

# LOS RECURSOS DEL «CENTRE POUR L'OBSERVATION ET LA RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES» (COREM), POSIBLE CANTERA DE DATOS PARA EL ASI. UN EJEMPLO: LA ENSEÑANZA DE LA DIVISIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA

Guy BROUSSEAU<sup>1</sup>, Pilar ORÚS<sup>2</sup>, Dilma FREGONA<sup>3</sup>, Pablo GREGORI<sup>4</sup>

## TITLE

**Les ressources du COREM, chantier possible d'analyse de données dans le cadre de l'ASI ; un exemple : l'enseignement de la division à l'école primaire**

## TITLE

**COREM resources, a potential quarry for data analysis in the framework of SIA; an example: teaching division at primary education**

## RESUMEN

Presentaremos el Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas (CRDM-*Guy Brousseau*), como un nuevo espacio de indagación empírica y de investigación sobre la enseñanza de las Matemáticas y como posible cantera de información y de datos para el Análisis Estadístico Implicativo. CRDM-*Guy Brousseau* alberga principalmente diversos recursos documentales producidos en las escuelas maternal y primaria J. Michelet, de Talence (Francia), en convenio con el Instituto de Investigación en Enseñanza de la Matemática (IREM) de la Universidad de Bordeaux, en el marco del Centre d'Observation pour la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM). Dicho Centro, creado y dirigido por el Prof. Brousseau durante 28 años (de 1972 a 1999) era un laboratorio que permitía confrontar en la contingencia de las aulas, numerosas investigaciones producidas en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Mostraremos un ejemplo de distintas fuentes de datos e investigaciones posibles en DM y para el ASI, a partir de una investigación iniciada en 2011 en Argentina por un equipo de docentes de diversos niveles educativos, en torno a la enseñanza de la división en escuela primaria, con el objetivo de estudiar, problematizar y reconstruir un informe de actividades para su enseñanza, a partir de un trabajo en colaboración publicado en 1985 por la Universidad de Bordeaux e implementado reiteradamente en la Escuela Jules Michelet de Talence. Mostraremos también, como el acceso a los recursos documentales disponibles en el CRDM-*Guy Brousseau*, suministra valiosos aportes para la reconstrucción de la secuencia didáctica y su utilización en la formación del profesorado.

---

<sup>1</sup>Profesor emérito, Université Bordeaux (Francia), 17 Rue César Franck 33400 Talence (France), guy.brousseau@numericable.fr

<sup>2</sup>Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló IMAC, Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, Castellón (España), Campus Riu Sec E-12071, orus@uji.es

<sup>3</sup>FaMAF. Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), Medina Allende s/n , Ciudad Universitaria, CP:X5000HUA Córdoba, Argentina, fregona@famaf.unc.edu.ar

<sup>4</sup>Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló IMAC, Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, Castellón (España), Campus Riu Sec E-12071, gregori@uji.es

**Palabras clave:** *división euclídea, enseñanza primaria, formación del profesorado, investigación en Didáctica de las Matemáticas, recursos y datos.*

### RÉSUMÉ

On présente Centre de Ressources de Didactique des Mathématiques (CRDM-Guy Brousseau), comme un nouveau espace d'enquête empirique et de recherche sur l'enseignement des mathématiques aussi qu'un possible chantier d'information et de données pour l'Analyse Statistique Implicative. CRDM-Guy Brousseau héberge notamment des ressources documentaires divers produits chez les écoles maternelle et primaire J. Michelet, de Talence (France), en accord avec l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de l'Université de Bordeaux, dans le cadre du Centre d'Observation pour la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM). Ce centre, créé et dirigé par le Prof. Brousseau pendant 28 ans (de 1972 à 1999) a été un laboratoire qui permettait de confronter avec la contingence des salles de classe, des nombreuses recherches produites dans le contexte de la Théorie des Situations Didactiques. On montre un exemple de différents sources de données et enquêtes possibles en DM et pour l'ASI, à partir d'une enquête démarrée pendant l'année 2011 en Argentina menée par une équipe d'enseignants de divers niveaux éducatifs, autour de l'enseignement de la division à l'école primaire, au but d'étudier, remettre en question et reconstruire un rapport d'activités pour son enseignement, à partir d'un travail en collaboration publié en 1985 par l'Université de Bordeaux et implémenté à plusieurs reprises dans l'École Jules Michelet de Talence. On montre aussi, comment l'accès aux ressources documentaires disponibles dans le CRDM-Guy Brousseau, fournit d'apports estimables pour la reconstruction de la séquence didactique et son utilisation pour la formation des maîtres.

**Mots-clés :** *Division Euclidienne, enseignement primaire, formation des maîtres, recherche en Didactique des Mathématiques, ressources et données.*

### ABSTRACT

We shall present the Center of Resources for the Didactics of Mathematics (CRDM-Guy Brousseau), as a new space of empirical research and investigation on the teaching of mathematics as well as a possible quarry of information and data for the Statistical Implicative Analysis. CRDM-Guy Brousseau houses mainly several documentary resources produced in J. Michelet school of pre-school and primary education in Talence (France), in agreement with the Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) at the University of Bordeaux, in the frame of the Centre d'Observation pour la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM). This center, created and directed by Prof. Brousseau during 28 years (from 1972 to 1999) was a laboratory which allowed to test, against the contingency of the classrooms, several inquires produced within the context of the Theory of Didactical Situations. We show an example of different data sources and possible pieces of research in DM and for the SIA, starting from an inquire undertaken in 2011 in Argentina performed by a team of teachers from different education levels, about the teaching of the division in primary education, aiming at studying, questioning and reconstructing an activity report for its teaching, found in a collaborative work published in 1985 by the University of Bordeaux and implemented through several years in Jules Michelet School at Talence. We also show how the access to the documentary resources available in CRDM-Guy Brousseau, provides valuable contributions for the reconstruction of the didactics sequence and its use in the teachers training process.

**Keywords:** *Euclidean division, primary school teaching, teachers training, research in Didactics of Mathematic, resources and data.*

## 1 Introducción

El desarrollo de la investigación en Didáctica de las Matemáticas (DM) está profundamente relacionado desde sus inicios con el Análisis Estadístico Multidimensional, al que considera un instrumento esencial, tal y como se describe en las Actas del Coloquio “*Méthodes d’Analyses Multidimensionnelles en Didactique des Mathématiques*” (Caen, 1995). El Comité de organización de dicho Coloquio lo reconoce en sus Objetivos (p.2), asumiendo así mismo que en el caso del Análisis Estadístico Implicativo (ASI) esta relación adquiere una relevancia especial, ya que el ASI nace como una herramienta específica para resolver problemas de investigación surgidos desde la DM<sup>5</sup>.

André Rouchier (1995), como Presidente de la *Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques* explicita y desarrolla la naturaleza de esta estrecha y fructífera relación, a lo largo de toda la Introducción a dichas Actas (pp.3-5), citando como una de sus referencias previas 1975, año en que el IREM de Bordeaux organiza por iniciativa de G. Brousseau el Coloquio *l’Analyse de la Didactique des Mathématiques*, marcado por una fuerte preocupación por los métodos a utilizar en la investigación en DM y particularmente por el análisis de datos. Continúa A. Rouchier (1995) citando entre otros trabajos, las tesis de F. Pluvinage, R. Gras, A. Lahrer, S. Ag Almouloud, H. Ratsimba-Rajohn, A. Totohasin, y M. Bailleul, como testimonio de que los Métodos de Análisis Estadísticos Multidimensionales es un dominio de investigación fuertemente asociado a ciertas cuestiones de fondo de la Didáctica Fundamental, ligadas a la naturaleza de la investigación realizada sobre el saber en matemáticas involucrado en los sistemas didácticos y que responde a las preguntas siguientes:

- ¿Qué saber detenta una población de alumnos, confrontada a una población de problemas, ejercicios o situaciones?
- ¿En qué o cómo, tal población de ejercicios, problemas o situaciones puede ser una buena candidata para asegurar una buena representación de un saber determinado a fin de permitir eventualmente su enseñanza y por tanto su aprendizaje?
- Toda enseñanza consiste en proponer a los alumnos un número finito de situaciones, problemas y ejercicios, aceptando la idea de que el conocimiento de (o el éxito a) este sistema de situaciones permitiría confrontarse a cualquier otra situación relativa a ese saber. ¿Quién tiene, desde el punto de vista del saber, ese carácter “generador” de un sistema de ejercicios? ¿Cómo determinar, si existen, estos sistemas generadores?

Cinco Simposios después, desde este nuevo Simposio ASI-6, nos gustaría volver a mostrar en nuestro trabajo, que estas cuestiones iniciales para la Didáctica de las Matemáticas siguen generando hoy día problemas de investigación e informaciones que pueden ser abordadas conjuntamente desde la Didáctica y desde el análisis de datos y que pueden interesar de forma particular al ASI. Hacer patente, una vez más, la estrecha

---

<sup>5</sup>Las referencias citadas en esta introducción son traducciones del texto extraído de Gras (1995) por los autores

relación en investigación entre la Didáctica de las Matemáticas y el Análisis Estadístico Implicativo iniciada en el Coloquio de 1995, aunque ya no sean necesarias más justificaciones pues la interrelación es un hecho que no ha dejado de visualizarse en cada uno de los anteriores Simposios.

Retomamos por ultima vez las palabras de Rouchier en Caen (1995), explicando la naturaleza de dicha interrelación: “*vemos que la clave de estos trabajos [iniciados en 1975], que conciernen directamente a los saberes mismos, que conciernen a las poblaciones a las que son confrontados, que conciernen a los profesores, sus concepciones y sus prácticas, no reside en un método (un conjunto de métodos) o en una técnica (o un conjunto de técnicas) sino a las cuestiones recordadas anteriormente y en torno a las cuales se ordenan todos ellos*”.

