

ACTIVIDAD LÓGICA Y RELACIONAL EN EDUCACIÓN INFANTIL

Eduardo LACASTA¹ Aitzol LASA² y Miguel R. WILHELMI³

TITLE

Activité logique et relationnelle en maternelle

TITLE

Logical and relational activity on preschool education

RESUMEN

El presente trabajo tiene como finalidad analizar la actividad lógica y relacional en Educación Infantil. Se presentan las producciones de niños de 4 y 5 años en actividades lógico-matemáticas de fichas de editoriales usuales y otras preparadas *ad hoc*. Los contenidos matemáticos involucrados son: seriación, tabla, adición y uso de códigos. Se siguió el método de doble ciego para evitar intervenciones condicionadas de las maestras. Los resultados obtenidos sugieren recomendaciones para la enseñanza de los tópicos.

Palabras clave: Educación Infantil, seriación, tabla, adición, códigos de representación.

RÉSUMÉ

On analyse l'activité logique et relationnelle en Maternelle. On montre l'activité mathématique et logique des enfants âgés de 4 et 5 ans réalisant de fiches de travail de collections habituelles et d'autres construites *ad hoc*. Le savoir mathématique visé est : sériation, tableau numérique, addition et usage de code de représentation. Par la méthode de « double aveugle », on a contrôlé les interventions conditionnées des maîtres. Les résultats obtenus permettent donner quelques recommandations pour l'enseignement des objets mathématiques.

Mots-clés: École maternelle, sériation, tableau numérique, addition, codes de représentation.

ABSTRACT

The aim of this work is to analyze the logical and relational activity in preschool education (ages 3–5). We present the production of children aged 4 and 5 years, who resolved logical and mathematical tasks from usual publishing houses and some others designed *ad hoc*. The related mathematical contents are: formation of series, tables, addition and codes of representation. Double blind method was used in order to avoid schoolteacher's intentional interventions. Finally, we present recommendations for the teaching process of these topics, based on the obtained results and their discussion.

Keywords: Preschool Education, formation of series, table, addition, codes of representation.

¹ Universidad Pública de Navarra, elacasta@unavarra.es

² Universidad Pública de Navarra, aitzol.lasa@unavarra.es

³ Universidad Pública de Navarra, miguelr.wilhelmi@unavarra.es

1 Introducción

Lacasta y Wilhelmi (2008), a partir de un análisis de fichas de trabajo de Educación Infantil, justificaron la necesidad de revisión de la actividad matemática propuesta a los niños. Un objetivo primordial sería la promoción del uso del número en contextos diversos y, asimismo, la valoración de las actividades lógicas y relacionales (correspondencias, clasificación, seriación, etc.) en sí mismas y no por el presunto carácter prenumérico atribuido en la reforma conjuntista de los años 70.

El objetivo de este trabajo es mostrar la necesidad de promover un control epistemológico por parte de las maestras⁴ en el uso de las actividades lógicas. En particular, estamos interesados en analizar actividades de seriación, construcción de tablas e interpretación de códigos de representación, típicas en las fichas de trabajo de Educación Infantil. ¿Qué tareas de este tipo son capaces de realizar los niños del aula de 4 y 5 años? ¿Hay diferencias significativas en la realización de las mismas según la edad? ¿Qué códigos son transparentes para los niños y cuáles pertenecen a la esfera adulta?

Asimismo, en las colecciones se proponen a los niños tareas aritméticas que involucran la adición y la sustracción. En la mayoría de estas fichas, las operaciones se presentan de manera conjuntista, con o sin la introducción de la simbología matemática (+, -, =). Cuando los símbolos matemáticos no aparecen, ¿son las representaciones gráficas inteligibles para los niños?, ¿la adición como “reunión de objetos” les es transparente?

En este trabajo damos una respuesta a estas preguntas basada en el análisis de producciones de niños enfrentados a fichas de trabajo. En la sección 2, a partir del contenido matemático involucrado en las fichas de trabajo de Educación Infantil, se hace un breve análisis de la forma en que este contenido es presentado. Luego se describe la experimentación (sección 3) y se muestran y discuten los resultados (sección 4). Finalmente, a modo de conclusión, se hace una breve síntesis y se indican algunas implicaciones para la enseñanza.

2 Concreción del contenido matemático e interpretación didáctica

En esta sección se analiza el contenido matemático *transpuesto* (Chevallard, 1991) en fichas de Educación Infantil, resaltando el tipo de actividad propuesta a los niños y las intervenciones presuntas por parte de las maestras.

2.1 Seriaciones

Bajo ciertas condiciones, la seriación de clases empieza a ser natural con niños de 6-7 años, pero aún para éstos, en contextos físicos, el razonamiento no es estable (Coda y Lacroix, 1985). Sin embargo, la relación de orden aparece usualmente como la repetición de una serie ordenada. La tarea del niño es la determinación del patrón a

⁴ Dado que el mayor número de docentes en Educación Infantil son mujeres, utilizaremos en este texto el género femenino como genérico.

partir de la información dada. Estas fichas presentan las siguientes características generales (figura 1):

- *Elementos constitutivos del patrón.* El patrón está compuesto por 2, 3 o, a lo sumo, 4 elementos.
- *Reproducción sistemática del patrón.* Para completar la ficha, es preciso repetir el patrón un número reducido de veces que depende del número de elementos por los que éste queda constituido, pero que, en todo caso, no es superior a 4 o 5.
- *Identificación del patrón.* El patrón es dado un número entero de veces, es decir, el último patrón que sirve de modelo a reproducir viene dado completamente. Con otras palabras, el primer elemento que el niño debe representar, dibujar o colorear coincide con el primer elemento de la serie.

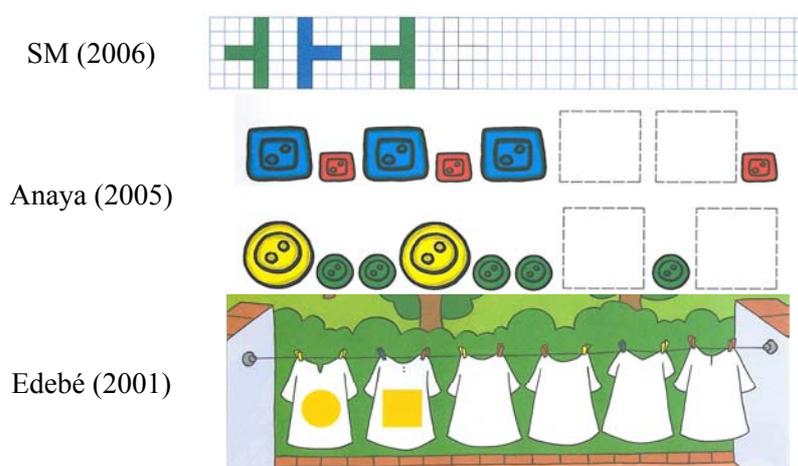


FIGURA 1 – Series

Estas características limitan sobremanera el interés y alcance de las series. La proposición a los niños de este tipo de tareas se fundamenta en el desarrollo del pensamiento lógico y en la capacidad de sistematización de una producción; sin embargo:

- Puesto que el número de elementos que constituyen el patrón es reducido, ¿cómo es posible discriminar entre los niños que, toda vez identificado el patrón, movilizan estrategias de control numéricas —como el recuento o el número ordinal para determinar el lugar que ocupa un elemento en el patrón— y aquellos cuya única estrategia de control es visual —*visión sinóptica*⁵—?
- Puesto que para realizar correctamente la ficha es suficiente completar un número reducido de veces el patrón, ¿cómo es posible discriminar entre los niños que tienen la capacidad de reproducir de manera sistemática el patrón y aquellos cuya actividad es inestable?

⁵ *Cuadro sinóptico* (DREA, <http://rae.es>): “Exposición de una materia en una plana, en forma de epígrafes comprendidos dentro de llaves u otros signos gráficos, de modo que el conjunto se puede abarcar de una vez con la vista”. Así, si el número de elementos que constituyen el patrón es reducido, éste puede abarcarse globalmente de una sola vez con la vista.

