

Un'indagine sperimentale sul ruolo della temperatura ambiente nel processo di riscaldamento/raffreddamento per irraggiamento

Onofrio Rosario Battaglia

UOP_PERG (University of Palermo Physics Education Research Group)
Dipartimento di Fisica, Università di Palermo, Italia

E-mail: onofriorosario.battaglia@unipa.it

Abstract. The process of heating / cooling of an object in vacuum can be studied by the known Stefan's law. Many studies have investigated this phenomenon without inquire the role of the environment and of its temperature. In this paper the author proposes an experimental method through which to study the above process, by monitoring the ambient temperature on the assumption that this can vary with an exponential law. Under this hypothesis, in defined conditions, the temporal evolution of cooling of the object is similar to the case where the convection and / or the conduction are the principale phenomenon of energy exchange.

Riassunto. Il processo di riscaldamento/raffreddamento di un oggetto nel vuoto può essere studiato attraverso la nota legge di Stefan. Molti lavori hanno indagato questo fenomeno non interessandosi al ruolo dell'ambiente e quindi della sua temperatura. In questo lavoro l'autore propone un metodo sperimentale attraverso cui studiare il suddetto processo monitorando la temperatura ambiente nell'ipotesi che questa possa variare seconda una legge di tipo esponenziale. Sotto questa ipotesi, in definite condizioni, si verifica un andamento temporale del raffreddamento dell'oggetto analogo al caso di in cui il fenomeno principale di scambio dell'energia è la convezione e/o la conduzione.

1. Introduzione

Diversi lavori [1,2] hanno affrontato il problema del raffreddamento/riscaldamento di un oggetto per effetto del solo irraggiamento. In tutti i citati casi l'oggetto è posto in un ambiente la cui temperatura non è o non può essere monitorata, ed è ritenuta praticamente costante. Un esempio è fornito dalle classiche misure effettuate all'interno di una campana in vetro in cui è praticato il vuoto, e in cui le variazioni della temperatura della campana sono trascurabili.

La temperatura dell'ambiente che circonda un dato corpo tuttavia non sempre può essere facilmente determinata. Diversi lavori [3,4] infatti mettono in evidenza la netta distinzione fra la temperatura ambiente che generalmente compare come costante nelle equazioni che regolano la convezione e la conduzione e la temperatura cosiddetta “radiativa” presente nella legge di Stefan sull'irraggiamento. Inoltre questa temperatura può non essere costante ed è quindi importante comprendere l'influenza di tale variazione sull'andamento della temperatura del corpo stesso.

Il presente lavoro si propone di studiare gli effetti della variazione della temperatura ambiente sul raffreddamento/riscaldamento di un oggetto che possa scambiare energia con l'ambiente prevalentemente per irraggiamento. Per controllare meglio la temperatura ambiente, l'apparato sperimentale è costituito da un tubo in vetro di piccole dimensioni la cui temperatura è fortemente influenzata dalla temperatura del corpo posto al suo interno. Tale tubo inoltre può essere facilmente termostato se immerso in un contenitore con elevata quantità di acqua. Attraverso tale apparato è stato possibile confrontare le curve di raffreddamento del corpo ottenute nel caso in cui la temperatura ambiente è variabile con quelle ottenute per temperatura ambiente costante.

Lo studio è stato svolto nell'ambito dei lavori relativi al Progetto del Settimo Programma Quadro della Comunità Europea “ESTABLISH”, il cui scopo è quello di diffondere l'uso di una metodologia per l'insegnamento della Scienza basata sull'Indagine Scientifica (Inquiry-Based Science Education), con studenti di livello scolastico secondario in Europa. In particolare, le attività qui descritte fanno parte di una delle Unità di Lavoro progettate dalla UOP_PERG nell'ambito del Progetto.

2. Esperimento

L'apparato sperimentale è costituito da un tubo in vetro aventi un ingresso dal quale è possibile inserire ed ancorare una resistenza elettrica pari a 150Ω di materiale ceramico ad elevata potenza (11 W), ed un altro ingresso in cui è possibile fissare un tubo in gomma collegato ad una pompa attraverso cui fare il vuoto. La resistenza è alimentata elettricamente da un generatore in d.c.

