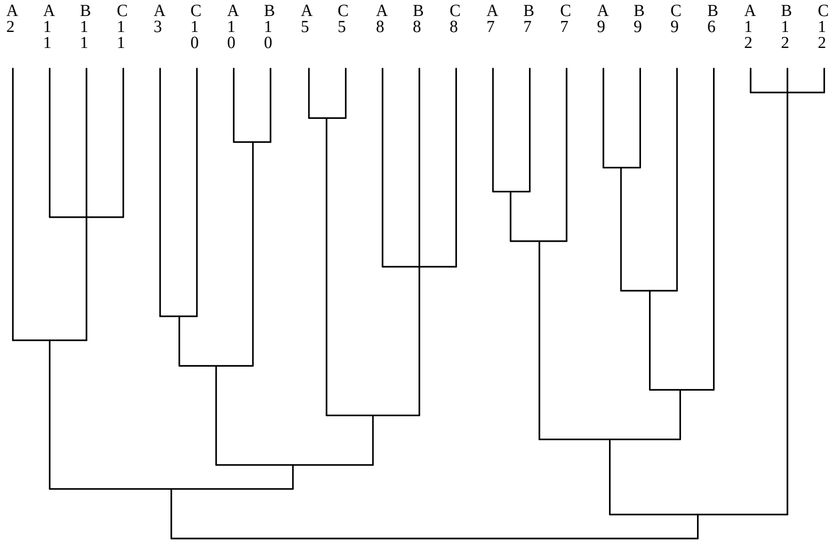
B12: l'alunno rappresenta scorrettamente le altezze del triangolo rettangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

C11: L'alunno rappresenta solo una delle altezze del triangolo ottusangolo, in modo scorretto.

C12: l'alunno rappresenta scorrettamente le altezze del triangolo ottusangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

5.4.5 Analisi Quantitativa

Albero delle similarità



Arbre de similarité : C:\Documenti\Cartel2.csv

L’albero delle similarità mette in evidenza una forte correlazione tra A12, B12 e C12, ossia, l’alunno rappresenta scorrettamente le altezze del triangolo acutangolo ma motiva correttamente le fasi della sua costruzione, mantiene lo stesso comportamento, anche nel triangolo rettangolo e ottusangolo.

Altra forte similarità troviamo tra A5 e C5, ossia, l’alunno che rappresenta correttamente solo due delle altezze del triangolo acutangolo e non motiva le fasi della sua costruzione, mantiene lo stesso comportamento anche nei confronti del triangolo ottusangolo.

Forte è la similarità tra A10 e B10, ossia , l’alunno che rappresenta scorrettamente tutte e tre le altezze del triangolo acutangolo, allo stesso modo sbaglia tutte e tre le altezze del triangolo rettangolo.

Quasi sulla stessa intensità è la similarità tra A9 e B9, ossia l’alunno che rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo acutangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione, mantiene lo stesso comportamento anche nel triangolo rettangolo.

Allo stesso modo l’alunno che rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo acutangolo e motiva correttamente le fasi della sua costruzione, fa lo stesso anche nei confronti del triangolo rettangolo.

Significativa è anche la similarità tra A11, B11 e C11, che mostra come l’alunno che rappresenta solo una delle altezze del triangolo acutangolo, in modo scorretto, fa lo stesso con il triangolo rettangolo ed il triangolo ottusangolo.

Ancora significativa è la similarità tra A8, B8 e C8, che mostra come l’alunno che rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo acutangolo e non motiva le fasi della sua costruzione, si comporta allo stesso modo con il triangolo rettangolo ed ottusangolo.

Il grafico evidenzia ancora similarità tra il gruppo A9-B9, già analizzato, con il comportamento C9, che si riferisce all’alunno che rappresenta correttamente solo una delle altezze del triangolo ottusangolo e motiva in modo scorretto le fasi della sua costruzione.

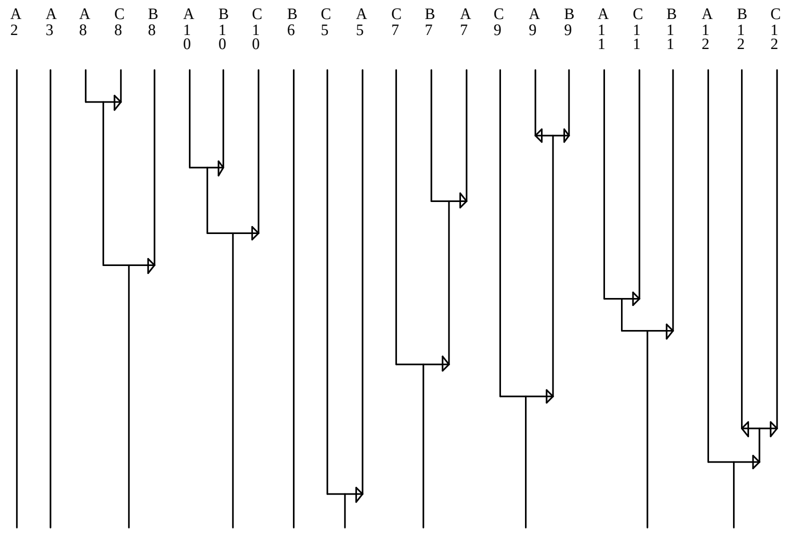
Una similarità è evidenziata tra A3 e C10, ossia, l’alunno che rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo e motiva in modo scorretto la sua costruzione, contemporaneamente rappresenta scorrettamente tutte e tre le altezze del triangolo ottusangolo.

