

Probabilmente FRAZIONIAMO
Un’esperienza didattica nella scuola primaria

Alessandra Salerno
I.C. Ficarazzi
salernoalexandra@virgilio.it

*“La mente intuitiva è un dono sacro e la mente razionale è un fedele servo.
Noi abbiamo creato una società che onora il servo e ha dimenticato il dono”*
(Albert Einstein)

Abstract

La Probabilità tradizionalmente è ritenuta un argomento poco adatto alla formazione degli allievi di Scuola Primaria in quanto difficile. Ancora oggi essa rappresenta una novità dal punto di vista della didattica e nei libri di testo viene ridotta a poche nozioni un po’ frettolose e non sempre chiare.

Questo articolo è la sintesi di un progetto sperimentale condotto presso una classe quarta Primaria di Altavilla Milicia, che, partendo da un percorso sullo studio delle frazioni, ha avuto come ulteriore sviluppo un primo approccio alla relazione “casi favorevoli/casi possibili” della probabilità.

Definita la domanda di ricerca che ha guidato l’intero percorso, si è cercato di rilevare le competenze dei bambini legate al concetto di frazione, al calcolo con le frazioni e, come detto in precedenza, all’interpretazione della stessa in termini probabilistici.

I risultati riportati di seguito non hanno carattere di generalità, ma definiscono un’occasione sull’opportunità di promuovere un’educazione alla Probabilità quanto più vicina a contesti matematici più usuali alla scuola primaria.

Introduzione

Nella Scuola Primaria la costruzione di competenze matematiche va perseguita in contesti culturalmente ricchi e stimolanti che permettano agli allievi esperienze cognitive significative. Occorre comunque tenere presente che per acquisire i concetti ed arrivare alla loro formalizzazione, i bambini non seguono un percorso lineare: essi sono chiamati a compiere veri e propri salti cognitivi (Duval, 2006), in quanto devono affrontare situazioni che costituiscono ostacoli per l’apprendimento o fonte di fraintendimenti, per cui è necessario che l’insegnante assuma il ruolo di facilitatore e mediatore delle conoscenze.

Alla luce di tali considerazioni, l’approccio che è stato scelto per questo percorso sperimentale è stato quello ludico e laboratoriale.

Il gioco costituisce un prezioso strumento educativo perché favorisce sia un sano sviluppo delle relazioni interpersonali, sia la capacità del soggetto di trovare e sperimentare nuove soluzioni; la didattica laboratoriale permette all’alunno di “imparare facendo”, avendo maggiore consapevolezza e coscienza di quanto gli viene proposto.

I principali riferimenti teorici che hanno rappresentato lo sfondo di tale intervento, sono stati Bruner (1997), Guilford (1980) e Vygotskij (2000).

Partendo dall’assunto che la Matematica ha come finalità quella di “*formare le abilità necessarie per interpretare criticamente la realtà*”(D’Amore, 2001), sono state presentate situazioni reali e non saperi acritici e confezionati; introducendo concetti nuovi secondo un livello di difficoltà crescente, in funzione della zona di sviluppo prossimale.

Alla fine, si è cercato di dimostrare come la Matematica sia, non solo e non tanto una disciplina tecnica-operativa, ma una divertente attività di pensiero che spinge la persona a dedurre ipotesi, a verificarle e a volte smentirle.

Le frazioni a scuola

Le Frazioni costituiscono uno dei momenti più complessi e delicati di tutta la storia scolastica di un individuo. Per quanti siano gli sforzi, la ricerca didattica ha mostrato le debolezze di questo specifico insegnamento/apprendimento (Fandino Pinilla, 2005).

Nonostante ciò, ancora molti testi scolastici affrontano l'argomento accogliendo come definizione di frazione solo quella di *“una data unità concreta divisa in parti uguali, poi di tali parti se ne prendono alcune”* che non è errata ma va inserita in un programmazione didattica “più ricca”.

Questa accezione intuitiva di frazione dell'unità ha infatti il vantaggio di essere chiara, facilmente acquisibile e facilmente modellizzata nella vita quotidiana; ma ha il difetto di non essere poi teoricamente sufficiente di fronte alle varie e multiformi interpretazioni che si vogliono dare all'idea di frazione. (Fandino Pinilla, Santi, Sbaragli 2008).

Molti degli “errori tipici” evidenziati dalla ricerca didattica rischiano di consolidarsi ancora di più, se non si cercano motivazioni didattiche e non matematiche a tali “errori”.