- Puesto que el patrón es dado un número entero de veces, ¿cómo es posible discriminar entre los niños que reconocen el patrón y aquellos que copian ordenadamente el modelo?

2.2 Tablas de doble entrada

Chabroulet (1975) muestra una secuencia de actividades cuyo objetivo final es la construcción por los niños de una tabla de doble entrada para la organización de la información. La secuencia puede ser descrita en los siguientes pasos⁶:

1. Los niños han representado mediante símbolos un conjunto de 10 objetos (muñeca, ropitas de muñeca, coche, balón, tren eléctrico, cocinita, caja del tesoro, radio, bolso, pez) que desearían pedir para Navidad.
2. La maestra solicita que individualmente hagan un pedido de a lo sumo 6 juguetes de la lista. Para ello, deben señalar en la lista de objetos aquellos que desean. Evidentemente, no todos los niños utilizan los mismos códigos de selección, surgiendo la necesidad de convenir uno.
3. Se construye una tabla de doble entrada donde, a partir de los pedidos individuales, se indica el pedido global de la clase.

El progreso en la secuencia de actividades se completa mal. La intervención explícita y directiva de la maestra se hace absolutamente necesaria, no pudiéndose clasificar por lo tanto la situación como *fundamental* (Brousseau, 1998). El *medio* propuesto a los niños no les permite por sí solos el dominio de la actividad, siendo necesarios momentos regulativos de carácter eminentemente didáctico, esto es, en los que la maestra debe asumir la responsabilidad en el progreso de la actividad matemática.

Ya han pasado casi 40 años desde el estudio propuesto y, sin embargo, sigue sin solución la determinación de una situación fundamental para dotar de significado las tablas de doble entrada en Educación Infantil. Es pues comprensible sostener la tesis según la cual este objetivo es ilusorio: las restricciones cognitivas de los niños impiden la puesta en marcha de situaciones con un carácter *adidáctico* esencial para la introducción y desarrollo de este objeto matemático en la etapa.

En la figura 2 se muestran dos actividades prototípicas de utilización de tablas, que vienen construidas previamente y donde se reducen las expectativas:

1. La simbolización de los objetos viene dada.
2. Las tablas no son utilizadas como instrumento para la organización de información de situaciones reales o que se refieran a centros de interés de los niños.
3. La dimensión normalmente es 2×2 , 2×3 , 3×2 o 3×3 .

El control y responsabilidad de la actividad recae sobre la maestra, convirtiéndose la tarea de los niños casi exclusivamente en un ejercicio de psicomotricidad fina, es decir, dibujo de los contornos de los objetos y pintado sin salirse de los mismos.

⁶ Estos pasos no se refieren a las fases de la situación de enseñanza propuesta, sino a los hitos que la secuencia va alcanzando. Para una descripción pormenorizada de las fases de la situación, consúltese el texto original.

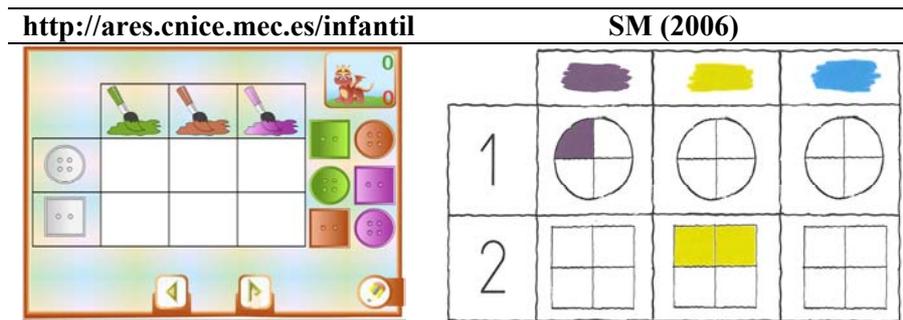


FIGURA 2 – Tablas de doble entrada

La actividad primera de la figura 2 se lleva a cabo mediante un *applet*, de tal manera que la tarea del niño es organizar una serie de objetos en una tabla. Este tipo de tareas pueden ser útiles si se establecen criterios de control externos que impidan que la *estrategia de base* utilizada por los niños sea la de *ensayo-error*. Por ejemplo, se coloca a los niños por parejas de tal forma que antes de ejecutar una orden deban formular qué van a hacer —como medio de anticipación del resultado de su acción, que sería entonces validada según su adecuación a la formulación (*acierto*) o no (*error*)—. Esta dinámica, no sólo permite la transferencia de una parte de la responsabilidad a los niños, sino dar al error un estatus en la relación didáctica, clave en todo proceso de aprendizaje (Wilhelmi, 2009).

2.3 Adición

En las colecciones de fichas la adición y la sustracción se presentan en general bajo una formulación conjuntista asociada al número como cardinal, aunque no siempre se represente el diagrama de Venn-Euler. En la figura 3 se muestran dos presentaciones, con o sin representación de diagramas de Venn-Euler.

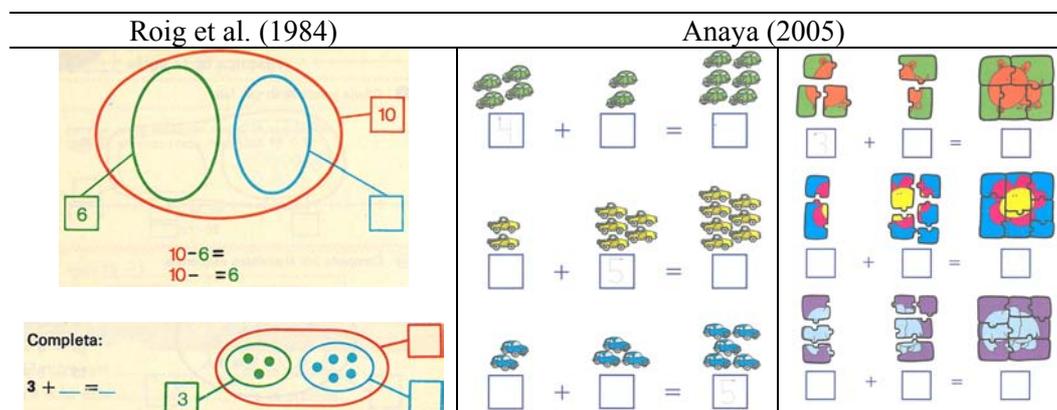


FIGURA 3 – Formulación conjuntista de la adición

La estrategia de base que se supone utilizan los niños es el recuento. De hecho, si la adición conjuntista no es utilizada como medio para prever, el recuento es la única estrategia movilizada, siendo la adición un mero juego de lenguaje: “sumar es juntar”.

La adición es necesaria únicamente si recurrir al recuento no es posible, resulta ineficaz o excesivamente costoso (Briand, Loubet y Salin, 2004). Esto es así si, por ejemplo, el número de objetos es muy grande o no se dispone de ellos. Un ejemplo de una situación donde el recuento no es posible es: Dados dos conjuntos de objetos de los cuales se conoce el cardinal, se introducen en una caja que es tapada y a la cual los

niños no tienen acceso. Entonces, para responder a la pregunta ¿cuántos objetos hay en la caja?, los niños deben prever a partir de los cardinales conocidos el cardinal del conjunto unión. Si el número es menor que 10, podrán recurrir a sus manos, verdadera calculadora portátil, identificando cada uno de sus dedos con los objetos que hay en la caja. Pero si el número es mayor que 10, la respuesta sólo podrá lograrse trabajosamente tras la representación de los objetos o el uso de un *medio material* más potente —por ej., el ábaco—.

En todo caso, es necesario asimismo proponer situaciones donde la adición tenga un modelo distinto al conjuntista. Por ejemplo, el modelo lineal, que además contribuye a la adquisición de la noción de número como *elemento iterativo*.

Se coloca en el aula pegada en la pared la serie numérica en grandes caracteres y a la altura de los niños (figura 4)⁷. Si un niño recibe el mensaje “7+5” aprende que debe colocar la mano en el número “7” y desplazarse “5” casillas hacia la derecha. El número que esté tapado al final del proceso por su mano, será el resultado de la suma.