La pompa rotativa-turbo molecolare realizza un vuoto dell'ordine di $5 \cdot 10^{-5}$ mbar.

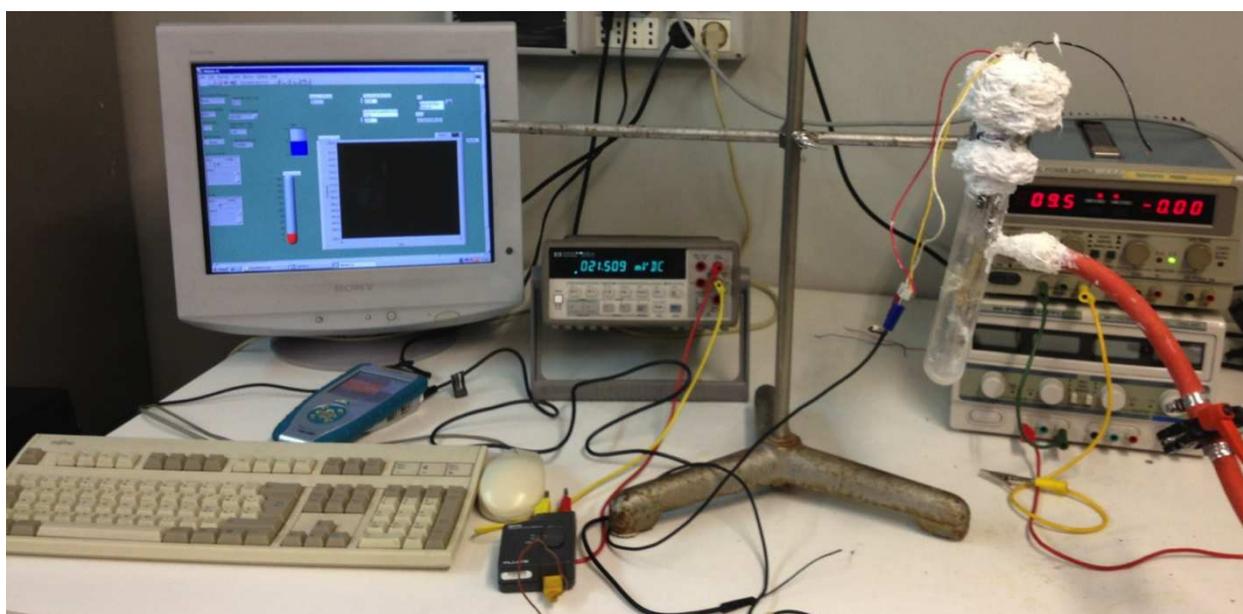


Figura 1. Apparato sperimentale

La temperatura della resistenza è rilevata attraverso una termocoppia di tipo K posta in contatto con la resistenza.

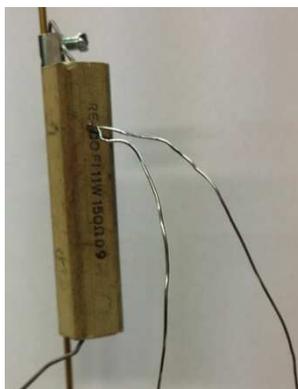


Figura 2. Resistenza ceramica con termocoppia di tipo K

Inoltre è rilevata anche la temperatura del tubo in vetro attraverso un sensore di temperatura posto sulla superficie esterna del tubo stesso.

Le misure sono raccolte per una potenza fornita alla resistenza pari a 10 W ed in due diverse condizioni al contorno di temperatura ambiente:

- Tubo in cui è stato realizzato il vuoto e a contatto con l'aria a temperatura ambiente;
- Tubo in cui è stato realizzato il vuoto e completamente immerso in acqua a temperatura ambiente;

Attraverso un alimentatore in d.c. viene fatta scorrere una corrente elettrica sulla resistenza e questa determina un riscaldamento della stessa per effetto Joule.

Il segnale di tensione proveniente dalla termocoppia è amplificato da un apposito modulo la cui uscita è letta da un multimetro digitale. Il multimetro è interfacciato attraverso la porta seriale ad un PC per mezzo del software LabView. La lettura della temperatura è pilotata dal software LabView eseguendo un campionamento ogni due secondi per circa 3000 s in modo da osservare sia il riscaldamento sia il processo di raffreddamento.



