

## L’atteggiamento degli studenti verso la Matematica: indagare ed intervenire in classe

**Nicla Palladino\***, **Chiara Baldelli\*\***

\* Università degli studi di Perugia, Dipartimento di Matematica e Informatica

\*\* Laurea in Scienze della Formazione Primaria, Università degli studi di Perugia

E-mail: [nicla.palladino@unina.it](mailto:nicla.palladino@unina.it)

**Abstract.** La questione dell’atteggiamento negativo nei confronti della matematica da parte degli studenti è molto attuale. Già nella scuola primaria si possono riscontrare forme di atteggiamento negativo che se non contrastate in tempo potrebbero condurre ad un aggravamento della situazione mentre un intervento tempestivo potrebbe prevenire l’insorgere di atteggiamenti negativi ancor più radicati e difficili da modificare. Presentiamo i risultati di un lavoro il cui obiettivo è stato indagare l’atteggiamento di una classe di studenti di scuola primaria nei confronti della matematica, progettando e presentando un intervento didattico atto al miglioramento della situazione rilevata. In questa prima parte presentiamo un studio del concetto di atteggiamento; in una seconda parte si presenteranno i risultati dell’intervento in aula.

**Sunto.** Students' negative attitude towards mathematics is a very current topic. Negative attitudes can already be found in students of primary school and, if not countered in time, it could lead to a worsening of the situation; on the contrary, timely intervention could prevent the emergence of even more deeply rooted and difficult to change negative attitudes. In this paper we present the results of a work whose objective was to investigate the attitude of students' primary school towards mathematics by planning and intervening with an educational activity aimed at improving the situation detected. In this first part we present the study of the concept of attitude; in a second part the results of the intervention in the classroom will be presented.

### 1. L’origine del costrutto di atteggiamento

#### 1.1 *Background teoretico*

Il costrutto di atteggiamento trova le sue origini nel contesto della psicologia sociale intorno agli anni '30 del secolo scorso. L’interesse verso di esso si è concretizzato con ricerche applicate a studi sull’opinione pubblica, a previsioni sul comportamento elettorale, a ricerche di mercato e, in generale, ad ogni settore nel quale la possibilità di conoscere gli orientamenti e le opinioni della gente assume importanza rilevante (Arcuri & Flores D’Arcais, 1974). In (Allport, 1935), l’autore considerava l’atteggiamento come “un neutrale stato di preparazione, organizzato attraverso un’esperienza che esercita un’influenza direttiva e dinamica sulla risposta dell’individuo verso tutti gli oggetti e le situazioni con le quali si relaziona”.

(Thurstone & Chave, 1929, p. 97) danno questa definizione:

Con il termine «atteggiamento» intendiamo riferirci a quell’insieme di tendenze e sentimenti, pregiudizi e nozioni preconcepite, idee, timori, apprensioni e convinzioni di una persona nei confronti di un particolare argomento. L’atteggiamento di una persona circa il pacifismo è rappresentato, in base a questa definizione, dall’insieme delle sue credenze e sentimenti circa la pace e la guerra. Si tratta quindi chiaramente di un fatto soggettivo e personale. Con il termine «opinione» intendiamo riferirci invece all’espressione verbale dell’atteggiamento. Se una persona afferma che gli U.S.A. hanno commesso uno sbaglio a dichiarare guerra alla Germania, questa affermazione potrebbe rappresentare la sua opinione. Il termine «opinione» verrà limitato alla espressione verbale. Ma espressione di che cosa? È da supporre che questa espressione verbale sottintenda un atteggiamento. Non dovrebbe esserci difficoltà nel comprendere questo uso dei due termini: l’espressione verbale è l’opinione.

L'interpretazione che noi diamo di tale opinione resa manifesta è che tale persona ha un atteggiamento a favore della Germania. Una opinione è una rappresentazione di un atteggiamento.

È chiaro quindi che le definizioni di atteggiamento sono varie, lo stesso Allport ne riporta ben sedici diverse.

Per quanto riguarda l'educazione matematica, i primi studi sull'atteggiamento risalgono alla metà del XX secolo. Tuttavia l'attenzione dei ricercatori è sempre stata rivolta più alla costruzione di strumenti per rilevare l'atteggiamento che alla definizione stessa.

Prendendo a giustificazione l'idea di (Neale, 1969) che sosteneva che qualcosa chiamato “atteggiamento” gioca un ruolo cruciale nell'apprendimento della matematica, Dutton usò le scale di Thurstone per misurare l'atteggiamento nei confronti dell'aritmetica (Dutton, 1951). La sua visione di atteggiamento era quella che venti anni dopo declinò (Aiken, 1970), ovvero “una predisposizione o tendenza da parte di un individuo a rispondere positivamente o negativamente a qualche oggetto, situazione, concetto o ad un'altra persona”. Viene in questo caso posta l'attenzione su due avverbi contrapposti, “positivamente” e “negativamente”, riconoscendo quindi l'esistenza di un atteggiamento positivo e di uno negativo.

Una caratteristica dei primi studi sull'atteggiamento fu la poca attenzione riservata all'interazione tra aspetti emozionali e quelli cognitivi. Tuttavia alla fine degli anni '80 con l'uscita del testo (McLeod & Adams, 1989) che seguiva la teoria delle emozioni di George Mandler, viene riposta più enfasi all'origine cognitiva dei fattori emozionali e, viceversa, i fattori emozionali vengono tenuti in considerazione nell'interpretazione dei comportamenti degli studenti impegnati nelle attività di *problem solving* matematico. In questo periodo Mandler mette in evidenza alcuni problemi circa l'avversione verso la matematica (Mandler, 1989).

Nei primi anni '90 (McLoad, 1992) sottolineando la necessità di sviluppare una struttura teorica per i sentimenti nell'educazione matematica, identifica tre distinti costrutti all'interno del costrutto principale: emozioni, credenze/convinzioni e atteggiamento.

Allo stato attuale, l'atteggiamento è considerato come uno dei costrutti che caratterizzano un nuovo campo di ricerca: quello dell'*affect*.

## 1.2 Alcune definizioni

Spesso l'atteggiamento si definisce a posteriori e implicitamente attraverso gli strumenti usati per misurarlo. Non esiste una singola definizione, ma si possono comunque individuare tre differenti tipi principali:

1. Una definizione semplice che descrive l'atteggiamento come il grado positivo o negativo di sentimento associato alla matematica. Secondo questo punto di vista si tratta quindi semplicemente di un'inclinazione positiva/negativa nei confronti della matematica. (Haladyna *et al.*, 1983)
2. Una definizione tripartita che riconosce tre componenti nell'atteggiamento: la reazione emozionale alla matematica, le convinzioni riguardo la matematica e i comportamenti nei confronti della matematica. Si tratta di una visione più articolata dell'atteggiamento costituito dalle emozioni associate (che comunque mantengono la valenza positiva/negativa), dalle convinzioni che possiede e dai comportamenti che attiva. (Hart, 1989)
3. Una definizione bi-dimensionale nella quale i comportamenti non appaiono in maniera esplicita tra le componenti dell'atteggiamento che quindi è composto da emozioni e convinzioni. (Daskalogianni & Simpson, 2000)

Le prime due definizioni mostrano i loro limiti sia a livello teorico che didattico/operazionale. La definizione semplice non rende espliciti i riferimenti agli aspetti cognitivi (anche se gli studiosi che sottoscrivono questa definizione descrivono le esperienze emozionali come il risultato della combinazione tra analisi cognitiva e risposte fisiologiche). È l'interpretazione data alle emozioni di un'esperienza e non un'interpretazione della stessa esperienza.

Per quanto riguarda la definizione tripartita, il principale limite è quello di dare per scontato e implicito il collegamento tra atteggiamento e comportamenti tanto da renderlo parte integrante della definizione stessa del costruito. Tale problema è descritto in (Lester, 2002). In modo particolare l'ipotesi di base è che le credenze influenzino il pensiero e le azioni delle persone. Tuttavia, spesso si presume che le credenze siano nascoste e che quindi possano essere studiate solo deducendole dal modo in cui si pensa e si agisce. Per i ricercatori, affermare che gli studenti si comportano in un modo particolare a causa delle loro convinzioni e poi dedurre le convinzioni degli studenti da come si comportano implica un ragionamento circolare.

Ecco che allora la terza definizione trova ragione d'essere in quanto i comportamenti non sono menzionati risolvendo così il problema del ragionamento circolare. Tuttavia, come per la dimensione tripartita, rimane la difficoltà di identificare l'atteggiamento positivo e quello negativo.

In (Klum, 1980) l'autore compie un'analisi delle varie definizioni e conclude suggerendo che magari non esiste, perché non è possibile offrirla, una definizione di atteggiamento calzante per ogni situazione specifica. Questa varietà tuttavia non è un limite per la ricerca ma anzi si può considerare un arricchimento.

La domanda quindi non è più quale sia la definizione corretta ma qual è la più adatta alla situazione che si ha di fronte. In questo modo la definizione di atteggiamento assume il ruolo di una definizione operativa.

### *1.3 Atteggiamento positivo e negativo*

Quando si parla di atteggiamento, è sempre implicito o esplicito un riferimento ad una caratterizzazione qualitativa dello stesso: si parla infatti di atteggiamento positivo e atteggiamento negativo.

Non è tuttavia semplice stabilire quali siano le caratteristiche che li contraddistinguono. Nel caso della definizione semplice si parla di atteggiamento positivo quando le emozioni associate alla matematica sono positive, viceversa l'atteggiamento negativo si ha quando alla matematica si associa una disposizione emotiva negativa. Il problema si complica quando si prende in considerazione la definizione multidimensionale.

A cosa si riferisce l'aggettivo positivo/negativo? Individualmente ad ogni dimensione? A solo una di esse?

(Zan & Baccaglioni-Frank 2017) fanno notare come l'assunzione della definizione bidimensionale suggerisca di considerare “negativo” l'atteggiamento di uno studente quando almeno una delle dimensioni lo è. In particolare nel caso della dimensione emozionale, la si considera negativa se le emozioni associate sono negative (noia, ansia, rabbia, frustrazione, ...). Le credenze degli allievi sulla matematica possono essere giudicate positivamente se sono le stesse condivise dagli esperti nel settore della matematica (visione relazionale), negativamente se si tratta di idee in contrasto con queste ultime (visione strumentale). Mentre per quanto riguarda le credenze su sé stessi, un giudizio positivo sarà dato in caso di successo, un giudizio negativo in caso di insuccesso.