Los aspectos tratados en esta ponencia son fruto de la colaboración entre la Universidad Nacional de Córdoba (UNC) de Argentina y la Universidad Jaume-I de Castellón (UJI) de España. Un trabajo colectivo realizado en un taller por un equipo de seis docentes de diferentes niveles y modalidades de la UNC en Argentina, se propuso estudiar, problematizar y reconstruir un informe (Briand et al., 1985) de actividades para la enseñanza de la división en el nivel primario; dicho informe, publicado en 1985 por la Universidad de Bordeaux, se implementó reiteradamente en la Escuela Jules Michelet de Talence.

El taller se desarrolló sistemáticamente durante el año 2011. Las dudas, las consultas a otros documentos, etc. fueron registradas por cada uno de los participantes en un archivo que es, a su vez, objeto de análisis y cuyo objetivo era “*estudiar la secuencia para enseñar la división, y profundizar en el texto para acordar sobre el modo de comunicación de dicha secuencia.*”

La posibilidad de acceder a los recursos documentales del COREM, en la Universidad Jaume-I (España), en el Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas *Guy Brousseau* (CRDM-*Guy Brousseau*), suministró valiosos aportes para la reconstrucción de la secuencia y posibles modos de comunicación a otros actores del sistema, que mostraremos en este trabajo.

Presentaremos así mismo, cómo los recursos ofrecen distintas fuentes de datos y plantean nuevos problemas de investigación, lo que constituye una posible cantera de información y de datos para el Análisis Estadístico Implicativo, en el sentido avanzado en la introducción.

## **2 Presentación del CRDM-*Guy Brousseau***

El *Centro de Recursos de Didáctica de las Matemáticas* (abreviado como CRDM-*Guy Brousseau* y accesible desde internet en <http://www.imac.uji.es/CRDM>), creado el 1 de Diciembre de 2010, depende del *Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones* (IMAC) de la Universitat Jaume-I de Castelló, cuya finalidad es desarrollar la investigación en Didáctica de la Matemática en ámbitos universitarios.

El CRDM-*Guy Brousseau* alberga principalmente diversos recursos documentales y bibliográficos producidos en un grupo escolar público de la comuna de Talence (Francia), el Jules Michelet, en sus niveles de escuelas maternal y primaria. En ese establecimiento educativo, en convenio con el Instituto de Investigación en Enseñanza

de la Matemática (IREM) de la Universidad de Bordeaux, se organizó el *Centre d'Observation pour la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (COREM). Dicho Centro, creado y dirigido por el Prof. Brousseau durante 28 años (de 1972 a 1999) era un laboratorio que permitía confrontar en la contingencia de las aulas, numerosas investigaciones producidas en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

La denominación *Guy Brousseau* para este centro de Recursos de DM, ha sido otorgada por el IMAC en virtud de la relevancia científica del Prof. Brousseau en la creación de este ámbito de investigación y de su responsabilidad en la creación y desarrollo del COREM. Desde el momento de su creación (2007), Brousseau es miembro del IMAC

## 2.1 El COREM, las escuelas Michelet y los recursos producidos

El COREM, ha sido durante sus 28 años de funcionamiento (1972-1999), un laboratorio de investigación sobre la observación de la enseñanza de las Matemáticas, ubicado en torno a las escuelas públicas J. Michelet de Talence (Burdeos, Francia).



En el COREM era posible diseñar y llevar a cabo lecciones, observar a docentes y alumnos en sus interacciones en clase y desplegar estudios realizados por el trabajo conjunto de personas vinculadas al IREM: investigadores y estudiantes de

los postgrados en didáctica de la matemática de la Universidad de Bordeaux, docentes de la escuela Michelet y profesores formadores de docentes que trabajaban regularmente con los maestros de la Escuela.

Dichos maestros incorporaban algunas actividades particulares a su labor docente. Su carga lectiva era reducida en unas horas semanales, para que pudiesen participar en ciertos aspectos de la investigación, fundamentalmente:

- En la preparación de clases:
  - Preparación de clases “comunes” con profesores formadores de maestros y eventualmente investigadores.
  - Preparación de clases que eran objeto de tesis (con los respectivos doctorandos, los profesores formadores de maestros.
- Las observaciones de clases: Durante todos estos años, al menos una vez por semana, se preparaba una situación de enseñanza de Matemáticas, la realizaba uno de los profesores habituales de una de las clases. La sesión era filmada y observada y después comentada colectivamente por los miembros del COREM, entre ellos, los profesores de la escuela Michelet que estaban de observadores.
  - Semanalmente, en caso de las clases comunes.
  - De una secuencia, en caso de una investigación.
- Los seminarios semanales de investigación.
- La redacción de las planificaciones semanales de docencia y de investigación y de los informes de las acciones realizadas a lo largo del curso.

Como el nombre indica, el COREM era un lugar privilegiado para realizar observaciones, ya que incluía un edificio en el cual, un aula adaptada a la presencia de observadores y de cámaras, permitía observar y registrar en video las interacciones desplegadas en la clase. La participación de los estudiantes de postgrado y de los investigadores en las clases observadas estaban institucionalmente reguladas, las obligaciones reciprocas de unos y otros explicitadas, independientemente de las personas, lo que garantizaba un “contrato de investigación” satisfactorio.

La complejidad de este funcionamiento se debió a la voluntad de los pioneros del proyecto, de hacerlo funcionar de tal manera que la finalidad pedagógica de la escuela no fuese alterada por la existencia de las investigaciones, ni de las observaciones y que tanto las unas como las otras pudiesen desarrollarse en las mejores condiciones metodológicas posibles.

El grupo escolar J. Michelet, como ya lo mencionamos es un establecimiento público con 3 niveles de escuela maternal y 5 de enseñanza primaria (con 2 grupos por cada uno de los niveles de primaria). Por tanto, más de 1000 alumnos han frecuentado la escuela J. Michelet entre 1972 y 1999 y han dejado sus trazas, a través del trabajo realizado en el COREM, de las interacciones entre ellos, con los docentes y los saberes desarrollados en esos cursos. Eventualmente es posible seguir el trabajo escolar de algunos de los niños, a lo largo de toda su escolaridad, incluyendo sus desempeños con pruebas de evaluación idénticas (Contrôle d'Acquisition Scolaire y Test d'Acquisition Scolaire) en el transcurso del tiempo, etc. El conjunto de los ejercicios cotidianos efectuados y eventualmente replicados por grupos sucesivos de alumnos, constituye en sí mismo un corpus excepcional.

En el CRDM-*Guy Brousseau* hay diferentes tipos de informaciones disponibles para investigadores acreditados: notas, informes, descripciones y discusiones de dispositivos didácticos, escenarios, estadísticas, cuadernos de alumnos, ejercicios, pruebas y controles, resultados, preparaciones de clase de los profesores. Y también notas de trabajo de los investigadores, artículos, tesis, sesiones de información para los profesores, etc.

## **2.2 Inventario y condiciones de consulta de los recursos del CRDM-*Guy Brousseau***

El Inventario permite consultar (on-line) los recursos del CRDM-*Guy Brousseau*, por cursos y niveles escolares, por contenidos curriculares matemáticos o por investigaciones en DM.

El Centro pone estos recursos a disposición de los investigadores interesados:

- En una sala de consulta en la Biblioteca de la UJI: para acceder a los originales, respetando la unicidad y clasificación de los Recursos y localizando las producciones por los niveles y cursos escolares.
- A través de los recursos digitales de la Biblioteca de la Universitat Jaume I de Castellón (UJI), en la medida que se vayan digitalizando, en la web.



- Los cerca de 450 videos que han podido ser salvados (los anteriores a 1985 pueden ser leídos actualmente con aparatos especiales y algunos se han perdido) se conservan en el marco del Proyecto ViSA de l'Université de Lyon y podrán ser consultados progresivamente en IFE-ENS-Lyon.

Para poder consultar los recursos del CRDM-*Guy Brousseau*, la Biblioteca de la Universitat Jaume I, y el Instut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló (IMAC) han establecido de común acuerdo los criterios y el procedimiento de dicha consulta.

### 3 Cómo enseñar la división en la escuela primaria: Un problema de investigación y de formación docente, en Didáctica de las Matemáticas

#### 3.1 Origen del trabajo

El documento del IREM de la Universidad de Bordeaux I (Francia), sobre la división estudiado es “La división en la escuela primaria. Informe de situaciones de enseñanza realizadas con alumnos de tercero, cuarto y quinto grado” (Briand et al, 1985), al que nos referiremos a partir de ahora y por simplificar como [IREM85]. Las cuestiones acerca de la enseñanza de la división son fruto del trabajo colectivo en un taller semanal realizado durante el año 2011 entre docentes de primarias de adultos e investigadores<sup>6</sup> de la Facultad de Filosofía y Humanidades y de Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina). Ese grupo, constituido inicialmente para la realización del trabajo de campo de una tesis de doctorado<sup>7</sup>, integra dos proyectos de investigación, actualmente en curso en esas instituciones de la UNC<sup>8</sup>. Específicamente, la tarea que estamos desarrollando en colaboración con quienes diseñaron y dictaron esas clases<sup>9</sup> es “*estudiar la secuencia para enseñar la división, y profundizar en el texto para acordar sobre el modo de comunicación de dicha secuencia*”.

La estancia de investigación de la profesora Fregona en la UJI (2012) se enmarca en estos proyectos comunes aunque supuso un nuevo enfoque para abordar el trabajo ya realizado por el taller de profesores argentinos: utilizar los recursos del CRDM-*Guy Brousseau*, para ilustrar algunas cuestiones y dudas de los profes del grupo argentino.

Como ya dijimos, el fin del trabajo es estudiar esa secuencia de enseñanza y ello implica realizar un trabajo de naturaleza matemática o más ampliamente, de naturaleza

---

<sup>6</sup>Ese grupo está constituido por: G. Aguilar, A. Arredondo, Ma. F. Delprato, D. Fregona, N. Gerez Cuevas, P. Schiapparelli.

<sup>7</sup>Tesis de Delprato, en curso: “Condiciones de la enseñanza matemática a adultos con baja escolaridad”, con la dirección de Fregona, Doctorado en Educación de la FFyH, UNC.