Figura 3. Dettaglio dell'apparato sperimentale: (a) tubo immerso in acqua, (b) tubo lasciato in aria.

3. I risultati

Di seguito sono riportati i dati sperimentali della temperatura della resistenza in funzione del tempo nel caso di potenza elettrica pari a 10 W sia per il tubo immerso in aria che per il tubo immerso in acqua. In entrambi i casi è stata raggiunta la condizione di equilibrio dinamico in corrispondenza della temperatura massima ed è stato osservato anche il raffreddamento.

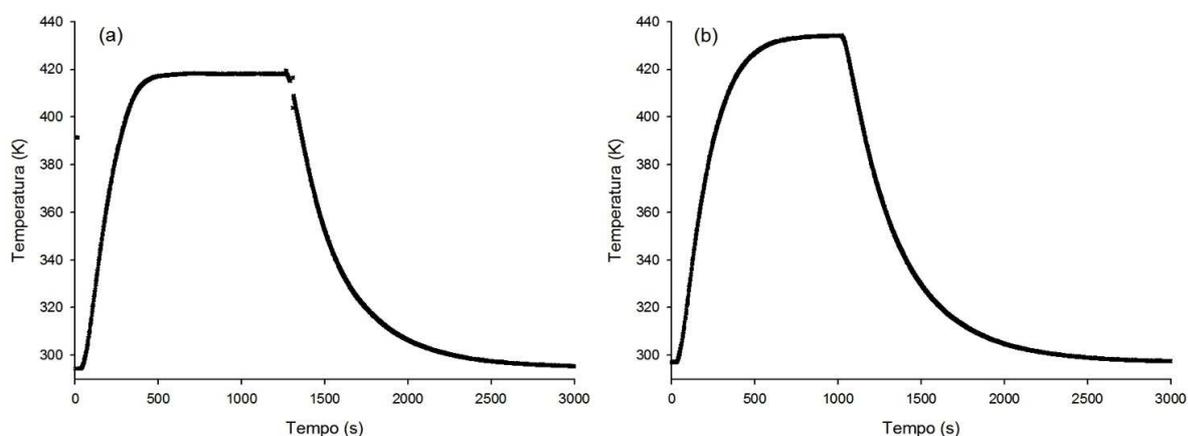


Figura 4. Risultati sperimentali: (a) tubo immerso in acqua, (b) tubo lasciato in aria.

La figura 4 descrive l'andamento della temperatura della resistenza in funzione del tempo, a sinistra quando il tubo è posto in acqua, a destra quando è lasciato in aria. In entrambi i casi la potenza fornita è la medesima ed anche la temperatura di equilibrio è la stessa. Un primo aspetto che differenzia le due curve consiste nella temperatura massima raggiunta nelle due situazioni: in aria quasi 440 K, in acqua quasi 420 K.

In entrambi i casi è stata rilevata anche la temperatura del tubo in vetro. Nel caso di tubo in aria la temperatura di questo ha una notevole variazione al variare della temperatura della resistenza a causa evidentemente dell'energia irradiata dalla resistenza stessa. (La temperatura esterna del tubo arriva intorno ai 100 °C). L'andamento del raffreddamento del tubo nel tempo è di tipo esponenziale in accordo con la legge sulla convezione.

Quando il tubo è immerso in acqua, nelle medesime condizioni di potenza applicata e di disposizione della resistenza non si rilevano invece apprezzabili variazioni della temperatura di quest'ultimo.

4. Analisi dei risultati

La nostra discussione vuole concentrarsi su due aspetti: il primo riguarda lo studio delle temperature massime raggiunte in condizione di equilibrio dinamico, il secondo riguarda l'andamento temporale con cui la resistenza si raffredda. Entrambi gli aspetti sono analizzati ponendo l'attenzione non solo sull'oggetto ma anche sull'ambiente con cui questo interagisce. Il quadro teorico all'interno del quale eseguire l'analisi è quello previsto dalla legge di Stefan sull'irraggiamento.

