"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", n.20, 2010.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Caractérisation de pratiques enseignantes : schème d'indication topazienne

Moustapha SOKHNA[1]*

ABSTRACT

In a broader perspective, this article using modelisation of a training activity for mathematic teachers through the design of pedagogical resources. The purpose of this study is to typify in service teachers' practices and to ponder over the impacts of these characteristics on students' activities. In the field of current research in mathematical didactics, this study focuses on teachers' professional development. It starts with a brief overview of the conditions in which mathematics are taught in Senegal, then it describes the theoretical tools that have allowed to shed light on scheme indices that can be spotted through language and which have been termed topazian indication schemes. These schemes emphasise the problem areas that can be worked on in order to improve mathematic teachers' training.

RÉSUMÉ

Cet article s'inscrit dans une recherche plus globale sur la modélisation d'activité de formation de professeurs de mathématiques de lycée et collège à partir de ressources pédagogiques. L'objectif de l'étude est de caractériser les pratiques d'enseignants en formation et d'étudier les effets de ces caractéristiques sur les activités des élèves. L'article se situe ainsi dans les problématiques actuelles de recherches en didactique des mathématiques sur le développement professionnel des enseignants. Nous l'avons introduit par un bref rappel des conditions d'enseignement des professeurs de mathématiques du Sénégal. Nous avons décrit les outils théoriques qui nous ont permis de mettre en évidence des indices d'un schème repérables par le langage que nous avons appelé *schème d'indication topazienne. Ces schèmes* mettent en relief des difficultés sur lesquelles on peut s'appuyer pour améliorer la formation des professeurs de mathématiques.

Mots-clés : professeurs de mathématiques, développement professionnel, schème d'indication topazienne, activité mathématique, formation des enseignants.

[1] Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation, Université Cheikh Anta Diop de Dakar, msokhna@ucad.sn

Introduction

L'état du Sénégal, depuis 1995, procède à un recrutement massif de professeurs de l'enseignement moyen et secondaire sans formation pédagogique préalable pour la plupart. Ces enseignants qui ne sont pas titulaires de leur poste sont appelés professeurs contractuels. Le recours massif aux professeurs contractuels n'est pas propre au Sénégal, nous le retrouvons également dans d'autres pays de la sous-région Ouest Afrique (Lettre de l'Education n° 485 : http://www.lalettredeleducation.fr/). Les raisons qui ont conduit le Sénégal à cette situation sont, pour une large part, liées à une augmentation massive des effectifs des élèves dans l'enseignement élémentaire (6 à 12 ans) liée aux efforts de scolarisation des enfants en âge d'aller à l'école. De 2001 à 2007, par exemple, pour faire face au flux important d'élèves dans les collèges et les lycées, le Sénégal a recruté plus de 6863 enseignants (PDEF 2003). Compte tenu du déficit de professeurs de mathématiques formés, la plupart des professeurs de mathématiques du Sénégal actuels sont des professeurs contractuels de niveau de formation académique moyen (niveau baccalauréat). En raison de leur nombre, des difficultés qu'ils rencontrent dans l'exercice de leur fonction (polyvalence, niveau disciplinaire moyen, manque de formation professionnelle initiale et surcharge horaire) et de la faible capacité d'accueil des structures de formation existantes, nous avions estimé que la mise en place d'un dispositif de conception collaborative de ressources pédagogiques à distance pourrait faciliter leur formation. Ce dispositif nous avait permis d'étudier les évolutions des ressources et des pratiques professionnelles des enseignants (Sokhna 2006a). Les ressources sont élaborées sous forme d'une description d'une activité de classe, avec des compléments théoriques en mathématiques et en didactique (Sokhna 2006b). Elles sont structurées avec une fiche élève qui décrit les *types de tâches* mathématiques pour les élèves, une fiche professeur qui propose à l'enseignant un ensemble de *techniques* relatives aux types de tâches de la *fiche-élève,* une *fiche de formation* qui fournit un *environnement technologico-théorique* relatif aux techniques de la *fiche-professeur*. A côté de ces fiches, il y a le *scénario d'usage* qui décrit *une organisation didactique* (Chevallard 1999) possible, il y a la fiche *compte-rendu d'expérimentation* qui facilite les *retours d'usage,* la mutualisation des expériences et un *travail réflexif*. Dans cet article nous avons montré une stabilité dans les pratiques d'un enseignant en formation malgré les différences sur les types de ressources utilisées. Nous avons ensuite étudié l'impact de cette pratique sur les apprentissages des élèves. Nous sommes conscients que, dès lors qu'il s'agit de la modélisation de pratiques enseignantes, les considérations exclusivement didactiques ne suffisent pas pour faire une étude complète (Robert & Rogalski 2002). D'ailleurs, pour Bednarz & Proulx (à paraitre) les lunettes d'analyse de l'enseignant sont teintées à la fois de pédagogie, de didactique, de mathématiques et souvent d'aspects institutionnels. Nous pouvons admettre donc que si on accorder pas de place à « l'insertion sociale » dans l'activité professionnelle de l'enseignant (Margolinas 2004, p. 20), qu'une étude sur les pratiques de ce dernier aura beaucoup de limites. Toutefois dans cet article, notre objectif est de décrire les interactions d'un enseignant avec ses élèves en essayant de suivre certaines régularités. Nous avons ainsi choisi de centrer notre étude sur le langage, parce que, d'une part, la communication est dense dans le didactique (Sensevy & al, 2000) et d'autre part, parce que le discours du professeur de mathématiques est à l'interface entre les tâches prévues et les activités des élèves (Pariès, 2004). Enfin, selon Duval (1993), le langage en tant que *représentations sémiotiques,* constitue en mathématiques non seulement un moyen d'extériorisation des représentations mentales pour des fins de communication, mais il remplit, aussi, une fonction de conceptualisation essentielle. Il convient alors pour nous de ne pas négliger cette étude sur la communication dans les activités de formation.