Alla luce di queste considerazioni, ho ritenuto interessante avviare un percorso che concettualizzasse la frazione attraverso la molteplicità dei suoi significati e non solo attraverso la scelta di uno di essi; ponendo particolare attenzione ai diversi registri semiotici presenti e ricordando che mentre l'insegnante può permettersi di saltare da un registro all'altro senza problemi; lo studente segue sul piano dei rappresentanti semiotici, non sui significati (Duval, 2006).

Il percorso sperimentale

L'intervento sperimentale ha coinvolto gli allievi di una classe quarta di Scuola Primaria di Altavilla Milicia. Occorre precisare che il contesto in cui si è sviluppata quest'azione didattica è medio- basso; gli studenti hanno mostrato un livello di rendimento scolastico appena sufficiente, con qualche caso di eccellenza e molti con gravi lacune.

Il percorso sperimentale si è articolato in due successive fasi:

-La prima relativa al potenziamento e recupero delle conoscenze, abilità e competenze sulla frazione.

-La seconda fase ha invece permesso ai bambini di “rileggere” le frazioni collegandole alla probabilità. Chiaramente si è trattato solo di un primo approccio collegato alla presentazione della relazione “casi favorevoli/casi possibili”.

La scelta di proporre un input del genere è legata all'ipotesi di ricerca secondo la quale un approfondimento del concetto di frazione in termini probabilistici, non soltanto permette lo studio della probabilità come ambito vicino a contesti matematici tipici della scuola primaria, ma anche al potenziamento del concetto stesso di frazione in termini aritmetici.

Come si discuterà di seguito, in questo senso l'attenzione è stata rivolta allo studio delle frazioni equivalenti.

Prima fase: Potenziamento delle frazioni

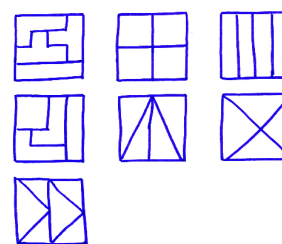
Per presentare tale argomento sono state utilizzate tecniche e attività inedite per gli allievi, questo ha consentito di mantenerne alta l'attenzione e catalizzarne la curiosità.

Con il *brainstorming* ciascuno ha potuto esprimere, scegliendo la modalità più congeniale, cosa fosse “la metà” e “l'intero”.

Sono stati utilizzati diversi registri semiotici (il disegno, la divisione, un solo bimbo ha utilizzato la frazione) ed è emerso, in modo naturale, che in Matematica esistono differenti modi per esprimere uno stesso concetto, per cui non c'è una soluzione univoca.

Attraverso l'uso della LIM e l'attività di ritaglio di apposite figure, è stato possibile riflettere sulla frase: *“dividere in parti uguali”*. I bambini hanno constatato che tale termine può assumere vari

TANTI MODI PER OTTENERE
PARTI “UGUALI”
Frazioniamo un
quadrato in 4 parti...



significati: congruente, equiesteso, equivolumentrico ed equinumeroso, per cui è necessario specificare, di volta in volta, cosa si intenda con esso.

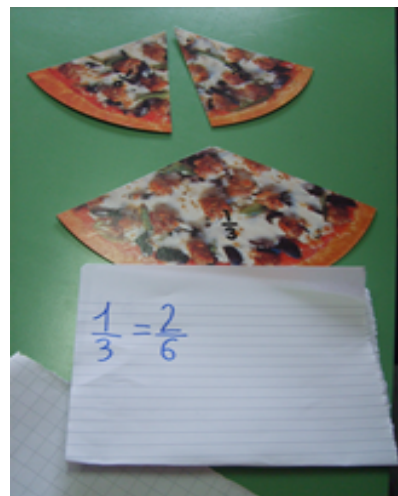
L’approccio di tipo pratico (con la manipolazione di regoli e figure cartonate) e la suddivisione degli scolari in gruppi, ha consentito di individuare i vari tipi di frazioni (proprie, improprie, apparenti e complementari) con una certa facilità.

Il gioco del tangram ha permesso da un lato di scoprire concretamente e registrare le relazioni tra le varie parti-frazioni dell’intero; dall’altro di lavorare “al contrario”; ovvero partendo da un singolo pezzo ricostruire l’intero, dando libero sfogo alla creatività di ciascuno.

L’ultimo step è stato il concetto di frazione equivalente.

Il gioco “pizza party” ha permesso di constatare concretamente che:

- Anche se le frazioni equivalenti vengono legate con il simbolo di uguaglianza (es. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$), esse non sono uguali, ma esprimono parti uguali di un intero e occupano la stessa posizione sulla retta dei numeri.
- L’uguaglianza tra frazioni equivalenti si può riprodurre tante ma tante volte, all’infinito.