<sup>8</sup>Proyectos “Educación básica rural y de jóvenes y adultos. Políticas, instituciones y actores”, CIFYH, UNC. Agencia Nacional de Investigación Científica y Tecnológica- FONCYT Convocatoria Proyectos Bicentenario, Temas Abiertos - PICT-2010-0890; SECYT, Res. 214/10. “Indagaciones sobre la Formación de Docentes en Matemática. Perspectivas, Tendencias y Desafíos”, FaMAF, UNC. Secyt, Res. 159/09; MCyT Res. 1210/2007.

<sup>9</sup>C. Destousse, N. Brousseau, G. Brousseau, D. Greslard, M. H. Salin, y P. Orús, a través del CRDM.

didáctica, entendida ésta como estudio de las condiciones de difusión de conocimientos matemáticos (Brousseau, 1986). En esta presentación, expondremos algunas de las interpelaciones e indagaciones que hemos hecho al documento desde la DM y mostraremos cómo el CRDM-Guy Brousseau contribuye sustancialmente a sugerir respuestas posibles y a generar nuevas cuestiones e investigaciones.

Al inicio del documento se habla de “división euclídea”. La duda que se plantea en el grupo es: *¿Qué significa “euclídea”?* Y una primera respuesta, “*Es la división usando números naturales. Hay resto.*” El comentario “hay resto”, alude a la distinción escolar tan generalizada entre la “división exacta” (donde el resto es 0) y la “división con resto”. ¿Qué definición de división conviene estudiar? ¿Cuáles son las nociones y el vocabulario correspondiente que despejaría mejor las dudas?<sup>10</sup>

En la misma página, haciendo referencia al Programa de 1985, se propone determinar el cociente y el resto “*por un método empírico de cálculo*”. *¿Qué significa? ¿Qué le exige al docente en la gestión de la clase?*

Luego se habla de “reproductibilidad de las actividades descriptas” y de “juegos de comunicación”, expresiones propias de la teoría de las situaciones didácticas. *¿A qué se refieren esas expresiones?*

En esta presentación, nos detendremos en uno de los principios básicos explicitados en el documento: “**es indispensable que los alumnos tengan cierto dominio del funcionamiento de la numeración y una práctica “correcta” de la suma, de la multiplicación y de la resta.**” En un primer momento, se pensó que el alcance de esta afirmación se refería a los repertorios de productos por dígitos, a la suma y resta,... La primera duda giraba en torno a: *¿Significa que usen un procedimiento eficiente aunque el algoritmo no sea el convencional?*

## 3.2 Investigación en curso en el CRDM-Guy Brousseau

### 3.2.1 Iniciación a la división en CE2

Los primeros problemas que se plantean en el documento [IREM85] para la clase sobre la división y los modos de resolución de los alumnos, que abordaremos a continuación, provocan sorpresa en el grupo argentino. Los enunciados son los siguientes:

**Situación 1** (primera sesión): Se quiere distribuir un alfajor a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones. Cada caja contiene 18 alfajores. ¿Cuántas cajas hay que abrir?

**Situación 2** (segunda sesión): El repostero preparó 310 bombones de chocolate. Para venderlos, quiere presentarlos en cajas de 16 bombones. Encuentra el número de cajas que deberá preparar para vender sus bombones.

<sup>10</sup>Por ejemplo, división con cociente natural o entero

## Tercera sesión

**Situación 3:** El dueño de un comedor recibe 187 invitados. Quiere sentar 12 personas por mesa. ¿Cuántas mesas deberá preparar?

**Situación 4:** Carolina tiene una caja con 350 perlas, y fabrica collares de 28 perlas cada uno. ¿Cuántos collares podrá fabricar?

¿Qué tiene de especial esa secuencia de iniciación a la división, para alumnos de 3º grado (CE2, 8-9 años)? Todos los problemas se podrían resolver con una división, si los alumnos ya supieran el algoritmo. Las historias de los enunciados son parecidas, se trata de buscar el número de grupos que se pueden armar con cierta cantidad de elementos reunidos de a tanto, lo que sorprende es el tamaño de los números involucrados, que mostramos en la tabla siguiente:

TABLA 1 – *Valores numéricos del dividendo y divisor en las situaciones propuestas para CE2 [IREM85], de las que algunas se destacan en este trabajo y se ilustran en algunas figuras del mismo*

Situación	Dividendo	Divisor	Imágenes
1	<b>245</b>	<b>18</b>	<i>Figura 1</i> <i>Figura 2</i>
2	<b>310</b>	<b>16</b>	
3	<b>187</b>	<b>12</b>	<i>Figuras 3 y 4</i>
4	<b>350</b>	<b>28</b>	<i>Figura 2</i>
	460	16	
	2500 (*)	23	
	1840 (*)	18	
	78 (*)	15	
	948	4	
	987	25	
	6195	24	
D	<b>1347</b>	<b>9</b>	<i>Figura 6b</i>
E	<b>6870</b>	<b>12</b>	<i>Figura 6a</i>
	2467	14	
G	<b>1176</b>	<b>27</b>	<i>Figura 5</i>

En los problemas que en la tabla se señalan con (\*) se les propone una lista de números para que estimen el orden de magnitud del cociente<sup>11</sup>, con el objetivo de tratar de reducir la incertidumbre de los alumnos en sus “*essais multiplicatifs*”; se destaca en negrita los valores numéricos de los ejemplos analizados. La columna “Imágenes” presenta las figuras que se incluyen en el presente texto. Las actividades que aparecen sombreadas en gris al final de la tabla, tienen la intención de “mejorar la presentación” de los cálculos e identificar el valor buscado: el cociente (por defecto o por exceso).

Si el inicio a la división propuesto en el documento del [IREM85] en un determinado contexto, en la escuela J. Michelet, sorprende hoy día a maestros en

<sup>11</sup>Cf. Teule-Sensacq et Vinrich (1980).

ejercicio, quizás la mejor justificación que se les puede ofrecer sobre esta decisión didáctica se pueda encontrar en las respuestas de los alumnos a la actividad matemática de las situaciones trabajadas en clase.

**¿Cómo resuelven los alumnos esos problemas? Veamos las producciones de los actores** — Una planificación de los maestros de la escuela Michelet de la primera clase sobre división, anticipa el trabajo “esperado” de los alumnos, que se muestra en la figura 1.

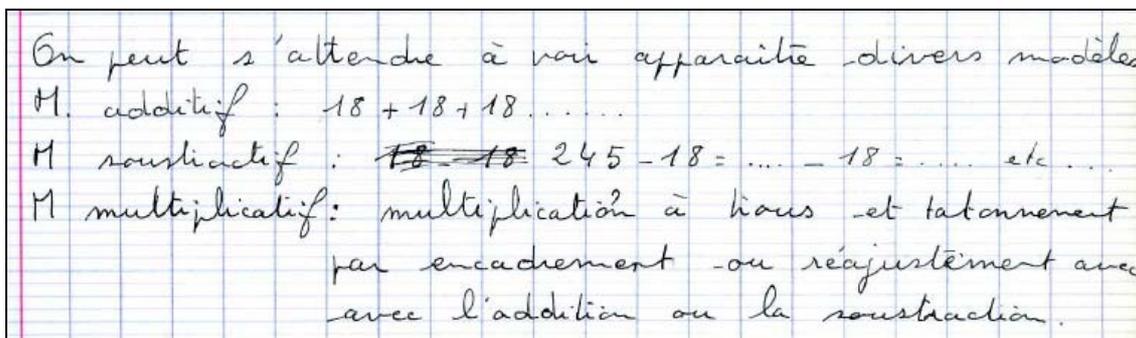


FIGURA 1 – Planificación CE2, 13-05-1985. Caja 159

Veamos ahora las producciones individuales de los alumnos, en diversos momentos del proceso del estudio de la división. Presentamos en las figuras 2, 3 y 4 diferentes tipos de respuestas de alumnos de CE2, al inicio del proceso tal y como había anticipado la maestra en la planificación del curso.

El último problema planteado en la secuencia de 1985 es<sup>12</sup>:

**Situación G:** Se tiene una banda de papel de 27 cuadrados de ancho. Se quiere cortar la banda para obtener una del mismo ancho que no supere los 1176 cuadrados, pero que se aproxime lo más posible. ¿Cuántos cuadrados tendrá de largo?

Como vemos en las respuestas de alumnos de CE2 a la Situación G (figura 5), algunos logran organizar la información para avanzar en el cálculo, sin embargo no dan en esa hoja una respuesta al problema planteado.

Otros alumnos sin embargo, hacia el final de la secuencia, tienen serias dificultades para gestionar las informaciones necesarias para utilizar las diferentes operaciones “correctamente”. En el trabajo de este alumno, se observa el intento por resolver un problema de huevos en cajas (6870 en cajas de 12, figura 6a) y obreros distribuidos en mesas (1347 de a 9, figura 6b).

Recordamos una de las últimas divisiones propuestas en la tabla 1, que tiene la intención de “mejorar la presentación” y “ubicar el número que se busca”. En cierta manera, supone una cierta institucionalización de los cálculos y de la respuesta al problema, haciendo énfasis en la identificación del cociente, bien sea por exceso o por defecto. Ejemplos de los casos respectivos son las situaciones E y D a continuación:

**Situación E:** En un criadero, las gallinas han puesto 6870 huevos. Los empleados los embalan en cajas de a 12. ¿Cuántas cajas podrán completar?

<sup>12</sup>Hemos respetado la denominación original de las Situaciones que se recogen en [IREM85].