### *1.4 Le Indicazioni Nazionali*

Per quanto riguarda le indicazioni che il Ministero dell'Istruzione ha fornito alle scuole e agli insegnanti per guidare la didattica, bisogna aspettare le “Indicazioni per il Curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione” del 2007 affinché il costruito di atteggiamento trovi una collocazione. Viene prima accennato come l'atteggiamento si intrecci con abilità e competenze matematiche, poi l'atteggiamento assume un ruolo centrale:

Di estrema importanza è lo sviluppo di un atteggiamento corretto verso la matematica, inteso anche come una adeguata visione della disciplina, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per

esplorare e percepire affascinanti relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.<sup>1</sup>

Viene quindi inserito come primo traguardo per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria, dove viene dato rilievo a come la matematica sia collegata alla realtà e alla necessità di far notare e apprezzare questo aspetto agli studenti.

L'alunno sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, anche grazie a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà.<sup>2</sup>

In seguito, nelle Indicazioni Nazionali per il Curricolo 2012, documento ancora valido oggi, viene ripreso il ruolo importante dato all'atteggiamento nei confronti della matematica così come avvenuto nel documento suo predecessore (MIUR 2012, p. 49):

[La scuola] sollecita gli alunni a un'attenta riflessione sui comportamenti di gruppo al fine di individuare quegli atteggiamenti che violano la dignità della persona e il rispetto reciproco, li orienta a sperimentare situazioni di studio e di vita dove sviluppare atteggiamenti positivi ed imparare a collaborare con altri.

Inoltre ritroviamo tra i traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria lo stesso traguardo (MIUR 2012, p. 50):

[L'alunno] sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

### *1.5 L'atteggiamento e gli insegnanti*

Il riferimento all'atteggiamento nei confronti della matematica non compare solo nei documenti ufficiali ma è di uso frequente anche nella pratica dell'insegnamento della matematica, solitamente legato a una diagnosi di difficoltà di uno studente.

#### *1.5.1 Alcuni dati*

(Di Martino, 2007) evidenzia come la percentuale di insegnanti che dichiarano di aver attribuito almeno una volta nella loro carriera ad un atteggiamento negativo la causa di problemi in matematica sia molto elevata (circa l'85% del campione di insegnanti analizzati), mentre circa il 50% afferma di utilizzare di frequente tale diagnosi. Anche (Polo & Zan, 2006) riportano che più dell'80% degli insegnanti risponde sì alla domanda “ti capita di attribuire le difficoltà dei tuoi studenti al loro atteggiamento verso la matematica?” e il 75% alla richiesta della frequenza, risponde con a volte/spesso/quasi sempre (solo il 25% risponde quasi mai/raramente).

Negli studi condotti si è riscontrato che gli insegnanti, nel caratterizzare e riconoscere l'atteggiamento negativo, si riferiscono ad aspetti differenti. Alcuni l'osservano quando uno studente ritiene che la matematica sia inutile, difficile, fatta di regole meccaniche: si tratta cioè di convinzioni dello studente sulla matematica che fanno sì che egli se ne disinteressi; altri, quando uno studente crede di non essere in grado di capire o, più in generale, di essere inadeguato: si tratta di convinzioni che lo studente ha sulle proprie capacità matematiche, che lo portano a ritenere impossibile il recupero. Altri ancora definiscono l'atteggiamento negativo come un insieme di emozioni che lo studente associa alla materia, che lo portano a comportamenti inefficienti o addirittura ad evitare il confronto stesso con la materia. Alcuni, infine, lo riscontrano nell'applicazione di regole meccaniche o in caratteristiche specifiche degli alunni come la mancanza di volontà o addirittura la scarsa capacità di intuire.

---

<sup>1</sup> Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione. Archivio della Pubblica Istruzione: [https://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/dir\\_310707.pdf](https://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/dir_310707.pdf), p. 94

<sup>2</sup> *Ibidem*

Se cercassimo le corrispondenti definizioni di atteggiamento positivo o, in generale, di atteggiamento, ci basterebbe invertire (cioè rendere positiva) o eliminare la negatività presente in queste “definizioni”. Notiamo comunque in tutti i casi che l’atteggiamento negativo è spesso l’attribuzione causale, da parte dell’insegnante, del fallimento dello studente, visto come elemento incontrollabile, come il giudizio finale di una serie di azioni didattiche senza successo. Il rischio è che per l’insegnante il riscontro di atteggiamento negativo, secondo la sua personale interpretazione, sia una totale dichiarazione di resa di fronte alle difficoltà di uno studente che appaiono non superabili perché dipendenti da fattori che l’insegnante ritiene non modificabili.

La diagnosi di atteggiamento negativo è quindi purtroppo vista come un punto di arrivo, dal quale è impossibile tornare indietro cercando il superamento della difficoltà e non, invece, come punto di partenza per il recupero. C’è tuttavia da rilevare come nello studio di Polo e Zan nessun docente abbia risposto che l’atteggiamento negativo si riconosce dallo scarso gradimento o dall’avversione per la matematica e ciò testimonia il tentativo da parte degli insegnanti di un’osservazione più approfondita.

### 1.5.2 Il ruolo dell’insegnante

(Zan, 2000-5A) inserisce l’insegnante tra le variabili che influiscono sulla formazione dell’atteggiamento nei confronti della matematica e ne riconosce un ruolo fondamentale. Già (Haladyna *et al.* 1983) avevano parlato di quest’aspetto inserendolo nella ricerca più generale delle variabili che determinano l’atteggiamento. Nel fare questo hanno individuato tre variabili indipendenti quali:

- La “qualità” dell’insegnante
- Il “clima”
- L’organizzazione della classe

In questo studio, attraverso dei questionari, sono state misurate tutte le variabili dipendenti e indipendenti.

Zan riporta le domande, individuate in (Haladyna *et al.*, 1983), riferite alla variabile indipendente “qualità dell’insegnante” e a quella dipendente “atteggiamento verso la matematica”.

La variabile “qualità dell’insegnante” è misurata attraverso domande relative a diverse categorie:

- Entusiasmo. (“Al mio insegnante piace la matematica”)
- Rispetto. (“Il mio insegnante conosce bene la matematica”)
- Impegno nell’aiutare gli studenti ad apprendere. (“Il mio insegnante apprezza il nostro lavoro”)
- Attenzione individualizzata agli studenti. (“Il mio insegnante peggiora le cose quando io ho dei problemi”)
- Bontà. (“Il mio insegnante è buono con me”)
- Elogio e rinforzo. (“Il mio insegnante mi dice quando faccio un buon lavoro”)

Le domande riferite alla seconda variabile invece sono:

“Come ti senti:

- Quando è il momento di fare matematica?
- Mentre fai matematica?
- Quando hai finito di fare matematica?
- Se tu sapessi di non dover mai più far matematica?”

I risultati dello studio, che ha visto coinvolti 2000 studenti delle classi corrispondenti a IV primaria, II secondaria di primo grado e I secondaria di secondo grado, hanno mostrato forti associazioni tra le variabili prese in esame: la variabile dipendente “atteggiamento verso la matematica” si è dimostrata fortemente collegata alla variabile indipendente “qualità dell’insegnante”.

Conferma di ciò si ritrova anche nello studio realizzato in (N.D.R. di Pisa, 1997) durante il quale è stato chiesto a 500 studenti di svolgere il tema “Il mio rapporto con la matematica [dalle elementari ad oggi]”. Dai dati raccolti mediante questi temi emerge che la figura dell’insegnante è determinante per costruire un certo

tipo di atteggiamento nei confronti della matematica, in particolare per determinare una disposizione emozionale positiva o negativa.

Possiamo dire, in conclusione, che l'insegnante ha due compiti e un duplice ruolo nel rapporto degli studenti con l'atteggiamento nei confronti della matematica. I compiti sono quello di favorire nello studente la costruzione di un'immagine positiva di sé e quello di proporre esperienze significative e concrete di matematica; mentre il primo ruolo è quello di variabile che influisce nell'atteggiamento degli studenti, l'altro è quello di controllore dell'atteggiamento stesso. Seppur sembrino ruoli apparentemente agli antipodi, creano un circolo virtuoso che stimola allo stesso tempo insegnanti e studenti nella costruzione di un rapporto apprendimento-insegnamento favorito da un buon atteggiamento nei confronti della disciplina.

### *1.5.3 Fattori influenti*

Nell'ottica dell'insegnante come variabile significativa nella costruzione dell'atteggiamento, acquisiscono importanza due aspetti della didattica della matematica: l'errore e il contratto didattico.

L'errore è spesso visto come indicatore privilegiato di difficoltà. È, inoltre, da sempre oggetto di interesse e di ricerca in vari campi e principalmente in pedagogia. (Zan, 2007) propone alcune “voci autorevoli” che hanno parlato di errore:

Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l'errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. [...] Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi. (Popper, 1972, p. 242)

E' in termini di ostacoli che bisogna porre il problema della conoscenza scientifica. [...] Si conosce, infatti, contro una conoscenza anteriore, distruggendo conoscenze malfatte, superando quello che nello spirito stessa fa da ostacolo alla spiritualizzazione. (Bachelard, 1938, p. 11).

Il maestro sa che la comprensione degli errori dei suoi allievi è la cosa più importante della sua arte didattica. [...] E degli errori propriamente detti, [...] il maestro sa valutare il significato educativo: sono esperienze didattiche che egli persegue, incoraggiando l'allievo a scoprire da sé la difficoltà che si oppone al retto giudizio, e perciò anche ad errare per imparare a correggersi. (Enriques, 1936, p. 12)

Insegnanti e studenti [...] non sono disposti ad assumersi i rischi del comprendere e si accontentano dei più sicuri “compromessi delle risposte corrette”. In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti sono in grado di fornire le risposte accettate come corrette. (Gardner, 1991, p. 160)

Gli studiosi rilevano ciascuno degli aspetti che l'insegnante non può sottovalutare e su cui non può non riflettere.

Popper sottolinea che non solo dagli errori si impara ma anche che se non si compiono errori non si sviluppa la conoscenza. L'errore quindi è visto non come qualcosa di utile ma di essenziale per l'apprendimento.