I Cadre théorique

Le concept théorique central dans cette étude est la notion de schème qui, selon Vergnaud (2002a), permet d'intégrer la théorie de l'activité et la théorie de la médiation. Le Schème apparaît dans une *approche instrumentale des ressources pédagogiques* (Guin & Trouche 2006) et il fait l'objet d'une étude plus spécifique portant sur le langage de l'enseignant (ses explications orales).

Piaget a montré que l'intelligence est fille d'une adaptation d'un individu à un milieu. Il définit l'adaptation comme l'état d'équilibre maximum entre un organisme vivant et le milieu. Piaget conçoit une continuité fonctionnelle dans le développement de l'intelligence grâce à deux mécanismes duaux : l'assimilation et l'accommodation. La première est l'incorporation des expériences nouvelles dans des structures existantes et la seconde est la modification des schèmes existants, provoquée par les expériences nouvelles. Le schème est pour Vergnaud (2005) une organisation invariante de l'activité pour une classe définie de situations. Il souligne que c'est l'organisation de l'activité qui est invariante et non l'activité. Le schème comporte quatre composantes :

- un ou plusieurs buts, se déclinant en sous buts et anticipations ;
- des règles d'action, de prise d'information et de contrôle ;
- des invariants opératoires (concepts-en-acte et théorèmes-en-acte) permettant à la fois la prise et le traitement d'information pertinente ;
- des possibilités d'inférence.

Nous avons fait le choix, pour analyser l'activité de l'enseignant, d'étudier des indices de schèmes repérables par le langage. Ce choix s'explique par le fait que « la mise en mots » n'est pas neutre dans le processus de conceptualisation et elle influe sur les pratiques de l'enseignant. De plus, pour Vergnaud (2002c), bien que les schèmes langagiers aient commencé à être étudiés depuis une vingtaine d'années, surtout pour les conversations courantes, leur étude au niveau des conversations professionnelles et des échanges en classe ne s'est pas beaucoup développée. Or, pour lui, ces schèmes permettent de mieux comprendre les rapports entre connaissances en acte et connaissances explicites, ce qui s'avère essentiel dans la conduite des apprentissages. Vergnaud (1990) distingue deux types de classes de situations auxquelles les schèmes s'appliquent :

> **Premier type de classes :** ce sont des classes de situations pour lesquelles le sujet dispose dans son répertoire, à un moment donné de son développement et sous certaines circonstances, des compétences nécessaires au traitement relativement immédiat de la situation. Ici, on peut observer dans une même classe de situations, des conduites largement automatisées, organisées par un schème unique.
>
> **Deuxième type de classes :** ce sont des classes de situations pour lesquelles le sujet ne dispose pas de toutes les compétences nécessaires, ce qui l'oblige à un temps de réflexion et d'exploration, à des hésitations, à des tentatives avortées, et le conduit éventuellement à la réussite, éventuellement à l'échec. Dans ce second cas, on va observer l'amorçage successif de plusieurs schèmes, qui peuvent entrer en compétition et qui, pour aboutir à la solution recherchée, doivent être accommodés, décombinés, recombinés ; ce processus s'accompagne nécessairement de découvertes.

Étant donné que notre étude porte sur les pratiques d’enseignants en formation avec des conduites qui ne sont pas encore automatisées, nous nous sommes intéressés aux schèmes du deuxième type de classes de situations.

Nous introduisons ici le ***schème d’indication topazienne*** en référence à Sensevy & al (2000) pour qui l'*indication topaze* est une régulation c'est-à-dire un comportement que l'enseignant produit en vue d’amener l’élève à élaborer des stratégies gagnantes. L'indication topaze n’est pas relative aux objets de savoir proprement dits, mais à la nature du travail que les élèves doivent accomplir. Sensevy & al (Ibid.) font la distinction *entre règles stratégiques et règles constitutives*. Ils estiment que cette distinction est la même que celle entre réguler et définir. Le terme **définir** signifie, pour eux, que l'enseignant introduit un certain nombre d’objets (des règles constitutives du jeu) à établir dans le cadre d’une situation. Par exemple, dans un match de football, hormis les gardiens de but, tout joueur qui, au cours du jeu, touche le ballon de la main commet ce qui est appelé une *faute*. La faute est ainsi une règle constitutive du football. La régulation elle, concerne donc tous les comportements que l'enseignant produit en vue d’amener l’élève à élaborer des stratégies gagnantes. La stratégie du 5-4-1 (5 défenseurs, 4 milieux de terrain et un attaquant) est une règle stratégique qu’un entraîneur utilise pour jouer à la défensive lors d’un match de football. Le ***schème d’indication topazienne*** est en rapport avec l'indication topaze, et donc avec les tentatives de l'enseignant à organiser le processus de dévolution par une négociation à la baisse de la prise en charge par les élèves de leur propre apprentissage. Nous avons choisi de nous limiter aux formes répétitives dans son expression orale qui se manifeste par : ***des phrases de forme déclarative ou interrogative ayant une fonction de phrases impératives.***

II Quelques éléments méthodologiques

Le dispositif que nous mettons en œuvre dans cette recherche a pour objectif d’expliciter les caractéristiques du schème d’indication topazienne et d’étudier les effets de ces caractéristiques sur les activités des élèves ;

Pour se faire, nous avons choisi de suivre un enseignant vacataire qui est volontaire pour faire quatre séances d’une heure chacune. L’analyse est un zoom sur les trois premières séances d’expérimentation. Le professeur a le niveau du Baccalauréat (18-19 ans) et est peu expérimenté (un an d’expérience) et il enseigne au collège sans formation professionnelle. Dans cette étude, ce professeur sera nommé Mr Ngom. Nous avons choisi de le suivre dans une de ses classes : il s’agit d’une classe de sixième (première année de collège, 11-12 ans) qui compte 71 élèves (31 filles et 40 garçons). Le choix d’un enseignant qui travaille avec une seule classe présente un intérêt double : d’abord parce qu’il sera possible de suivre ses explications orales sur un même groupe ainsi que les activités de ses élèves, ensuite parce que les rapports de l’enseignant avec les élèves seront plus faciles à décrypter. L'enseignant travaille dans le cadre de cette formation avec deux enseignants de mathématiques de collèges volontaires et un tuteur formateur. Nous avons assisté à toutes les séances en classe et les avons filmées.