1 2 3 4 5 6 ■ 8 9 10 11 ■ 13 14 ... 49 50

FIGURA 4 – *Suma lineal “7+5”*

Esta actividad puede hacerse ritual (así como colocar la fecha del calendario) durante un periodo largo de tiempo, de tal forma que los niños vayan paulatinamente adquiriendo las nociones de adición y sustracción y, asimismo, ampliando su universo numérico.

2.4 Uso de códigos y convenciones

En muchas fichas se incluyen símbolos y códigos estereotipados, propios de un bagaje cultural adulto, ajenos al universo de los niños, para representar:

1. *Acciones sobre materiales físicos*: ábaco, bloques lógicos, etc.
2. *Nociones o procesos matemáticos*: por ejemplo, una goma de borrar o una flecha para abajo, para indicar sustracción; un lapicero o una flecha para arriba, adición.
3. *Aspectos anímicos o físicos*, que comportan una información adicional que se presume determinante.

En la figura 5 se muestra un ejemplo de cada una de estas categorías.

El uso de esta simbología puede comportar un fenómeno de *ilusión de transparencia* (Fregona y Orus, 2005)⁸: los alumnos ven el símbolo o código

⁷ Obsérvese que el cero (0) no se coloca en primer lugar, puesto que no es el primer número (no se empieza a contar: 0, 1, 2...). En Educación Infantil, su presencia es necesaria únicamente cuando se tienen que escribir números mayores o iguales a 10. Lacasta y Wilhelmi (2008) hacen un breve análisis de la presencia inadecuada del cero, heredada de la reforma conjuntista de los años 70, en las fichas de trabajo para niños.

⁸ *Ilusión de la transparencia*: Fenómeno por el cual mientras que el profesor interpreta un ejemplo, objeto o representación en tanto que modelo o representante de una clase, el estudiante no ve más que dicho ejemplo, objeto o representación. Este fenómeno es una muestra de la distancia en la dinámica de construcción y comunicación de las matemáticas en tanto conocimiento científico y en tanto objeto de enseñanza cristalizado y etiquetado en las instituciones escolares. Por ello, es indispensable la determinación de medios que permitan a estudiantes y profesores “hablar un mismo idioma”.

únicamente como un dibujo, mientras que la maestra lo interpreta en tanto que representación de “un medio material usado en una actividad matemática”, de “una propiedad matemática”, etc. Es preciso un análisis sobre la información gráfica presente en las fichas y su correlato con la actividad de los niños y sus centros de interés.

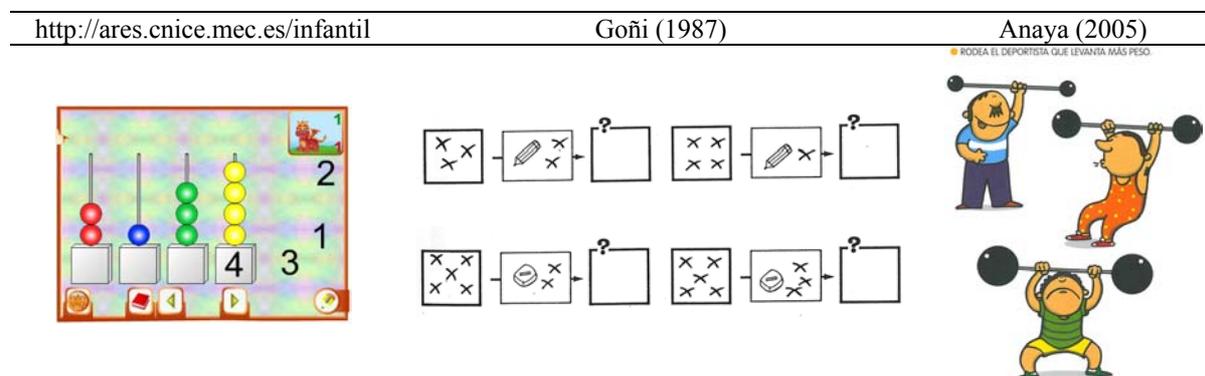


FIGURA 5 – Códigos adultos

3 Experimentación

3.1 Contexto

Maestras en formación en periodo de prácticas proponen a los niños la resolución de tareas con un componente matemático esencial. Su objetivo es la observación y registro de actividad matemática en Educación Infantil. Los contenidos involucrados son: tablas, adición, códigos de representación y determinación de patrones en series lineales. La actividad de los niños consiste en la realización de fichas de trabajo de editoriales usuales (Anaya, 2005; SM, 2006) y de otras diseñadas *ad hoc*. En la aplicación de las fichas, se sigue el método de “doble ciego”, es decir, ni los niños ni las maestras en formación conocen el objetivo de la investigación. Con ello, se controla la validez interna, tratando de evitar intervenciones condicionadas de las maestras.

3.1 Población y muestra

La población de referencia son niños de Educación Infantil de las aulas de 2º (4 años) y 3º (5 años). Los niños pertenecen a colegios públicos (P) y concertados (C) donde la lengua vehicular es el castellano o el euskera (*). La muestra es intencional y está constituida por 140 niños del aula de 4 años y 149 del aula de 5 años. En la tabla 1 se da la distribución de la muestra.

TABLA 1 – Muestra

Aula	Colegio 1 (P*)	Colegio 2 (C)	Colegio 3 (P)	Colegio 4 (P)	TOTAL
4 años	25	48	47	20	140
5 años	48	47	37	17	149

3.2 Lugar y momento de aplicación

Los niños realizan la actividad en el aula con mobiliario y material escolar convencional. El momento de realización de las fichas por los niños lo determina la maestra titular, según la planificación prevista y según la circunstancia de aula concreta.

Para la aplicación de las fichas se tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- Las maestras en formación proponen las tareas a los niños tras unos días de contacto previo con ellos, para controlar el impacto afectivo.
- No se trata de enseñar a los niños la manera de responder correctamente, sino de observar y analizar sus respuestas. Es decir, a las maestras en formación no se les valora por la eficacia en el adiestramiento para la resolución de las tareas, sino en la observación, registro y análisis de las producciones de los niños.
- Si un niño solicita ayuda, se vuelve a repetir la consigna, motivando afectivamente la realización de la tarea. En todo caso, no se le da información explícita de cómo debe proceder ni se corrigen posibles errores.
- Se estima que los niños utilizan 15–20 minutos para la realización de cada una de las fichas; en todo caso, no se prevé que ninguna de las actividades sobrepase la media hora.
- Los niños realizan a lo sumo dos fichas por día.

3.3 Material

Analizaremos aquí las respuestas de los niños a 4 fichas. Las consignas están previamente establecidas, de tal manera que todas las maestras en formación, indiferentemente del aula en la que estén, comunican la tarea a los niños de la misma forma.

Ficha 1: seriación — En esta ficha (figura 1) los niños deben completar tres series, con patrones de 3, 2 y 4 colores repetidos.

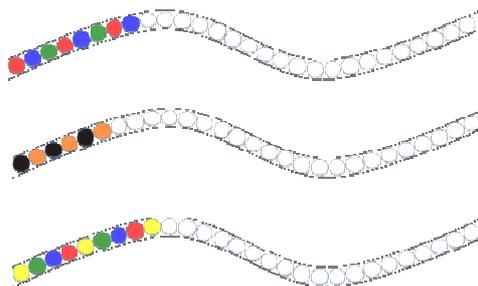


FIGURA 6 – *Seriación*

La actividad se presenta a partir de la pregunta: “¿Habéis pintado caminos como estos?” Si los niños responden que sí, se da directamente la consigna; si responden que no, se les dice que tienen que pintar todos los círculos utilizando los mismos colores dados y en orden. Se realizan unas preguntas de control sobre los colores presentes en los tres caminos y se repiten verbalmente las secuencias de colores. A continuación se da la consigna común a todas las maestras en todos los grupos: “*Continúa pintando los*

círculos que están en blanco de la misma manera que los que ya están pintados, hasta llegar al final de cada camino”.