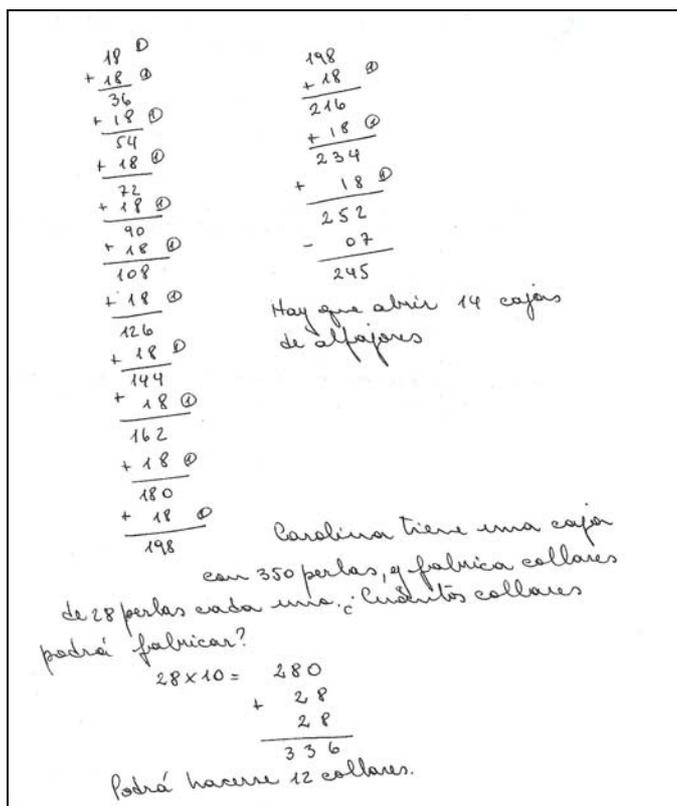


FIGURA 2 – Respuestas de alumnos de CE2 a las Situaciones 1 y 4

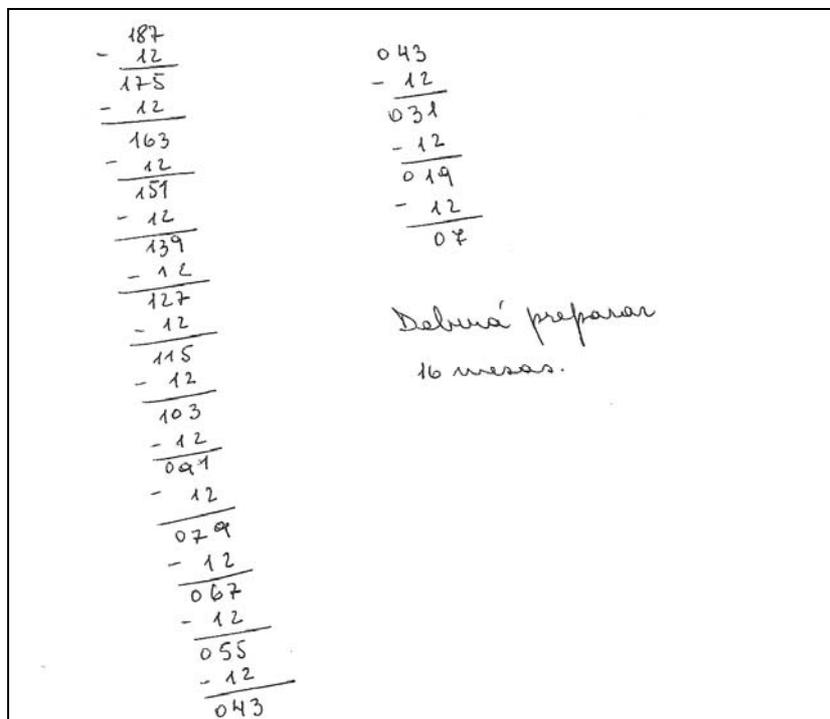


FIGURA 3 – Respuestas de alumnos de CE2 a la Situación 3

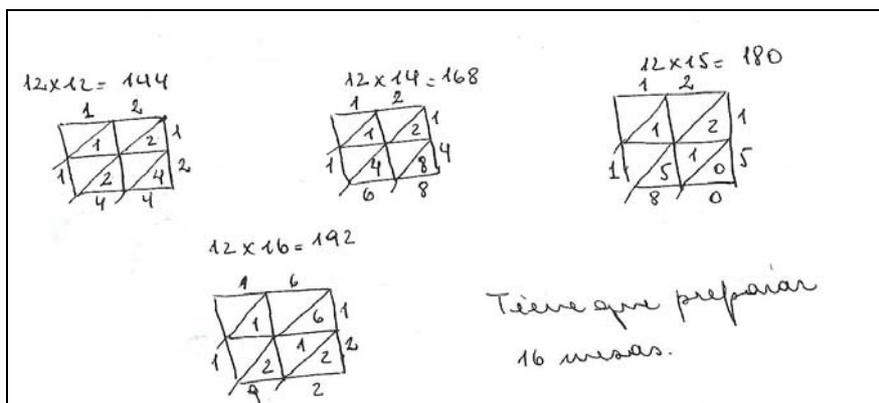


FIGURA 4 – Respuestas de alumnos de CE2 a la Situación 3

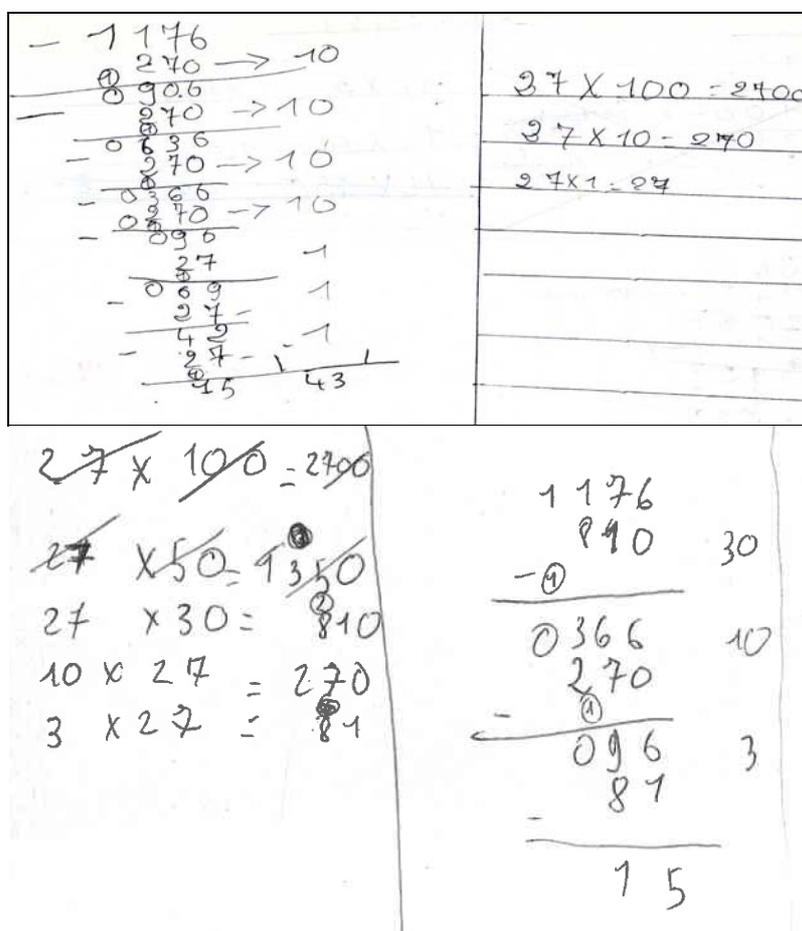


FIGURA 5 – Respuestas (incompletas) de alumnos de CE2 a la Situación G

<p>(a)</p> $\begin{array}{r} 12 \times 100 = 1200 \\ 12 \times 200 = 2400 \\ 12 \times 300 = 3600 \\ 12 \times 500 = 6000 \\ 12 \times 600 = 7200 \\ 12 \times 400 = 4800 \\ \hline 6870 \\ + 1200 \\ \hline 8070 \\ - 2400 \\ \hline 5670 \\ - 3270 \\ \hline 2400 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 6870 \\ + 100 \\ \hline - 6770 \\ + 200 \\ \hline - 6570 \\ + 300 \\ \hline - 6270 \\ + 500 \\ \hline - 5770 \\ + 600 \\ \hline - 5170 \\ + 270 \\ \hline - 4900 \end{array}$
<p>(b)</p> $\begin{array}{r} 9 \times 500 = 4500 \rightarrow \\ 9 \times 300 = 2700 \\ 9 \times 200 = 1800 \\ 9 \times 140 = 1260 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 1347 \\ \hline 9150 \\ \hline 9150 \end{array}$

FIGURA 6 – Respuestas de alumnos de CE2 a las Situaciones E (por exceso, a) y D (por defecto, b)

**Situación D:** En el comedor de una fábrica 1347 obreros vienen a comer. Se instalan en mesas de a 9. ¿Sobre cuántas mesas se deben preparar los cubiertos?

Recordamos una de las últimas divisiones propuestas en la tabla 1, que tiene la intención de “mejorar la presentación” y “ubicar el número que se busca”. En cierta manera, supone una cierta institucionalización de los cálculos y de la respuesta al problema, haciendo énfasis en la identificación del cociente, bien sea por exceso o por defecto. Ejemplos de los casos respectivos son las situaciones E y D a continuación:

**Situación E:** En un criadero, las gallinas han puesto 6870 huevos. Los empleados los embalan en cajas de a 12. ¿Cuántas cajas podrán completar?

**Situación D:** En el comedor de una fábrica 1347 obreros vienen a comer. Se instalan en mesas de a 9. ¿Sobre cuántas mesas se deben preparar los cubiertos?

### 3.2.2 Construcción de la división euclídea en CM1

Presentamos dos situaciones planteadas en [IREM85] para una clase del nivel CM1.

**Problema 1:** 1er problema CM1 (83-84)

Un criador de aves vende huevos, cada semana, en un supermercado. Esta semana, dispone de 369 huevos. Imagina como los puede embalar.

El problema está escrito en el pizarrón y lo leen en forma colectiva. El material que habían llevado los alumnos durante el mes precedente está en la clase: son cajas para 24 huevos cada una.

El maestro organiza, por sorteo, cinco grupos de alumnos. Uno de esos grupos tendrá la tarea particular de realizar efectivamente, con el material, el embalaje de los huevos.