Le matériel à partir duquel nous avons fait l’analyse de la séance n’est pas seulement la transcription du film de la séance ; nous l’avons complété par nos notes et des comptes-rendus d’expérimentation du professeur dans chaque protocole, les noms des élèves sont fictifs et « Es » désigne un groupe d’élèves qui parlent en même temps.

III Analyse des résultats

Nous reviendrons dans cette partie sur ce qui ressort de l'analyse, à travers ce schème d'indication topazienne, de l'évolution des pratiques de Mr Ngom et de leur impact sur les modes d'acquisition de connaissances mathématiques par les élèves.

III-1 Analyse de la première séance

Lors de cette première séance, Mr Ngom demande à ses élèves de ranger dans l'ordre croissant les nombres de la liste ci-dessous puis de déterminer les décimaux qui sont plus grands que 4 : {3 ; 1,75 ; 9 ; 3,7 ; 6 ; 4,022 ; 5,5 ; 0,001 ; 5 ; 1,5}.

Ce *travail portant* sur la comparaison des décimaux, Mr Ngom l'a fait après un cours sur les décimaux au cours duquel il a travaillé sur le vocabulaire et les symboles : = ; ≠ ; < ; > ; ≤ ; ≥. Il a aussi comparé des décimaux et utilisé la demi-droite graduée pour les ranger. Le cours de repérage sur la droite et celui sur les fractions n'ont pas encore été faits. L'activité est un exercice tiré du manuel de 6ème de la Collection Interafricaine de Mathématiques (CIAM) qui est encore en vigueur au Sénégal.

Pour traiter l'exercice, le professeur, après avoir donné quelques minutes de recherche individuelle, a interrogé un élève au tableau.

[⋮]

9) Mr Ngom : Toi (le professeur, de son bureau, désigne un élève qui a levé sa main pour qu'il aille au tableau).

10) Amy : Je range les nombres dans l'ordre croissant […].

L'élève écrit : 0,001 ≤ 1,5 ≤ 1,75 ≤ 3 ≤ 3, 7 ≤ 4, 022 ≤ 5 ≤ 5,5 ≤ 6 ≤ 9.

[⋮]

19) *Amy : A = {5 ; 5,5 ; 6 ; 9}.*

20) Mr Ngom : (s'adressant à l'ensemble de la classe) : C'est ça ?

21) Es : Non.

22) Mr Ngom : Va au tableau (le professeur […] demande à un autre élève d'aller corriger la question).

23) Mr Ngom : Souligne les nombres qui sont plus grands que 4. […].

24) Omar: Omar souligne de 5 à 9.

0,001 ≤ 1,5 ≤ 1,75 ≤ 3 ≤ 3,7 ≤ 4,022 ≤ 5 ≤ 5,5 ≤ 6 ≤ 9.

25) Mr Ngom : (s'adressant à l'ensemble de la classe): C'est ça ?

26) Es : Non.

27) Mr Ngom : Qu’est-ce qui manque ?

28) Es : Monsieur…

29) Mr Ngom : Toi (le professeur désigne un autre élève).

30) Mr Ngom : Ecrit 4,022 et 4 et compares-les.

31) *Lamine : Lamine écrit : 4 ≤ 4,022*

32) Mr Ngom : Donc vous corrigez.

33) *Lamine : L’élève qui est au tableau corrige ce qui avait été écrit précédemment et écrit A = {4,022 ; 5 ; 5,5 ; 6 ; 9}.*

34) Abasse Thiam : Non Monsieur, **on a dit des nombres décimaux, 5 par exemple n’est pas un décimal**.

35) Mr Ngom : 5 est bien un décimal, rappelez-vous, on a dit que l’ensemble IN est inclus dans l’ensemble ID (le professeur écrit au tableau IN ⊂ ID).

[⋮]

Cette séquence montre que, certains élèves n'ont pas encore construit le sens du décimal, au delà des difficultés liées à la comparaison, Abasse Thiam par exemple, ne sait pas que 5 est décimal.

Ce moment d'une organisation didactique est ce que Chevallard (1999) appelle le moment de travail de la technique. Mais ici la technique proposée n'est pas transparente et le corpus de tâches ne semble pas adéquat autant sur le plan quantitatif que qualitatif. En classe de 6ème, on peut faire l'hypothèse que les élèves savent déjà comparer des entiers, le problème se pose alors au niveau de la comparaison de certains décimaux qui ont la même partie entière et dont les parties décimales ne sont pas nulles. Pourquoi, par exemple, 5,7 est plus grand que 5, 19 alors que 19 est plus grand que 7? Voilà une des questions qu'on ne peut pas ne pas travailler si on compare des décimaux. La réponse à la gestion des questions de ce type, pose un travail sur la culture du nombre. On peut s'arranger comme le préconisent (Roche &al, 2006, p.151) pour que les deux nombres aient le même nombre de chiffres après la virgule puis les comparer comme s'ils étaient des entiers. Mais comment s'arranger? Pourquoi, si on remplace 5,7 par 5,70 on ne remplacerait pas 5,19 par 5,190? En plus, pour l'élève qui a ces difficultés, pourquoi accepterait-il que 5,7 est égal à 5,70? On peut faire l'hypothèse que les fractions décimales pourraient aider, pas seulement à la comparaison des décimaux mais à la construction de sens. On pourrait écrire 5,7 = 5 + 7/10 et 5, 19 = 5 + 19/100 et comparer 7/10 et 19/100. Il ne s'agit pas pour nous de faire de l'évolution historique des nombres une méthode d'enseignement, bien que les décimaux sont connus plus de 15 siècles après les fractions. Il ne s'agit pas non plus de faire de la dimension culturelle le seul levier d'enseignement. Au Sénégal, contrairement à la France où à la révolution on imposait les décimaux à la société avant d'en faire une question de curriculum, la gestion du curriculum est de loin très différente de la gestion sociale des décimaux. Par exemple, l'unité monétaire utilisée dans le quotidien du sénégalais, le « derem », l'équivalent de 5 francs CFA, n'a pas de sous multiples. Si nous utilisons ce détour par les fractions, c'est parce que nous pensons, comme Duval(1993), que la coordination des registres facilite la conceptualisation.

