

# “Risolvere problemi aritmetici”: un software per migliorare le abilità di comprensione, rappresentazione, categorizzazione, pianificazione e memoria, nella soluzione dei problemi aritmetici

**Antonella D’Amico\*, Rossana La Porta\* e Maria Chiara Passolunghi\*\***

\* Dipartimento di Psicologia- Università degli Studi di Palermo

\*\* Dipartimento di Psicologia- Università degli Studi di Trieste

E-mail: adamico@unipa.it

**Abstract.** In this paper we describe the software " Risolvere problemi aritmetici, " a multimedia tool aimed at the assessment and treatment of mathematical problem solving skills in children of the second cycle of primary school and in children who have difficulty in this area. The software is composed by a module of tests, in which arithmetic problems of increasing difficulty are presented, and a training module. The training has been developed on the basis of the latest research results in the area of mathematical problem solving and provides a range of activities on understanding, representing, categorizing and planning problem. Two " steering characters " are intended to introduce and explain the various activities and to stimulate metacognitive reflection as the activities take place. In addition, some specific activities include the development of working memory and of processes of information updating, well recognized as fundamental skills for solving problems.

**Riassunto.** Nel presente contributo, viene descritto il software “Risolvere problemi aritmetici”, uno strumento multimediale mirato alla valutazione ed al trattamento delle abilità di soluzione dei problemi matematici in bambini del secondo ciclo della scuola primaria e in bambini che presentano difficoltà in tale area. Il software presenta sia un modulo test, in cui vengono presentati problemi aritmetici di difficoltà crescente, che un modulo di training. Il training è stato elaborato in base alle più recenti ricerche nell’area del *problem solving* matematico e prevede una serie di attività sulla comprensione, rappresentazione, categorizzazione e pianificazione del problema. Due “personaggi guida” hanno la funzione di introdurre e spiegare le varie attività e di stimolare la riflessione metacognitiva durante il loro svolgimento. Inoltre, alcune specifiche attività prevedono lo sviluppo della memoria di lavoro e dei processi di aggiornamento delle informazioni contenute nel testo, abilità fondamentali per la soluzione dei problemi.

**Parole chiave:** Problem Solving Matematico; Aritmetica; Software; Training; Metacognizione; Memoria di Lavoro.

## 1. Introduzione

“Risolvere problemi aritmetici” (D’Amico, Passolunghi e La Porta, 2009)<sup>1</sup> è un software è rivolto a bambini del secondo ciclo della scuola primaria, in particolare agli alunni che presentano difficoltà nella soluzione dei problemi.

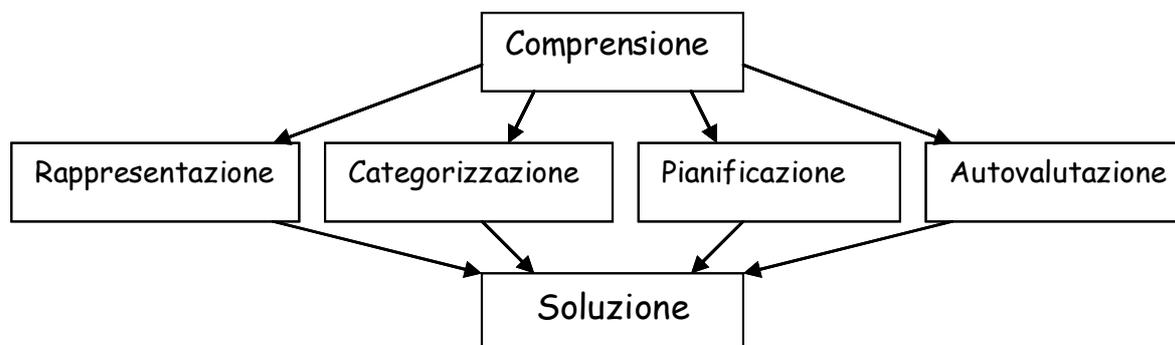
Il programma è stato progettato in riferimento al modello proposto da Lucangeli, Tressoldi e Cendron (1998a), che sintetizza e descrive le abilità cognitive rilevanti per la soluzione dei problemi matematici, alcune delle quali già descritte in studi precedenti (Mayer, 1981, 1987; Mayer, Larkin & Kadane, 1984; Mon-

---

<sup>1</sup> E’ possibile scaricare una versione dimostrativa del software, o prendere versione di altre immagini o informazioni, nel sito <http://www.erickson.it/erickson/product.do?categoryId=98&id=2020>

tagne, 1992; Passolunghi, Lonciari & Cornoldi, 1996; Riley & Greeno, 1988; Riley, Greeno & Heller, 1983).