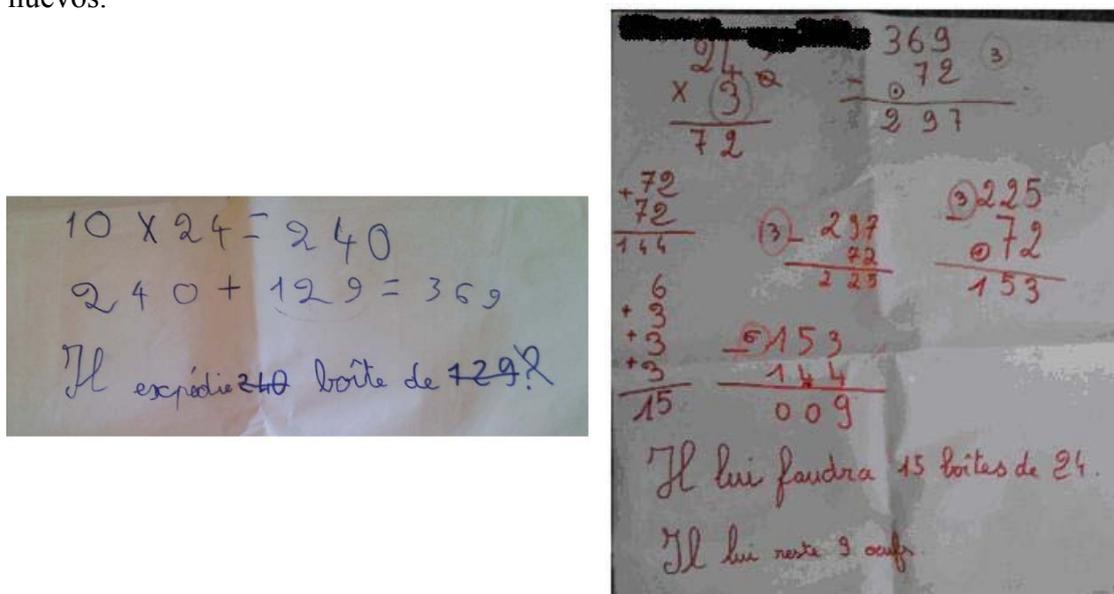


FIGURA 7 – Problema 1, trabajos de grupos, curso 86-87. Caja 255.

**Problema 2:** Situación de búsqueda:

Un colocador de baldosas dispone de 2422 baldosas. Debe colocarlas sobre un muro en filas de 23 baldosas. ¿Cuántas filas completas podrá hacer con las 2422 baldosas?

Material:

- Varias hojas que tengan 2422 cuadrados pero que no tengan 23 cuadrados de lado,
- Una hoja grande de papel para pegar las filas de 23 cuadrados,
- Tijeras, cinta adhesiva, hojas grandes de papel blanco y marcadores, imanes.

Consigna:

- Van a trabajar en equipos: cuatro equipos. Les voy a asignar una letra a cada uno de los miembros del equipo.
- Todos los que tengan la letra B, por ejemplo, se van a reunir, ese va a ser el equipo de “colocadores”. Van a recortar y pegar los 2422 cuadrados, formando filas de 23 cuadrados cada una (figura 8). Tendrán que contar cuántas filas completas pudieron hacer.
- Los cuatro grupos van a prever, a través del cálculo, cuántas filas encontraron el grupo de los “colocadores”.
- Todos los miembros del equipo deben ponerse de acuerdo antes de escribir los cálculos sobre las hojas grandes de papel.

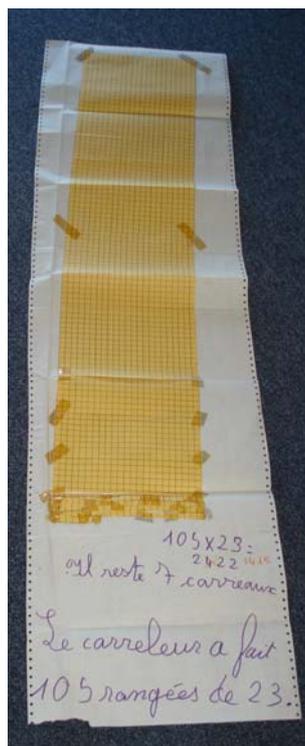


FIGURA 8 – Trabajo del grupo de “colocadores” para la Situación CMI-2, curso 83-84. Caja 186.

### 3.2.3 ¿Qué conocimientos previos tienen disponibles los alumnos para abordar este tipo de problemas?

Como ya lo mencionamos, al analizar las producciones de los alumnos de CE2 ante esos problemas, surgió la pregunta que se plantea en esta sección. En el documento del IREM, los autores dicen:

*“(…) es indispensable que los alumnos tengan un cierto dominio del funcionamiento de la numeración y una práctica “correcta” de la suma, de la multiplicación y de la resta.”*

Esta afirmación supone otra duda concreta planteada por el grupo de trabajo de profesores argentinos sobre el alcance de la expresión “uso correcto de las operaciones (adición, sustracción y multiplicación)” como requisito previo al inicio de la división.

Se recurrió inicialmente a la memoria histórica de antiguos maestros de la escuela Michelet, interpeándoles sobre dicha expresión ¿qué suponía para ellos “la práctica correcta de dichas operaciones”? y se constató que era una pregunta de difícil respuesta para ellos, pues estaba totalmente contextualizada al trabajo que en la escuela Michelet se realizaba sobre las operaciones y que estaba tan naturalizada en su práctica docente que era transparente para ellos y no sabían explicarlo.

Por tanto pensamos que sería también una buena cuestión para poder ser abordada desde la contingencia de la propia escuela Michelet y por tanto de los recursos del CRDM-Guy Brousseau.

### 3.3 Selección de datos para la identificación de la “práctica correcta” de operaciones previas a la división

Elegimos buscar en las programaciones de CE2 de cursos anteriores al 1985 (fecha de elaboración del documento IREM trabajado), ya que es a final de CE2 el momento de iniciación a la división y se realizó una primera revisión de las “Actividades Matemáticas” del Informe anual (*Bilan*) de CE2 del curso 82-83, de la escuela Michelet, lo que nos permitió encontrar nuevos datos, de los que vamos a presentar sólo una selección.

#### 3.3.1 Las programaciones de las Actividades Matemáticas de los Informes anuales

En “Actividades Matemáticas” del Informe anual (*Bilan*) de CE2 del curso 82-83 (caja 552 del CRDM-Guy Brousseau), de la escuela Michelet, documento actualmente digitalizado y accesible on line (<https://sites.google.com/a/uji.es/cdrm>) como los del resto de niveles y cursos entre 1972 y 1999, se encontró la información que se muestra en la tabla 2 (extraída de [IREM85]).

Generalizando la información que se puede apreciar en el extracto de actividades sobre la división presentado en la tabla 2, en cada *Bilan* se pueden encontrar las informaciones siguientes:

- La programación anual de todas las actividades matemáticas (por nivel y curso escolar):
  - Temporalización y fechas de realización.
  - Objetivos.
  - Instrucciones y comentarios para los maestros, sobre su realización.
  - Los controles de evaluación (CAS y TAS) y su fecha de realización.
  - Documentos de referencia (en la columna *Commentaires*).
- El detalle del proceso de enseñanza de los diversos contenidos curriculares matemáticos, en nuestro caso, la división.
  - Secuencias escolares dedicadas: número total, fechas, tipo y objetivos de actividades, lo que permite obtener abundantes datos cuantificables sobre la importancia concedida a los diversos contenidos, a los distintos tipos de actividades (situaciones, problemas, ejercicios; trabajo individual o grupal, ...)
  - Desarrollo temporal del proceso: en qué momento se inicia y termina el proceso. La división, se empieza a abordar en CE2, a final del curso, entre el 13 de Mayo (1ª situación de aproximación a la división, mediante la aplicación de los útiles que poseen los alumnos: adición, sustracción y multiplicación) y el 7 de Junio (15ª situación: intento de puesta a punto de un inicio de algoritmo de división)
  - Relación con otros contenidos: con cuáles se simultanean temporalmente (en nuestro caso, con Geometría, aunque no se visualiza en la tabla presentada, por cuestión de espacio), qué nociones anteriores son necesarias para la adquisición de los nuevos conocimientos y se “repasan” en el proceso (y cuándo, se realiza dicho repaso).

TABLA 2 – Temporalización de las actividades sobre la división de CE2, extraídas del Informe anual (Bilan), curso 1982-83

DATES	ACTIVITES	OBJECTIFS	INSTRUCTIONS	COMMENTAIRES
13.5.	Division : l'approche par la situation 1	Amener les élèves à résoudre un problème de division, avec les outils qu'ils possèdent : addition, multiplication, soustraction.	Dans les situations relevant de la division que l'on étudiera, on ne se limitera pas, et cela dès le début aux cas de diviseurs ou quotients inférieurs à 10.	Réf : Etudes en didactique des mathématiques. P. TEULE-SENSACQ et G. VINRICH Travail par groupes de 2.
14.5.	Division : situation 2			
17.5.	Division : situations 3 et 4			
19.5.	Division : Situation 5. Construire une collection dont le nombre maximum de carreaux est donné ainsi que le nombre de carreaux sur la largeur de la collection.	Affiner les calculs. Rechercher des moyens plus économiques de calculer le quotient.	On se bornera à des méthodes empiriques de calcul du quotient et du reste à l'élaboration desquelles les enfants participeront.	
24.5.	Révisions en numération	Renforcer les notions sur les nombre avant de poursuivre l'étude de la division.		Travail individuel
26.5.	Division : situation 7	Estimer l'ordre de grandeur du résultat. Vérifier et justifier cette prévision.		
27.5.	Division : situation 8	Mêmes objectifs que pour la situation 7.		Travail individuel
28.5.	Révision des mécanismes des opérations connues en particulier multiplication et soustraction.	Remise au point pour les élèves qui auraient oublié la nécessité de bien présenter le travail et de connaître le répertoire.		Travail individuel
30.5 31.5.	Division : situation 9 Situation 10.	Affiner les méthodes de calcul. Trouver un moyen commode de disposer les calculs.		
2.6.	Division : situation 11 Géométrie : Mesure : usage du double dm et cm et mm.	Chercher des opérations faciles à faire		travail individuel
3.6.	Division : situation 12			travail individuel dirigé par le maître, avec des moments collectifs.
4.6.	L'heure : calcul mental répertoire	Exercices de révision		
6.6.	Division : situations 13 et 14	Chercher un moyen de ne pas se "perdre dans les calculs"		Même forme de travail
7.6.	Division : situation 15	Essai de mise en place d'une amorce d'algorithme.		
9.6.	Révisions : numération répertoire.			
10.6. 11.6. 13.6. 14.6.	CAS MATHS			
16.6.	TAS MATHS			
17.6. 18.6. 20.6. 21.6. 23.6. 24.6. 25.6. 27.6.	REVISIONS Problèmes à plusieurs opérations Travail sur la division (suite)			