(Arzarello, 2002) evidenzia i rischi del “cosa fare” quando uno studente sbaglia. I rischi riguardano l'atteggiamento sia dello stesso studente che quello dell'insegnante. Lo studente infatti può credere di aver risolto correttamente l'esercizio e “vive felice con il suo errore” rafforzandolo, oppure può rendersi conto dell'errore, bloccarsi e smarrirsi. L'insegnante invece, a seconda della reazione dell'alunno, sarà tentato di ricorrere a una pedagogia direttiva ed esplicitiva dicendo all'alunno che ha sbagliato e mostrando come avrebbe dovuto fare per raggiungere la risposta corretta, oppure di suggerire parte o tutta la risposta nel tentativo di aiutare lo studente e ciò accade soprattutto con studenti che mostrano difficoltà o hanno qualche svantaggio. Quindi cosa fare? Arzarello consiglia di non dare risposte, lasciare spazio e tempo allo studente di costruire il proprio sapere e proporre delle attività che contengano elementi autocorrettivi in modo da rendere possibile all'alunno la cosiddetta “validazione dei risultati ottenuti”. Si può quindi utilizzare l'errore come occasione per favorire una socializzazione del sapere dove ognuno contribuisce alla costruzione della propria e dell'altrui conoscenza.

In (Bachelard, 1938) l'autore parla di ostacoli, intesi tuttavia non nel senso più comune del termine, e quindi come qualcosa che blocca, ma piuttosto come qualcosa che, pur bloccando, stimola. Così facendo

invita gli insegnanti a far emergere nei loro studenti la consapevolezza della fallibilità in modo tale che essi possano non soccombere al fallimento ma trarne forza per migliorare.

Enriques invece focalizza l'attenzione su un aspetto qui molto interessante ovvero la necessità che l'insegnante conosca gli errori dei suoi studenti. Questa conoscenza, però, non si limita solo a sapere quali siano gli errori ma si estende e comprende la comprensione degli stessi: capire quali, quanti, come, perché. La dimensione causale è di sostanziale importanza per l'insegnante che vuole attuare una didattica significativa. L'errore è un'esperienza educativa ed Enriquez fa una provocazione arrivando a dire che l'insegnante potrebbe anche incoraggiare l'alunno a sbagliare per imparare a correggersi.

Gardner pone l'attenzione su una pratica tipica di molti insegnanti: i compromessi delle risposte corrette. Questa pratica si basa sull'idea che l'assenza di errori garantisca che tutto vada bene e quindi che ci sia stata comprensione, ma non è così. L'identificazione del successo con la risposta corretta è una conseguenza di una preoccupazione che spesso tormenta gli insegnanti: “se è troppo difficile, sbagliano”.

(Krygowska, 1957) critica gli sforzi che compiono gli insegnanti, ma anche i libri di testo, di tentare di eliminare le occasioni di errore. L'attivazione dei processi cognitivi non porta sempre alla risposta corretta ed è per questo che spesso è sottovalutata preferendole la correttezza del prodotto che, ancora una volta, si lega alla volontà di minimizzare l'errore. Questo è proprio quello che (Gardner, 1991) definisce “compromesso delle risposte corrette”: un comodo patto tra insegnanti e studenti che si accordano sul fingere che la risposta giusta garantisca comprensione; non esiste una relazione diretta di causa-effetto.

I processi di pensieri possono essere molteplici. (Peck *et al.*, 1989) sostengono infatti che dietro una risposta corretta ci siano una varietà di processi di pensiero ed è importante che l'insegnante in classe li conosca. Per farlo propongono di utilizzare una serie di brevi interviste che possono essere utili per permettere all'insegnante di progettare interventi più mirati, cioè adeguati ai bisogni effettivi degli allievi.

(Zan, 2007) riporta alcuni dati dello studio di (Peck *et al.*, 1989) mostrando come abbiano distinto quattro gruppi di allievi in base ai dati raccolti dalle interviste:

- Gruppo A: allievi che rispondono correttamente all'esercizio e dimostrano comprensione dei concetti;
- Gruppo B: allievi che rispondono correttamente all'esercizio ma che non dimostrano comprensione dei concetti;
- Gruppo C: allievi che rispondono scorrettamente e dimostrano di non aver compreso i concetti;
- Gruppo D: allievi che rispondono scorrettamente ma dimostrano di aver compreso i concetti.

Gli allievi del gruppo B costituiscono il 41% del totale, e quelli del gruppo D l'11%. I ricercatori concludono che in mancanza delle informazioni supplementari ottenute con le interviste, gli allievi dei gruppi A e B sarebbero stati considerati pronti per passare ad argomenti successivi, mentre per gli allievi dei gruppi C e D sarebbe stato pianificato un intervento di recupero. In definitiva gli allievi dei gruppi B e D sarebbero stati classificati in modo ‘errato’, nel senso che questa classificazione avrebbe portato ad un insegnamento inefficace o a qualche studente frustrato. Questo è particolarmente inquietante, dato che i gruppi B e D costituiscono il 52% del totale. (Zan, 2007, pag. 30)

Per quanto riguarda il concetto di contratto didattico, già (Filloux, 1973) ipotizzava la presenza di un contratto pedagogico tra allievi e insegnante che ne influenzava i rapporti ma è con Brousseau che viene perfezionato il concetto e ne viene data una vera e propria definizione: il contratto didattico è l'insieme dei comportamenti dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e l'insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante (Brousseau, 1980 e 1986).

Si tratta quindi di un contratto non firmato, che rimane sotteso, ma che insegnanti e alunni sembrano aver ben presente rispettandone le regole non scritte e le convenzioni implicite che vengono accettate continuamente e spontaneamente da entrambe le parti.

Tale contratto quindi entra a far parte e condiziona il rapporto tra insegnante e studente, formato da atteggiamenti, richieste, risposte, momenti e fasi che sembrano ripetersi ogni giorno alla stessa maniera

diventando così “naturalisti” per chi vive la classe. È il concetto di “ripetizione delle modalità” di cui si parla in (D’Amore & Frabboni 1996). Un esempio di tutto ciò veniva ben descritto dallo studioso Giorgio Tommaso Bagni nei suoi “appunti” di didattica della matematica (Bagni, 1996a):<sup>3</sup>

L’insegnante è solito dedicare la prima ora del martedì ad alcune interrogazioni; dunque ogni martedì egli entra in classe, chiama (uno dopo l’altro) quattro allievi e propone a ciascuno di essi un esercizio. Lo studente chiamato lascia il proprio banco, si avvicina alla lavagna e cerca di risolvere l’esercizio proposto. Se l’esercizio sarà risolto correttamente, ovvero se lo studente riuscirà a determinare il risultato finale esatto, l’insegnante annoterà una valutazione positiva sul proprio registro; nel caso di fallimento, invece, l’insegnante scriverà sul registro una nota negativa. Tutto chiaro, tutto previsto. L’insegnante non perderà tempo a spiegare, ogni martedì, il funzionamento della prova, le “regole del gioco” (o del “contratto”). Lo studente chiamato, una volta che si troverà di fronte alla lavagna alle prese con un esercizio, non chiederà all’insegnante informazioni sul da farsi. Solo così le faticose parole, su quel temibile registro, saranno positive; e dunque solo così egli si incamminerà verso l’agognato successo. Tutto secondo copione. Tutto secondo “contratto”.

Dall’esempio si capisce subito cosa si intenda per “ripetizione delle modalità” e come questo influisca sul rapporto tra alunno e insegnante e quindi sul contratto didattico. Ogni martedì, ogni volta quattro interrogati, per ognuno un esercizio da risolvere, è chiaro che così facendo negli studenti nasca un’idea che si radica e quindi non sarà necessario che l’insegnante ripeta ogni volta le “regole” perché ormai sono entrate a far parte di quel contratto mai firmato e taciuto del quale, però, tutte le parti sono a conoscenza.

Appare evidente l’attenzione che gli insegnanti dovrebbero rivolgere a questo contratto. In primis riconoscendone la presenza e l’importanza trasformandolo da contratto implicito e silenzioso a contratto esplicito e parlato in modo che entrambe le parti possano trarne dei vantaggi e soprattutto in modo tale che non ci siano i fraintendimenti tipici di quando una cosa non viene discussa e condivisa. Inoltre per l’insegnante un buon utilizzo del contratto didattico potrebbe portare solo risultati positivi poiché è universalmente riconosciuto che il dialogo, la condivisione e lo scambio di idee tra insegnanti e allievi porta buoni frutti all’insegnamento e all’apprendimento. Si veda anche (Bagni, 1996b).

Anche l’atteggiamento degli studenti risente dell’influenza del contratto didattico. Si pensi, nel caso della matematica, ai rischi che una non condivisione del contratto può portare, come, ad esempio, un conflitto tra visioni della matematica. L’insegnante potrà avere una visione ma gli alunni potrebbero pensare che abbia quella opposta. Così facendo si creano dei conflitti che possono inficiare l’atteggiamento stesso degli studenti nei confronti della disciplina.

## **2. Un’analisi qualitativa dell’atteggiamento degli studenti verso la matematica**

Alla base dello studio in (Di Martino & Zan, 2011) c’è la consapevolezza, da sempre sperimentata da matematici e educatori in matematica, dell’interazione profonda tra cognizione ed emozioni, interazione che secondo alcuni studiosi ha un ruolo guida nella fase creativa della matematica. Tuttavia, come dimostrano anche gli studi in precedenza condotti dai due ricercatori, gli insegnanti sono ben consapevoli che, tra tutte le materie scolastiche, la matematica è quella che fa scattare le emozioni negative più forti che possono arrivare a strutturarsi come un vero e proprio atteggiamento di rifiuto nei confronti della matematica.

Ciò che poi ha ispirato maggiormente la ricerca è stato il provare a spiegare il fallimento nella risoluzione dei problemi di alunni che sembravano possedere le risorse cognitive necessarie. Ciò ha portato a riflettere sulla metacognizione, sul sistema di credenze e sull’influenza dei fattori emozionali.

L’area di ricerca che studia l’interazione tra aspetti cognitivi ed emotivi nell’educazione matematica è nota come *affect*. La traduzione italiana del termine in “affettività” genera equivoci poiché evoca la parola “affetto” più che “emozione” portando a soffermarsi sul rapporto di affetto allievo-insegnante, sicuramente importante. Tuttavia qui ci si riferisce ad un altro significato, per tanto si preferirà adoperare il termine in inglese.