Il modello elaborato da questi autori mette in evidenza cinque componenti fondamentali per la soluzione del problema (Fig. 1). La comprensione risulta sovraordinata rispetto alle altre ed è considerata un prerequisito per proseguire verso la soluzione del problema. Le altre quattro componenti sono la rappresentazione, la categorizzazione, la pianificazione e l'autovalutazione.



**Figura 1.** Il modello a cinque componenti di Lucangeli, Tressoldi e Cendron, (1998b)

Una descrizione più analitica delle singole componenti sarà riportata più avanti. Al momento è opportuno sottolineare che, nella prospettiva degli autori, tali componenti apportano un contributo unico alla soluzione del problema e non presentano interdipendenza reciproca. Il modello, pertanto, implica che, nella soluzione dei problemi, possano esistere sia profili di abilità differenti che quadri specifici di difficoltà. Non a caso, a partire da questo modello, è stato elaborato il test SPM (Lucangeli, Tressoldi & Cendron, 1998b), che esamina passo passo le singole componenti descritte. Inoltre, per il miglioramento di ciascuna delle competenze coinvolte nella soluzione dei problemi e per supportare alunni con difficoltà specifiche in questa area, sono stati elaborati anche altri programmi di trattamento nella versione carta-matita, come “Risolvere problemi aritmetici” di Passolunghi e Bizzarro (2005), o “Risolvere problemi in sei mosse” di De Candia, Cibinel e Lucangeli (2009), disponibile anche nella versione su CD-ROM.

## 2. Caratteristiche generali dello strumento

Il software “Risolvere problemi aritmetici” utilizza un’interfaccia grafica accattivante. Tutte le attività sono ambientate in una casa, all’interno della quale due “personaggi guida” accompagnano l’utente.

La schermata iniziale (fig. 2) è ambientata all’esterno della casa, luogo virtuale in cui i personaggi si presentano e descrivono le attività preliminari. L’utente dovrà registrarsi con un nome e indicare il proprio “livello”: il primo livello corrisponde alla classe terza, il secondo alla quarta ed il terzo alla quinta. Quella di non indicare direttamente la classe è stata una precisa scelta, in quanto il training si rivolge in modo particolare a bambini con difficoltà in questo ambito, pertanto è possibile che un bambino venga indirizzato, dall’insegnante/operatore, verso un livello inferiore rispetto alla classe frequentata.

Tramite il pulsante “gestionale”, l’insegnante o il genitore può accedere ad un’area di gestione per valutare il lavoro svolto dal bambino e controllare i risultati ottenuti. È possibile quindi individuare quali attività risultano difficoltose per il bambino e quali invece vengono affrontate più facilmente, in modo da programmare interventi mirati per potenziare le sue abilità carenti e valorizzare quelle di cui è dotato.



**Figura 2.** Schermata di registrazione utenti

Nella seconda schermata (fig. 3) i personaggi invitano l'utente ad entrare nella casa per iniziare le attività. In questa schermata è possibile selezionare alcune opzioni, come scegliere il formato maiuscolo o minuscolo per le parti scritte, accedere alla sezione “spiega pulsanti” e alle quattro aree principali del programma: test in ingresso, training, training di integrazione e metacognizione, test in uscita. Infine, da questa schermata è possibile stampare un attestato di “esperto dei problemi aritmetici” una volta che il programma è stato completamente svolto. Se le attività sono state interrotte, è possibile accedere all'ultimo esercizio svolto nella sessione precedente.



**Figura 3.** Seconda schermata

A seguire vengono descritte più dettagliatamente le sezioni di test e re-test ed i singoli moduli di training previsti nel software.

### *2.1. Test di Ingresso e di uscita*

I test di ingresso e di uscita (test e re-test) consistono in una serie di problemi costruiti sulla base degli obiettivi didattici dell'anno scolastico di riferimento. I problemi contenuti nei due moduli sono generalmente analoghi ad eccezione della loro complessità computazionale, lievemente maggiore nel re-test. In entrambi i casi, il bambino è lasciato libero di svolgere i problemi senza alcuna guida ed ha a disposizione uno spazio di lavoro che può utilizzare per risolverli. Le risposte fornite dall'utente vengono registrate automaticamente dal programma.