I risultati sperimentali vista prima mostrano temperature massime significativamente diverse fra loro anche se in condizioni di uguale potenza fornita alla resistenza. In particolare nel caso in cui il tubo è in aria la temperatura massima raggiunta dalla resistenza, è di circa 440 K mentre nel caso di tubo in acqua è circa 417 K. Questo primo risultato è evidentemente non spiegabile, considerato che sia la potenza applicata che la temperatura ambiente sono uguali nelle due situazioni.

Analizziamo adesso la fase di raffreddamento, dopo che sia stato raggiunto l'equilibrio dinamico e non è più presente la sorgente di energia.

Nell'ipotesi che il raffreddamento di un oggetto avvenga nel vuoto in assenza di sorgenti la sua temperatura, in accordo con la legge di Stefan, varia nel tempo secondo la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\varepsilon\sigma S}{C}(T^4 - T_b^4) \quad (1)$$

dove C è la capacità termica della resistenza, ε è la sua emissività, S è la sua superficie, σ è la costante di Stefan e T_b è la temperatura.

Al fine di analizzare il raffreddamento della resistenza supponiamo di approssimare le derivate della temperatura rispetto al tempo con le corrispondenti differenze finite $\Delta T/\Delta t$ di rappresentare questi in funzione della temperatura della resistenza. Di seguito i grafici riguardanti i rapporti incrementali calcolati con il metodo delle derivate numeriche.

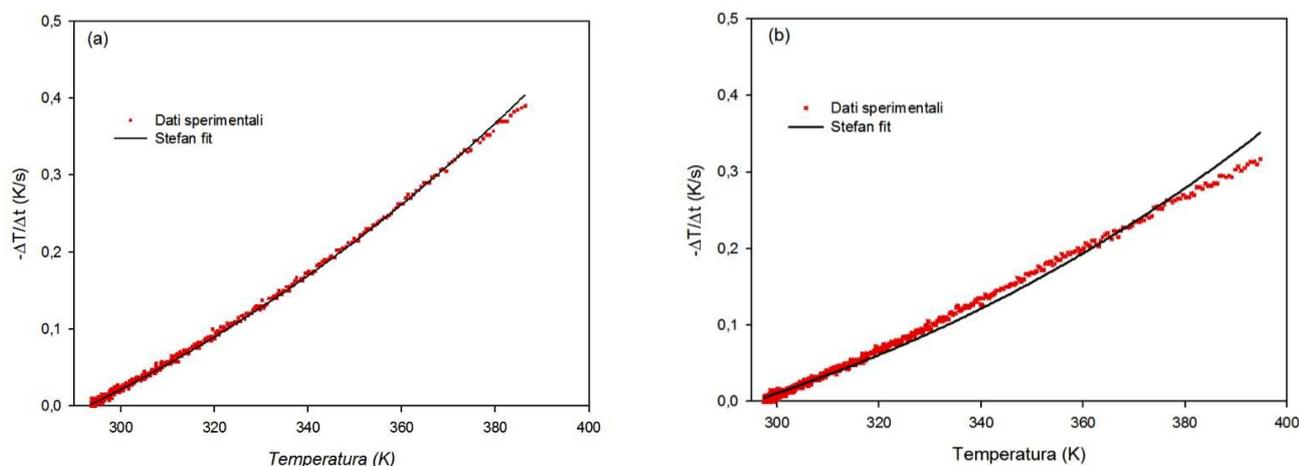


Figura 5. Derivate numeriche dei dati sperimentali: (a) tubo immerso in acqua, (b) tubo lasciato in aria.

Sulla base del quadro teorico previsto della legge di Stefan i rapporti $-\Delta T/\Delta t$ dovrebbero essere bene adattati ad una funzione del tipo $y = ax^b + c$ dove il parametro b dovrebbe essere prossimo a 4 e i parametri a e c dovrebbero essere costanti rispetto al tempo. La figura precedente mostra i dati sperimentali ottenuti per $P = 10$ W e il fitting secondo il polinomio prima descritto in cui il parametro b è stato fissato a 4 e gli altri parametri sono lasciati liberi. Nel caso di tubo in acqua (figura 5a) si riscontra un buon adattamento dei dati sperimentali con il polinomio visto prima al contrario in aria tale curva, si discosta nettamente dai dati sperimentali.