Lors de cette séance, Monsieur Ngom demande d’abord à un élève de ranger les nombres dans l’ordre croissant, celui-ci le fait. Il demande, ensuite, à un autre élève de déterminer les décimaux qui sont plus grands que 4 et il s’aperçoit, à ce moment-là, que l’élève ne connaît pas la réponse et que d’autres élèves de la classe ont des difficultés. Il propose alors une stratégie: « Souligne les nombres qui sont plus grands que 4 […] ». Mais cette stratégie n’est pas concluante car l’élève interrogé ne souligne pas le nombre 4,022. Il propose une autre stratégie « Qu’est-ce qui manque ? ». Une proposition implicite à l'élève d'ajouter au moins un nombre. Malgré l'indication, Omar ne souligne pas 4, 022, le professeur produit une autre indication topazienne « 30) Mr Ngom : Ecris 4,022 et 4 et compare-les. ».

On peut considérer qu’une indication de Monsieur Ngom n’en est pas toujours une pour les élèves. En effet, chez bon nombre d’élèves, les trajectoires et les étapes par lesquelles ils passent pour construire leurs connaissances sont différentes de celles proposées par le professeur avec ses indications. Ainsi en spectateurs, ils le regardent faire son trajet pour ensuite reprendre le leur. **« Non, Monsieur on a dit des nombres décimaux, 5 par exemple n’est pas un décimal »**, cette objection montre, par exemple que Abasse Thiam n'avait pas fini de s’interroger sur la nature d’un décimal.

III-2 Analyse de la deuxième séance

Cette deuxième séance, Mr Ngom l’a préparée avec deux autres professeurs de mathématiques et un formateur. Le groupe a surtout étudié une organisation mathématique ponctuelle relative aux types de tâches ci-dessous (encadré 1). Le professeur avait déjà organisé une *première rencontre* (Chevallard, 1999) avec la notion de médiatrice. La médiatrice était définie et construite avec la règle et l'équerre. Le travail du groupe (Mr Ngom, ses deux autres professeurs et le formateur) consistait à trouver une activité qui pourrait l’aider, à la fois, à consolider la construction de cette notion et à faire l’amorce d’un travail sur la démonstration. L’initiation à la démonstration consistait à faire la différence entre une condition nécessaire et une condition suffisante à travers une étude du milieu d’un segment et de la médiatrice d’un segment**.** Pour la médiatrice d’un segment, la perpendicularité et le fait que la droite passe par le milieu du segment seront travaillés_séparément comme des conditions nécessaires et les deux conditions réunies formeront une condition suffisante. Un travail similaire sera fait avec le milieu d’un segment avec l’appartenance du point au segment et son équidistance par rapport au extrémités du segment. Mr Ngom et les deux autres membres du groupe avaient au préalable travaillé sur une ressource en logique conçue par le formateur sur des notions de conjonctions, de disjonctions, d’implications et d’équivalence. L'activité d’enseignement de Mr Ngom, au delà de la construction des notions de milieu et de médiatrice chez les élèves, était donc pour le formateur une activité de formation sur ces notions de logique. **Exercice n° 19 page 39** du livre CIAM de 6ème

Exercice n° 19 page 39 du livre CIAM de 6ème
L'une des figures ci-dessous indique que la droite (D) est la médiatrice du segment [AB].
a) Quelle est cette figure ? Explique ta réponse.

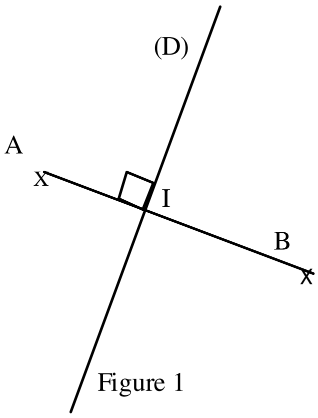

Figure 1

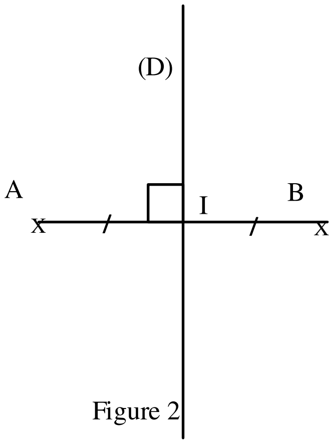

Figure 2

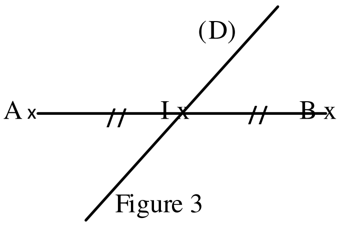

Figure 3

b) Considérons la figure 3) (cette partie le groupe l'a ajoutée dans le texte)
1) Que représente le point I ? Explique ta réponse
2) une droite (D1) passant par I et perpendiculaire à [AB]. Que peux-tu dire de la droite (D1) ?