E' previsto che ogni bambino svolga il test prima di svolgere il training, ed il re-test al completamento del training stesso. I risultati del re-test, dunque, consentono di valutare se è avvenuto un cambiamento nella abilità di risolvere i problemi dell'utente.

## 2.2. Training

Dopo aver completato il test in entrata, il bambino può accedere al training. All'interno della casa è possibile scegliere uno dei cinque moduli presenti; è consigliato iniziare il training con il modulo “Comprensione” e proseguire secondo l'ordine indicato. Tutte le risposte fornite dall'utente nelle diverse sezioni del training vengono registrate automaticamente dal programma.

### 2.2.1. Comprensione

Le prime attività del training sono dedicate alla comprensione del problema. Come precedentemente accennato, nel modello di Lucangeli e altri (1998), la comprensione è considerata una componente sovraordinata rispetto alle altre. In altre parole, se non è avvenuta una corretta comprensione del testo del problema, non sarà possibile proseguire verso la sua soluzione.

La comprensione è intesa sia come comprensione linguistica e semantica del testo, che come conoscenza del significato di alcuni termini di particolare importanza per un testo matematico, come i termini relazionali (“più di” o “meno di” ecc.).

Considerando la rilevanza che assume la comprensione nella risoluzione di un problema, a questa sezione è stato dedicato un gran numero di attività ed esercizi. Gli obiettivi specifici di questa sezione riguardano: il riconoscimento delle informazioni utili del testo, l'analisi dei dati del problema, l'analisi della domanda del problema.

Le attività sul riconoscimento delle informazioni utili del testo consistono prevalentemente nello scegliere, in un testo del problema con numerose informazioni, le frasi che contengono informazioni utili per la soluzione. Un esempio è l'attività “un colpo di spugna” in cui il bambino deve cancellare col mouse (spugna) le frasi che non contengono informazioni importanti, lasciando nel testo solo le informazioni necessarie per risolvere il problema. Questa attività è molto importante per aiutare il bambino a costruirsi uno schema del problema in cui siano presenti le informazioni salienti, cosa che peraltro nel modulo “Problemi a memoria” dovrà fare a mente, con un interessamento quindi molto più massiccio della memoria.

Le attività sui dati del problema riguardano l'individuazione di dati nascosti, dati superflui, dati mancanti. Un esempio di queste attività è l'esercizio “attento ai numeri nascosti” in cui il bambino deve individuare se nel testo sono presenti dati nascosti e ne deve indicare il valore in cifre.

Le attività sulla domanda del problema sottintendono il concetto che è la domanda che indica ciò che dobbiamo trovare per risolvere il problema e per costruirne un corretto modello mentale. Ad esempio, nell'attività “la domanda indica i dati importanti”, il bambino deve scegliere i dati opportuni in funzione della domanda, scartando i dati superflui (fig. 5).

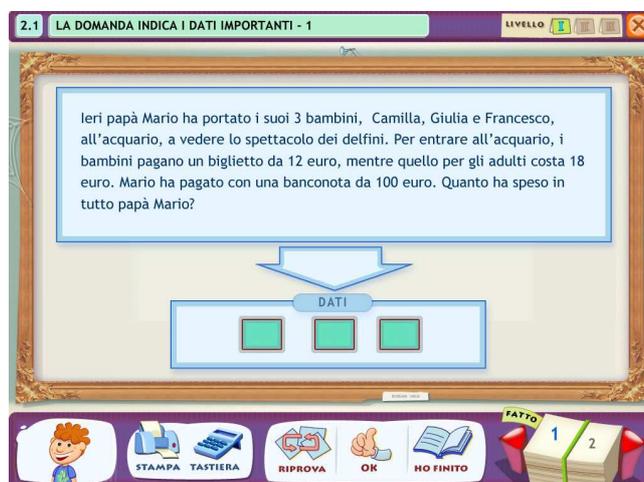


Figura 5. Esempio di esercizio sulla comprensione

### 2.2.2. Rappresentazione

Perché vi sia effettivamente comprensione, è necessario che ciascuna informazione, semplice o complessa, sia messa in relazione con tutte le altre, per ottenere una rappresentazione cognitiva dell'intera situazione del problema (Mayer, 1981; 1992). La comprensione del problema, quindi, non si limita ai suoi aspetti semantici, è necessario piuttosto costruire una rappresentazione mentale della situazione presentata, in cui vengono integrati tutti gli elementi del problema. Alcuni autori (Greeno e Riley, 1987) ipotizzano che in questa fase possono risiedere differenze fra buoni e cattivi solutori. I bambini possono comprendere il significato dei termini presenti nel testo, compresi i termini relazionali, e comunque non mettere correttamente i dati in relazione.