Fichas 3-4: tabla, adición y código de representación — En la figura 7 se muestran las fichas 2, 3 y 4. Las consignas dadas a los niños por todas las maestras son:

- Ficha 2 (tabla): “En las primeras casitas han empezado a pintar. Hay que acabar de pintar todas las casitas de los colores que están”.
- Ficha 3 (adición): “Tenéis que pintar las caritas que hacen falta y abajo del todo tenéis que escribir el número de caramelos que hay”.
- Ficha 4 (código): “Arriba os dicen cómo se mueve el cocinero para llevarle la tarta a la niña. Los dos primeros pasos ya están puestos, tenéis que acabar de poner todos los pasos”.

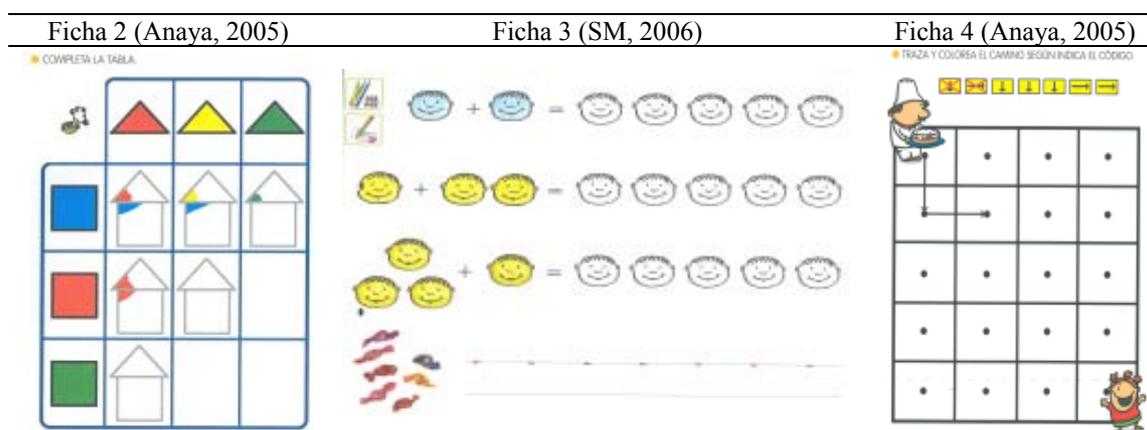


FIGURA 7 – Tabla, adición y código de representación

3.4 Comportamientos esperados

- *Ficha 1: seriación*
 - Frecuencia de éxito mayor en la segunda serie (patrón de 2 elementos), que en las otras dos (patrones de 3 y 4 elementos).
 - Porcentaje elevado de niños que empiezan la primera y tercera series por el primer color del patrón (rojo y amarillo, respectivamente) y no por el color que corresponde (verde en ambos), puesto que en estas series el último círculo pintado no coincide con el último círculo del patrón.
- *Ficha 2: tabla*
 - Frecuencia de éxito global baja (ver sección 2.2.).
 - Tasa de éxito superior de la primera fila y columna respecto al resto de casillas. Además, un porcentaje elevado de niños no representará las casas en las casillas en las que no está dibujada su silueta.
 - Los niños de 4 años que representen las casas en las casillas vacías conservarán peor la forma y proporciones que los niños de 5 años, es decir, los triángulos y cuadrados de estos últimos son más próximos al modelo dado (Dickson, Brown y Gibson, 1984).

– *Ficha 3: adición*

- Un alto porcentaje de los niños de 4 años colorearán todas las caras de la derecha. Los símbolos (+,=) son propios de la enseñanza del aula de 5 años, donde el porcentaje de éxito será claramente superior.
- La escritura de las grafías de los números en el aula de 5 años empiezan a ser estables, por lo que el éxito aquí también será superior al observable en el aula de 4 años.

Es pues la ficha donde la enseñanza propia del grado va a condicionar más su realización.

– *Ficha 4: código*

- El objetivo fundamental de los niños será establecer una unión entre el cocinero y la niña, sin, en general, respetar el código adulto de representación dado.
- Un porcentaje de niños que no puede ser explicado al azar representa una ruta “escalonada”, para que la niña “suba” a por la tarta o el cocinero “baje” a dársela, haciendo caso omiso del código.

4 Resultados y discusión de los resultados

4.1 Ficha 1: seriación

La tabla 2 muestra, por edades, los porcentajes de éxito obtenidos en cada una de las series, junto con el porcentaje de niños que empiezan cada una de las series por el primer color del patrón.

TABLA 2 – *Porcentaje de éxito*

		Serie 1	Serie 2	Serie 3
Porcentaje de éxito	4 años	7,5	40	3,8
	5 años	32	83	47
Empieza la serie por el primer color de patrón	4 años	59	—	55
	5 años	43	—	28

Además de las variables dicotómicas estudiadas, se incluye en la tabla 3 los medidas de centralización y dispersión de la variable discreta “número de secuencias correctas” para cada una de las series.

TABLA 3 – *Parámetros de centralización y dispersión*

	4 años			5 años		
	Serie 1	Serie 2	Serie 3	Serie 1	Serie 2	Serie 3
Media	2,04	7,16	0,74	4,8	10,23	2,9
Moda	0	11	0	6	11	4
Mediana	1	10	0	5,5	11	4
Desviación estándar	2,21	4,45	1,35	1,8	1,57	1,6

Estos datos contribuyen a aceptar los comportamientos esperados descritos anteriormente.

Asimismo, el escalograma de Guttman⁹ suponiendo que la dificultad de la serie está directamente relacionada con la longitud del patrón. Así, se espera que:

- Un niño que ha resuelto bien la serie 3 (patrón de 4 elementos), habrá resuelto asimismo las series 1 (3 elementos) y la 2 (2 elementos)
- Un niño que ha resuelto bien la serie 1, pero no la 3, habrá resuelto también la 2.
- Un niño que no ha resuelto bien la serie 2, no habrá resuelto ninguna.

Con los datos originales que se resumen en la tabla 2, el índice de Guttman es de 0,98 y 0,80, respectivamente para los niños de 4 y 5 años. El alto valor que toma el índice de Guttman en los niños de 4 años se debe al bajo porcentaje de éxito en la actividad en general, y en las series 1 y 3 en particular. La desviación estándar de los resultados es mucho mayor en este grupo de edad. Por otro lado, el índice para el grupo de 5 años, inferior a 0,9, determina que la explicación basada exclusivamente en la dificultad según la longitud del patrón no es posible. En este caso, es determinante el hecho de que, en las series 1 y 3, el primer círculo que deben pintar los niños no coincide con el primer círculo del patrón; apoyando la hipótesis previa.

4.2 Ficha 2: tabla

En la tabla 4 se resumen los porcentajes de éxito de algunas variables estudiadas.

TABLA 4 – *Porcentaje de éxito*

Aula	Éxito global	Éxito casillas con indicación inicial	Éxito casillas sin indicación inicial	Éxito casillas vacías	Guarda proporciones	Guarda forma
4 años	0	14	1,79	0	3,57	7,14
5 años	19	67	29,3	18,97	50,86	66

A la vista de los resultados, las pruebas experimentales contribuyen nuevamente a aceptar los comportamientos esperados.

Por otro lado, asumiendo que los tres tipos de casillas a rellenar (con indicación inicial, sin indicación inicial, vacías) representan ítems de dificultad creciente, el índice de Guttman es de 0,99, tanto en el aula de 4 años como en la de 5. Este índice no es representativo en el aula de 4 años, puesto que la tasa de éxito es 0. Sin embargo, puesto que en el aula de 5 años el índice sigue siendo próximo a 1, se puede concluir que para la muestra los niveles de dificultad reseñados constituyen una dimensión explicativa privilegiada del comportamiento global de las respuestas.

4.3 Ficha 3: adición

En la tabla 5 se resumen los porcentajes de éxito de algunas variables estudiadas.