Encadré 1 : *ressource non structurée*

1) Mr Ngom : Tamsir est là ? *(un élève qui était absent la séance précédente)*

2) E : Oui ;

3) Mr Ngom : Tu as un billet d'entrée ? *(Le billet d'entrée est une autorisation d'entrée en classe délivrée par la surveillance, le service chargé de la discipline dans l'établissement, pour les élèves disposant de justificatif de leur absence)*

4) E : Non.

5) Mr Ngom : Vas en chercher.

6) Mr Ngom : Toi, craches ce que tu as dans ta bouche.

7) Djim : Comment ?

8) Mr Ngom : Craches ce que tu as dans ta bouche.

9) Mr Ngom : Vous préparez l'exercice 19 page 39

10) Fatou : Qu'est ce qu'on fait ? (*Un élève qui n'avait pas bien entendu, pose la question au professeur*)

11) Mr Ngom : Activité géométrique. (*Le professeur ne sait pas que l'élève n'a pas bien entendu*)

12) Mr Ngom : Toi au tableau (*Le professeur circule à travers les rangées, regarde les productions des élèves et demande à Mbaye Diop d'aller au Tableau. Pendant presque 3mn celui-ci est au tableau, ne sachant quoi faire. Le professeur, au même moment, continue de faire le tour de la classe, regarde les productions des élèves, vérifie les résultats, etc.*)

13) Mr Ngom : Il y a trop de bruit dans la classe, soit vous vous taisez, soit vous sortez. (*Le professeur continue de regarder les productions des élèves*) ;

14) **Mr Ngom : Tu lis l’exercice, arrête d’écrire et tu lis l’exercice** (*le professeur s’adresse à l’élève qu’il avait interrogé au tableau*).

15) **Mr Ngom : Lis l’exercice** (*l’élève lit l’énoncé : « L’une des figures ci-dessous indique que la droite (D) est la médiatrice du segment [AB]. a) Quelle est cette figure ? Explique ta réponse. »*).

16) Mr Ngom : Efface ce que tu as écrit.

17) **Mr Ngom : Quelle est la question qui t’est posée?**

18) Mbaye Diop : C’est la figure N° 3.

19) **Mr Ngom : Quelle est la question, qu’est ce qu’on te demande?**

20) Mbaye Diop : L’une des figures ci-dessous … (*L’élève relit la première partie de la question.*)

21) Mr Ngom : Qu’est qu’on te demande ?

22) Mbaye Diop: Explique la figure.

23) **Mr Ngom : Quelle figure, explique nous ce qu’on te demande ?**

24) Mbaye Diop: Que la droite est médiatrice du segment [AB]

25) Mr Ngom : On te demande d’identifier la figure où la droite (D) est médiatrice du segment [AB].

Après quelques secondes d’hésitation l’élève qui est au tableau propose une autre solution :

26) Mbaye Diop: C’est la figure n° 2.

27) **Mr Ngom : On commence par la première figure.**

L’élève ne semble pas comprendre la réaction du professeur, qui reprécise sa question

28) **Mr Ngom : Est-ce que ici, (D) est la médiatrice de [AB] (Le professeur désigne la première figure)?**

29) Mbaye Diop: Non.

30) Mr Ngom : Pourquoi ?

31) Mbaye Diop: Parce que les distances ne sont pas égales.

32) **Mr Ngom : Quelles distances ?**

33) Mbaye Diop: AI et IB (I est le point d'intersection de la droite (D) avec le segment [AB])

34) Mr Ngom : C'est parce que la distance AI n'est pas égale à la distance IB.

35) **Mr Ngom : Ecris ça au tableau.**

36) Mbaye Diop: écrit *(« exercice 19 page 39 » ; figure 1. (D) n'est pas la médiatrice de [AB] parce que la distance AI ne t'égale pas à la distance de IB*).

37) Mr Ngom : Ne ? (*Mr Ngom demande à l'élève de répéter*)

38) **Mr Ngom : Qu'est ce qu'il doit dire ?**

39) Es : Plusieurs élèves en même temps corrigent « n'est pas égale ».

40) Mr Ngom : Je n'ai pas entendu, tu répètes.

41) **Mr Ngom : Tu peux continuer ta phrase : la distance n'est pas égale…**

42) Mbaye Diop : n'est pas égale que la distance de IB (*L'élève efface et écrit cette fois-ci « n'est pas égale que la distance de IB »)*

43) **Mr Ngom : C'est correct ? Il dit que la distance AI n'est pas égale que la distance de IB.**

44) Mbaye Diop: Non, on dit (*« la distance AI n'est pas égale à la distance IB ». (L'élève rectifie et écrit « exercice 19 page 39 » ; figure 1. (D) n'est pas la médiatrice de [AB] parce que la distance AI n'est pas égale à la distance de IB*.)

45) **Mr Ngom : Maintenant on passe à la figure deux.**

46) Mbaye Diop: (D) est la médiatrice… (L'élève *commence à écrire la réponse.*)

47) **Mr Ngom : Tu donnes la réponse d'abord.**

48) Mbaye Diop: (D) est la médiatrice

49) Mr Ngom : Pourquoi ?

50) Mbaye Diop: c'est parce que la distance IA = IB.

Comme en ligne 31 Mbaye Diop avait montré que (D) n'est pas une médiatrice car IA est différent de IB, il en déduit que l'égalité des longueurs est une condition suffisante pour montrer que (D) est une médiatrice. Il se trouve que les étudiants font souvent les mêmes erreurs. La *plupart d'entre eux utilisent dans leur raisonnement, de façon indifférenciée ($P\Rightarrow Q$) et ($\neg P\Rightarrow \neg Q$).*

51) Mr Ngom : Distance IA égale distance de IB, est ce que c'est suffisant ?

52) Mr Ngom : Pour que (D) soit la médiatrice, est-ce que cette condition est suffisante ?