Nel caso di buon adattamento dei dati al fit secondo la legge di Stefan, ovvero nel caso di tubo immerso in acqua, è possibile ricavare una stima del valore della capacità termica della resistenza elettrica. Infatti, l'eq. (1) può essere riscritta nella forma $\frac{dT}{dt} = -\frac{\epsilon\sigma S}{C}T^4 + \frac{\epsilon\sigma S}{C}T_b^4$ da cui si evince che il termine c ottenuto prima dal fit deve essere pari al termine $\frac{\epsilon\sigma S}{C}T_b^4$ i cui parametri sono tutti noti tranne T_b che per la capacità termica e l'emissività per la quale però è ragionevole ipotizzare un valore pari a 0,9 considerato il materiale ceramico di cui è composta la resistenza[5].

Considerato allora il valore misurato per la superficie $S = (8,4 \pm 0,1) 10^{-4} \text{m}^2$, la temperatura ambiente $T_b = (295,0 \pm 0,5) \text{K}$ e il parametro del fitting $c = 0,21 \pm 0,01$, dal precedente termine, si ottiene un valore per la capacità termica $C = (1,5 \pm 0,1) \text{J/K}$, in ottimo accordo con il valore ottenuto da P. Twomey et al.[1] in cui è stata utilizzata lo stesso tipo di resistenza per eseguire gli esperimenti.

Dalla precedente analisi è evidente che il caso di tubo in aria, in cui la temperatura di questo è molto variabile, non è interpretabile attraverso le ipotesi fatte e risulta essere quindi il più problematico.

In tutta l'analisi precedente è stato dato per scontato non solo che la temperatura ambiente fosse costante ma anche che questa coincidesse sostanzialmente con la temperatura misurata in laboratorio. Dunque un aspetto fondamentale di cui tenere conto, al fine di fornire una corretta interpretazione dei risultati, potrebbe riguardare proprio la temperatura ambiente.

Formuliamo adesso l'ipotesi che la temperatura ambiente coincida con quella del tubo in vetro all'interno del quale è racchiusa la resistenza e che questa quindi possa variare nel tempo. In particolare queste variazioni sono presenti nel caso di tubo in aria e sono in sostanza trascurabili nel caso di tubo immerso in acqua. Sotto questa ipotesi ripetiamo l'analisi vista in precedenza.

Come abbiamo osservato prima le temperature massime raggiunte dalle resistenze nelle due condizioni sono diverse. In particolare la temperatura della resistenza quando il tubo è immerso in aria è superiore di circa 20 °C rispetto al caso del tubo immerso in acqua, quindi il rapporto fra le temperature massime

$T_{0,aria}/T_{0,acqua}$ deve essere superiore all'unità. Dai dati sperimentali si ottiene un rapporto $\frac{T_{0,aria}}{T_{0,acqua}} = 1,04$

Dal bilancio energetico per il sistema in esame, nell'ipotesi che il raffreddamento avvenga prevalentemente per irraggiamento si ottiene la seguente equazione,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P}{C} - \frac{\epsilon\sigma S}{C}(T^4 - T_b^4) \quad (2)$$

dove C è la capacità termica della resistenza, ϵ è la sua emissività, S è la sua superficie, σ la costante di Stefan, T_b è la temperatura ambiente e P è la potenza elettrica fornita alla resistenza. Questa equazione permette di determinare facilmente la temperatura massima raggiunta dalla resistenza. In condizione di regime stazionario, imponendo cioè che non ci siano più variazioni della temperatura rispetto al tempo, si può dedurre

dalla precedente relazione il seguente valore per la temperatura massima: $T_{\max} = \sqrt[4]{T_b^4 + \frac{P}{\epsilon\sigma S}}$

A partire dall'equazione (2) questo rapporto è esprimibile anche come

$$\sqrt{\frac{T_{b0,aria}^4 + \frac{P}{\epsilon\sigma S}}{T_{b0,acqua}^4 + \frac{P}{\epsilon\sigma S}}}$$

dove $T_{b0,aria}$, $T_{b0,acqua}$ sono rispettivamente le temperature ambiente massime in aria e in acqua. Sostituendo ai parametri i rispettivi valori numerici ($T_{b0,aria} = 400$ K, $T_{b0,acqua} = 295$ K, $S = 8,40 \cdot 10^{-4}$ m², $\epsilon = 0,9$, $P = 10$ W) si ottiene nuovamente il valore precedentemente calcolato. La variazione della temperatura ambiente allora giustifica le diverse temperature raggiunte dalla resistenza nelle due condizioni sperimentali.