⁹ El escalograma de Guttman es una tabla en la cual se ordenan tanto los sujetos como los ítems respecto a una dimensión determinada, asegurando, si los resultados demuestran que los datos se ajustan a 1, que el conjunto de ítems que conforman la escala miden una única dimensión y que, por tanto, la puntuación total que se asigne a los sujetos tenga significado psicológico y pueda ser interpretable, cosa que no ocurriría si los ítems hicieran referencia a más de una dimensión.

TABLA 5 – Porcentaje de éxito

Aula	Colorea todas las caras de la derecha	Éxito global	Escribe el 7 correctamente	Correspondencia uno a uno
4 años	61	15	31	1,7
5 años	17	42	73	72

El porcentaje de éxito global es claramente superior en el grupo de 5 años. Además, más de la mitad de los niños de 4 años hace caso omiso a la tarea y responde coloreando todas las caras. Estos hechos quedan justificados por los procesos de enseñanza diferenciados según la edad. La simbología de la adición (+,=) es propia del aula de 5 años y está ausente en la de 4. Las grafías de los números es un aprendizaje que suele iniciarse a los 4 años, para que, al final de la Educación Infantil, los niños sean capaces de escribir todas las grafías. Además, en 3º de Infantil, el saber escolar “correspondencia 1-1” está más consolidado, de tal manera que los niños identifican los puntos como un inicio a “corresponder”.

4.4 Ficha 4: códigos de representación

En la tabla 6 se resumen los porcentajes de éxito de algunas variables estudiadas.

TABLA 6 – Porcentaje de éxito

Aula	Correcto	Interpretación física		
		2 Horizontal / 3 vertical	Escalera	Blanco, itinerario imposible, retrocede
4 años	11	9	33	47
5 años	43	13	25	22

El porcentaje de niños que realizan una interpretación física de la situación (la niña debe “subir” o el cocinero debe “bajar”) es estable (próximo al 40%). Esto refuerza el hecho de que el código adulto no es transparente para un conjunto representativo de la muestra. La mayor tasa de éxito en el aula de 5 años es entonces explicable más en términos de “aprendizaje de reglas y convenciones sociales”, —señales urbanas o de tráfico, por ejemplo—, que en términos de aprendizaje de nociones lógicas o *protocartesianas*.¹⁰

5 Análisis estadístico implicativo

En la sección 4, se han discutido unos resultados preliminares, que dejan abiertas cuestiones centrales de los comportamientos observados.

1. *Ficha 1: seriación*. A partir del cálculo del índice de Guttman, se ha concluido que la explicación basada exclusivamente en la dificultad según la longitud del patrón no es posible. ¿Qué aspectos son claves y cuál es la relación entre ellos?
2. *Ficha 2: tabla*. La prueba experimental muestra que los comportamientos son claramente diferenciados según los niños pertenezcan al aula de 4 o de 5 años.

¹⁰ Protocartesiano: contexto o situación germen para la introducción del plano cartesiano.

¿Es posible establecer qué subconjunto del aula de 5 años contribuye más a esta diferencia?

3. *Fichas 3 y 4: adición y códigos de representación.* Los resultados permiten observar el influjo de la enseñanza en los comportamientos de los niños. ¿Qué tareas “enseñadas” realizadas con éxito por los niños implican la realización exitosa de otras tareas?

Utilizamos en esta sección el Análisis Estadístico Implicativo (AEI) para abordar estas cuestiones. Pero antes de ello, en la sección 5.1, justificaremos la necesidad de reducción de la muestra; en la sección 5.2, viendo que la pérdida de información impuesta en la sección precedente es excesiva, se describe una estrategia para la utilización de los datos experimentales y se introduce la noción de *estabilidad muestral* de las relaciones implicativas. En la sección 5.3, se muestra propiamente el análisis de los datos experimentales: variables, resultados y su discusión.

5.1 Mortandad y muestra reducida

Es usual en Educación Infantil que el niño se ausente de la escuela por consulta médica, motivos de salud, necesidades familiares o de otro tipo. Debido a esta circunstancia, el nivel de mortandad en los datos recogidos es muy alto, dado que las cuatro fichas estudiadas no se realizaron en el mismo momento. A pesar de que la muestra inicial consta de 289 niños, solo 120 de ellos completaron las 4 fichas estudiadas. El resto completó 3, 2 o solamente 1 de las 4 fichas. Este fenómeno de mortandad no es equiparable al que ocurre en las pruebas de oposición, en las cuales la totalidad de la muestra realiza el primer ejercicio, pero solamente aquellos participantes que superan cada uno de los ejercicios realiza el siguiente. En nuestro caso, la distribución de las respuestas no sigue un patrón preestablecido. Así, no todos los niños que realizan todas las fichas menos una, no coinciden en la ficha faltante. En la tabla 7 se muestra un esquema de las matrices de los datos *reducida* (niños que contestan todas las fichas) y *ampliadas* (niños que contestan cada una de las fichas por separado).

TABLA 7 – Matrices reducida y ampliada

Seriación	Tabla	Adición	Códigos
120			
87	46	38	70

Esta elevada mortandad hace necesaria una técnica que permita analizar los datos globalmente y, a la vez, tenga en cuenta la especificidad de las tareas realizadas. Se realiza un aprovechamiento de la estructura de la muestra para diseñar un método de control. Este método consiste en contrastar las relaciones implicativas halladas en la muestra de niños que realizan la totalidad de las fichas, con la muestra ampliada de los niños que realizan una ficha determinada. En nuestro caso, 120 niños realizan todas las fichas, pero 87 más realizan la ficha “seriación”, 46 más la ficha “tabla”, 38 más la ficha “adición” y 70 más la ficha “códigos” (tabla 7), siendo las matrices ampliadas de 207, 166, 158 y 190 sujetos, respectivamente. Una implicación entre variables relativas a una

misma ficha para la muestra pequeña que se mantenga para la muestra ampliada correspondiente se dirá *estable*. En caso contrario, dicha implicación, al menos para la muestra completa dada, no es retenida, rechazando asimismo las relaciones que se pudieran establecer con otras variables¹¹.

5.2 Estudio experimental

5.2.1 Variables

Además de las variables de comportamiento ligadas a la realización de las fichas, se consideran las variables externas sexo (SX) y edad. La variable sexo es dicotómica (mujer:1; varón:0), mientras que la edad de los sujetos se ha *dicotomizado*: se han constituido seis categorías, que representan la pertenencia (1) o no (0) a un determinado cuatrimestre, de los de menos edad (Q01) a los mayores (Q06). En la tabla

TABLA 8 – *Distribución de los niños según la edad medida en meses*

Variable (meses)	Q01 (49–53)	Q02 (54–57)	Q03 (58–61)	Q04 (62–65)	Q05 (70–73)	Q06 (74–77)
Frecuencia absoluta	28	31	29	52	40	10

En la tabla 9 se describen las variables. El número total de variables, sin contar las variables externas (edad y sexo), es 31. Teniendo en cuenta la norma general según la cual 10 individuos legitiman la definición de una variable, es necesario establecer un método de control. Como se ha explicado en la sección 5.1., en este caso se considera un estudio adicional con una matriz ampliada (en sujetos) y reducida (en variables), de forma que el criterio de legitimación del número de variables se cumpla sobradamente.

TABLA 9A – *Variables*

Q0x	Edad ($x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$), según el cuatrimestre en el que cumplen los niños. Q01 representa los niños más pequeños, nacidos en el último cuatrimestre del año natural del aula de 4 años (2007); Q06 a los mayores, nacidos en el primer cuatrimestre del año natural del aula de 5 años (2006).
SX	Sexo
	Ficha seriación
S01	Realiza correctamente la secuencia 1
S02	En la secuencia 1, empieza la secuencia de los colores según empieza la ficha
S03	Se equivoca al inicio de la secuencia 1
S04	Se equivoca en medio de la secuencia 1
S05	Realiza correctamente la secuencia 2
S06	Se equivoca al inicio de la secuencia 2
S07	Se equivoca en medio de la secuencia 2
S08	Realiza correctamente la secuencia 3
S09	En la secuencia 3, empieza la secuencia de los colores según empieza la ficha
S10	Se equivoca al inicio de la secuencia 3
S11	Se equivoca en medio de la secuencia 3

¹¹ De hecho, siempre en términos de la muestra, se puede aceptar que se trata de una relación espuria.