Seconda fase: Primo approccio alla Probabilità

“La teoria della Probabilità non è in fondo che buon senso ridotto a calcolo; essa permette di valutare con esattezza ciò che le menti illuminate sentono per una specie di istinto senza rendersene conto” (Clermont- Ferrand, Puy- de- Dome).

Strumenti preziosi e utili per la realizzazione di questo percorso sono stati il gioco e l’analisi a priori dei comportamenti attesi.

Il primo ha permesso ai discenti di imparare divertendosi, trasmettendo l’idea di una “Matematica reale” nella quale il certo è molto raro; la seconda ha consentito di interrogarsi anzitempo sugli strumenti a disposizione degli allievi e sulle possibili difficoltà del percorso.

A dispetto di quanto previsto in sede di analisi a priori, gli scolari non hanno evidenziato particolari difficoltà nella discriminazione degli eventi *certi*, *impossibili* e *probabili*.

I diversi giochi proposti, quello dei dadi, delle carte siciliane e del lancio di una moneta, hanno reso “quasi naturale” pervenire alla formula del calcolo probabilistico.



In particolare, il gioco delle carte siciliane ha offerto la possibilità di poter considerare più casi possibili.

Le carte sono 40 divise in quattro semi di 10 carte ciascuno e, in ciascun seme, ci sono 3 figure.

I bambini, divisi in gruppi, sono stati in grado di individuare la probabilità che uscisse una figura, o la carta di un determinato “seme”, socializzando i casi prospettati e formulandone di nuovi.

Riflessioni sul legame tra la frazione in aritmetica e la sua “rilettura” in Probabilità.

L'intero percorso ha cercato di avviare una riflessione critica sul legame esistente tra la frazione in aritmetica e in Probabilità, ancorando la seconda solo alle frazioni realmente significative.

Il proporre argomenti e situazioni concrete ha spinto gli scolari a mettersi in gioco trovando soluzioni personali e originali. D'altronde, valorizzando il milieu /la situazione (Brousseau, 1988) l'allievo apprende adattandosi ad essa, che è fatta di contraddizioni, di difficoltà e di disequilibri.

Questo sapere, frutto dell'adattamento dell'allievo, si manifesta attraverso risposte nuove che sono la prova dell'apprendimento. (Ferrerri, Spagnolo, 1994).

Si comprende allora, come misconcezioni ed errori, non abbiano una connotazione negativa, ma rappresentino passaggi necessari per ottenere apprendimenti significativi: l'apprendimento di un concetto passa attraverso immagini instabili sempre più complesse, fino ad arrivare al modello. (D'Amore, 2001).

L'analisi a- priori delle varie situazioni proposte mi ha consentito di valutare più serenamente gli errori e anticipare le reazioni degli allievi, orientando il mio intervento didattico.

Le principali difficoltà che avevo ipotizzato di riscontrare negli alunni, erano legate alla verbalizzazione delle riflessioni, alla registrazione dei dati e all'uso di metodologie nuove.

Invece, a dispetto di quanto previsto in sede di analisi a-priori, i bambini hanno dimostrato di sapersi destreggiare con una certa sicurezza con termini quali certo, incerto e possibile, anche nell'ambito delle frazioni equivalenti e di saper affrontare con spirito critico i vari registri semiotici, se opportunamente sollecitati.

Queste le osservazioni più argute e significative:

- *Se lancio una moneta ho $\frac{1}{2}$ di probabilità che esca testa. Frazione equivalente a $\frac{1}{2}$ è $\frac{4}{8}$ (moltiplico entrambi i termini per 4), ma $\frac{4}{8}$ non è una frazione che mi serve perché la moneta non ha otto facce;*
- *Se lancio un dado la probabilità che mi esca 2 è $\frac{1}{6}$. Una frazione equivalente è $\frac{2}{12}$, ma in pratica è impossibile che la probabilità sia $\frac{2}{12}$ perché i lati del dado sono solo 6.*
- *Tra le frazioni equivalenti mi servono solo quelle concrete che rappresentano la realtà, le altre sono immaginazione.*

- *Nel gioco della tombola, pescando, la probabilità che mi esca un numero è $1/90$, la frazione equivalente $2/180$ è inutile perché i numeri sono 90.*

Tali interventi hanno dimostrato che dare spazio ad attività ludiche non è stato un errore, anzi, è stato un modo attraente e coinvolgente di parlare di Matematica. Così facendo è stato possibile collegare con facilità statistica, aritmetica, geometria e i risultati sono stati incoraggianti.