- Queremos resaltar cuáles son estas actividades de repaso en el caso de la división: las actividades de numeración, propuestas para el 24 de Mayo, con el objetivo de “reforzar la noción de número, antes de continuar el estudio de la división” y que se realiza 10 días después de haber comenzado el proceso de aproximación a la división y tras haber realizado ya 4 situaciones didácticas de aprendizaje y la actividad del 28 de Mayo propone la “revisión de las operaciones conocidas, en particular la multiplicación y la sustracción”, con el objetivo de “actualización para los alumnos que hayan

olvidado la necesidad de presentar bien el trabajo o las tablas de multiplicar”. Vuelve a haber una última sesión de actividades de revisión de numeración y tablas, el 9 de Junio, tras la última situación del aprendizaje de la división del día 7 y justo antes de los controles de evaluación de fin de curso (TAS y CAS), entre el 10 y 16 de Junio. Y para terminar el curso, después de los exámenes, unas últimas actividades matemáticas de Revisión: también con problemas de varias operaciones y continuación del trabajo sobre la división.

### 3.3.2 Los recursos del CRDM-Guy Brousseau

El hecho de que aparezcan las fechas de las actividades, nos ha permitido además ir de nuevo a buscar en la contingencia, en las Cajas del CRDM-Guy Brousseau (ver Anexo):

- El trabajo individual de cada alumno de ese nivel (CE2) y cursos escolar (1982-83), a esas actividades concretas propuestas, en su cuaderno de Matemáticas (figuras 2 a 6).
- Los trabajos en grupo (figuras 7 y 8).
- El trabajo del grupo clase, si existen 2 grupos (A y B) por nivel.
- Las notas de trabajo sobre el desarrollo efectivo de la programación y de las actividades, de los maestros, implicados en la docencia de esos grupos, como por ejemplo las parrillas de criterios de corrección y evaluación, que actualmente podrían ser consideradas como *rúbricas de evaluación* (Martínez-Rojas, 2008). Presentamos, a modo de ejemplo las notas de los maestros del grupo A de CE2, sobre la corrección de un ejercicio sobre la multiplicación y algunos ejercicios de los alumnos. La técnica utilizada en las figuras 9, 10 y 11 visualiza el uso de la descomposición numérica de los factores.

Otra técnica utilizada para la multiplicación es el algoritmo “a la griega” (por gelosía), que se visualiza en la figura 12.

### 3.3.3 Algunas respuestas sobre la funcionalidad en el aprendizaje de la división propuesto en la escuela Michelet: cálculo en línea y operaciones combinadas

Algunas dudas concretas que plantea el grupo argentino de estudio al respecto, son las siguientes: ¿Qué permiten las escrituras horizontales? ¿Comparar expresiones matemáticas? ¿Nos posibilitan “ver” mejor las propiedades de las operaciones? Veamos algunas respuestas en los diversos recursos consultados.

1. En el documento [IREM85], en “Los antecedentes” para CM, se afirma:  
*“Trabajo sobre escrituras en línea que son funcionales para plantear un problema.*

*Veamos un enunciado a modo de ejemplo:*

*Tengo dos billetes de 100 francos. Tengo que comprar 25 lapiceras a 13 francos y 25 cuadernos a 5 francos. ¿Me alcanza ese dinero?*

*El problema puede ser analizado así: Comparar  $2 \times 100$  y  $25 \times 13 + 25 \times 5$ , o bien  $2 \times 100$  y  $25 \times (13 + 5)$*

*Esas escrituras horizontales deben convertirse en procedimientos económicos para que los alumnos resuelvan problemas.”*

Otro ejemplo de actividad sobre operaciones combinadas, en línea, propuesta para CE2, se muestra en la figura 13.

2. En la descripción de las Actividades Matemáticas del parágrafo anterior, acabamos de presentar cuál es el rol asignado por los maestros tanto a la numeración como a las operaciones en línea, para el aprendizaje de la división.
3. Los ejemplos de respuestas de alumnos en las situaciones de multiplicación y división trabajadas tanto de CE2 como de CM1 (extraídos de la cajas del CRDM-Guy Brousseau) que hemos mostrado, ilustran cuál es la utilización y el control (o no) de los alumnos de las operaciones combinadas y de su presentación en línea.
4. Las preguntas al respecto, de los diferentes controles de evaluación y los resultados obtenidos, incluidos en los *Bilan*, y en las cajas respectivamente, es también una fuente de información al respecto (investigación en curso, ver Anexo).

① multiplications

$27 \times 45 =$

$40 \times 20 =$ 800	$40 \times 7 =$ 280
$20 \times 5 =$ 100	$5 \times 7 =$ 35

①

800
280
100
35
1215

• erreur de produits (copie)

• erreur d'addition (retenue compte réportaire)

• erreur de copie entre le quadrillage et l'addition

20      7

5

erreurs dans des sous-produits dans la x

erreurs de copie de la x à la +

erreurs de retenue de

erreurs de reportaire à la +

n'a pas fait de quadrillage

erreur de disposition à la +

CE 2<sub>A</sub>

FIGURA 9 – Criterios de corrección de un ejercicio sobre multiplicación, CE2 curso 82-83, del CRDM-Guy Brousseau.

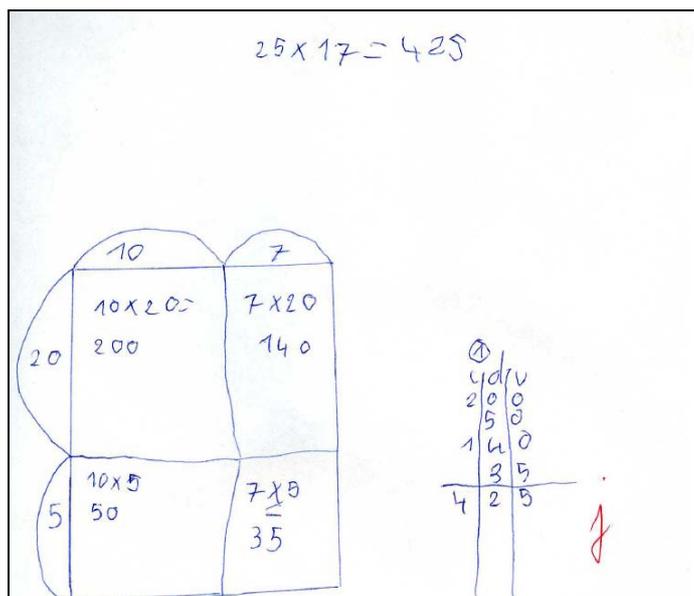


FIGURA 10 – UJI, CRDM-Guy Brousseau, Respuestas de alumnos de CE2 para resolver una multiplicación sin consigna, 28 de Mayo 1983, curso 82-83. Caja 161.

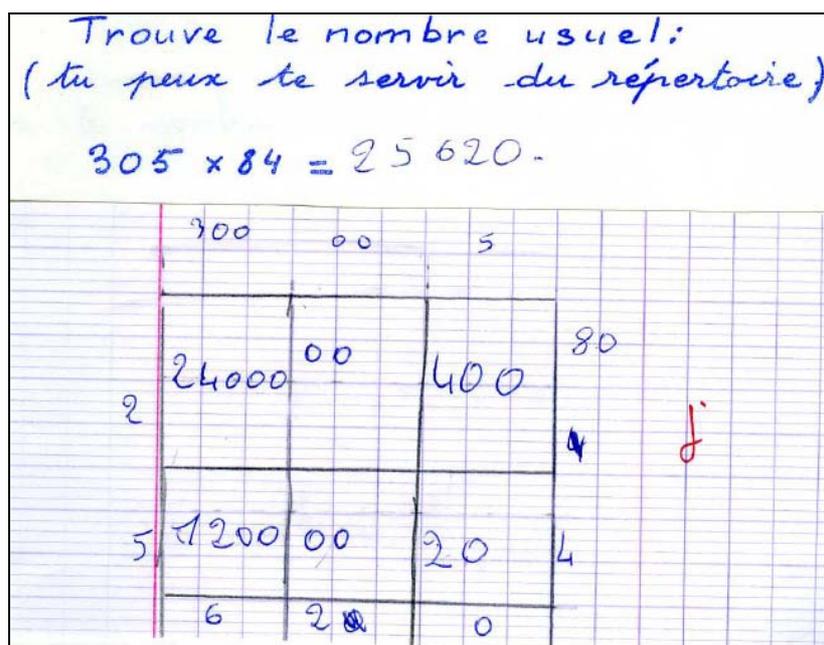


FIGURA 11 – UJI, CRDM-Guy Brousseau, Respuestas de alumnos de CE2 sobre la multiplicación por descomposición, curso 82-83. Caja 159.

En resumen, los recursos del CRDM-Guy Brousseau sobre los controles de evaluación contienen las siguientes informaciones: las preguntas de los controles, las respuestas de cada alumno, los criterios de corrección de los maestros, las tablas de evaluación de todos alumnos a las preguntas del control pudiendo incluir el detalle del grado de cumplimiento de los criterios de evaluación fijados (figura 14), y resúmenes estadísticos del grupo-clase (figura 15), entre otras. Toda esta información es

susceptible de ser tratada no solo cualitativamente, cómo estamos haciendo hasta el momento, si no también de forma cuantitativa (estudio en curso<sup>13</sup>).