TABLA 9B – Variables

Ficha adición	
C01	Realiza la actividad completa con éxito
C02	Realiza dos actividades con éxito
C03	Realiza una actividad con éxito
C04	Pinta todas las caras de la derecha
C05	Escribe el 7 correctamente
C06	Repite el 7 (o el símbolo utilizado por el niño) el número de veces que se requiere (7 veces)
C07	Guarda la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha (flechas de inicio)
C08	Respeto el código de inicio (empieza por la flecha de inicio)
Ficha tabla	
K01	Colorea correctamente las combinaciones con indicación inicial (a, b, c, d)
K02	Colorea correctamente las combinaciones sin indicación inicial (e, g)
K03	Guarda las proporciones de los objetos en las casillas vacías (f, h, i)
K04	Guarda la forma de los objetos en las casillas vacías (f, h, i)
K05	Deja en blanco las casillas vacías (f, h, i)
KX1	Realiza la actividad con éxito
KX2	Colorea correctamente las casillas vacías (f, h, i)
Ficha códigos de representación	
P01	Completa el código correctamente y realiza la actividad con éxito (-3,2)
P02	Realiza un trayecto en escalera horizontal, vertical o diagonal directamente al niño
P03	Dibuja sobre la plantilla una imagen que no puede ser recorrida o no termina el trayecto
P04	Traza directo, en línea o parábola, hacia el niño
P05	Invierte el orden de la secuencia correcta (2,-3)

5.2.2 Resultados

En las figuras 8, 9 y 10 se muestran los gráficos implicativos de las matrices ampliadas y reducidas. De ellos se deducen las relaciones estables. En todas estas gráficas está ausente la variable sexo, ya que no es determinante en ningún caso.

Ficha seriación — Las variables se agrupan en dos subredes, según la edad: distinguiendo los comportamientos entre los niños pequeños (Q02) y mayores (Q05). Estos últimos se relacionan con las variables que indican la corrección en la realización de la tarea (S01, S05, S08), mientras que los primeros lo hacen con comportamientos que denotan algún tipo de error.

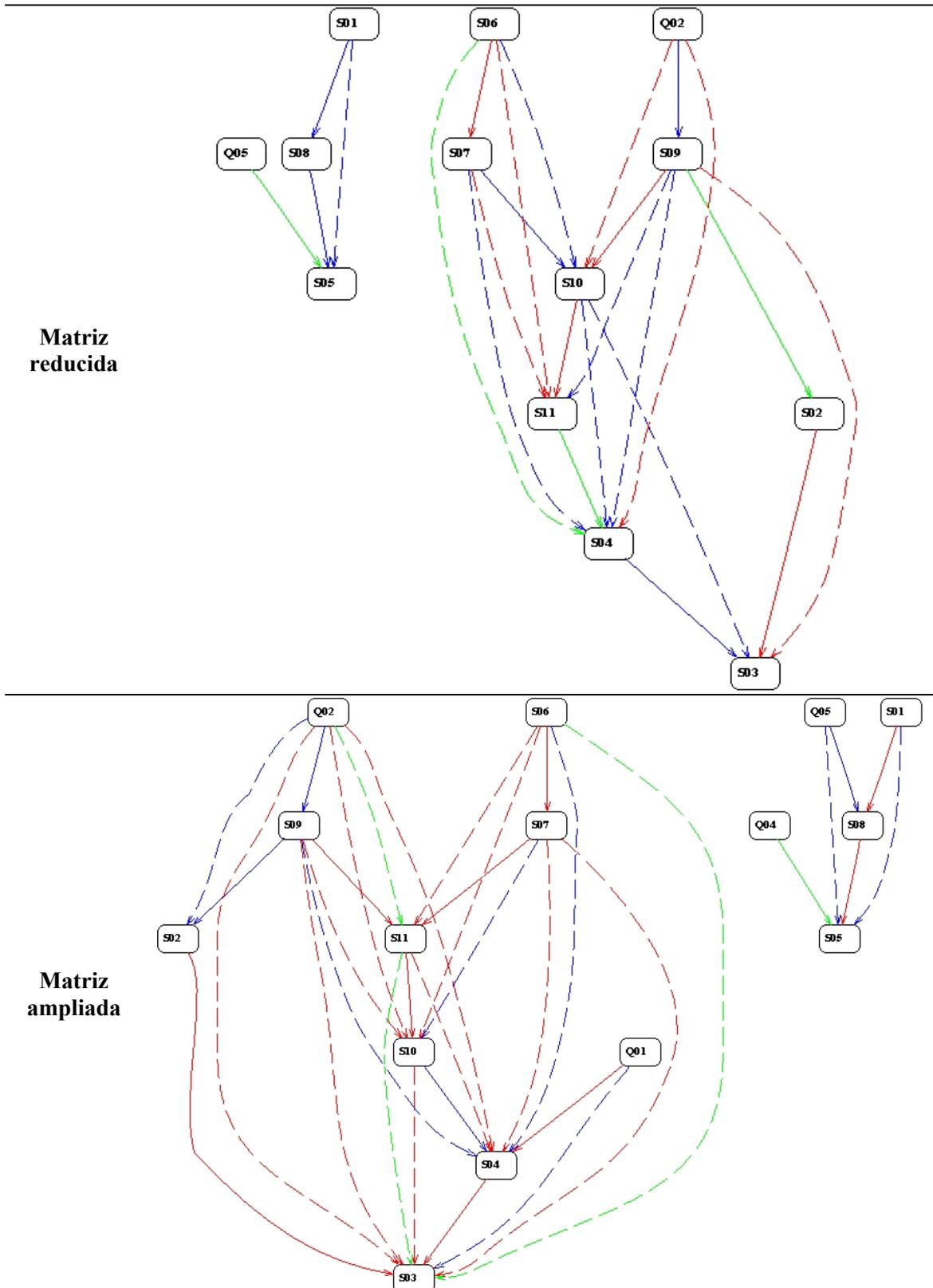


FIGURA 8 – Gráficos implicativos: seriación

Existe transitividad entre las variable S01 y S05, y las variables S08 y S05. Es decir, aquellos que realizan correctamente las secuencias de mayor dificultad, tienen tendencia

a realizar correctamente las de menor dificultad (el escalograma de Guttman no era concluyente a este respecto, y aquí se observa que las relaciones son transitivas al 95%).

En el segundo retículo de conexiones, las relacionadas con los niños más pequeños. Aquí:

- Al 0.99, se observa que tanto en la secuencia 2 como en la secuencia 3, aquellos que se equivocan al principio de la secuencia, repiten el error y también se equivocan en la continuación de la secuencia.
- Al 0.95, aquellos que se equivocan durante la secuencia 1, también se han equivocado al inicio de la secuencia.
- Al 0.90, aquellos que en la secuencia 3 empiezan la secuencia de los colores según empieza la ficha, también lo hacen en la secuencia 1; los que se equivocan en medio de la secuencia 3, también lo hacen en la secuencia 1.

En resumen, existe una relación entre los niños que resuelven correctamente la ficha y la edad. Los que realizan correctamente la secuencia de dificultad intermedia, resuelven también correctamente la de mayor dificultad, y estos últimos pertenecen al grupo de edad de 5 años. Hay transitividad en estas implicaciones. Además, los niños que realizan algún tipo de error en la elección del color inicial, al inicio de la secuencia o en medio de la misma, repiten el mismo error en las demás secuencias. Estos errores son por lo tanto estables.

Ficha tabla — Las relaciones más fuertes se crean entre aquellos que resuelven la totalidad de la ficha correctamente.