Nel modulo “rappresentazione” del training si è cercato di impiegare le rappresentazioni per giungere ad una comprensione adeguata del problema; l'obiettivo principale è quello di stimolare un uso funzionale e flessibile della rappresentazione e imparare a riconoscere una rappresentazione adeguata per ogni problema. Per esempio, nell'attività “disegni, insiemi o segmenti?” il bambino deve trovare per ogni problema la rappresentazione più adatta. Nell'esercizio “crea la rappresentazione” (fig. 6) il bambino ha la possibilità di manipolare degli oggetti con il mouse per creare la rappresentazione della situazione problematica. Infatti, per agevolare la costruzione di una rappresentazione nel bambino, è bene offrire la possibilità di “manipolare”, anche solo virtualmente, gli elementi del problema. Va però tenuto presente che non tutti i testi dei problemi proposti a scuola si prestano ad una facile rappresentazione grafica.



Figura 6. Esempio di esercizio sulla rappresentazione

### 2.2.3. Categorizzazione

La capacità di categorizzazione è definita, nella letteratura sul problem solving matematico, come quella capacità che consente di individuare come simili i problemi che si risolvono allo stesso modo, e dunque di riconoscerli appartenenti alla stessa “categoria” (Lucangeli, Tressoldi e Cendron, 1998a). In una ricerca di Passolunghi, Cornoldi e Lonciari (1996) la capacità di categorizzazione si è dimostrata uno dei fattori più importanti per predire l'abilità di soluzione dei problemi e anche in altre ricerche (Lucangeli e Cornoldi, 1995; Chi, Feltovich e Glaser, 1981) è stato evidenziato che i solutori poco esperti sono influenzati dalla struttura superficiale del testo, mentre i più esperti basano la categorizzazione su caratteristiche più profonde. Per esempio, Chi e collaboratori (1981) confrontando un gruppo di fisici esperti con un gruppo di studenti di fisica, osservarono che la categorizzazione di problemi di fisica avveniva secondo criteri differenti. Anche nei bambini piccoli può avvenire qualcosa di simile: i problemi vengono associati in base al contenuto, per esempio i personaggi o la situazione che si sta descrivendo, anziché in base alle operazioni necessarie per risolverli.

Nella sezione del software dedicata a questa componente del problem solving, l'obiettivo fondamentale è imparare a riconoscere la struttura profonda di un problema. Alcune attività sono dedicate alla conoscenza concettuale delle quattro operazioni, ad individuare nel testo le parole che ci aiutano a comprendere l'operazione giusta da eseguire, ed a utilizzare queste parole in maniera flessibile, perché non sempre una pa-

rola può aiutare a trovare l’operazione ed a volte può essere invece ingannevole. Consideriamo ad esempio, il problema: “Michele ha una collezione di palline di vetro di tutti i colori. Proprio ieri ne ha aggiunte 18 tutte rosse. Adesso ne ha in tutto 206. Quante palline colorate aveva prima?”. In questo problema, che chiaramente si risolve con una sottrazione, la parola “aggiunte” è una parola chiave ingannevole, in quanto solitamente viene associata ad una operazione di somma.

Altre attività (fig. 7) del modulo, sono dedicate all’analisi delle analogie e differenze fra i problemi. Nell’esercizio “colora i problemi”, ad esempio, il bambino deve tingere dello stesso colore i problemi che si risolvono con le stesse operazioni.



**Figura 7.** Esempio di esercizio di categorizzazione

#### 2.2.4. Pianificazione

Una volta compreso il problema e la sua struttura, la pianificazione è la capacità necessaria ad elaborare un vero piano d’azione, che deve essere poi tradotto in operazioni e calcoli nella corretta sequenza per giungere alla soluzione. In altre parole, la pianificazione corrisponde alla fase dell’elaborazione del piano di soluzione. Secondo Mayer e collaboratori (1984) nella fase di pianificazione è richiesta una conoscenza di tipo strategico, cioè la capacità di riconoscere e stabilire gli obiettivi e la conoscenza delle procedure che sono utili per raggiungere tali obiettivi. Va inoltre sottolineato che l’incidenza delle abilità di pianificazione sul successo risolutivo è fortemente determinata dalla tipologia dei problemi usati. Nella soluzione di un problema nuovo, non routinario (dove risulta maggiormente influente la componente di pensiero ipotetico-deduttivo) l’abilità di formulazione di un piano assume infatti un ruolo maggiore (Passolunghi, 1999).

