

## ***Schemi di ragionamento in culture differenti : i paradossi logico-linguistici nella cultura europea e cinese.***

M. Ajello<sup>1</sup> – F. Spagnolo<sup>2</sup>

### ***Riassunto***

*Il lavoro analizza alcune analogie e differenze tra differenti schemi di ragionamento in culture diverse. Gli strumenti utilizzati di natura epistemologica e storica sono paradossi logici rintracciabili nelle culture cinesi e problemi di logica aristotelica. Gli strumenti di indagine sono quantitativi e qualitativi. Questo lavoro si inserisce in un quadro di un più vasto progetto di ricerca sui problemi di insegnamento/ apprendimento in ambienti multiculturali che si stanno affrontando all'interno del GRIM.*

*Le considerazioni di fondo sui differenti stili di apprendimento degli studenti hanno portato alla ricerca dei punti di contatto prevedibili ed in seguito si spera di implementare interventi comuni possibili in situazioni molto differenti. L'attenzione si è concentrata sul pensiero e sull'uso della lingua naturale che possono veicolare differenti modi di ragionare e d'esprimersi. La ricerca sperimentale che indaga sulle sorgenti profonde dei modi di ragionare può aprire nuove strade nei processi di insegnamento /apprendimento delle matematiche in ogni ordine di scuola.*

*Il lavoro sperimentale è suddiviso in due parti:*

- 1. la prima parte riguarda una sperimentazione in classe ed il riferimento teorico è quello della Teoria delle Situazioni [Brousseau, 1997]. I dati sperimentali sono analizzati quantitativamente [R. Gras, 2000] et qualitativamente attraverso l'analisi dei protocolli.*
- 2. La seconda parte sperimentale riguarda l'analisi di due casi e l'analisi è di tipo esclusivamente qualitativo.*

### ***Résumé:***

*Le travail commence par analyser quelques différences et quelques analogies entre schémas de raisonnement dans des cultures différentes. Les outils utilisés, de natures épistémologique et historique, sont des paradoxes logiques retrouvés à la fois dans les cultures chinoises et occidentales. Les instruments d'enquête sont qualitatifs et quantitatifs. Ce travail s'insère dans le cadre d'un plus vaste projet de recherche sur les problèmes de l'enseignement/apprentissage en milieux multiculturels mené actuellement. La considération de fond sur les différents styles d'apprentissage des étudiants ont porté sur la recherche de points possibles de contact et ensuite sur les interventions communes possibles dans des situations apparemment très différentes. L'attention s'est déplacée sur la*

---

<sup>1</sup> **M. Ajello** :\_G.R.I.M., Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Via Archirafi n. 34 90123 Palermo. Tel. 0039 091 6040434. E-mail: [mariajello@katamail.com](mailto:mariajello@katamail.com).

<sup>2</sup> **F. Spagnolo**: G.R.I.M., Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche, Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Via Archirafi n. 34 90123 Palermo. Tel. 0039 091 6040434. E-mail: [spagnolo@math.unipa.it](mailto:spagnolo@math.unipa.it). Web-site: <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/>.

*pensée et l'usage de la langue naturelle qui peuvent véhiculer les manières de raisonner et de s'exprimer. Une recherche expérimentale qui implique les sources profondes des manières de raisonner peut ouvrir de nouvelles voies dans le processus d'enseignement/apprentissage des mathématiques en chaque ordre d'école.*

*Le travail expérimental est subdivisé en deux parties:*

*1. la première partie concerne une expérimentation en classe et la référence théorique il est ce de la Théorie des Situations [Brousseau, 1997]. Les données expérimentales sont analysées quantitativement [R. Gras, 2000] et qualitativement à travers l'analyse de protocoles.*

*2. La second partie expérimentale concerne l'analyse de deux cas et l'analyse il est de type qualitatif exclusivement.*

### ***Introduzione.***

Gli studi riguardanti l'analisi degli schemi di ragionamento si sono quasi sempre orientati verso l'insegnamento/apprendimento di contenuti matematici specifici. L'obiettivo di questo lavoro è quello di presentare situazioni/problema tipici del pensiero matematico ma con una attenzione alle problematiche logico-linguistiche.