En la figura 9 se observa:

- Al 0.99, el que guarda las proporciones de los objetos en las casillas vacías (formas triangulares y cuadradas), guarda la forma de los objetos en las casillas vacías; y los que guardan la forma de los objetos en las casillas vacías, colorean correctamente las combinaciones con indicación inicial. Asimismo, los niños más pequeños, se relacionan con la variable “no pintar las casillas vacías (K05)”.
- Al 0.90, aquel que colorea correctamente las combinaciones sin indicación inicial, guarda las proporciones de los objetos en las casillas vacías.
- Al 0.99, las implicaciones transitivas, permiten afirmar que el que colorea correctamente las combinaciones sin indicación inicial, guarda la forma de los objetos en las casillas vacías, y también colorea correctamente las casillas con indicación inicial. Esto corrobora la conclusión alanzada por el escalograma de Guttman: los niños que completan las casillas vacías, realizan bien toda la tarea; los que completan bien las casillas sin indicación inicial, también realizan correctamente las que tienen indicación inicial. Se establece así una jerarquía de dificultad.

En síntesis, se deduce que aquellos niños capaces de guardar las proporciones en las figuras (cuadrados y triángulos) pintadas sin indicación inicial, guardan también la forma de figura, y a su vez estos pintan correctamente las figuras (interpretan correctamente la tabla).

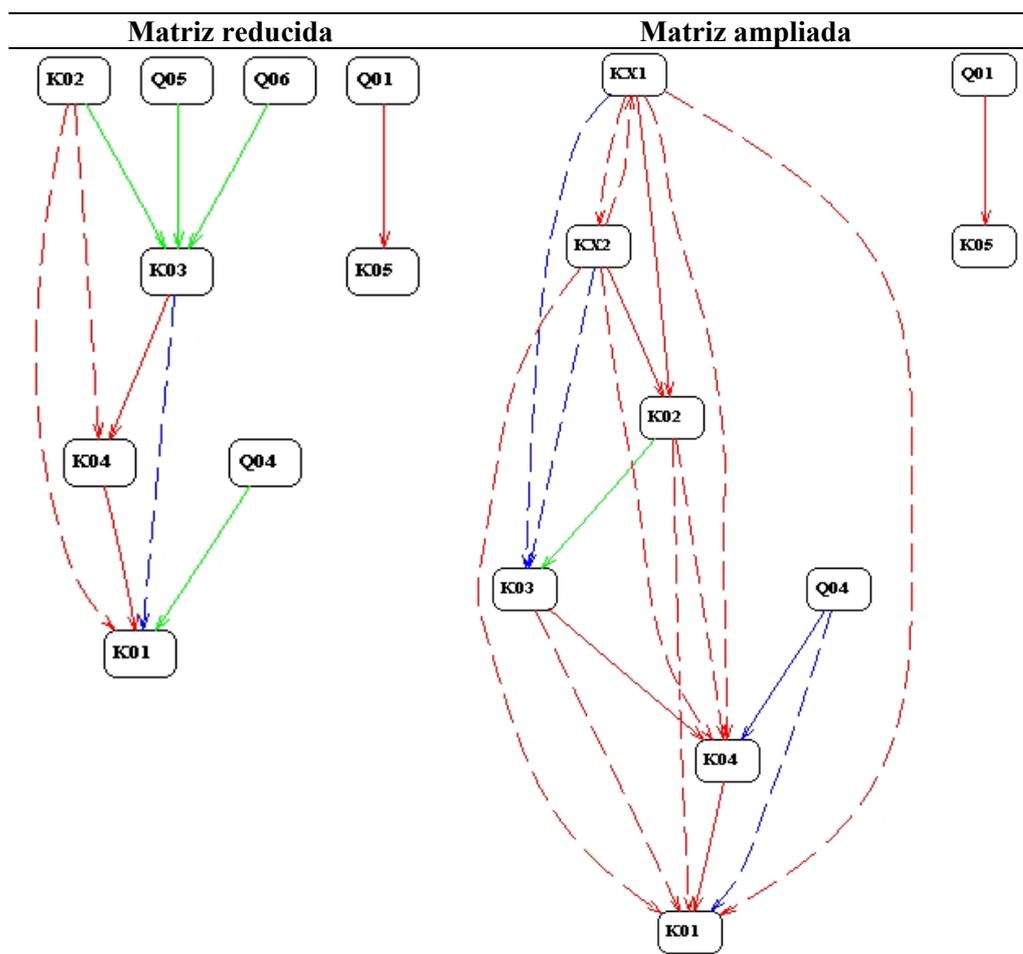


FIGURA 9 – Gráficos implicativos: tabla

Ficha adición — Como se puede ver en la figura 10, se tiene:

- Al 0.99, los que respetan el código de inicio, guardan la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha; los que guardan la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha, escriben el 7 correctamente; los que guardan la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha, son los niños mayores; los que realizan dos actividades con éxito, realizan una actividad con éxito.
- Al 0.95, en que realiza la actividad con éxito, guarda la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha.
- Al 0.90, los niños de mayor edad, realizan al menos dos actividades con éxito y repiten el 7 las veces requeridas en la ficha.

En resumen, la principal conclusión es la siguiente, aquellos niños que reconocen y respetan el código de inicio, guardan la correspondencia uno a uno con las marcas de la ficha, los cuales escriben correctamente la grafía de los números, y estos últimos guardan relación con el grupo de edad de 5 años. Por último, los niños relacionados con el grupo de edad de 5 años, realizan correctamente al menos dos de las tres actividades propuestas, y realizan correctamente las repeticiones de grafía del número.

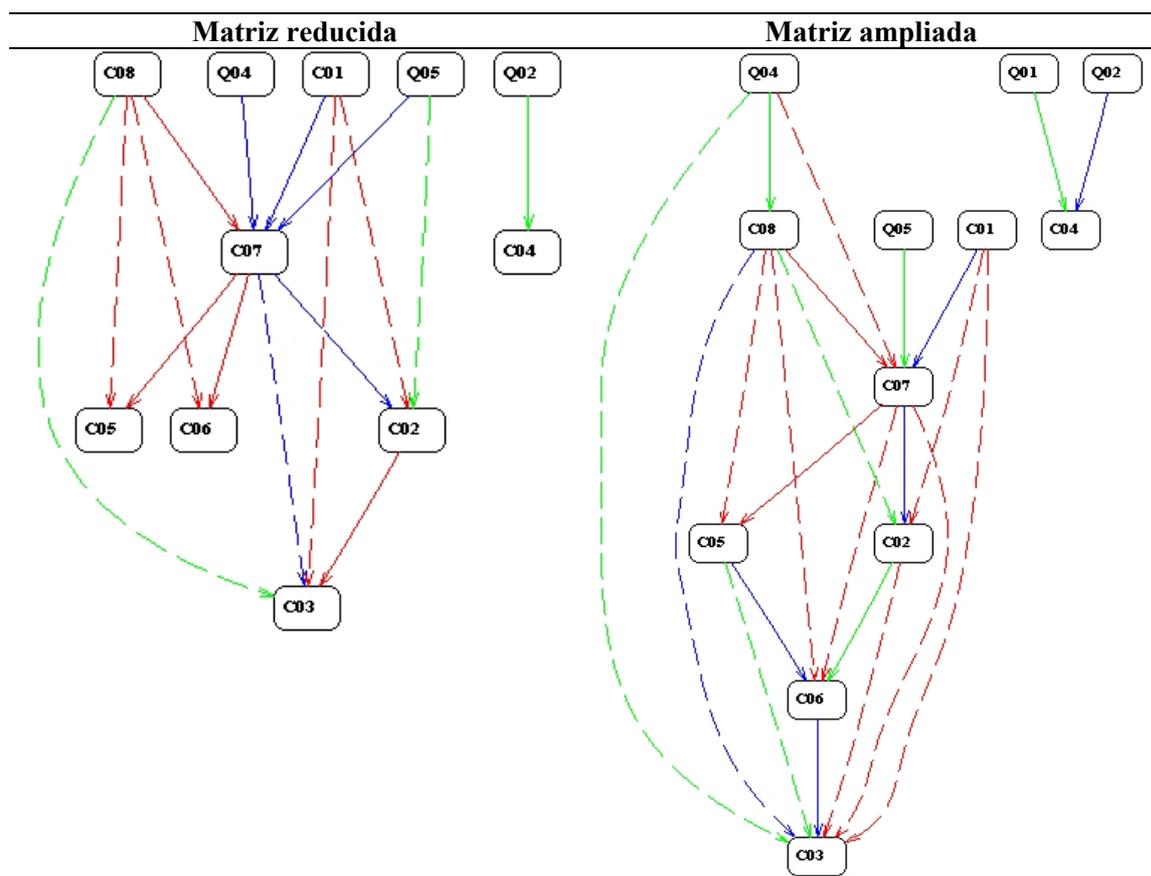


FIGURA 10 – Gráficos implicativos: adición

Ficha códigos de representación — Con la matriz reducida no existe ninguna relación implicativa. Sin embargo, con la matriz ampliada, se observa que los niños de mayor edad son los que completan correctamente el código. Este hecho confirma que los códigos de representación utilizados son comprendidos después de una enseñanza (formal o informal) de códigos adultos de designación y que, por lo tanto, dichos códigos no son en absoluto “intuitivos”.