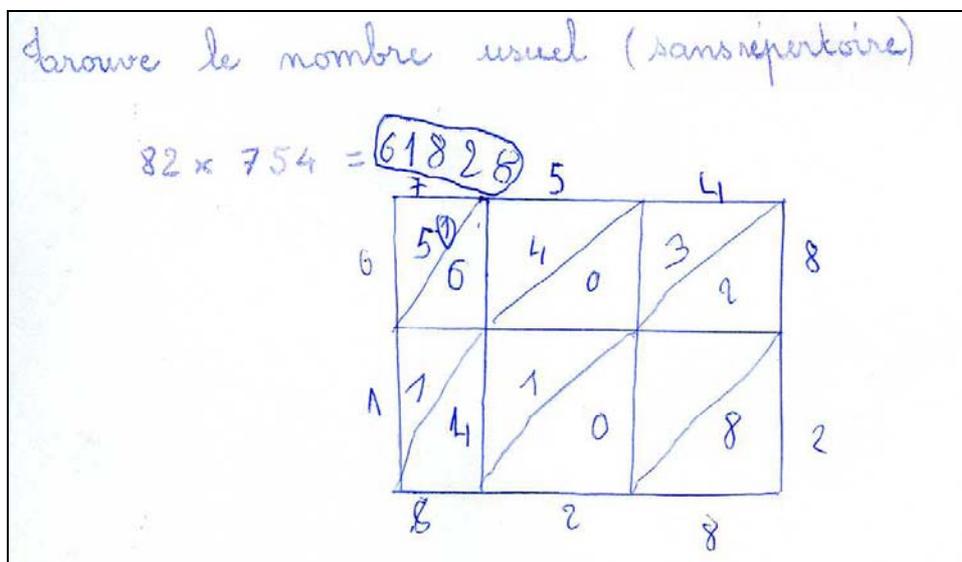


FIGURA 12 – Multiplicaciones utilizando el algoritmo “a la griega” sin ayuda del “répertoire”, CE2 curso 82-83, caja 161

XIII/ Pour les CE2, le directeur a acheté 38 livres de lecture à 41 francs l'un et 38 cahiers de lecture à 35 francs l'un. Combien a-t-il dépensé ?

FIGURA 13 – Actividad sobre operaciones combinadas CE2 82-83, UJI, CRDM-Guy Brousseau, Caja 163.

Por ejemplo, respecto a la división en CE2, en [IREM85] se analizan los resultados de los alumnos, presentando recuentos de los procedimientos utilizados para resolver las situaciones (figura 14) así como clasificando el éxito de las respuestas, acompañando con detalles de cada alumno particular (figura 15).

## 4 Conclusiones

En primer lugar, queremos recalcar el carácter de trabajo en curso de esta investigación en Didáctica de las Matemáticas<sup>14</sup>, de la que hemos querido aprovechar toda su riqueza de datos diversos observados para presentarlos en esta comunicación.

<sup>13</sup>Por razones de plazos, esta contribución no incluye un análisis con técnicas multivariantes del ASI, sobre alguno de los *pavés* de datos encontrados en el CRDM (por ejemplo, el de la figura 9).

<sup>14</sup>Enmarcada en la colaboración de Fregona (UNC) y Orús (UJI), sobre utilización de la Teoría de Situaciones Didácticas en investigación y formación del profesorado, en Didáctica de las Matemáticas, de las que Fregona et Orús (2011) es un precedente.

#### 4.1 Sobre la investigación en didáctica de las matemáticas, a partir de la división

Retomando el objetivo inicial de este trabajo en curso, “*estudiar la secuencia para enseñar la división, y profundizar en el texto para acordar sobre el modo de comunicación de dicha secuencia*”, nos hemos encontrado, entre otras dificultades, con diferentes destinatarios posibles y por lo tanto con diferentes niveles de profundización: la problemática inicial ha explotado en nuevas cuestiones de alcance diverso, de las que hemos seleccionado las siguientes.

	Sit.1	Sit.2	Sit.3	Sit.4
Faire n'importe quoi →	R 13%	9%	9%	9%
Procédure additive →	A 65%	65%	61%	65%
Procédure soustractive →	S 13%	9%	13%	17%
Procédure multiplicative →	M 9%	17%	17%	9%

FIGURA 14 – Estadísticas sobre los procedimientos empleados por los alumnos para cada situación (Nada serio, aditivo, sustractivo, multiplicativo). Extraída de [IREM85]

##### 4.1.1 ¿Qué trabajo matemático potencia la división, según el enfoque de la escuela Michelet?

Presentamos un ejemplo (figura 16) que hemos encontrado en nuestra búsqueda en los recursos del CRDM-Guy Brousseau, por considerado paradigmático del trabajo de la escuela Michelet de “combinación” de actividades matemáticas ligadas a la división:

- Hallar el número de cifras del cociente, encuadrando el dividendo.
- Desigualdades, con operaciones en línea.
- Algoritmo “a la griega” (*per gelosía*) de multiplicación “sin llevar”.

##### 4.1.2 ¿Qué temas profundizar?

Tras las discusiones realizadas por los profesores argentinos en el taller en 2011 sobre el documento [IREM85] y el trabajo de confrontación con la contingencia en el CRDM-Guy Brousseau en 2012, identificamos algunos temas que sería necesario profundizar en ellos y en el modo de poder abordarlos para su comunicación a diferentes destinatarios (investigadores en DM, profesores de matemáticas de diversos niveles educativos):

- Sistema de numeración: descomposición polinómica, múltiplos.
- Operaciones: cálculos en línea, propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, definición de división etc.
- Gestión de las clases: cómo intervenir en “problemas de búsqueda”, qué tipos de ejercicios acompañan el proceso de estudio de la división, qué recursos utilizar, cómo orientar la presentación de las producciones, la corrección (criterios, pavés, etc.).

2 → Résultat correct      0 → Pas de réponse  
 1 → Erreur(s)              A → Elève absent

	A	B	C	D	E	F	G	
BAN	2	1	1	1	1	1	1	FGDE : soustrait 1 à 1, n'achève pas
CAN	1	2	1	1	1	0	1	G : erreurs de calcul aux soustractions, EC : inachevé. B : aide du maître
COH	2	2	2	2	1	2	2	E : erreur au décompte final
CRL	1	2	0	1	2	2	1	D : erreur dans le décompte final G : non conclu
DAZ	2	1	2	1	1	A	A	D : erreur de retenue à une soustraction E : inachevé - B : inachevé (encadrement par mult.)
MAM	A	2	A	2	1	1	2	F : erreur de calcul à une soustraction
MOZ	2	2	1	2	1	2	1	G : procède par encadrement à l'aide de mult. E : erreur de calcul au décompte final
PAS	2	1	1	1	1	1	1	B : erreur de calcul C : soustrait n'importe quoi
PEB	2	2	2	2	2	2	2	
OBO	1	1	1	0	1	1	1	B : inachevé. C : soustrait n'importe quoi. EF : soustrait 1 à 1, n'arrive pas au bout.
PIC	1	2	2	2	2	1	2	F : erreur de retenue dans une soustraction E : calcul juste mais n'a pas conclu
RAD	2	1	1	1	0	1	1	B : confond quotient et dividende D : soustrait des nombres au hasard
RIS	1	1	1	1	1	1	1	FG : ne comprend pas le sens de ce qu'elle fait
ROI	2	0	1	1	1	2	0	E : erreurs sur les zéros (100 devient 1000) D : trop long : retranche par 90 C : inachevé : retranche par 24
SEC	1	2	1	1	1	1	2	F : inachevé. DE : calculs au hasard A : procède par encadrement de mult.
VEC	1	1	1	A	A	1	1	C : confond nombre de paquets et nbr.de biscuits A : essaie par encadrement de multiplication
VIC	1	1	0	2	2	1	2	F : bonne démarche, mais réponse fausse

FIGURA 15 – Codificación de resultados de los alumnos en función de su resolución (2: correcto, 1: errores, 0: no responde, A: alumno ausente), acompañada de detalles en muchos casos. Extraída de [IREM85]

## 4.2 Sobre el CRDM-Guy Brousseau

### 4.2.1 ¿Qué, Quién y Cómo gestionar estos Recursos?

- Cómo almacenar y organizar la información: codificación, base de datos, webs, etc.
- “Dónde” almacenar: dispositivos de almacenamiento de los documentos digitalizados.

- Niveles de acceso a la información y protección de datos.
- Acuerdos institucionales para la formación de investigadores en DM.
- Cómo difundir.
- ¿Quién realiza las diferentes tareas? Investigadores, “especialistas tecnológicos”, archiveros y documentalistas, etc.

Le responsable d'un groupe de touristes (il sont 35) a versé au chauffeur du bus 2345<sup>fr</sup> à la fin du voyage.  
 Combien a payé chaque voyageur?  
 Je cherche combien de chiffres chaque touriste a payé.  
 $35 \times 10 < 2345 < 35 \times 100$   
 $350 < 2345 < 3500$   
 Donc le quotient aura 2 chiffres.  
 $2345 : 35 = 67$

les essais

	67	35
$35 \times 60 =$	2100	
$35 \times 7 =$	245	
	2345	

Vérification.  
 $35 \times 67 = 2345$ .

	6	7	
2	10	2	3
	8	1	
3	3	3	5
	0	5	
	4	5	

Chaque touriste a payé 67<sup>fr</sup>.

FIGURA 16 – Ejemplo paradigmático del trabajo de la escuela Michelet de “combinación” de actividades matemáticas ligadas a la división, 2 de Junio 1984, CMI curso 83-84, caja 185

#### 4.2.2 Una cantera de datos

Como se ha ido viendo a lo largo de la contribución, los recursos contenidos en el CRDM-Guy Brousseau proporcionan abundantes elementos registrados durante los procesos de enseñanza, estudio, aprendizaje y evaluación de las matemáticas en la escuela primaria, implementados en la Escuela Michelet, y totalmente vigentes en la actualidad. Estos elementos incluyen desde cronologías, programaciones, los ejercicios

resueltos por los alumnos, las evaluaciones de los mismos con observaciones al margen, estadísticas de los resultados, investigaciones llevadas a cabo, etc.