C’è inoltre una similarità tra il gruppo A11-B11-C11, già analizzato e il comportamento A2, che si riferisce all’alunno che rappresenta correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo e non motiva le fasi della sua costruzione.

L’albero mette ancora in evidenza una similarità tra il gruppo A3-C10 e il gruppo A10-B10, precedentemente analizzati.

Nel complesso, l’albero delle similarità evidenzia quattro blocchi comportamentali poco collegati tra loro: il primo blocco evidenzia una certa correlazione tra gli alunni che rappresentano una sola delle altezze del triangolo acutangolo, rettangolo e ottusangolo, in modo scorretto e gli alunni che rappresentano correttamente solo le tre altezze del triangolo acutangolo, non motivandone le fasi di costruzione; il secondo blocco evidenzia una certa correlazione tra gli alunni che pur rappresentando correttamente una o due altezze nei diversi triangoli, non motivando le fasi della costruzione, e gli alunni che rappresentano scorrettamente tutte e tre le altezze nei tre triangoli o rappresentano correttamente le tre altezze del triangolo acutangolo, motivando scorrettamente; il terzo blocco evidenzia una certa correlazione tra gli alunni che rappresentano correttamente solo una delle altezze nei tre triangoli, motivando correttamente le fasi della costruzione e gli alunni che rappresentano correttamente solo una delle altezze nei tre triangoli e motivano in modo scorretto; appare completamente isolato l'ultimo blocco dell'alunno che rappresenta scorrettamente le altezze nei tre triangoli, ma motiva correttamente le fasi della sua costruzione.

Albero gerarchico



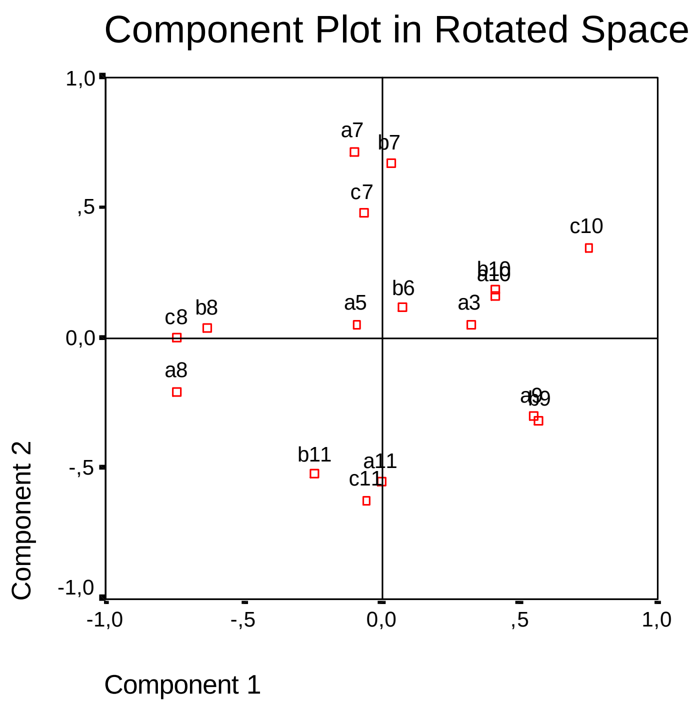
Arbre hiérarchique : C:\Documenti\Cartel2.csv

L'albero gerarchico evidenzia che:

- il comportamento A8 implica il comportamento C8, ed entrambi implicano il comportamento B8;
- il comportamento A10 implica B10, ed entrambi implicano il comportamento C10;
- i comportamenti A9 e B9 sono a doppia implicazione;
- il comportamento B7 implica il comportamento A7;
- il comportamento C7 implica, qualche volta, il comportamento A7 e B7;
- il comportamento A11 implica il comportamento C11, ed entrambi implicano il comportamento B11;
- il comportamento C9, qualche volta, implica i comportamenti B7 e A7;

- i comportamenti B12 e C12 sono a doppia implicazione;
- il comportamento A12 implica i comportamenti B12 e C12;
- il comportamento C5 implica il comportamento A5.