Ces questions sont des manifestations du schème d'indication topazienne. Le professeur demande ainsi, implicitement, aux élèves d'ajouter la condition de perpendicularité. Il fera la même chose à la ligne 55:

53) Es : Monsieur, Monsieur … (Plusieurs élèves en même temps *lèvent leurs mains pour répondre*).

54) **Mbaye Diop:** Monsieur (Mbaye Diop *veut rectifier son erreur*).

55) Mr Ngom : Il y a combien de conditions ?

56) **Mbaye Diop:** (D) coupe [AB] par son milieu et (D) est perpendiculaire [AB].

57) Mr Ngom : On a (D) qui coupe [AB] à son milieu et qui est perpendiculaire à (AB), donc (D) est la médiatrice de [AB].

58) **Mbaye Diop:** (D) est la médiatrice de [AB] parce que (D) coupe [AB] à son milieu et est perpendiculaire à [AB] (*L'élève écrit au tableau*).

59) Mr Ngom : Là qu'est ce qu'on peut dire de la distance IA et de IB ?

Le professeur pose la question en rapport avec la figure 1 où I, le point d'intersection de (D) et de (AB), n'était pas le milieu du segment [AB] mais sans faire le lien de façon explicite. Cela ne fait que renforcer, chez l'élève en question, la place privilégiée qu'il accorde à la condition d'égalité pour la construction de la médiatrice.

60) Mbaye Diop: La distance AI est égale à la distance IB.

61) Mr Ngom : Passons à la figure 3.

(L'élève commence à écrire.)

62) Mr Ngom : Tu donnes la réponse d'abord (*Oralement*).

63) **Mbaye Diop:** (D) est la médiatrice du segment [AB].

64) Mr Ngom : Pourquoi ? Tu donnes la justification.

65) **Mbaye Diop:** Parce que (D) est le milieu du segment [AB] et perpendiculaire à (AB).

66) Mr Ngom : Non (D) est une droite. Est ce que (D) peut être un milieu ?

67) **Mbaye Diop:**Parce que (D) passe par le milieu du segment [AB] et perpendiculaire à (AB).

68) Mr Ngom : Tu dis que (D) est la médiatrice du segment [AB], pour que (D) soit la médiatrice quelles sont les conditions ?

69) Mbaye Diop: C'est parce que AI est égale à IB.

70) Mr Ngom : AI est égale à IB, on a là une première condition, la deuxième condition c'est quoi ?

71) **Mbaye Diop :** La droite (D) est perpendiculaire au segment [AB].

72) Mr Ngom : La droite (D) est perpendiculaire au segment [AB]. Quand dit-on que deux droites sont perpendiculaires ?

73) **Mbaye Diop:**Deux droites sont perpendiculaires quand elles forment un angle droit.

74) Mr Ngom : Regarde la figure 3 est ce que tu as effectivement un angle droit ?

75) **Mbaye Diop:** Non ;

76) Mr Ngom : Est-ce qu'elles sont perpendiculaires alors ?

77) **Mbaye Diop:**Non.

78) Mr Ngom : Alors qu'est ce qu'on dit ?

79) Mbaye Diop: AI est égale à IB.

[⋮]

La première question de cette séance consistait à nommer et à justifier la figure où la droite (D) est la médiatrice du segment [AB]. **Mbaye Diop** propose la figure 3 (ligne 18) puis la figure 2 (ligne 26) sans justifier sa réponse. Ceci a obligé le professeur à réorganiser *le milieu* (Brousseau, 1998). L'activité qui devait obliger l'élève à raisonner « cas par cas » et organiser la conceptualisation de la notion de médiatrice renvoie l'élève à choisir entre trois figures. Or, la question est davantage de justifier un choix que de proposer un numéro la figure. Mr Ngom propose alors une stratégie en faisant une injonction « on commence par la première figure », ce qui lui permet de retrouver son objectif initial de justification. Il apparaît ici un phénomène important dans le processus de *genèse instrumentale du milieu* (Sokhna, 2006) : la ***médiation réflexive*** orientée vers le professeur lui-même. Le professeur réagit comme s'il reprenait son projet d'enseignement (la situation de projet) (Margolinas 2004).

Lors de cette séance, les indications ont pris deux formes différentes :

La première est relative à une proposition de stratégie relative à l'organisation du raisonnement de l'élève « Mr Ngom (ligne 26) : On commence par la première figure ». Cette stratégie ne permet pas à l'élève de trouver une solution mais d'organiser son raisonnement. L'élève pourrait bien justifier d'abord pourquoi il a choisi la figure 2 ensuite justifier pourquoi les figures 1 et 3 ne sont pas choisies. Cette forme d'indication, si elle est bien clarifiée n'est pas négative, elle peut rendre plus transparentes les questions posées.

La seconde est liée à l’explicitation d’un concept. Aux lignes 74 et 76 Mr Ngom veut montrer à Mbaye Diop que la droite n'est pas la médiatrice du segment. « Regarde la figure 3, est ce que tu as **effectivement** un angle droit? Est ce qu’elles sont perpendiculaires **alors**? » Questions auxquelles Mbaye Diop ne peut répondre que par Non car la réponse est comprise dans la question. La réponse de Mbaye Diop à la question du professeur (ligne 78) montre qu'il saisit peu le sens du raisonnement malgré le fait qu'il ait répondu correctement aux questions.