I bambini, partendo dall'esperienza concreta, hanno saputo individuare come utili, solo le frazioni equivalenti che hanno ancora un collegamento con la realtà, pur avendo la consapevolezza che le altre, scartate a livello numerico, occupano la stessa posizione sulla linea dei numeri.

Analisi dei risultati

Ogni fase del progetto è stata preceduta, accompagnata e seguita da verifiche che hanno permesso di monitorare i progressi e le eventuali lacune.

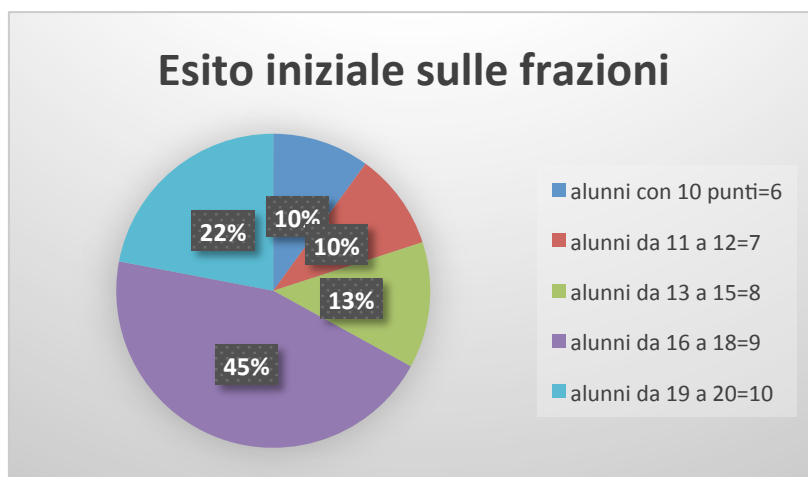
1) Prima di avviare l'intero percorso è stato somministrato un test composto da 10 item.

Il criterio per l'attribuzione del voto è stato il seguente:

- 2 punti per ogni risposta data in modo corretto e completo;
- 1 punto per ogni risposta corretta ma sintetica;
- 0 punti per ogni risposta errata o non data.

**TABELLA
DI VALUTAZIONE**

Range di punti	Voto
19-20	10
16-18	9
13-15	8
11-12	7
10	6
<10	Non è stato attribuito alcun voto



Come si evince dal grafico, non c'è stata nessuna insufficienza e una nutrita fascia della classe ha avuto voti medio-alti.

La verifica finale è stata effettuata al termine di tutte le situazioni di apprendimento e ha previsto 7 quesiti. Accanto ad alcuni item sul calcolo della Probabilità del verificarsi di un evento, è stato predisposto un item per spingere l'alunno a riflettere sulla validità e sul senso di utilizzare frazioni equivalenti per esprimere la Probabilità in determinate circostanze.

Per procedere alla valutazione del test sono stati adottati i seguenti criteri:

Tabella punteggio item	
item	Punteggio massimo
Item 1: formato da quattro quesiti	8
Item 2: un quesito	2
Item 3: un quesito	2
Item 4: tre quesiti	6
Item 5: due quesiti	4
Item 6: due quesiti	4
Item 7: tre quesiti	6

Tabella di valutazione	
Range di punti	Voto
30-32	10
27-29	9
24-26	8
19-23	7
16-18	6
Punti <16	Non si è attribuito nessun voto

L'analisi del test finale è espressa graficamente dal presente grafico.



Come si evince dal grafico, i risultati della verifica finale sono stati positivi: la maggioranza degli alunni ha dimostrato di aver compreso il concetto di Probabilità e i suoi rapporti con le frazioni.

Riflessioni conclusive e problemi aperti

I risultati raggiunti certamente non permettono una generalizzazione dell'intervento didattico considerata anche l'esiguità del campione, ma offrono lo spunto per riflettere sull'importanza di educare i fanciulli al pensiero probabilistico attraverso il gioco.

La probabilità infatti, si presta, meglio di altri argomenti, ad ancorare la Matematica alla realtà quotidiana, in cui il "certo" è molto raro.

Per fare ciò, alla luce di quanto sperimentato, risulta utile servirsi di esperienze nuove e concrete, non soltanto di quelle descritte sui libri.

È fondamentale rielaborare le esperienze in prima istanza con il linguaggio naturale e solo in un secondo momento, con la rappresentazione usando "oggetti simbolo" al posto degli oggetti reali, per giungere infine ad una rappresentazione grafica sempre più schematica, all'uso dei simboli matematici e dei vari registri semiotici.