---

<sup>3</sup> [www.syllogismos.it/education/appuntididattica/Didattica-4.PDF](http://www.syllogismos.it/education/appuntididattica/Didattica-4.PDF)

Con *affect* ci si riferisce all’area che investiga l’interazione tra aspetti cognitivi e quelli emozionali nell’educazione matematica. Esso è generalmente diviso in credenze, atteggiamenti ed emozioni. La definizione di questi costrutti però non è unanime. Un parziale accordo si è raggiunto nel definire le emozioni come qualcosa che coinvolge reazioni fisiologiche e influenzano i processi cognitivi, le credenze come legate al processo decisionale e quindi con conseguenze comportamentali osservabili.

Per quanto riguarda il costrutto di atteggiamento esso è quello con il piano teorico più ambiguo. Ciò è dovuto al fatto che all’inizio della ricerca su quest’argomento i costrutti di atteggiamento e di credenze erano difficilmente distinguibili. La ricerca, infatti, si era focalizzata molto sugli studi sulla costruzione di strumenti per misurare l’atteggiamento (visto come “qualcosa che svolge un ruolo cruciale nell’apprendimento”); si cercava quindi una relazione causa/effetto tra atteggiamento positivo e realizzazione in matematica) piuttosto che sullo sviluppo di una base teorica.

Ciò ha portato alla formulazione di una definizione multidimensionale dell’atteggiamento visto come composto da emozioni, credenze e comportamenti o da emozioni e credenze con la dimensione comportamentale implicita nelle altre due. L’interazione tra i costrutti risulta allora essenziale.

(McLeod, 1992) evidenzia come in ognuno ci siano sia la componente emozionale che quella cognitiva, ognuna con un grado diverso di importanza:

beliefs, attitudes, and emotions [...] vary in the level of intensity of the affects that they describe, increasing in intensity from ‘cold’ beliefs about mathematics to *cool* attitudes related to liking or disliking mathematics to *hot* emotional reactions to the frustration of solving nonroutine problems. Beliefs, attitudes, and emotions also differ in the degree to which cognition plays a role in the response, and in the time they take to develop. (McLeod, 1992, p. 578)

## 2.1 Lo studio

Zan e Di Martino si sono interrogati ancora sulla relazione tra emozioni e credenze ritenendo essenziale tenere in considerazione anche il sistema di credenze personali di ciascuno e non solo quelle nei confronti della matematica. Hanno rilevato la necessità di passare da un approccio normativo che vede i costrutti come utili solo a spiegare le cause del comportamento, e quindi a predirlo, ad un approccio interpretativo che vede i costrutti come utili a descrivere le interazioni tra emozioni e cognizione permettendo così di capire i motivi delle azioni intenzionali. L’invito dei due ricercatori è quindi quello di indagare il “perché”.

Il metodo utilizzato per la loro ricerca è non tradizionale. Il loro studio si è avvalso dell’utilizzo del tema come fonte di raccolta dati. Così facendo hanno dato l’opportunità agli intervistati di parlare degli aspetti che ritenevano più importanti nella loro esperienza con la matematica. Il titolo del tema, proposto a 1662 studenti dalla classe prima primaria alla classe quinta della scuola secondaria di secondo grado, è: “Io e la Matematica: il mio rapporto con la matematica fino ad ora”. (Di Martino & Zan, 2010).

Lo scopo era quello di indagare la relazione tra i vari costrutti; tuttavia ciò che rende nuovo questo studio è proprio la libertà lasciata agli studenti. Gli autori non sono andati a ricercare i costrutti già individuati dalle precedenti ricerche (emozioni, credenze, comportamenti) ma hanno lasciato liberi gli alunni di fare riferimento a ciò che ritenevano più importante, senza condizionamenti.

Questo è stato utile per trovare una caratterizzazione diversa del costrutto di atteggiamento.

L’analisi degli elaborati si è svolta in due step. Nel primo si sono concentrati nell’individualizzazione di temi con riferimento a una disposizione negativa verso la matematica attraverso la ricerca di marcatori particolari come i termini odio, antipatia, paura. Il secondo step ha previsto invece il riconoscimento e la categorizzazione della natura dei collegamenti tra le dimensioni, selezionando testi in cui ci sono collegamenti causali tra le dimensioni (ad esempio: la matematica non mi piace perché...).

L’analisi quantitativa ha fatto emergere tre temi chiave circa le componenti dell’atteggiamento:

- La disposizione emotiva nei confronti della matematica (mi piace/non mi piace);
- La percezione della propria competenza in matematica (sono capace/non sono capace);
- La visione della matematica (la matematica è...).

Utilizzando i tre temi chiave, Zan e Di Martino hanno teorizzato un nuovo modello tridimensionale che vede strettamente collegati i suoi componenti: disposizione emozionale, visione della matematica e senso di autoefficacia.

### 2.1.1 La disposizione emozionale

È ormai universalmente riconosciuta l'importanza e l'incidenza della componente emozionale nell'apprendimento. Lo stesso (Vygotskij, 1934) scriveva che il pensiero ha origine non da un altro pensiero, ma dalla sfera delle motivazioni della nostra coscienza, che contiene le nostre passioni e i nostri bisogni, i nostri interessi e impulsi, i nostri affetti e le nostre emozioni. Dietro il pensiero si schiude la sfera delle tendenze affettive e volitive che, sola, può dare risposta all'ultimo “perché” nell'analisi del pensiero. Se paragoniamo il pensiero a una nuvola che rovescia giù un acquazzone di parole, dobbiamo allora paragonare, se volessimo persistere in questa immagine, la sfera delle motivazioni del pensiero al vento che mette in movimento la nuvola. Un'effettiva e piena comprensione del pensiero altrui si rende possibile soltanto quando noi scopriamo il suo reale retroscena affettivo-volitivo.

Tuttavia non è facile dare una definizione precisa del termine “emozione” anche se gli studi e la ricerca a riguardo hanno una lunga tradizione. Non è facile perché con questo termine si possono intendere più cose, soprattutto per il fatto che le emozioni sono composte da tanti fattori, ed esse stesse sono molte e diverse. (Goleman, 1996), per rispondere a questo problema, prova a dare una definizione (riferisce il termine emozione a un sentimento e ai pensieri, alle condizioni psicologiche e biologiche che lo contraddistinguono, nonché a una serie di propensioni ad agire) e fa un elenco delle emozioni “principali”: collera, tristezza, paura, gioia, amore, sorpresa, disgusto, vergogna. Da esse poi derivano, combinandosi, tutte le altre.

La ricerca più recente evidenzia un rapporto molto profondo tra processi cognitivi e processi emozionali che si traduce nella relazione tra la “capacità” di provare emozioni e la capacità di prendere decisioni. Un esempio classico che si propone quando si parla di ciò è il caso di Elliot descritto in (Damasio, 1995).

Elliot era un paziente con tumore cerebrale che dopo l'operazione aveva visto trasformarsi la sua personalità. Le sue “facoltà mentali” erano inalterate ma si era menomata la sua capacità di prendere decisioni tanto da non poter più essere considerato un essere sociale efficiente. Inoltre Elliot appariva freddo e distaccato anche nel parlare della sua tragica vicenda. Questo distacco non sembrava provenire da processi di controllo esercitati su un'agitazione interna ma piuttosto dalla mancanza di tale agitazione interna. Lo stesso paziente dichiarò che il suo modo di sentire era cambiato, eventi che avevano suscitato in lui forte emozione ora non gli provocavano alcuna reazione, né positiva, né negativa. Da ciò emerge un forte legame tra la capacità di prendere decisioni e quella di provare emozioni.

Altrettanto interessante è l'approccio alle emozioni degli psicologi cognitivisti per i quali non è l'evento in sé a generare l'emozione, ma l'interpretazione che il soggetto dà dell'evento. (Mandler 1984) considera la risposta emozionale come il risultato di una combinazione di analisi cognitive e risposte fisiologiche. L'emozione è quindi suscitata dall'interpretazione cognitiva che viene fatta dell'evento.

Un altro tentativo di sviluppare una teoria delle emozioni è stato fatto da (Ortony *et al.*, 1988) i quali distinguono tre classi fondamentali di emozioni, a seconda che si tratti di reazioni a:

- Oggetti: la reazione emozionale è definibile in termini di piacere/dispiacere ed è condizionata dalle attitudini e dai gusti del soggetto (amore, odio);
- Eventi: la reazione emozionale è definibile in termini di contentezza/scontentezza ed è condizionata dagli obiettivi che un soggetto si pone (felicità, infelicità, pietà, invidia);
- Agenti: la reazione emozionale è definibile in termini di approvazione/disapprovazione ed è condizionata dalle convinzioni del soggetto e dai suoi standard (orgoglio, vergogna, ammirazione, riprovazione).

A partire da queste classi si formano anche le emozioni più articolate (come la rabbia).

Per quanto riguarda le emozioni in matematica, è difficile trovare definizioni precise. Questo è dovuto al fatto che gli studi a riguardo non sono molti. (Pellerey & Orto 1996) tuttavia riportano come in generale le emozioni negative prevalgono su quelle positive. Un'altra considerazione che viene fatta da chi prova

sentimenti negativi verso la matematica, e che a volte viene data come motivazione di tale sentimento, è che essa sia una materia “fredda”. È allora interessante notare come una disciplina considerata appunto fredda e distaccata riesca a suscitare nelle persone e soprattutto negli studenti le emozioni più forti qual è ad esempio l’odio.

C’è da dire inoltre che le emozioni percepite come negative non necessariamente hanno effetti negativi sull’apprendimento (si pensi ad esempio a come alcuni studi evidenzino come l’assenza totale di ansia ha effetti negativi sulla prestazione).