Nel software, l’obiettivo generale è quello di imparare ad organizzare un piano di lavoro per risolvere un problema. Le attività sono principalmente dedicate alla progettazione del piano di lavoro seguendo un diagramma di flusso, per esempio nell’esercizio “il piano di lavoro” (fig. 8) è necessario mettere in ordine tutte le azioni necessarie per raggiungere uno scopo.



**Figura 8.** Esempio di esercizio sulla pianificazione

#### 2.2.5. Problemi a Memoria

In alcune ricerche è stato messo in evidenza che per una buona comprensione del testo sono indispensabili dei meccanismi efficaci di soppressione delle informazioni irrilevanti e selezione delle informazioni rilevanti. Questi meccanismi sono strettamente in relazione con il funzionamento della memoria di lavoro, definita da Baddeley (1986, 1996) come un sistema dinamico di elaborazione e mantenimento dell'informazione, di grande rilevanza per il funzionamento di molti altri processi cognitivi.

Tra le funzioni della memoria di lavoro ed in particolare dell'esecutivo centrale, vi sono: la funzione inibitoria, che consente al solutore di selezionare le informazioni importanti ed inibire quelle superflue, non necessarie alla soluzione del problema; la funzione di aggiornamento o updating, che consente di modificare continuamente le informazioni presenti in memoria in funzione delle nuove informazioni in entrata. In diverse ricerche (Passolunghi, Cornoldi, e Di Liberto, 1999; Passolunghi e Pazzaglia, 2004; Swanson e Beebe-Frankenberger, 2004) si è dimostrato come l'abilità di aggiornamento delle informazioni e di inibizione delle informazioni irrilevanti siano ottimi predittori dell'abilità di risolvere problemi.

Nei training classici sulla memoria di lavoro, in genere, si cerca di potenziare le abilità tramite esercizi di span, oppure chiedendo l'aggiornamento di elementi (numeri, parole, figure) precedentemente memorizzati, in base ad un criterio. Nel modulo "Problemi a memoria", si è invece scelto di lavorare al potenziamento della memoria di lavoro direttamente sul problema. Per esempio, nei problemi con dati superflui è solo la domanda finale ad indicare quali sono i dati da selezionare. Ciò implica, a livello di memoria di lavoro, un aggiornamento dei dati che fino a quel punto erano stati processati, che consiste nell'inibizione dei dati superflui e nell'attivazione dei dati rilevanti. Gli esercizi inseriti in questa sezione del software richiedono proprio questo continuo aggiornamento dei dati del problema, sia con il testo del problema presente sia con il testo del problema nascosto.

#### 2.2.6. Metacognizione e autovalutazione

I personaggi guida, come è già stato accennato, introducono all'utilizzo del software, spiegandone all'utente alcuni aspetti funzionali.

Al contempo, questi personaggi rappresentano due compagni di studio che invitano il bambino a studiare insieme i problemi aritmetici. A loro è affidata la stimolazione delle riflessioni metacognitive nel corso delle attività: di volta in volta, i personaggi introducono l'esercizio, spiegandone l'utilità, danno il feedback sull'esercizio svolto, si pongono delle domande o spiegano dei trucchi. Infatti, diverse ricerche hanno chiaramente dimostrato che la componente metacognitiva svolge un ruolo fondamentale in tutti gli aspetti dell'apprendimento (Lucangeli e Cornoldi, 1997; Passolunghi, 2003): le capacità metacognitive, sovraordinate ai processi cognitivi, permettono un uso flessibile e strategico delle abilità acquisite per mezzo

dell'apprendimento. Queste abilità metacognitive sono state in genere considerate come generali e trasversali a tutti gli aspetti dell'apprendimento, anche se in studi recenti è stato evidenziato come esse siano specificamente implicate nella soluzione dei problemi matematici (Passolunghi, Lonciari e Cornoldi, 1996; Passolunghi, 2003). Infatti, migliori capacità metacognitive permettono ai solutori di analizzare più efficacemente la struttura del compito, di scegliere la strategia più adatta e di utilizzarla in maniera più flessibile, ecc. (Swanson, 1990). Anche Mayer (1998) attribuisce alla metacognizione un ruolo fondamentale nella soluzione di problemi matematici, affermando che l'insegnamento delle sole abilità cognitive senza il supporto dell'aspetto metacognitivo non è sufficiente a garantire una buona prestazione nella soluzione del problema.