Analisi fattoriale



Dall'analisi fattoriale si rileva che i comportamenti a5, b6, a7, b7, c7, a11 e c11, molto vicini all'asse verticale, possono considerarsi discriminatori delle due nuvole di comportamenti (a8-b8-c8 e a10-b10-c10-b6-a9-b9), posti alla sua sinistra e alla sua destra.

Si osserva inoltre che i comportamenti c8, b8, a3, a5, b6, molto vicini all'asse orizzontale, possono considerarsi discriminatori delle due nuvole di comportamenti (a7-b7-c7 e a11-b11-c11), posti al di sopra e al di sotto di esso.

5.4. 6 Analisi Qualitativa

Le classi hanno lavorato separatamente: la 1ªA Ha suddiviso il lavoro in due momenti, mentre la 1ªC ha lavorato in un'unica tappa.

Nelle diverse fasi i ragazzi, in coppia o in gruppo, si sono confrontati sul questionario proposto. Si è rilevato che in alcuni casi non è stata compresa la terminologia usata nella consegna, in particolare la non comprensione del termine "prolungamenti" delle altezze ha impedito a molti di giungere alla soluzione del quesito.

Durante il lavoro di gruppo è stato significativo il momento in cui ogni ragazzo ha proposto il proprio punto di vista e contemporaneamente ha chiesto motivazioni convincenti ai compagni di squadra.

Dall'osservazione del lavoro di coppia e di gruppo, e dalla fase di validazione emergono i seguenti elementi:

PROCEDIMENTI PER TENTATIVI

<u>Giuseppe2</u>: No, non si incontrano sempre (**indicatore linguistico di generalità**): nel triangolo acutangolo si incontrano, in quello ottusangolo non si incontrano e neanche in quello rettangolo, anzi, forse… si, in quello rettangolo si incontrano.

<u>Salvatore</u>: Secondo me soltanto un'altezza cade all'interno e le altre due cadono all'esterno.

<u>Damiano</u>: I prolungamenti… forse sono questi? (indica i lati).

<u>Lorenzo</u>: Forse si deve prolungare l'altezza… questa è l'altezza, prolunghiamola.

ARGOMENTAZIONI DI TIPO TAUTOLOGICO

<u>Gagliano:</u> per me non cadono al suo interno.

<u>Francesco</u>: No, nell'ottusangolo no, mentre nell'acutangolo e nel rettangolo si.

<u>Mario:</u> Secondo me no

<u>Davide</u>: Si due altezze del triangolo rettangolo sono perpendicolari.

<u>Francesco2</u>: Soltanto un'altezza cade internamente al triangolo ottusangolo.

<u>Francesco2</u>: Io non sono d'accordo, secondo me rimane sempre un angolo retto.

<u>Giuseppe2</u>: Si, due altezze sono certamente perpendicolari.

<u>Damiano</u>: Si soltanto due altezze sono perpendicolari.

RIFERIMENTO DI TIPO PRAGMATICO

Vincenzo: Si queste due altezze sono perpendicolari (indica i cateti).

FALSI RAGIONAMENTI

Mario: Si ma due sono perpendicolari …anzi una è perpendicolare, solo una, quella che sta nel mezzo (indica l'altezza relativa all'ipotenusa), questa è perpendicolare alle altre due.

Francesco: Se trasformiamo il triangolo, le altezze sono sempre le stesse.

Davide: Non si incontrano sempre; nel triangolo acutangolo si incontrano le tre altezze: quella perpendicolare con le altre due; in quello ottusangolo non si incontrano perché abbiamo fatto dei prolungamenti; nel triangolo rettangolo…(cerca invano il punto di intersezione delle altezze),non si incontrano.

Davide: Secondo me se cambia la forma del triangolo, cambiano anche le ampiezze degli angoli delle altezze.

Giuseppe: Si incontrano soltanto nel triangolo acutangolo, mentre in quello ottusangolo e rettangolo no.

Giuseppe: Si, secondo me queste due altezze sono perpendicolari nel triangolo rettangolo (e indica un cateto e l'altezza relativa all'ipotenusa).

Lorenzo: Se cambia la forma del triangolo, cambia tutto quanto.

Luigi: Cambiando la forma del triangolo cambia anche l'angolo del triangolo e cambia l'altezza che forma con la sua base.

Damiano: Se cambia il triangolo cambia tutto e quindi anche gli angoli che le altezze formano.

Vincenzo: Non sono d'accordo; secondo me le altezze cadono tutte all'esterno.

Luigi: Ah si, i prolungamenti delle altezze; si certo che si incontrano. Il prolungamento di questa altezza si incontra con il prolungamento di quest'altra (indica i prolungamenti dei lati).