Si è detto comunque che le emozioni associate dagli studenti alla matematica possono essere davvero intense. Un esempio è il tema di Andrea, uno degli studenti che hanno partecipato allo studio di Zan e Di Martino:

Per me la matematica è solo una perdita di tempo perché una volta imparati i numeri si può anche smettere, invece no, si continua e le lezioni incominciano a torturarti piano piano ed è una sensazione bruttissima quando scrivo e non capisco, e mi sembra di scendere all’inferno: il sudore scende dalla testa ai piedi, divento tutto rosso e mi sembra di esplodere. Le lezioni sono un supplizio e mi sembra che la maestra rida su di me e mi dica: Non lo sai fare! Bene! Bene! ... Ed io avrei voglia di strappare il quaderno ma prevedo sempre quello che mi accadrebbe: la maestra urlerebbe: Piiii... Che cosa è questa schifezza! Ma il peggio è che dopo la sgridata ho tutti i capelli ritti e mi vergogno davanti a tutte le altre maestre. (Andrea, 3° primaria)

Nell’analizzare questo tema, si rileva come esso colpisca per più motivi. In primis la correttezza ortografica, grammaticale, sintattica, la notevole espressività che rimandano all’immagine di un bambino pieno di risorse i cui problemi con la matematica non possono essere semplicisticamente ricondotti a una “diagnosi” come “ha poche capacità”. Ci vuole un’interpretazione alternativa derivante da un’osservazione più attenta. Inoltre il tema di Andrea colpisce per la quantità e la qualità delle emozioni descritte. Il caso di Andrea seppur particolare è da considerarsi una raccolta di quelle che sono le emozioni provate da molti alunni quando si rapportano con la matematica. Un problema è che l’insegnamento tradizionale della matematica non prevede la gestione esplicita degli aspetti emozionali per cui spesso gli insegnanti rinunciano all’intervento vedendo nella risposta così negativa dell’alunno una fonte di resa: “su questo non posso farci niente, non sono uno psicologo”.

Tornando alla teoria di Mandler, non è l’esperienza matematica in sé che direttamente scatena emozioni negative ma l’interpretazione che l’allievo ne dà. Tale interpretazione è legata necessariamente a quelli che Zan definisce “fattori mediatori” dell’esperienza matematica: l’insegnante, il contesto classe e gli argomenti/attività. Questi portano ad associare emozioni all’insegnante, alla relazione con i compagni durante l’attività matematica e al particolare argomento trattato. È un processo di interpretazione della realtà che favorisce la nascita di emozioni complesse come l’ansia, legata al processo di valutazione dell’esperienza (conseguenze) che diventa quindi ansia di sbagliare, legata quindi alla convinzione di non essere adeguati; la frustrazione, legata alla mancata realizzazione di un evento desiderato (sensazione di aver fatto qualcosa di inutile); la rabbia, legata al processo di attribuzione delle cause (responsabilità di un insuccesso).

Tutto ciò porta a uno stato di confusione generalizzata con la quale gli studenti devono combattere, il più delle volte da soli; e non è solo una confusione di conoscenze ma anche e soprattutto di obiettivi. Se non è chiaro l’obiettivo, l’impegno verrà visto solo come una sterile fatica che produrrà ancora fallimento.

### *2.1.2 La visione della matematica*

(Skemp, 1976) parte dal concetto di “falsi amici” per parlare di “capire”. Cosa significa capire un certo argomento? Lo studioso propone due significati: un capire strumentale e uno relazionale ai quali si legano, in matematica, due simmetrici tipi di visione della matematica: strumentale e relazionale, appunto.

È proprio dal termine “capire” che anche Zan e Di Martino estrapolano le due visioni della matematica all’interno dei temi raccolti. Il capire del primo tema fa riferimento ad un meccanismo da ricordare, a regole da memorizzare e da applicare, ad obiettivi di immediata spendibilità, a tempi brevi. Nel secondo tema la

stessa parola capire è associata alle parole ragionamenti, teoria, richiama esplicitamente tempi lunghi (Di Martino & Zan, 2010).

Quindi cosa si intende per “visione della matematica”?

Skemp nel 1976 definisce:

- “visione strumentale” della matematica quella visione che vede la matematica come un insieme di formule da applicare e da memorizzare;
- “visione relazionale” della matematica quella visione che vede la matematica caratterizzata da relazioni, e la stessa applicazione di formule non è una prova di memorizzazione ma prevede la comprensione del motivo per il quale queste regole funzionano.

Ogni allievo, durante la sua esperienza scolastica e non, si costruisce una propria visione della matematica che tuttavia, al contrario di ciò che pensano molti insegnanti, non è imm modificabile.

Sebbene Skemp sia apertamente schierato dalla parte di un insegnamento che punti ad una comprensione di tipo relazionale, ha comunque cercato di individuare dei possibili vantaggi di un approccio strumentale, concludendo che il più grande vantaggio di quest’ultimo è nella gestione dei tempi poiché necessità di tempi minori anche se, a fronte di un dispendio maggiore di tempo, l’approccio relazionale porta a risultati più duraturi nel tempo.

Skemp inoltre osserva come anche l’insegnante possa avere una visione piuttosto che un’altra. Pertanto in classe possono presentarsi quattro combinazioni di situazioni diverse:

- Allievo: visione relazionale; insegnante: visione relazionale
- Allievo: visione strumentale; insegnante: visione strumentale
- Allievo: visione strumentale; insegnante: visione relazionale
- Allievo: visione relazionale; insegnante: visione strumentale.

Le combinazioni che creano più problemi sono quelle in cui insegnante e allievo hanno visioni diverse poiché i due hanno idee di successo diverse e, non essendoci concordanza, la possibilità di fraintendimento è alta.

La visione più frequente è quella in cui lo studente che ha una visione strumentale dice “ho capito” ma non corrisponde allo stesso capire dell’insegnante che invece ha una visione relazionale. La situazione inversa invece può favorire ancora più lo svilupparsi di un atteggiamento negativo: lo studente capisce i perché ma magari sbaglia qualche risultato per cui la reazione dell’insegnante, che invece punta sull’applicazione corretta delle regole, può portare l’allievo a credere di non essere adeguato. Capita comunque spesso che in realtà l’insegnante possieda una visione relazionale ma che si accontenti di un approccio strumentale da parte degli alunni quando valuta perché più semplice e quindi accessibile dalla maggior parte degli alunni e anche più semplice da valutare per lui.

È convinzione diffusa, comunque, che la matematica sia una disciplina dissociata dal senso comune, una materia che punta ai prodotti e non si interessa dei processi, che necessita di tanta memorizzazione e poca comprensione. Zan definisce questa visione della matematica epistemologicamente distorta. È questa convinzione che nella maggior parte dei casi porta allo sviluppo di una visione strumentale.

### *2.1.3 Il senso di autoefficacia*

La consapevolezza delle proprie risorse è fondamentale per gli alunni per l’attivazione dei processi di controllo. La valutazione che una persona fa di sé stesso e della possibilità di riuscire in un compito è il frutto delle esperienze passate che si riversano in quelle future e le condizionano. Spesso gli alunni giungono alla consapevolezza non delle risorse che hanno ma di quelle che ritengono di avere, rischiando quindi di non tenere in considerazione molti aspetti della loro conoscenza e della loro abilità. Può capitare quindi che l’allievo ritenga di non poter controllare la disciplina, perché si ritiene non capace rinunciando così ad attivare i processi di controllo utili invece al controllo stesso della disciplina.

Si può prendere l'esempio proposto in (Mason 2013): uno studente con un rendimento non troppo brillante in matematica, in vista di un compito in classe dice: “Non sono tanto bravo in questa materia, ma nel compito penso di cavarmela”. Si possono riconoscere due parti distinte della frase, ognuna delle quali riconducibili ad un costrutto diverso che fanno capo ad un più generico “senso di efficacia”.

Nella prima parte della frase lo studente si autovaluta nei confronti della matematica, esprime quindi il suo “concetto di sé” ovvero la percezione che una persona ha su di sé e che si forma attraverso le esperienze con l'ambiente, i rinforzi ambientali e l'influenza delle persone che contano (Mason, 2013). Tale definizione coincide con quella di (Harter, 1990) di “autopercezione di competenza”.

Per (Bandura, 1977) il funzionamento umano dipende dalle interazioni reciproche di comportamento tra cui proprio il senso di efficacia, il quale ha una stretta relazione con il comportamento poiché è stato dimostrato che riuscire bene in qualcosa aumenta il senso di efficacia.

In (Mason, 2013) l'autrice fa notare che ciò che lei definisce “senso di efficacia” differisce dal “concetto di sé”. Quest'ultimo infatti riguarda la capacità che uno ritiene di avere, mentre il primo riguarda ciò che uno sa fare con tali capacità

Entrambi i costrutti sono molto utili: il senso di efficacia è utilizzato per predire il risultato in compiti specifici, il concetto di sé può predire atteggiamenti, emozioni, l'uso di strategie e la scelta di attività.

Ciò a cui si farà riferimento da ora in poi sarà quello che Mason definisce “concetto di sé” e che Harter definiva “autopercezione di competenza” ma per uniformarci al linguaggio usato da Zan e Di Martino nel loro studio, si parlerà di “senso di autoefficacia”, da non confondere con il “senso di efficacia” di Mason.

Un problema molto comune è, dunque, l'auto-diagnosi di incompetenza che gli studenti si fanno.

Un esempio è il caso di Daniele, riportato in (Brown, 1983) e ripreso in (Zan, 2007). Durante il loro primo incontro in laboratorio, di fronte al primo compito da svolgere, Daniele chiede: “è un compito di memoria?” e ancora “non te l'hanno detto che io non so fare queste cose?”, “non te l'hanno detto che io non ho memoria?”. Gli autori commentano che, vista questa devastante valutazione delle proprie abilità, non sorprende che Daniele sia stato diagnosticato come passivo, addirittura resistente in situazioni che egli classifica come test per verificare proprio quella facoltà che ritiene di non possedere.

Zan continua l'analisi evidenziando come le convinzioni di questo tipo possano avere un effetto paralizzante sull'apprendimento. Daniele ha costruito una barriera che gli impedisce di utilizzare capacità che lui ha ma che crede di non avere. È necessario, invece, che gli studenti abbiano la consapevolezza di ciò che possono fare per farlo.

Chiaramente questo costrutto è legato a tutte le discipline ma la convinzione di potercela fare, di poter padroneggiare la disciplina, il senso di autoefficacia è ancora più importante se si parla di apprendimento della matematica dove spesso gli alunni partono con la certezza di non essere capaci.

Questo tema del senso di autoefficacia è legato a doppio filo con la visione della matematica, di cui si è già parlato, con le teorie del successo e in particolare con la teoria delle attribuzioni.

Con il termine teorie del successo si indicano le convinzioni riguardo al significato di successo e di fallimento e quindi riguardo i modi per raggiungere l'uno ed evitare l'altro. All'interno di esse, la più sviluppata è la teoria delle attribuzioni causali introdotta in (Weiner, 1985). Si tratta di un modo di spiegare a quali cause un individuo attribuisce il suo successo o fallimento.