Analizziamo adesso nuovamente il raffreddamento. Di seguito riportiamo il grafico dei dati sperimentali nel caso di tubo in aria assieme al fitting di questi dati.

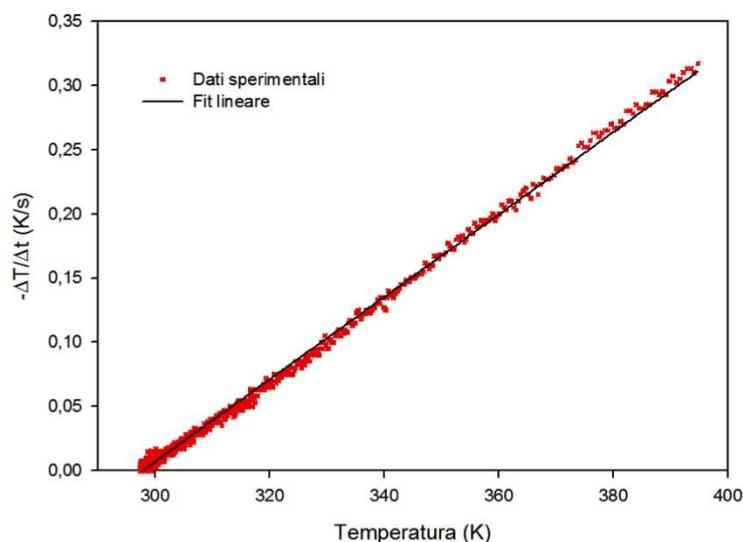


Figura 6. Derivate numeriche dei dati sperimentali nel caso di tubo lasciato in aria

Osserviamo che un buon adattamento dei dati è rappresentato da una retta $y = ax + b$ in cui $a = 0,0032 \pm 0,0002$ e $b = -0,955 \pm 0,002$.

Questo risultato ci spinge ad indagare se in questo caso, per questo intervallo di temperature, le condizioni sperimentali siano tali da permettere una linearizzazione dell'equazione differenziale che regola il raffreddamento.

A tal fine nell'ipotesi che la T_b possa variare nel tempo, è possibile descrivere il raffreddamento in riferimento alla (1), come segue:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\epsilon\sigma S}{C}T^4 + \frac{\epsilon\sigma S}{C}[f(t)]^4 \quad (3)$$

dove $f(t)$ rappresenta una generica legge con cui varia la temperatura ambiente, T_b .

Questa equazione differenziale di tipo non lineare non ammette soluzioni analitiche anche nel caso di temperatura T_b costante. Le soluzioni di questa equazione possono essere trovate solo per via numerica.

Quando la temperatura dell'oggetto T_e e la temperatura ambiente T_b (nel nostro caso coincidente con la $f(t)$) sono abbastanza vicine fra loro, o meglio verificano la condizione

$$\frac{T - T_b}{T_b} \ll 1 \quad (4)$$

è possibile introdurre la seguente approssimazione

$$T^4 - T_b^4 = (T^2 + T_b^2)(T^2 - T_b^2) = (T^2 + T_b^2)(T + T_b)(T - T_b) \cong 4T_b^3(T - T_b)$$

In questo modo l'eq. differenziale (1) può essere linearizzata nella forma:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\varepsilon\sigma S}{C} 4T_b^3(T - T_b) \quad (5)$$

Quando la T_b è costante nel tempo i rapporti incrementali $\Delta T/\Delta t$, approssimazione delle derivate, in funzione della temperatura dell'oggetto sono rappresentati da una retta e le soluzioni dell'eq. (5) sono del tipo:

$$T(t) = (T_0 - T_\infty)e^{-\frac{t}{\gamma}} + T_\infty \quad (6)$$

analoghe a quelle del raffreddamento nel caso in cui il fenomeno principale di trasmissione dell'energia sia la convezione libera o forzata.