Seguendo questo percorso a spirale, è stato possibile promuovere negli alunni l'acquisizione della capacità di ragionare in modo valido e adeguato (anche attraverso la possibilità di sbagliare), di formulare ipotesi (anche non corrette) e di discuterle, al fine di imparare ad articolare i propri processi di pensiero.

Si ritiene doveroso evidenziare alcune questioni aperte:

- I risultati del percorso sarebbero stati gli stessi anche con un insegnamento “tradizionale” delle frazioni?
- Un campione più esteso di alunni avrebbe arricchito qualitativamente i risultati delle osservazioni?

Inoltre sarebbe stato interessante comparare due classi (con un gruppo di controllo), utilizzando una classe quinta, ove la Probabilità viene trattata.

Tali interrogativi sottolineano il carattere non esaustivo della ricerca, ponendo spunti per successive indagini.

Questo semplice percorso, infatti, vuole solo far riflettere sull'importanza di introdurre la Probabilità quanto prima possibile, attraverso un approccio alla Matematica divertente e critico, evitando da un lato forme di insegnamento esagerate o formalistiche, o dall'altro troppo banalizzate e dunque a-matematiche. Ciò è possibile soltanto se si conosce bene il problema matematico, lo si vede in prospettiva di ostacolo, si conosce quel minimo di didattica necessaria a capire, ad intervenire, a modificare l'azione di insegnamento-apprendimento. Teoria, sì; perché: non c'è nulla di più concreto di una buona teoria (D'Amore, 1999); ma anche analisi concreta di situazioni, di buone situazioni didattiche (Brousseau, 1988).

Bibliografia

Betrò, B. *“La probabilità, nella vita quotidiana”* articolo pubblicato alla pagina 29 sul n. 53 di *“Lettera Matematica Pristem”*- Centro PRISTEM dell'Università “Bocconi” di Milano.

Bottero, E. (2007). *Il metodo di insegnamento. I problemi della didattica nella scuola di base*. Milano, Franco Angeli.

Bozzolo, C.- Costa, A. (2003). *Nel mondo dei numeri e delle operazioni (vol.5)*. Edizioni Erickson.

Brousseau, G. (1988). *Le contrat didactique: le milieu, Recherche en didactique des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Bruner, J. (1997). *La cultura dell'educazione*, Milano, Feltrinelli.

D'Amore, B. (1986). *Probabilità e statistica*. Progetto MA.S.E., vol. III. Milano, Franco Angeli.

D'Amore, B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna, Pitagora.

D'Amore, B. (2001). *Didattica della matematica*. Bologna, Pitagora.

Fandiño Pinilla, M.I.- Santi, G.- Sbaragli, S. (2008). *Insegnamento e apprendimento delle frazioni in aula*, Archetipo libri.

Fandiño Pinilla, M.I. (2005). *Le frazioni aspetti concettuali e didattici*. Bologna, Pitagora editrice.

Ferreri, M.- Spagnolo, F. (1994). *L'apprendimento tra emozione ed ostacolo*. Quaderni di Ricerca in Didattica GRIM Palermo n. 4.

Fiorin, I. (2004). *“La relazione didattica. Insegnamento e apprendimento nella scuola che cambia”*. Brescia, C.E. La Scuola.

Gordon, T. (1991). *Insegnanti Efficaci*, Firenze, Edizione Giunti.

Laneve, C. (1998). *Elementi di didattica generale*, Brescia, La Scuola.

Lucisano P., Salerni A., Sposetti P. (2013). *“Didattica e conoscenza. Riflessioni e proposte sull'apprendere e l'insegnare”*. Roma, C.E. Carocci.

Medeghini R., Quaresmini D. (1992). *Frazioni in pratica*. Edizioni Erickson.

Morin, E. (2000). *La testa ben fatta. Riforma dell'insegnamento e riforma del pensiero*. Milano, Cortina Editore.

Negrini, P., Ragagni, M. (2005). *La Probabilità*. Roma, Carocci Faber.

- Sbaragli, S. (2007). *Le frazioni di tutti i giorni. Le diverse rappresentazioni delle frazioni.*
Rubrica: i ferri del mestiere. Il giornale della formazione. La vita scolastica.
- Schminke, C.W. (1988). *Recupero e sostegno in matematica (vol.5).* Edizioni Erickson.
- Spagnolo, F. Quaderno n. 10. GRIM Palermo.
- Spagnolo, F. (2001). *La Ricerca in Didattica delle Matematiche, un paradigma di riferimento.*
- Vygotskij, L. S. (2000). *Pensiero e linguaggio.* Bari, Laterza.