Lo studioso individua tre dimensioni di causalità:

- Locus di attribuzione: se si tratta di una causa interna o esterna all'individuo. Ad esempio: l'impegno è interno, la fortuna è esterna.
- La stabilità nel tempo: se si tratta di una causa che dura nel tempo o temporanea. Ad esempio: l'abilità è stabile, la fortuna no.
- La controllabilità: se si tratta di una causa che può essere modificata dalla volontà individuale o è incontrollabile. Ad esempio: l'impegno è controllabile, l'abilità no.

Il processo attribuzionale previsto da Weiner ha delle conseguenze anche sul piano motivazionale sul quale hanno un forte peso le dimensioni sopracitate.

Come sostiene (Mason, 2013, p.112):

Se lo studente vede il proprio insuccesso come dovuto a scarsa abilità (causa interna, stabile, non controllabile), la sua aspettativa per un prossimo esame sarà ancora di insuccesso e, se l'insuccesso si ripete, di sconforto (*helplessness*); se lo attribuisce a scarso studio (causa interna, instabile e controllabile), l'aspettativa sarà di successo, beninteso purché ci sia impegno. [...] D'altra parte queste dimensioni, e in particolare il locus e la controllabilità, sono legate alle emozioni che l'individuo prova con l'insuccesso. Mentre la causalità interna in caso di successo influenza un senso di orgoglio (“sono stato/o bravo/a!”), nel caso di insuccesso la controllabilità della causa (“avrei potuto/dovuto studiare di più”) influenza sensi di colpa e di vergogna. A loro volta le aspettative e le emozioni suscitate dall'esito dell'esame determinano il comportamento successivo. L'attribuzione è influenzata da condizioni antecedenti come, in particolare, la storia personale dell'individuo, le sue precedenti prestazioni e la prospettiva di chi fa l'attribuzione.

L'ultima frase si riferisce al fatto che il processo attribuzionale può essere fatto non solo dal soggetto stesso ma anche da un osservatore esterno; si pensi all'insegnante che cerca di capire i motivi che sottostanno al successo o insuccesso di un alunno.

(Schoenfeld, 1989) evidenzia che gli studenti che hanno meno fiducia nella propria abilità matematica tendono maggiormente ad attribuire un eventuale successo alla fortuna e i fallimenti a mancanza di abilità; mentre quelli che si ritengono bravi in matematica attribuiscono i successi alla propria abilità. Ciò dimostra che non c'è necessariamente un rapporto biunivoco tra attribuzioni sul successo e sul fallimento. Ciò ha trovato conferma anche in uno studio condotto da Zan su 386 studenti in cui si indagavano quale fosse la “dote” più importante in matematica e se essa fosse modificabile o no. Un numero significativo di intervistati ha risposto che la “dote” più importante in matematica è l'impegno. Zan sottolinea come questo, in teoria, è positivo perché l'impegno è modificabile ma poi evidenzia come, però, esso non sia visto così dagli studenti. Entra in gioco un fattore importante e poco preso in considerazione: la volizione. Essa costituisce il processo post decisionale, quando cioè le nostre scelte si attuano, ma non è così scontata. Spesso gli studenti, seppur motivati, non riescono a trovare la forza di volontà e altrettanto spesso gli insegnanti, stimolata la loro motivazione, non sanno come stimolare la loro forza di volontà.

#### *2.1.4 Relazione: disposizione emozionale negativa/visione della matematica*

La relazione disposizione emozionale negativa/visione della matematica può essere descritta dalla frase “la matematica non mi piace perché la matematica è...”. Si evince quindi un collegamento tra le sensazioni che la disciplina suscita e il modo in cui la si vede. Nella loro ricerca, Zan e Di Martino hanno ritrovato quattro caratteristiche ricorrenti della matematica. Di seguito verranno elencate accompagnate da un tema esemplificativo:

- La matematica è piena di regole e formule da ricordare:

non mi piace perché ci sono un mare di regole che per fare un'operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai!. (1° secondaria di primo grado)

È qui evidente una visione strumentale della matematica che ha portato l'alunno a non farsi piacere la materia.

- La matematica è arida, non lascia spazio ai sentimenti:

la odio completamente, lontana da me. Per risolvere un'equazione, non hai certo bisogno di creatività, non serve la tua interpretazione, oppure dire quello che senti; la matematica è priva di sentimento. (5° secondaria di secondo grado)

- La matematica non deve avere senso, lo scopo di imparare certe cose non è chiaro:

le spiegazioni erano solo numeri e formule scritte alla lavagna che io usavo per imparare meccanicamente ma quando dovevo seguire un ragionamento preciso mi perdevo e rinunciavo a capire perché lo scopo di imparare quelle strane cose era oscuro per me. (5° secondaria di secondo grado)

Qui ci si riferisce, più che alla matematica in sé, all'apprendimento di essa. La riflessione è quindi sulla matematica proprio come materia scolastica.

- In matematica non c'è spazio per esprimere le proprie idee:

la mia mancanza di simpatia, perché non è un'avversione nei confronti della matematica, è dovuta al fatto che in questa disciplina non hai la possibilità di esprimere i tuoi pensieri, la tua opinione. (3° secondaria di primo grado)

È molto interessante come in questo e in altri temi, i ricercatori abbiano riscontrato come l'associazione “la matematica è utile” e “disposizione emozionale positiva verso la matematica” sia errata. L'utilità della matematica non è automaticamente collegata al fatto che a qualcuno piaccia, questa è solo una credenza sociale.

(Di Martino, 2007) afferma che il rapporto tra disposizione emozionale e visione della matematica non è di causa effetto, cioè la stessa idea sulla matematica può essere associata a giudizi diversi dipendenti da gusti personali o da altri fattori: per esempio un'idea molto diffusa sulla matematica è che sia difficile, molto spesso il gradimento di questa caratteristica dipende dal fatto che riesca o meno. Un'altra complicazione è dovuta al fatto che dietro l'accordo con la stessa espressione si nascondano visioni della matematica completamente diverse, un caso emblematico è quello del famoso la matematica non è un'opinione.

In realtà se si considera la visione della matematica solo strettamente legata all'approccio dell'allievo (strumentale o relazionale), nella maggior parte delle volte implicito, e non altre caratteristiche della materia, risulta palese un legame di implicazione tra la visione della matematica e l'indice di gradimento. In particolare la visione strumentale della matematica è causa di non gradimento, mentre l'approccio relazionale permette, ai ragazzi che lo adottano, maggiore piacere e gusto nello studiare ed apprendere la matematica.

#### *2.1.5 Relazione: disposizione emozionale negativa/senso di autoefficacia*

In questo caso una frase esemplificativa può essere: “non mi piace la matematica perché non la capisco”. La percezione di competenza degli studenti è legata alla loro idea di successo in matematica quindi la relazione tra disposizione emotiva negativa e senso di autoefficacia dipende dalle diverse idee di successo che gli studenti hanno. Zan e Di Martino hanno rilevato tre categorie:

- Il successo identificato con la percezione di conoscenza delle regole e l'essere in grado di applicarle:

ora sono in 2° superiore e ho partecipato al corso di riparazione e alle lezioni e qualcosa avevo capito ma poi ho dimenticato il meccanismo. (2° secondaria di secondo grado)

- Il successo identificato con la percezione di comprensione del perché le regole funzionano e come esse siano legate le une alle altre:

fino alle medie sono sempre stato bravo in matematica, perché ho sempre capito il ragionamento, perché alle medie c'era più teoria e avevamo più tempo per capire l'argomento rispetto a quello che abbiamo avuto quest'anno scolastico. Dal momento che potevo leggere il libro di testo, è stato più facile per me studiare, e anche per preparare i test. (1° secondaria di secondo grado)

- Il successo non esplicitamente collegato a una specifica comprensione ma piuttosto semplicemente collegato ai risultati scolastici:

alle medie di solito prendevo bei voti ed ero sicuro di essere bravo in matematica. (3° secondaria di secondo grado)

I collegamenti tra disposizione emotiva negativa e la bassa competenza percepita si riferiscono spesso all'attribuzione causale degli studenti del fallimento secondo la già ricordata teoria di Weiner.

Come per la precedente relazione, anche quella tra disposizione emozionale e senso di autoefficacia non è unidirezionale: alcuni studenti infatti riconoscono una disposizione emozionale negativa nei confronti della matematica come motivo della loro mancanza di successo/comprendimento, quindi percepiscono la loro bassa competenza come legata al fatto che non è di loro gusto la materia; inoltre le due componenti possono essere due dimensioni indipendenti. Infatti esistono studenti con alto rendimento ma disposizione emozionale negativa e studenti con una percezione di competenza bassa ma che dichiarano di avere una passione per la matematica.

### *2.1.6 Relazione: visione della matematica/senso di autoefficacia*

Il collegamento tra competenza percepita e visione della matematica può sempre essere trovato, anche se può essere implicito. Nei temi raccolti e analizzati da Zan e Di Martino spesso questa relazione è proprio rilevabile mostrando come la competenza percepita possa essere associata a una visione strumentale o relazionale. Gli studiosi hanno rilevato quattro categorie:

- Basso senso di autoefficacia associato a una visione strumentale:  
non è che non capisco la matematica, è che mi confondo perché ci sono così tante regole e teoremi che mi sembra quasi impossibile ricordarli tutti. Inoltre quando finalmente riesco ad entrare dentro un argomento, sembra che lo facciamo apposta... andiamo avanti con il programma e sono fregato. (2° secondaria di secondo grado)
- Basso senso di autoefficacia associato con una visione relazionale:  
la matematica è adatta alle persone molto intelligenti, disposte a scoprire regole e formule diverse; per questo si può dire che non è che la matematica non è fatta per me, è che io sono un po' 'impacciato'! [...] Attualmente me la cavo e non perché riesco a capire le formule ma piuttosto perché le applico, e basta. Sono sicuro che se dovessero chiamarmi per fare un test sui 'perché' che stanno sotto le formule, non sarei in grado di dire una sola parola. (2° secondaria di secondo grado)
- Alto senso di autoefficacia associato ad una visione strumentale:  
non trovo la matematica chissà quanto difficile perché una volta che hai imparato i meccanismi tutto diventa semplice. (5° primaria)
- Alto senso di autoefficacia associato ad una visione relazionale:  
fino alle medie sono sempre stato bravo in matematica, perché ho sempre capito il ragionamento, perché alle medie c'era più teoria e avevamo più tempo per capire l'argomento. (1° secondaria di secondo grado)

Come si evince da questi stralci di testo, è chiaro che la componente delle emozioni gioca un ruolo fondamentale all'interno di quest'ultima relazione soprattutto quando si parla di percezione di sé.