Quando invece la T_b non è costante le soluzioni della equazione (5) non sono necessariamente coincidenti con la funzione (6). In altre parole se nel caso di temperatura ambiente costante la condizione vista prima (4) è necessaria e sufficiente affinché l'equazione differenziale (3) ammetta come soluzione la funzione esponenziale, quando la T_b è variabile nel tempo questa condizione è soltanto necessaria.

Per prima cosa verifichiamo allora se il rapporto $(T - T_b)/T_b$ è molto più piccolo dell'unità o comunque più piccolo rispetto al caso di tubo in acqua assumendo che la T_b sia una funzione del tempo $f(t)$.

La funzione $f(t)$ è rappresentativa dell'andamento temporale con cui l'ambiente si raffredda. Nel nostro caso abbiamo ipotizzato che l'ambiente sia costituito dal tubo in vetro contenente la resistenza elettrica, quindi il raffreddamento di questo avviene sostanzialmente per convezione naturale, essendo in contatto con l'aria. Per questo motivo la $f(t)$ può essere approssimata con la seguente legge:

$f(t) = (T_{b,0} - T_{b,\infty})e^{-\frac{t}{\gamma_b}} + T_{b,\infty}$, tipica del raffreddamento per convezione naturale, dove γ_b è la costante di tempo di raffreddamento dipendente dalle caratteristiche del sistema ambiente, $T_{b,0}$ è la temperatura massima raggiunta dall'ambiente e $T_{b,\infty}$ la temperatura raggiunta all'equilibrio dall'ambiente durante il raffreddamento. Questo andamento, inoltre, è stato ben verificato sperimentalmente ed il fit attraverso la curva $f(t)$ dei dati relativi alla temperatura del tubo ha permesso di determinare la costante di tempo di raffreddamento pari a $\gamma_b = 333,3$ s.

Al fine di verificare la condizione di linearizzazione calcoliamo i valori massimi dei rapporti $\frac{T - T_b}{T_b}$ assieme ai grafici del raffreddamento della resistenza per entrambe le situazioni. I rapporti sono stati ottenuti a partire dai valori sperimentali della temperatura della resistenza e dalla temperatura ambiente calcolata attraverso la curva di fitting.

Notiamo che nel caso del tubo in aria questo rapporto è molto più piccolo dell'unità ed inoltre è più piccolo del corrispondente in acqua. In particolare si ritrova per l'aria un valore massimo inferiore a 0,1e per l'acqua un valore massimo di circa 0,25.

Le differenze riscontrate nelle due situazioni allora potrebbero essere ricondotte alla possibilità di approssimare i termini alla quarta potenza con termini di tipo lineare.

Bisogna evidenziare che nel caso di tubo in aria l'intervallo di variazione della temperatura della resistenza è maggiore del corrispondente in acqua, tuttavia il primo risulta essere in definitiva ridotto a causa della variazione della temperatura ambiente. Questo rapporto è piccolo all'istante iniziale e si mantiene piccolo durante tutto il raffreddamento tendendo monotonicamente a zero.

Resta da verificare se effettivamente l'eq. (3) in questo caso ammetta soluzione del tipo (6).

A tal fine procediamo nella nostra analisi eseguendo delle simulazioni al computer attraverso cui risolvere numericamente l'eq. (3) utilizzando come parametri quelli individuati sperimentalmente ($\varepsilon=0,9$, $S =$

$8,40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $C=1,5 \text{ J/K}$, $\gamma_b=333,3$, $T_{b,0}= 400 \text{ K}$, $T_{b,\infty}= 295 \text{ K}$). Per la risoluzione numerica dell'eq. differenziale (3) utilizziamo il metodo dei Trapezi con predizione di Eulero.

In particolare si noti come per la costante di raffreddamento dell'ambiente γ_b si stia usando un valore pari a 333,3 s determinato sperimentalmente dalla curva di raffreddamento dell'ambiente, cioè del tubo in vetro.