RAGIONAMENTI CHE GIUSTIFICANO LA RISPOSTA CON RIFERIMENTI DI TIPO PRAGMATICO

Calì: Secondo me è no, perché se **(indicatore linguistico di condizionalità)** nel triangolo ottusangolo prolunghiamo le altezze, si incontrano tutte e tre all'esterno, cioè nell'ortocentro.

Gianluca: Anche per me non cadono al suo interno, perché se (**Indicatore linguistico di condizionalità)** noi prolunghiamo le altezze possiamo vedere che tutte e tre non cadono all'interno.

Giuseppe: In un triangolo ottusangolo le due altezze non cadono al suo interno, perché facendo i prolungamenti si uniscono all'esterno, in un solo punto chiamato ortocentro.

Mirko: (Dopo aver disegnato il triangolo ottusangolo, ne prolunga i lati e traccia correttamente le altezze) Come si vede dal disegno, due delle altezze di un triangolo ottusangolo non cadono al suo interno, ma solo una di esse, perciò, professoressa, la risposta al quesito n° 3 è no.

Invece per quanto riguarda il 4° quesito, faccio vedere che, disegnando ogni tipo di triangolo, non cambia l'angolo che le altezze formano con ogni base, guardi…(*l'alunno disegna prima un triangolo acutangolo, poi uno rettangolo, infine uno ottusangolo e per ciascuno di essi disegna correttamente le tre altezze e mostra graficamente la sua affermazione)*

Francesco: (Disegna, correttamente, un triangolo ottusangolo, ne prolunga i lati, traccia le altezze, sottolineandole in grassetto). Secondo me, così come si vede dal disegno, due delle altezze del triangolo ottusangolo non sono dentro, ma fuori del triangolo.

Francesco : Secondo me le due altezze sono perpendicolari…sono tre ma due sono perpendicolari e una non lo è. Sono queste due(indica i cateti).

Pietro: Non sono d'accordo: le altezze perpendicolari sono queste altre (e indica i due cateti).

Luigi: Vedi, questo è il prolungamento di un'altezza, questo è il prolungamento dell'altra. Si incontrano (ha prolungato le altezze esterne).

Damiano: Questa è la terza altezza (prolunga l'altezza relativa al lato maggiore).

RAGIONAMENTI CHE GIUSTIFICANO LA RISPOSTA CON ARGOMENTAZIONI DI TIPO TEORICO

Mirko: …poi, sa professorè, c'è pure un altro motivo se l'altezza è un segmento che forma con la base un angolo di 90°, questo angolo non può cambiare cambiando la tipologia di triangolo e, cioè l'inclinazione delle diverse basi.

Francesco: Infatti (**indicatore linguistico esplicativo**) si trovano mediante i prolungamenti delle basi, perciò non possono cadere dentro.

Mario: L'angolo non può cambiare se cambia il triangolo, altrimenti non si forma l'angolo retto.

Francesco2: In quello acutangolo si, perché (**indicatore linguistico Ostensivo**) l'altezza cade perpendicolarmente ad ogni lato.

Luigi: Si le altezze perpendicolari sono i due cateti che formano un angolo di 90 gradi.

Salvatore: Non cambia (l'angolo che l'altezza forma con la base se cambia il triangolo) perché l'angolo resta sempre quello.

Daniele: No non cambia perché l'angolo è sempre quello, ha sempre gli stessi angoli, sono sempre di 90 gradi(anzi di 60).

RAGIONAMENTI CHE GIUSTIFICANO LA RISPOSTA CON ARGOMENTAZIONI DI TIPO TEORICO E GENERALE

Francesco: Come si può vedere dal disegno, l'angolo che ogni altezza forma con la sua base non cambia, perché l'angolo che ciascuna altezza forma è sempre di 90°. Infatti (**indicatore linguistico Esplicativo**) l'altezza è sempre un segmento che cade dal vertice perpendicolarmente alla base.

RAGIONAMENTI CHE GIUSTIFICANO LA RISPOSTA CON ARGOMENTAZIONI DI TIPO TEORICO (Teorie ingenue)

Mario: Nell'ottusangolo ci vogliono i prolungamenti per fare "comparire" le altezze. Nell'acutangolo le altezze sono all'interno del triangolo e non escono e si incontrano in un punto ben preciso.

TENTATIVI DI RAGIONAMENTO

Mario: Soltanto un'altezza cade all'interno perché le altre cadono all'esterno.

RAGIONAMENTI CON TENTATIVO DI GIUSTIFICAZIONE

Larganà: Secondo me la risposta è no perché i prolungamenti del triangolo ottusangolo avvengono fuori.

INDICATORI LINGUISTICI

DI GENERALITA'

OSTENSIVO

DI CONDIZIONALITA'

ESPLICATIVO