Cette séance nous oblige à nous interroger également sur la nature et le rôle des ressources qui sont conçues pour la formation des professeurs de mathématiques. Avec des enseignants ayant un niveau académique moyen, on est tenté de proposer des ressources spécialisées en mathématiques pour compléter leur formation théorique. Seulement, comme (Bauersfeld, 1994) avec la formation mathématique des enseignants du primaire, on peut s’interroger sur l'efficacité de ces ressources sur la formation des professeurs de lycées et collèges. L'enseignant dans sa classe doit connaître les concepts mathématiques qu'il enseigne, bien sûr, mais il doit aussi être proactif par rapport aux conceptions des élèves. Mbaye Diop avait une conception erronée de la contraposée et c'est faute de ne pas comprendre cela que Mr Ngom n'a pas pu l'aider. On peut même penser que les ressources utilisées ne permettent pas de s’interroger sur les conceptions des élèves, mais induisent en plus ces indications topaziennes. En effet, dans ces ressources, les connecteurs de logiques qui sont enseignés apparaissent de façon déductive. L'équivalence découle de l'implication qui découle de la disjonction qui elle même est étudiée à partir de la définition axiomatique d'une assertion. De façon plus large les structures sont enseignées pareilles : des groupes on étudie les anneaux, des anneaux on étudie les corps et des corps les espaces vectoriels etc. Cette culture des mathématiques supérieures n'est pas nécessairement une culture d'enseignement productive de sens dans les lycées et collèges. Travaillant sur la base de cette culture, l'enseignant suit les étapes d’une caractérisation d’un concept pour en faire une méthode d'enseignement. Or, la culture d’un **O**rdonnancement **G**énéral des **M**athématiques, qui ne repose pas sur la construction faite par les élèves, ne facilite pas forcément le travail de l’enseignant. Ces OGM, au delà des résistances qu’ils créent chez les élèves, élargissent le fossé entre les actions didactiques posées par le professeur et les notions mathématiques que les élèves devraient pouvoir construire naturellement.

III-3 Analyse de la troisième séance

Lors de cette troisième séance, le professeur a demandé aux élèves de terminer un exercice qu’ils avaient commencé. La ressource utilisée est une ressource pédagogique structurée. Ci-dessous la fiche élève de la ressource.

1. Trace un quadrilatère NGOM.
2. Construis la médiatrice de chaque côté de ce quadrilatère NGOM.
3. Construis la médiatrice de la diagonale [NO].
4. Soit I le point commun aux trois médiatrices des segments du triangle NGO, trace le cercle de centre I et de rayon IO. Explique pourquoi ce cercle passe par les points du triangle NGO.
5. Montre que si le quadrilatère NGOM était un carré alors le point M appartiendrait au cercle.

Encadré 2 : *fiche élève de la ressource*

[⋮]

105) **Mr Ngom : Trace le cercle de centre I et de rayon [IO].** (*L’élève trace le cercle de centre I passant par N).*

106) Mr Ngom : C’est quoi ça ?

107) Nafi: Je fais passer le cercle par le point N.

108) Mr Ngom : Qu’est-ce qui te dit le cercle va passer par le point N ?

109) Mr Ngom : Qu’est que tu sais ? Tu connais le centre et tu connais le rayon, tu veux tracer le cercle qu’est-ce qu’il faut faire ?

110) Mr Ngom : C’est quoi le rayon d’un cercle ?

111) Nafi : C’est le segment qui part du centre à l’extrémité du…

112) Mr Ngom : Quelqu’un pour l’aider ?

113) Nafi : C’est le segment qui passe …

114) Mr Ngom : C’est quoi le rayon d’un cercle ? Hé ? Le rayon, c’est tout simplement un segment qui relie un point du cercle au centre.

115) Mr Ngom : Pour tracer le cercle de centre I et de rayon [IO], qu’est-ce qu’on fait ?

116) Nafi : On trace le rayon.

117) Mr Ngom : Tu traces le rayon, oui on a le rayon. Ensuite, qu’est-ce qu’il faut faire pour avoir le cercle ? On a le rayon et on a le centre, on veut tracer le cercle.

Un élève va au tableau et réussit à tracer le cercle de centre I et passant par O.

118) Mr Ngom : Donc ce qu’on vous demandait de faire, vous allez le faire pour la prochaine fois. Mais lundi c’est le devoir, ne l’oubliez pas (le professeur ne fait

pas la différence entre le cercle de centre I et rayon r et le cercle de centre I et passant par un point M).

[⋮]

Cette troisième séance montre la subtilité des conditions d’émergence du schème d’indication topazienne. L'étude de ce schème nous force à suggérer des nuances qui pourraient être apportées sur le sens des termes *définir* et *réguler* introduits par Sensevy & al (2000) plus haut. En effet, dans un cours de mathématiques, il n’est pas exclu qu’une règle mathématique soit à la fois une règle constitutive et une règle stratégique. On peut même se demander si toute règle mathématique n’est pas à la fois constitutive et stratégique. En définissant une médiatrice par une droite qui passe par le milieu d’un segment et perpendiculaire au support de ce segment, on propose à coup sûr une stratégie de construction avec la règle et l’équerre ; par contre, la définition « ensemble des points équidistants des extrémités d’un segment » renvoie plus à une méthode de construction de médiatrice avec le compas. Par conséquent, les définitions proposées par les professeurs peuvent en elles-mêmes être des indications de construction. Par exemple, dans le programme sénégalais de mathématiques auquel ce professeur se réfère, le rayon d’un cercle est à la fois longueur, segment et droite. Le choix fait par le professeur « 114) Mr Ngom : ; 115) Mr Ngom : » de définir le rayon par un segment [IO] dont l’une des extrémités I est le centre du cercle est une indication stratégique implicite permettant à l’élève de tracer le cercle de centre I et passant par O. C’est alors une autre manifestation du schème d’indication topazienne du professeur.

CONCLUSION

Cette étude a montré différentes manifestations du schème d'indication topazienne dans les pratiques du professeur. On peut noter également qu'une conséquence de ces pratiques est le survol des concepts à enseigner et que l'élève est souvent hors jeu et ne s'engage pas dans une construction active de connaissances. L'organisation de la séance ne permet pas de débattre ou de prendre en charge, aux bons moments, les idées qui participent à la construction des concepts à enseigner. « Monsieur **on a dit des nombres décimaux, 5 par exemple n'est pas un décimal** ».