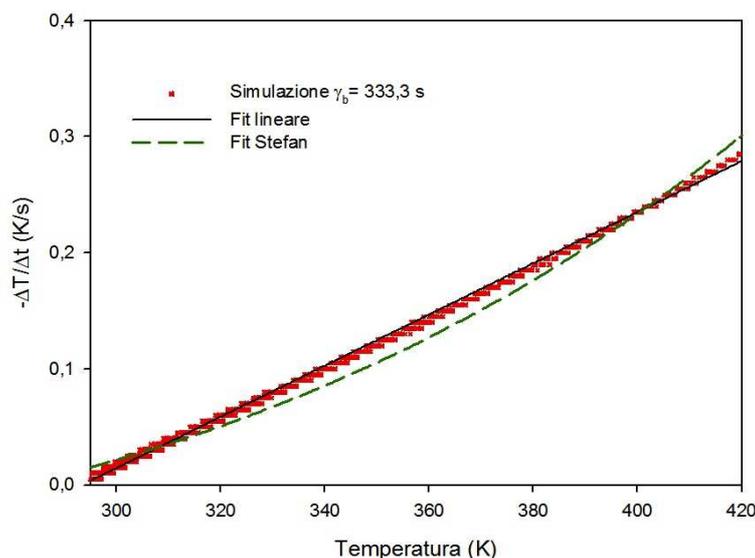


Figura 7. Risultati di simulazione con parametri coincidenti con la nostra situazione sperimentale

Nella figura precedente possiamo osservare il risultato ottenuto dalla risoluzione numerica dell'eq. (3). E' evidente in questo caso che la soluzione è meglio approssimata da una retta così come evidenziato sperimentalmente e pertanto l'andamento temporale della temperatura della resistenza è ben approssimato da una funzione esponenziale come nel caso di raffreddamento per convezione naturale.

5. Conclusioni

Nei fenomeni di trasferimento dell'energia come la conduzione, la convezione e l'irraggiamento l'ambiente gioca un ruolo molto importante. Un punto cruciale allora consiste nella determinazione dell'ambiente ad esempio attraverso la sua temperatura.

La temperatura come parametro delle leggi sulla convezione e sulla conduzione e la temperatura presente nella legge di Stefan possono essere in generale diverse fra loro e nel caso di irraggiamento si fa riferimento alla temperatura radiativa. Nel caso di convezione con l'aria ad esempio la temperatura ambiente coincide con la temperatura dell'aria stessa ed è relativamente facile da determinare mentre l'individuazione di quella radiativa risulta essere più complessa poiché dovuta a tutte le sorgenti di radiazione presenti in laboratorio. Come conseguenza diventa più difficile individuare l'ambiente e quindi la sua temperatura. Inoltre quest'ultima temperatura può non essere costante nel tempo.

Nel presente lavoro il metodo sperimentale proposto consente di controllare meglio l'ambiente e la sua temperatura. In particolare quando il tubo è lasciato in aria questo subisce una notevole variazione di temperatura che può essere monitorata individuandone la precisione funzione che ne regola l'andamento temporale. La notevole variazione della temperatura ambiente comporta un diverso andamento temporale della temperatura dell'oggetto rendendola praticamente coincidente nella forma con quella in cui il meccanismo prevalente di scambio dell'energia è ad esempio la convezione.

6. Riconoscimenti

Il lavoro qui descritto è stato in parte finanziato con i fondi del Progetto del Settimo Programma Quadro della Comunità Europea “European Science and Technology in Action Building Links with Industry, Schools and Home” (ESTABLISH), [FP7/2007-2013], grant agreement n. 244749.

Bibliografia

- [1] P. Twomey, C. O’Sullivan and J. O’Riordan, An experimental investigation of the role of radiation in laboratory bench-top experiments in thermal physics, *European Journal of Physics*, vol. 30, pp. 559-566 (2009).
- [2] U. Besson, Paradoxes of thermal radiation, *European Journal of Physics*, vol. 30, pp. 995-1007, (2009)
- [3] C. T. O’Sullivan, Newton’s law of cooling – A critical assessment, *American Journal of Physics*, vol. 58 (10), pp. 956 – 960, (1990).
- [4] C. F. Bohren, Comment on “Newton’s law of cooling-A critical assessment,” by Colm T. O’Sullivan [*Am. J. Phys.* 58, 956-960 (1990)], *American Journal of Physics*, vol. 59, pp. 1044-1046, (1990).
- [5] U. Besson, Cooling and warming laws: an exact analytical solution, *European Journal of Physics*, vol. 31, pp. 1107-1121, (2010).