## *2.2 Misurare e intervenire*

La difficoltà nel trovare una definizione di atteggiamento è dovuta al fatto che l'interesse dei ricercatori è sempre stato diretto più ad individuare strumenti di misura che garantissero una certa scientificità alla nozione di atteggiamento, piuttosto che a definire il concetto stesso. Questo interesse dei ricercatori era stato suscitato da alcune domande che si erano poste, a partire da: "perché misurare l'atteggiamento?".

(Zan, 2000-5A) sottolinea come questa in realtà sia la domanda fondamentale e preliminare ad ogni processo di misura: "quali sono i problemi significativi le cui misure fatte cercano di dare una risposta?". È necessario quindi capire a cosa servono le misurazioni fatte. Una possibile risposta è sicuramente che è necessario misurare l'atteggiamento per avere un punto di partenza da cui partire per attuare progetti per il suo miglioramento.

### *2.2.1 Strumenti di misurazione*

Bisogna premettere che la scelta dello strumento più adatto dipende dalla stessa definizione che si dà all'atteggiamento. (Zan, 2000-5A) definisce tre tappe importanti nella ricerca legata all'atteggiamento nei confronti della matematica utili a interpretare poi i risultati ottenuti:

- Definizione di atteggiamento
- Individuazione e formulazione del problema che si vuole affrontare
- Scelta dello strumento di misura

È necessario che ci sia omogeneità tra questi fattori per evitare ambiguità e/o contraddittorietà.

Negli anni sono stati presentati dai vari ricercatori vari metodi per la misurazione.

Lo strumento più utilizzato nella ricerca sugli atteggiamenti, anche nel campo dell'educazione matematica, è da sempre la scala Likert.<sup>4</sup> Essa è per definizione lo strumento per la misurazione dell'atteggiamento. Fu ideata dallo psicometrico americano Rensis Likert nel 1932 (Likert, 1932) con lo scopo di elaborare un nuovo strumento, più semplice rispetto ad altri, per la misurazione di opinioni e atteggiamenti. Questo metodo consiste nella somministrazione di questionari contenenti delle affermazioni (item) nei confronti delle quali il soggetto deve esprimere il proprio grado di accordo o disaccordo attraverso una scala a 5 o 7 modalità (ad esempio: fortemente d'accordo, d'accordo, indeciso, in disaccordo, fortemente in disaccordo). Il punteggio finale viene calcolato sommando e facendo la media dei punteggi di ogni item. I vantaggi di questo strumento sono vari: è facile da costruire, è facile da somministrare, permette operazioni statistiche sui dati. Tuttavia presenta anche dei limiti che Zan rileva: come osserva (McLeod, 1987), quello che guida molte delle ricerche condotte in questo modo sembra essere la metodologia statistica piuttosto che la teoria. In particolare gli items utilizzati non consentono in genere di risalire alla definizione implicita di atteggiamento assunta, e d'altra parte manca per lo più una definizione esplicita. In molti studi ad esempio si osserva un'identificazione fra atteggiamenti e convinzioni: gran parte delle ricerche finalizzate a riconoscere l'atteggiamento degli studenti nei confronti della matematica utilizzano infatti questionari organizzati come elenchi di convinzioni su cui si chiede l'opinione del soggetto.

L'esempio che fornisce Zan è molto chiaro: una tipica affermazione usata nei questionari con scale Likert è “la matematica è utile” e dire che si è d'accordo con questa affermazione implica un punteggio “positivo”. Questa scelta di chi costruisce il questionario è dipesa dal fatto che si crede che pensare che la matematica sia utile sia una convinzione vincente; quindi è legata all'aspetto cognitivo o è assegnata all'emozione (positiva) che si ritiene associata a tale convinzione, ed è quindi legata ad una disposizione emozionale positiva? Zan rileva come la convinzione “la matematica è utile” non possa per tutti considerarsi vincente rispetto a “la matematica non è utile”, così come non è detto che alla stessa affermazione sia necessariamente associata una disposizione emozionale positiva. L'autrice fa quindi notare un grande limite di queste scale: le varie affermazioni, seppur condivise, non hanno la stessa valenza per tutte le persone e l'essere d'accordo o in disaccordo con una di esse per un soggetto può voler dire una cosa, per un altro la cosa opposta.

Un'altra critica ai questionari, e agli strumenti tradizionali in generale, è dovuta al fatto che questi strumenti elenchino preliminarmente le convinzioni da valutare per cui il soggetto intervistato può trovarsi di fronte al valutare un certo oggetto su attributi che mai avrebbe pensato di attribuire ad esso mentre non vengono tenute in considerazione le altre convinzioni che il soggetto potrebbe avere a riguardo. (Di Martino & Zan, 2011)

Ecco che allora i due ricercatori evidenziano la necessità di trovare nuovi strumenti che valorizzino il sistema di credenze personali di ciascun individuo. Viene posta l'attenzione quindi non sulla singola credenza ma sul sistema, sulla rete di credenze. Questo è essenziale perché conoscere il sistema ci dà informazioni sul ruolo che ciascuna credenza occupa nella gerarchia delle convinzioni e ciò è importante perché è ragionevole ipotizzare che certe convinzioni, dette centrali, abbiano un peso maggiore in certi comportamenti. (Zan, 2000-5A). Le convinzioni veramente significative sono quelle che agiscono da guida nei comportamenti di un certo individuo e questo dipende non solo dalla convinzione stessa, ma dalla forza e dal ruolo che essa ha all'interno dei sistemi di convinzioni dell'individuo.

Il motivo per cui è importante conoscere quali siano le convinzioni “più influenti”, a livello didattico, è che esse possono svolgere un ruolo guida per progettare e condurre eventuali percorsi di recupero.

---

<sup>4</sup> <http://www.federica.unina.it/sociologia/metodologia-e-tecnica-della-ricerca-sociale/la-tecnica-delle-scale-di-atteggiamento-la-scala-likert/>

Zan, quindi, distinguendo nuovi metodi di ricerca ha quindi fatto proprio l’invito di McLeod (1992):

[è importante che] la metodologia di ricerca diventi più flessibile e che più studi usino metodi di ricerca diversi, comprese le interviste, invece che solo i questionari. Solo allora possiamo aspettarci che la ricerca sugli atteggiamenti dia dei nuovi contributi al campo dell’educazione matematica. (pag. 582)

(Di Martino & Zan, 2011) danno forte rilievo ai “metodi non tradizionali”, tra cui le interviste, le vignette, le narrazioni che danno spazio al soggetto di esprimere tutte le proprie credenze senza necessariamente dover seguire una linea già data (lo stesso studio è basato proprio su narrazioni e la scelta dei ricercatori è stata basata proprio su questa necessità di sperimentare nuovi metodi per indagare l’atteggiamento).

### 2.2.2 *Valutare un atteggiamento negativo*

Come si è detto, prima di poter valutare l’atteggiamento, è necessario stabilire la definizione a cui far riferimento.

In questo lavoro, il modello di riferimento è lo studio presentato nei paragrafi precedenti per cui si riprenderanno le dimensioni dell’atteggiamento già individuate: disposizione emozionale, senso di autoefficacia, visione della matematica.

Quando, quindi, si può affermare che l’atteggiamento nei confronti della matematica di un individuo è negativo?

Avendo assunto che l’atteggiamento è composto di tre dimensioni distinte, si parla di atteggiamento negativo quando almeno una delle dimensioni è negativa.

(Zan e Baccaglioni-Frank, 2017) riferiscono che nel caso della dimensione emozionale, la consideriamo negativa se le emozioni associate alla matematica sono negative (noia, ansia, rabbia, frustrazione, ...). Nel caso del senso di autoefficacia, lo definiamo negativo se è scarso. Nel caso della visione della matematica consideriamo negativa una visione “distorta” della matematica, cioè lontana da quella condivisa dagli esperti. In particolare è una visione distorta quella che riduce la matematica ad un insieme di regole da memorizzare e applicare a situazioni ripetitive.

In questa visione, le tre dimensioni interagiscono profondamente tanto che emozioni negative sono sempre associate ad una visione della matematica distorta o a uno scarso senso di autoefficacia. Questo fattore è significativo perché mostra come limitarsi ad indagare il gradimento della matematica dia poche indicazioni per un eventuale intervento di recupero. È necessario invece indagare tutte le dimensioni per avere un quadro chiaro e una guida per intervenire.

### 2.2.3 *Come intervenire*

La chiarezza di una definizione porta ad una chiarezza di diagnosi, che a sua volta rende possibile costruire strumenti di osservazione adeguati ma rende anche operativa la stessa diagnosi sulla quale si fonda l’intervento di recupero.

Inoltre se la definizione non è chiara una criticità che può verificarsi è che la diagnosi risulti poco operativa. Questo perché è difficile immaginare percorsi coerenti di recupero se non si ha ben chiaro in mente cosa manca: necessariamente l’intervento prescindere dalla diagnosi e diventerà una semplice ripetizione degli argomenti ritenuti più importanti o più difficili.

È quindi necessario per prima cosa avere ben chiara la diagnosi per capire su cosa lavorare.

Una volta stabilito quali sono i problemi si può strutturare un intervento mirato.

La caratterizzazione di atteggiamento negativo data in (Zan & Baccaglioni-Frank, 2017) è che l’intervento deve essere volto a scardinare la visione distorta della matematica o il suo senso di autoefficacia, questo perché la dimensione emozionale è molto legata alle altre due sulle quali trova le sue cause (ad esempio: io odio la matematica perché non mi riesce; è un’emozione causata da un basso senso di autoefficacia).

In realtà sono molte le strategie che incidono sia sul basso senso di autoefficacia che su una distorta visione della matematica. Due di esse, ritenute molto valide dalle ricercatrici, sono il *problem solving* e la *didattica laboratoriale*.

Le caratteristiche di queste due strategie che fanno sì che esse siano strumenti davvero preziosi per l'insegnante che vuole un intervento di recupero significativo sono:

- la valorizzazione dei processi rispetto ai prodotti: aiuta a superare l'idea che per “andare bene” in matematica si debba sempre dare la risposta corretta in poco tempo;
- il confronto tra vari approcci, strategie, soluzioni: permette di vedere la matematica in modo dinamico e non statico in cui tutti possono trovare la propria strada;
- la richiesta di argomentare le proprie posizioni: valorizza i ragionamenti validi anche se incompleti;
- il lavoro collaborativo: fa emergere punti di vista diversi e favorisce il confronto, i processi parziali, le intuizioni che magari da solo un individuo non riuscirebbe a portare a conclusione;
- i tempi distesi: favorisce una visione dove non è necessario essere il più veloce a dare la risposta ma anche permette allo studente di acquisire la consapevolezza di poter recuperare;
- l'autocorrezione degli errori: permette il ragionamento senza che sia l'insegnante ad intervenire immediatamente.