Rappelons que l'objectif de cette étude était de proposer une caractéristique des pratiques d'enseignants en formation, d'étudier les effets de ces caractéristiques sur les activités des élèves. Ce qui peut nous permettre de nous interroger sur les types de ressources qui documentent leurs pratiques professionnelles.

Les trois séances ont montré, le caractère varié et subtil de l'émergence de schèmes et le rôle que pourrait jouer les ressources mathématiques supérieures dans leur développement. L'étude permet d'identifier des indications majeures sur l'enseignement des mathématiques. On trouve chez ce professeur cette « naïveté » didactique qui laisse penser que la résolution des questions élémentaires suffit pour résoudre un problème. Rappelons cette métaphore de Vygotski (1934) pour qui l'eau se décompose en hydrogène et en oxygène or aucun des deux éléments ne comprenant les propriétés du tout et, chacun, possédant des propriétés qui ne sont pas présentes dans la totalité. Pour lui ceux qui appliquent la décomposition de l'eau pour comprendre la propriété de l'eau à éteindre le feu, découvriront avec surprise que l'hydrogène l'allume et l'oxygène le maintient. De même les enseignants sont souvent surpris par le fait que les élèves ne comprennent pas alors qu'ils ont expliqué tous les termes qui décrivent le concept en jeu. A partir de deux points, un élève peut bien être capable de tracer des arcs de cercles qui se rencontrent et tracer la droite passant par les points de concours sans avoir une idée de la médiatrice. Il faut remarquer que les programmes de mathématiques actuels participent à cette forme de description de la réalité mathématique. En effet, les parties qui sont appelées compétences exigibles dans le programme du Sénégal par exemple, sont, dans bien des cas, une décomposition en type de tâches d'un objet mathématique dont on vise l'apprentissage. Pourtant, ni les genèses, ni le développement de ces objets mathématiques ne justifient cette décomposition. Ces propositions sur *les compétences élémentaires exigibles* peuvent renforcer chez les enseignants leur conviction que l'acquisition d'une notion complexe n'est que le résultat de l'acquisition de notions simples qui la composent.

Par ailleurs, cette méthode qui consiste à faire une décomposition en «éléments simples» des concepts à enseigner, laisse croire que la maîtrise imparfaite d'une partie d'un tout est facteur d'échec pour les élèves. Or, pour Vergnaud (2002b), l'acquisition d'un concept nécessite un découpage assez large de la connaissance en jeu et que les situations que les enfants soient progressivement en mesure de maîtriser forment un ensemble partiellement ordonné, jamais totalement ordonné, sauf localement.

BIBLIOGRAPHIE

Bednarz N. & Proulx J. (à paraître) Connaissance et utilisation des mathématiques dans l'enseignement : Clarifications conceptuelles et épistémologiques prenant leur source dans une analyse de la pratique.
Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
Brousseau G. (2000) *Education et Didactique des mathématiques*. Communication au Congrès d'Aguas Calientes, Mexico. Article paru en espagnol dans la revue mexicaine « Educacion matematica », vol. 12(1), p. 5-39, Abril 2000.
Chevallard Y. (1992) Intégration et viabilité des objets informatiques, le problème de l'ingénierie didactique, in B. Cornu (dir.), L'ordinateur pour enseigner les mathématiques (pp. 183-203). Paris : PUF.
Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19(2), p. 221-266.
Guin D. & Trouche L. (2006) *Des scénarios pour et par les usages.* In H. Godinet & J.-P. Pernin (Eds.), *Scénariser l'enseignement et l'apprentissage : une nouvelle compétence pour le praticien ?* Lyon : INRP.
Margolinas C. (2004) *Point de vue de l'élève et du professeur Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Document pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Provence.
Pariès M.C. (2004) Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques : relations entre discours des professeurs et activités des élèves. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 24(2/3), p. 251-284.
PDEF (2003) *Programme de développement de l'éducation et de la formation du Sénégal,* [http://www.education.gouv.sn/politique/Fichiers/pdef-ept.pdf], dernière consultation, juillet 2009.
Rabardel P. (1995a) *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
Ricco G. (1995) *Psychologie cognitive et didactique des mathématiques, perspectives critiques des différentes approches concernant la cognition scolaire*. Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques, 159-173.
Roche N., De Laet L., Docq C., Gantois J-Y., Hauchart C., Tancré M. & Tossut R. (2006) Du quotidien aux mathématiques: nombres, grandeurs, proportions. Paris : ellipses.
Sensevy G., Mercier A. & Schubauer-Leoni M.L. (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la cours à 20. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 20(2), p. 263-304.
Sokhna M. 2006, *Formation continue des enseignants de mathématiques du Sénégal: genèse instrumentale de ressources pédagogiques*, Thèse de didactique des mathématiques. Thèse de Doctorat. Université de Montpellier II.
Trouche L. (2005) Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessite des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 25(1), p. 91-138.
Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 10(2/3), p. 133-170.
Vergnaud G. (2002a) *Lev Vygotski Pédagogue et penseur de notre temps*. Hachette Education.
Vergnaud G. (2002b) On n'a jamais fini de relire Vygotski et Piaget. In Y. Clot (Ed.), *Avec Vygotski*, p. 55-68. Paris : La Dispute.

Vergnaud G. (2002c) Piaget visité par la didactique. In *Piaget et les sciences cognitives*. Intellectica 2001/2, n° 33, p. 107-123.
Vergnaud G. (2005) Repères pour une théorie psychologique de la connaissance. In A. Mercier & C. Margolinas (Eds.), *Balises en didactique des mathématiques,* Cours de la *XII[ème] Ecole d'Eté de didactique des mathématiques,* p. 123-136. Grenoble : La Pensée Sauvage.
Vygotski L.S. (1934) *Pensée et langage* (2002). Paris : La Dispute.