Uno degli aspetti della metacognizione è costituito dalla cosiddetta “autovalutazione”, cioè la capacità del bambino di valutare la propria prestazione. Anche in questo caso, nel software viene data un'attenzione a questa dimensione in quanto, alla fine di ogni modulo, è presente una schermata in cui il bambino deve indicare come pensa di avere lavorato (fig. 4).



**Figura 4.** Autovalutazione

#### 2.2.7. Training-integrazione

A questa parte del training si accede dopo aver completato tutte le attività precedenti. Si tratta di un momento di integrazione di tutte le attività apprese in precedenza su un unico problema. Per ogni problema verrà svolto un esercizio sulla comprensione del testo, sulla rappresentazione, sulla categorizzazione, ecc., fino ad arrivare alla soluzione del problema. Sebbene i personaggi guida diano dei feedback metacognitivi in ogni attività del training, in questo modulo, l'attività metacognitiva risulta maggiormente strutturata. Infatti, per ogni esercizio svolto, uno dei due personaggi guida pone un quesito e lascia del tempo al bambino per provare a rispondere. Alla fine il secondo personaggio risponde al quesito posto. Infine, anche in questo caso, è prevista una funzione di autovalutazione.

#### 4. Conclusioni

Benché non siano ancora disponibili i risultati oggettivi della sperimentazione dello strumento, attualmente in corso, è possibile immaginare che “Risolvere problemi aritmetici” possa costituire un valido ausilio per migliorare le capacità di risoluzione dei problemi aritmetici.

Ciò, in parte, anche per il suo formato multimediale. Infatti, negli ultimi anni è stato ampiamente dimostrato che gli strumenti didattici multimediali favoriscono l'apprendimento in quanto veicolano i contenuti attraverso un mezzo di per sé accattivante per i bambini. L'attività al computer continua a configurarsi per i bambini come un'attività di gioco e l'interesse e la motivazione che tale tipo di contesto elicitava, consente di veicolare i contenuti didattici in maniera più efficace e con un maggiore utilizzo delle risorse attentive del

bambino. Inoltre, dal punto di vista dell'operatore i vantaggi non sono irrilevanti, vista la facilità nella somministrazione dello strumento, che non richiede l'uso o la preparazione di supporti cartacei. Infine, quando uno strumento di questo genere viene utilizzato nel contesto di gruppo, per esempio all'interno delle aule didattiche multimediali, la gestione informatizzata delle attività e la registrazione automatica delle risposte aiuta il docente nel seguire più alunni contemporaneamente, fornendogli la possibilità, anche in seguito, di prendere visione dei loro risultati.

Perché il valore aggiunto che gli strumenti multimediali possono conferire alla didattica tradizionale non sia vanificato, tuttavia, è necessario prenderne in considerazione alcuni aspetti fondamentali ed alcuni limiti.

In primo luogo, è importante che qualsiasi strumento sia progettato sulla base di una consolidata teoria dell'apprendimento. Sotto questo profilo, come già descritto, nella progettazione delle attività previste nel software “Risolvere problemi aritmetici”, si è tenuto conto degli esiti della più recente letteratura scientifica su questo settore.

Inoltre, per potenziarne l'efficacia, risultano di particolare importanza le modalità di fruizione dello strumento. Infatti, nello svolgimento di “Risolvere problemi matematici”, come in tutti gli altri strumenti di questo tipo, vi è il rischio che venga messa in atto una modalità di tipo “competitivo”, tipica di un approccio da videogame, in cui l'obiettivo è quello di raggiungere il migliore punteggio possibile. Pertanto, si potrebbe verificare che i bambini svolgano in maniera sbrigativa gli esercizi al fine di trovare le risposte giuste, andare avanti, completare i moduli. Questo potrebbe comportare inoltre che il bambino sorvoli la parte metacognitiva assegnata ai personaggi guida.