Per scardinare una visione distorta della matematica è quindi necessario mettere in crisi le convinzioni degli studenti circa le caratteristiche della matematica attraverso attività mirate volte a creare un conflitto tra la loro visione e quella, invece, proposta dalle attività.

È opportuno privilegiare attività:

- Che permettano una varietà di approcci, di strategie e possibilmente di soluzioni;
- Che mettano in evidenza la potenza del ragionamento rispetto alla memoria;
- Che favoriscano l'argomentazione;
- Che facciano percepire all'allievo la potenza del ragionamento matematico e l'importanza di poter disporre di un linguaggio in grado di sostenere tale ragionamento;
- Che mostrino come conoscenze e abilità di matematica possono essere utili per affrontare e risolvere questioni della vita reale;
- Che prevedano in modo naturale il controllo delle soluzioni trovate, e quindi che permettano all'allievo di riconoscere da sé eventuali errori;
- Che permettano all'allievo di cogliere i diversi ‘perché’ dei fatti matematici, e quindi di diventare consapevole delle differenze tra convenzioni, definizioni e fatti che si dimostrano (teoremi); in particolare che mettano in luce i ‘perché’ delle conoscenze di base;
- Attività finalizzate ad acquisire un metodo di studio adeguato. (Zan & Baccaglini-Frank, 2017, pp. 108-109)

Per incidere, invece, su un basso senso di autoefficacia le attività dovranno essere mirate a ricostruire nell'allievo l'idea che può farcela attraverso esperienze di successo e attività in cui sia attirato a mettersi in gioco.

Appaiono particolarmente indicate attività laboratoriali e problemi:

- Che permettano di provare esperienze di successo; in particolare che permettano di valorizzare i ragionamenti parziali, cioè i ragionamenti che non necessariamente portano alla completa soluzione del problema;
- Che favoriscano l'argomentazione;
- Che richiedano pochi prerequisiti a livello di conoscenze matematiche; meglio ancora se nella loro formulazione non richiamano la matematica scolastica, in modo da non bloccare a priori l'investimento di risorse di chi è convinto di non poter avere successo in matematica;
- Che permettano approcci risolutivi diversi;
- Che prevedano in modo naturale il controllo delle situazioni trovate, e quindi permettano all'allievo di riconoscere da sé eventuali errori;

- Che permettano di acquisire sicurezza nelle conoscenze e abilità di base.

Inoltre possono essere utili:

- Attività finalizzate ad acquisire un metodo di studio adeguato. (Zan & Baccaglini-Frank, 2017, p. 110)

In ogni caso in (Zan, 2000-3A) si trovano anche delle indicazioni per attuare interventi mirati a rimuovere le emozioni negative con le quali in ogni caso l'insegnante deve fare i conti in qualunque momento riscontri un atteggiamento negativo.

Le strategie che gli insegnanti sono chiamati ad attuare sono molto simili a quelle già elencate:

- Valorizzare l'errore
- Dare tempo
- Puntare l'attenzione sui processi piuttosto che sui prodotti
- Interpretare i fallimenti
- Dare tempo
- Riconoscere i piccoli progressi.

In più, inoltre, viene sottolineata l'esigenza che l'insegnante, affinché l'intervento sia efficace, debba essere disposto a farsi coinvolgere emozionalmente in modo da favorire un'interpretazione dell'esperienza matematica diversa da quella che ha generato le emozioni negative.

## Bibliografia

- Aiken, L. (1970). Attitudes toward mathematics. *Review of Educational Research*, 40, 551–596.
- Allport, G. W. (1935). Attitudes. In C.A. (Ed.), *Murchison Handbook of Social Psychology* (pp. 798–844). Worcester: Clark University Press.
- Arcuri, L. & Flores d'Arcais, G. (1974). *La misura degli atteggiamenti*. Giunti-Martello.
- Arzarello, F. (2002). Il ruolo dell'errore nell'apprendimento della matematica. In A. Contardi & P. Piochi (Eds.), *Le difficoltà nell'apprendimento della matematica. Metodologia e pratica di insegnamento* (pp. 97-115). Trento: Erickson.
- Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Trad. it. E. Castelli Gattinara (a cura di), *La formazione dello spirito scientifico*. Milano: Cortina Editore, 1995.
- Bagni, G. T. (1996a). La didattica della matematica. *Appunti Di Didattica Della Matematica*, 7–14.
- Bagni, G. T. (1996b). Il contratto didattico. *Appunti Di Didattica Della Matematica*, 55–62.
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioural change. *Psychological Review*, 84, 191–215.
- Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches*, 41, 177–182.
- Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches En Didactique Del Mathématiques*, 33–115.
- Brown, S. I., & Walter, M. (1983). *The art of Problem Posing*. Hillsdale, NY: Lawrence Erlbaum Associates.
- Damasio, A. R. (1995). *L'errore di Cartesio. Emozione, ragione e cervello umano*. Adelphi.
- D'Amore, B., & Frabboni, F. (1996). *Didattica generale e didattiche disciplinari*. Milano: Angeli.

- Daskalogianni, K., & Simpson, A. (2000). Towards a definition of attitude: The relationship between the affective and the cognitive in pre-university students. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 217–224.
- Di Martino, P. (2007). L’atteggiamento verso la matematica: alcune riflessioni sul tema. *L’insegnamento Della Matematica e Delle Scienze Integrate*, 30, 6 A+B, 652–666.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). “Me and maths”: Towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13 (1), 27–48.
- Di Martino, P., Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *ZDM Mathematics Education* 43, 471–482.
- Dutton, W. (1951). Attitudes of prospective teachers toward arithmetic. *The Elementary School Journal*, 84–90.
- Enriques, F. (1936). *Il significato della storia del pensiero scientifico*. Bologna: Zanichelli.
- Filloux, J. (1973). *Positions de l’enseignant et de l’enseigné: Fantasme et formation*. Paris: Dunod.
- Gardner, H. (1991). *The Unschooled Mind: How children think and how schools should teach*. Tr. it. *Educare al comprendere. Stereotipi infantili e apprendimento scolastico* (1993). New York: Basic Books.
- Goleman, D. (1996). *L’intelligenza emotiva*. Rizzoli.
- Haladyna, T., Shaughnessy, J., & Shaughnessy, M. (1983). A causal analysis of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 19–29.
- Hart, L. (1989). Describing the affective domain: Saying what we mean. *Affect and Mathematical Problem Solving*, 37–45.
- Harter, S. (1990). Causes, correlates, and the functional role of global self-worth: A life-span perspective. *Competence Considered*, 67–97.
- Klum, G. (1980). Research on mathematics attitude. *Research in Mathematics Education*, 356–387.
- Krygowska, A.Z. (1957). Sul pericolo del formalismo e del verbalismo nell’insegnamento dell’algebra. *Archimede*, 4–5, 165–177.
- Lester, F. K. J. (2002). Implications of research on students’ beliefs for classroom practice. *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*, 345–353.
- Likert, R. (1932). A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology*, 22 140, 55.
- Mandler, G. (1984). *Mind and body: Psychology of emotion and stress*. New York: Norton.
- Mandler, G. (1989). Affect and learning: Reflections and prospects. *Affect and Mathematical Problem Solving*, 237–244.
- Mason, L. (2013). *Psicologia dell’apprendimento e dell’istruzione*. Il Mulino.
- McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 575–596.
- McLeod, D., & Adams, V. M. (1989). *Affect and mathematical problem solving. A new perspective*. New York: Springer.
- MIUR (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell’infanzia e del primo ciclo d’istruzione. In *Annali della Pubblica Istruzione*. Le Monnier.
- N.D.R di Pisa (1997). Il rapporto degli studenti con la matematica: un’indagine evolutiva. *Problemi e Alunni Con Problemi*.
- Neale, D. C. (1969). The role of attitudes in learning mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 631–341.

- Ortony, A., Clore, G. L., & Collins, A. (1988). *The cognitive structure of emotions*. Cambridge University Press.
- Peck, D. M., Jencks, S. M., & Connell, M. L. (1989). Improving instruction through brief interviews. *Arithmetic Teacher*, 37 (3), 15–17.
- Pellerey, M., & Orio, F. (1996). La dimensione affettiva e motivazionale nei processi di apprendimento della matematica. *ISRE*, 2, 52-73.
- Polo, M., & Zan, R. (2006). Teachers’ use of the construct ‘attitude’. Preliminary research findings. In M. Bosch M (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of the European Research in Mathematics Education*. FundEmi, Barcelona.
- Popper, K. (1972). *Objective Knowledge an Evolutionary Approach*. Tr. it. Conoscenza oggettiva. Un punto di vista evoluzionistico. (2002). Oxford: Clarendon.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students’ mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 338–355.
- Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77.1, 20–26.
- Thurstone, L.L., & Chave, E.J. (1929). *The measurement of attitude. A psychophysical method and some experiments with a scale for measuring attitude toward the Church*. The University oh Chicago Press, Chicago.
- Vygotskij, L.S. (1934). *Pensiero e linguaggio*. Firenze: Giunti-Barbèra.
- Weiner, B. (1985). An attribution theory of achievement motivation and emotion. *Psychological Review*, 92, 548–573.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Springer.
- Zan, R. (2000-2A). Le convinzioni. *L’insegnamento Della Matematica e Delle Scienze Integrate*, 23, 2A, 161–197.
- Zan, R. (2000-3A). Emozioni e difficoltà in matematica (parte 1). *L’insegnamento Della Matematica e Delle Scienze Integrate*, 23, 3A, 207–232.
- Zan, R. (2000-4A). Emozioni e difficoltà in matematica (parte 2). *L’insegnamento Della Matematica e Delle Scienze Integrate*, 23, 4A, 327–346.
- Zan, R. (2000-5A). Atteggiamenti e difficoltà in matematica. *L’insegnamento Della Matematica e Delle Scienze Integrate*, 23, 5°, 441–466.
- Zan, R., & Baccaglioni-Frank, A. (2017). *Avere successo in matematica. Strategie per l’inclusione e il recupero*. UTET univesità.