6 Síntesis, implicaciones para la enseñanza y cuestiones abiertas sobre el método

Las actividades de tipo lógico y relacional deben ser apreciadas por sus finalidades propias y no por su supuesto carácter prenumérico. Aquí se ha mostrado cómo los niños tienen grandes dificultades en la realización de actividades abundantes en las colecciones de fichas, tales como seriación, tablas de doble entrada y códigos de representación. Para evitar el fracaso sistemático, las colecciones de fichas proponen situaciones reduciendo al máximo el envite epistemológico o suponiendo una intervención muy directiva de la maestra.

- *Reducción del envite epistemológico: series.* Se proponen series con un patrón que repite a lo sumo 2 o 3 elementos un número reducido de veces (4 como máximo) y

siempre haciendo coincidir el último elemento representado con el último elemento del patrón. Así, se evita enfrentar a los niños a un medio que les exige la repetición sistemática del patrón un número “elevado” de veces, que comporte la toma de decisión reiterada sobre el elemento que sigue y la identificación del patrón, abstrayéndolo del modelo mostrado.

- *Intervención de la maestra vs. Trabajo autónomo de los niños: tablas.* Para evitar el fracaso generalizado de los niños en la construcción de una tabla, las maestras deben aportar información explícita, que permita superar las restricciones cognitivas propias de la edad (Chabroulet, 1975). Pero más aún, los datos empíricos aquí dados sugieren que a pesar de que la tarea presentada a los niños este “semi-elaborada”, éstos no son en general capaces de interpretar globalmente la tabla. Asimismo, es notable la diferencia entre los niños del aula de 4 y 5 años, lo que es indicador de que la capacidad para la realización de este tipo de tareas es todavía incipiente.

De esta forma, no puede presumirse una actividad autónoma de los niños para estos dos tipos de actividades. Por ejemplo, sería entonces adecuada la organización por talleres con un taller central dedicado al uso de las tablas o la construcción colectiva en asamblea, donde la maestra contemple momentos regulativos explícitos.

- *Simbología adulta e ilusión de la transparencia: códigos de representación.* Las convenciones sociales o los códigos de representación condicionan la interpretación de las situaciones. Por ejemplo, en la tercera ficha de la figura 5, el niño tiene que advertir no sólo el tamaño relativo de las pesas, sino que uno de los personajes sujeta la pesa con una mano, el otro resopla y el tercero hace una mueca de máximo esfuerzo para sostener las pesas. Estas claves, que condicionan la respuesta, suponen la adquisición de una “cultura escolar” que tardará muchos años.

En el acto didáctico es necesario discriminar entre los conocimientos propios de la etapa y aquellos que, sin estar recogidos en los currículos oficiales o las orientaciones pedagógicas, deben ser enseñados y aprendidos.

La noción de estabilidad nos ha permitido identificar relaciones no espurias entre variables, a pesar de que las restricciones sobre el número de variables legitimado por la muestra se había sobrepasado. Queda por discutir:

- ¿Se pueden retener las implicaciones entre variables de distinta naturaleza del gráfico implicativo cuyo origen es la muestra reducida y que contempla todas las variables?
- La identificación de implicaciones estables en las matrices ampliadas sobre cada uno de los subconjuntos de variables, ¿cómo influye en la interpretación del gráfico implicativo global?

Responder a estas preguntas supone un análisis sobre el comportamiento de las relaciones implicativas en matrices genéricas (desvinculadas de todo estudio experimental) del tipo de las indicadas en la tabla 7, vía abierta de análisis.

Reconocimientos: Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación EDU2010-14947, Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN) y fondos FEDER.

Agradecemos la recogida de la información de las maestras en formación (por orden alfabético): Ainara Alcuaz, Idoia Armendáriz, Laura Ayúcar, Laura Bases, Lucía Balduz, Ainhoa Beloqui, Ana Blanco, Leire Buzunariz, Yasmina Cobo, Sara Duque, Oihane Elcano, Alazne Fernández de Muniain, Ana Iráizoz, Maddi Lasa, Laura Madina, Ainara Mariezcurrena, Irene Muñoz y Amaia Velasco; así como a los centros, por su total disponibilidad, donde éstas fueron acogidas y, en particular, a las maestras en ejercicio que actuaron como tutoras: Espe Atxa, Teresa Belza, Esther Eraso, Begoña Fernández, Olga Ferrer, M^a Jesús Goñi, Jone Iribarren, Maribel Luna, Raquel Monjas, Laia Prat, Amaia Ramos y Nerea Zabalo.

Referencias

- [1] Anaya (2005). *Razonamiento matemático. Mira cómo miro*. Madrid: autor.
- [2] Briand J., Loubet M., Salin M-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle (Cédérom PC)*. Paris: Hatier.
- [3] Brousseau G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- [4] Chabroulet, M.-T. (1975). Apprenons à organiser l'information en tableau au CP. *Grand N*, 7, 103–119. [Disponible en (29/03/2012): http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n]
- [5] Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- [6] Coda, M.; Lacroix, D. (1985). Classement et sériation. *Grand N* 36(3), 31–54.
- [7] Dickson, L.; Brown, M.; Gibson, O. (1984). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC, 1991.
- [8] Edebé (2001). *Matilandia*. Barcelona: Autor.
- [9] Fregona, D. ; Orús, P. (2005): Une étude des effets du contrat didactique à l'aide de la structuration du milieu didactique. Deux exemples: les cas du raisonnement et des figures planes. En P. Clanché, M-H Salin et B. Sarrazy (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques*. (pp. 203–233) La Pensée Sauvage, Grenoble
- [10] Goñi, J. M. (1987). *Haurtxoa, Baga-Biga (eskolaurrea). Aritmetika*. Donostia: Gipuzkoako Ikastolen Elkarte.
- [11] Lacasta, E.; Wilhelmi, M. R. (2008). Juanito tiene cero naranjas. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. (pp. 403–414) Badajoz: SEIEM. [Disponible en (29/03/2012): <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>]
- [12] Peres J. (1988). Recherches piagétienes sur la construction des structures numériques. IREM, Universidad de Burdeos I.

- [13] Roig T. (Coord.); Boixaderas, R.; Fernández, A.; Reverter, R.; Ros, R. (1984). *El 5, cuadernos de trabajo I y II, Preescolar, Colección: La llave de "Rosa Sensat"*. Barcelona: Editorial Onda.
- [14] SM (2006). *Matemáticas. Colección: 5 años, Educación Infantil*. Madrid: autor.
- [15] Wilhelmi, M. R. (2009). Didáctica de las Matemáticas para profesores. Las fracciones: un caso práctico. En C. Gaita (Coor.), *IV Coloquio internacional de enseñanza de las matemáticas*. [Disponible en (29/03/2012): <http://irem.pucp.edu.pe/164/iv-coloquio-internacional-sobre-ensenanza-de-las-matematicas>].