Per evitare l'istaurarsi di una prassi di questo genere e per un utilizzo ottimale di questo strumento, riteniamo importante che il bambino svolga le attività con la guida dell'insegnante o del genitore. Una guida esterna assolve, infatti, la funzione di contenere l'impulsività che in certi casi potrebbe portare ad eseguire gli esercizi in maniera meccanica, e, nello stesso tempo, consente di focalizzare l'attenzione sui contenuti metacognitivi.

## **Bibliografia**

Baddeley A.D. (1986). *Working memory*, London: Oxford University Press.

Baddeley A.D. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49 (A), 5-28.

Chi M.T.H., Feltovich P.J. & Glaser R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, 121-152.

D'Amico, Passolunghi e La Porta, (2009). *Risolvere problemi aritmetici (CD-ROM). Test e training su comprensione, rappresentazione, categorizzazione, pianificazione e memoria*. Erickson, Trento.

De Candia C., Cibinel N. e Lucangeli D. (2009) *Risolvere problemi in 6 mosse*. Trento: Erickson

Greeno J.G., & Riley, M.S. (1987). Processes and Development of Understanding, in R.E. Weinert e R.H. Kluwe (a cura di), *Metacognition, Motivation, and Understanding* (pp.289-313), Hillsdale N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.

Lucangeli, D., Cornoldi, C., (1997). Mathematics and Metacognition: What is the nature of the relationship? *Mathematical Cognition*, 3, 2, 121-139.

Lucangeli D. & Cornoldi C. (1995). Metacognizione e matematica, in O. Albanese, P.A. Doudin e D. Martin (a cura di), *Metacognizione ed educazione*, Milano : Franco Angeli.

Lucangeli D., Tressoldi P. & Cendron M. (1998a). Cognitive and metacognitive abilities involved in the solution of mathematical word problems: validation of a comprehensive model. *Contemporary educational psychology*, 23, 257-275 .

Lucangeli D., Tressoldi P. & Cendron M. (1998b) *SPM. Test di abilità di soluzione dei problemi matematici*, Trento: Erickson.

Mayer R.E. (1981). Frequency norm and structural analysis of algebra story problems. *Instructional Science*, 10, 135-175.

- Mayer R.E. (1987). Learnables aspects of problem solving: some examples. In D.E. Berger, K. Pezdek e W.P. Banks (a cura di), *Applications of cognitive psychology: problem solving, education and computing*, Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Mayer R.E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*, New York: Freeman.
- Mayer R.E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.
- Mayer R.E., Larkin J.H. & Kadane J. (1984) A cognitive analysis of mathematical problem solving ability, In R. Sternberg (a cura di), *Advances in the psychology of human intelligence*, Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Montague M. (1992) The Effects of Cognitive and Metacognitive Strategy Instruction on the Mathematical Problem Solving of Middle School Students with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 25 (4), 230-248.
- Passolunghi, M.C. (1999). Influenza dell'abilità di pianificazione nella risoluzione dei problemi, *Età Evolutiva*, 62, 81-87.
- Passolunghi, M.C. (2003). Memoria, metacognizione e soluzione dei problemi. In O. Albanese (a cura di), *Metacognizione e apprendimento*, Franco Angeli.
- Passolunghi M.C. & Bizzarro M. (2005). *Risolvere Problemi Aritmetici. Attività su comprensione, rappresentazione, memoria e updating*. Trento: Erickson
- Passolunghi, M. C., Cornoldi, C., & Di Liberto, S. (1999). Working memory and intrusions of irrelevant information in a group of specific poor problem solvers. *Memory and Cognition*, 27, 779-790.
- Passolunghi, M.C., Lonciari, I., & Cornoldi, C. (1996). Abilità di pianificazione, comprensione, metacognizione e risoluzione di problemi aritmetici di tipo verbale. *Età Evolutiva*, 54, 36-48
- Passolunghi M.C. & Pazzaglia F. (2004). Individual differences in memory updating in relation to arithmetic problem solving. *Learning and Individual Difference*, 14, 219-230.
- Riley M.S. & Greeno J.G (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5(1), 49-101.
- Riley M.S., Greeno J.G. & Heller J.J. (1983). Developments of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (a cura di), *The development of mathematical thinking*, New York: Academic Press.
- Swanson H.L , (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 82(2), 306-314.
- Swanson H.L. & Beebe-Frankenberger M. (2004). The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96 (3), 471-491.