La digitalización de todo esto es un proceso de gran complejidad, cuyos primeros pasos hemos querido mostrar en esta contribución: la presentación de la web del CRDM–*Guy Brousseau* con el acceso online a todas las actividades de los *Bilan*, y el ejemplo de esta investigación en curso que presentamos<sup>15</sup>. El trabajo de digitalización respecto al estudio de la división ha sido realizado durante la estancia de la profesora Dilma Fregona<sup>16</sup> en la UJI (ver Anexo, en el que se aprecia la complejidad de la secuencialización de las actividades realizadas) y ha supuesto la incorporación de más de 1000 imágenes (escaneado de documentos de respuestas de los alumnos y fotos de trabajos de grupos), de las que hemos presentado algunas de ellas. El proceso de digitalización progresiva de los recursos del CRDM–*Guy Brousseau* se irá abordando en la medida que haya investigadores en DM interesados en consultar estos recursos, ya que tienen en ellos una fuente de datos e investigaciones de gran volumen, que además es susceptible de ir aumentando con su utilización progresiva, pues cada documento (ya digitalizado o no) puede ser enriquecido por los usuarios si se añade a la base de datos toda la serie de metadatos que contiene y que forma un proceso abierto continuamente ampliable: se puede adjuntar información sobre el tipo de actividad realizada, el alumno (codificado) que lo ha realizado, la técnica que ha utilizado, el nivel de éxito, los comentarios (texto) del alumno, si los hay, los comentarios del profesor, etc. Con una base de datos organizándose en torno a esta información, se irá disponiendo de más elementos para realizar investigaciones en DM que podrán ser abordadas, entre otras técnicas, con la aplicación del Análisis Estadístico Implicativo (Gras et al, 1996; Gras et al, 2008; Gras et al, 2009; Orús et al, 2009), que va desarrollando herramientas para tratar datos de tipologías cada vez más complejas.

## Referencias

- [1] Achilli, E. (2008), *Investigación y formación docente*, 6ª edición, Laborde Editor, Rosario.
- [2] Bednarz, N. (2000), *Formation continue des enseignants en mathématiques - une nécessaire prise en compte du contexte*. P. Blouin et L. Gattuso (dir), Didactique des mathématiques et formation des enseignants, Modulo, Montréal.
- [3] Briand, J., N. Brousseau, M.-F. Gresillier, D. Greslard, M.-J. Lacave-Luciani, P. Teule-Sensacq et G. Vinrich (1985), *La division à l'école élémentaire, Compte rendu des situations d'enseignement réalisées avec des enfants de CE2, CM1 et CM2*, IREM, Université de Bordeaux
- [4] Brousseau, G. (1990), *Éléments pour l'étude du sens de la division, article occasionnel n° 6*, Université Bordeaux I.

---

<sup>15</sup>De la cual se ha presentado ya un avance en Fregona et Orús (2012), en la XXXV Reunión de Educación Matemática de la Unión Matemática Argentina, (6-8 de Agosto, 2012) de la Universidad Nacional de Córdoba (Argentina).

<sup>16</sup>Estancia en la UJI (Febrero-Abril 2011), financiada por el Plan de promoción de la investigación de la UJI 2011, acción 2.2, de Ayudas para las estancias de investigadores extranjeros en la Universitat Jaume. Profesora invitante María del Pilar Orús Báguena.

- [5] Brousseau, G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- [6] Brousseau, G. (2007), *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, Libros del Zorzal, Buenos Aires.
- [7] Delprato, Ma. F. (2011), '*Versiones y guiones*': *construcción de estrategias para la enseñanza de la matemática en la EDJA*, En CD de las VII Jornadas de Investigación en Educación: Encrucijadas de la educación: saberes, diversidad y desigualdad, Editor: CIFYH (UNC), Huerta Grande (Córdoba), 29 y 30 de junio y 1 de julio, ISBN: 978-950-33-0874-5.
- [8] Fregona, D. et P. Orús (2011), *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática*, Libros del Zorzal, Buenos Aires.
- [9] Fregona D. et P. Orús (2012), *Enseñar la división en la escuela primaria: un problema de investigación y de formación docente*, Comunicación presentada en la XXXV Reunión de Educación Matemática de la Unión Matemática Argentina, (6-8 de Agosto, 2012) Universidad Nacional de Córdoba (Argentina).
- [10] Gras, R. (1995), *Actes du colloque Méthodes d'analyses statistiques multidimensionnelles en didactique des mathématiques*, IRMAR, Rennes.
- [11] Gras, R., S. Ag Almouloud, M. Bailleul, A. Lahrer, M. Polo, H. Ratsimba-Rajohn et A. Totohasina, (1996), *L'implication statistique. Nouvelle méthode exploratoire de données*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- [12] Gras, R., J. C. Regnier et F. Guillet (2009), *Analyse Statistique Implicative : une méthode d'analyse de données pour la recherche des causalités*. RNTI E-16. Toulouse: Cépaduès.
- [13] Gras, R., E. Suzuki, F. Guillet et F. Spagnolo (2008), *Statistical implicative analysis: theory and applications*, Studies in Computational Intellingence 127, Springer, New York.
- [14] Martínez-Rojas J.G. (2008), Las rúbricas en la evaluación escolar: su construcción y su uso, *Avances en Medición*, **6**, 129-138.
- [15] Mercado Maldonado, R. (2002), *Los saberes docentes como construcción social*, Fondo de Cultura Económica, México.
- [16] Orús P., L. Zamora et P. Gregori (2009), *Teoría y aplicaciones del Análisis estadístico Implicativo. Primera aproximación en lengua hispana*, Ed. Universitat Jaume-I (Castellón) y Universidad de Oriente (Santiago de Cuba), Castellón.
- [17] Teule-Sensacq, P. et G. Vinrich (1980), *Résolution de problèmes de division au Cycle Élémentaire dans deux types de situations didactiques*, IREM, Université de Bordeaux.

## Anexo

Notas de trabajo, de la investigadora D. Fregona al consultar los recursos del CRDM-Guy Brousseau, durante su estancia en la UJI (Febrero-Abril 2012).

Histórico de las “búsquedas” en las cajas (Falta añadir en la tabla):

- Empieza en CE2- 82-83 (se supone que esos alumnos están en CM2- en el 84-85, fechas del dco de la división): buscar en extracciones de los *Bilan*, las actividades matemáticas y las pruebas trimestrales.
- Selección de un ejercicio “difícil” (con bajo éxito en las repuestas), con problema y operación.
- Identificar cajas con el inventario, para buscar respuestas de los alumnos a esas actividades: CAJAS de la 158 a la 163, ambas incluidas.
- Buscar en cajas CE2 82-83, el trabajo de los alumnos y sus respuestas a la prueba semestral.
- Identificar códigos (buscando en las cajas del nivel y curso) de alumnos.
- Encontramos, programación de maestro y criterios de corrección a la prueba (cajas???)
- En Fichas didácticas (nuevas cajas) hay programaciones (sobre división y multiplicación y otros).
- En documentos del IREM específicos, citados en extracciones del BILAN: (Documento para enseñantes: La multiplication au CE1 -1985),

Datos: (tomados del inventario). En negrita, las cajas que contienen “recherche”. (¿?)

Caja	Nuevo	Año	Grado	
166	<b>340</b>		CM2	Del 90 al 92, tesis sobre div.
Y	<b>339</b>		CM2	
165	338		CM2	
164	337		CM1	
	336		CM1	
163	<b>335</b>		CE2	
	<b>334</b>		CE2	
	333		CE2	
	332		CE2	
	331		CE2	
133	<b>277</b>	87/88	CM1	
	<b>276</b>			
	214	84/85	CM2	CAS junio 85, CM2A y B; TAS CM2 A y B; diferentes controles de los cuales están los ejercicios propuestos.
	213	84/85	CM2	Contiene “classeur” de matemáticas de diversos alumnos.
88	189	83/84	CM2	

	188			
87	<b>187</b>	83/84	CM1	Contiene 9 rollos de trabajos en grupo sobre la división
	<b>186</b>	83/84		Contiene más trabajos en grupo sobre la división
	<b>185</b>	83/84		Trabajos individuales, escaneados sobre numeración, repertorios, multiplicación y división
	<b>184</b>	83/84		“Classeur” de los alumnos, escaneadas la presentación de los problemas de división.
	165	82/83	CM1	
	164	82/83	CM1	
74	163	82/83	CE2 B	Contiene respuestas al CAS 82-83, CE2 B; control del segundo trimestre CE2 B (14 y 15 de marzo 83); control del primer trimestre CE2 B (7 y 8 de diciembre del 82); trabajos individuales de los niños (entre ellos problemas de división).
73	162	82/83	CE2 B	Hay carpetas de trabajos individuales de los niños
	161	82/83	CE2	Trabajos individuales de alumnos, escaneados numeración y multiplicación
	160	82/83	CE2	Trabajos individuales de los alumnos, escaneados algunos sobre multiplicación
72	159	82/83	CE2	Resultados CAS y TAS, A y B; pavés fin de 1er. trimestre, planificaciones sobre división 13/5 al 27/6
	158	82/83	CE2	Pavés de ev. fines del 82, planificaciones diarias de la docente sobre resta, multiplicación, numeración.
65	<b>141</b>	81/82	CE2	
64	<b>140</b>	81/82	CE2	
	<b>139</b>	81/82	CE2	
	<b>138</b>	81/82	CE2	
	<b>137</b>	81/82	CE2	
	<b>136</b>	81/82	CE2	
	135	81/82	CE1	
	134	81/82	CE1	
	133	81/82	CE1	
	132	81/82	CE1	CAS y TAS
	131	81/82	CE1	CAS y TAS
	130	81/82	CE1	Multiplicación
52	114	80/81	CE1	
51	113	80/81	CE1	
50	112	80/81	CE1	
	111	80/81	CE1	
	110	80/81	CE1	
	109	80/81	CE1	
	108	80/81	CP	
	107	80/81	CP	
	106	80/81	CP	
	105	80/81	CP	