Questo lavoro si inserisce in un progetto di ricerca che ha messo in evidenza:

1. il ruolo della lingua naturale nello sviluppo delle matematiche nella storia del pensiero (Spagnolo, 1986, 2000, 2001, 2002);

2. il ruolo della storia delle Matematiche come strumento di osservazione ed analisi di situazioni di apprendimento/ insegnamento multiculturali.

3. il ruolo della logica fuzzy (approccio di tipo linguistico) come strumento interpretativo di alcune situazioni problematiche in classe correlate con il “senso comune” (Spagnolo, 2003; Ajello-Spagnolo, 2002). I riferimenti principali sono quelli di Zadeh, (per quanto attiene alle considerazioni fondazionali della logica fuzzy dell'approccio linguistico) e di Kosko (per quanto attiene alle relazioni ed analogie individuate tra logica fuzzy e pensiero orientale)

***Il riferimento più significativo è l'indagine sugli schemi di ragionamento orientali in relazione a quelli Europei con strumenti storico epistemologici. Altrettanto importante risulta l'analisi epistemologica relativa all'uso delle logiche sottese in relazione alle lingue naturali.***

***Tutto questo consente di formulare la seguente ipotesi:***

***H1 : Le differenze e le analogie nella storia delle culture<sup>3</sup> orientale e occidentale hanno un equivalente anche nelle differenze e analogie tra gli schemi di ragionamento riscontrabili oggi in situazioni di insegnamento /apprendimento delle matematiche.***

Per poter falsificare questa ipotesi ci si serve dei seguenti riferimenti paradigmatici:

1. Analisi storica e storico-epistemologica del pensiero matematico per quanto riguarda lo studio delle differenze degli schemi di ragionamento (argomentare, congetturare e dimostrare) nelle diverse culture europea e cinese. Questo tipo di analisi viene condotta con le argomentazioni tipiche della storia e dell'epistemologia e saranno il riferimento di fondo a tutto il lavoro. In qualche modo rappresenta un possibile punto di vista dello sviluppo ontogenetico.
2. Analisi sperimentale di situazioni/problema attraverso l'approccio della Teoria delle Situazioni Didattiche (Brousseau, 1997; Spagnolo, 1998).
3. Analisi di casi. Questo tipo di analisi utilizza lo strumento metodologico dell'intervista individuale. Le situazioni/problema discusse in classe sono l'oggetto dell'intervista.

### ***1.0 Le opere di riferimento: cenni.***

Il riferimento principale per le matematiche nella cultura cinese è quello dei “Nove capitoli sui procedimenti matematici”: questo costituisce un canone<sup>4</sup> sia per la costruzione delle matematiche (I sec a.c. – I sec d.c.) sia per l'insegnamento/apprendimento delle stesse nei vari periodi storici. Tra i più noti il commento di Liu Hui (263 d.c.) presentato all'interno della raccolta dei Canoni Matematici della dinastia Tang (618-907 d.c.). Questo canone di Matematica fu scelto per essere inserito in un riferimento più vasto riguardante la revisione dei classici del Confucianesimo.

### ***1.1 Osservazioni sulle differenze fra la lingua cinese e le lingue indoeuropee.***

Per le osservazioni riguardanti la lingua ci si riferisce alle seguenti opere: Chemla (2001), Needman (1981) e Granet (1988).

*“Il cinese è potuto diventare una potente lingua di civiltà e una grande lingua letteraria senza doversi preoccupare né della ricchezza fonetica né della comodità grafica, senza nemmeno cercare di creare un materiale astratto di*

---

<sup>3</sup> L'insieme dei valori, modelli di comportamento, e anche delle attività materiali, che caratterizzano il modo di vita di un gruppo sociale. In una prospettiva che tenga conto dei processi comunicativi, la lingua naturale è un prodotto di una certa cultura perché ne consenta la diffusione. E nello stesso tempo la cultura può essere influenzata dalla Lingua Naturale in quanto portatrice di significati storicamente rintracciati.

<sup>4</sup> Per Canone viene inteso: Elenco di opere o di autori proposti come norma, come modello tipico.

*espressioni o di fornirsi di un armamentario sintattico. È riuscito a conservare alle parole e alle frasi un **valore emblematico** affatto concreto. Ha saputo riservare al solo **ritmo** la cura di organizzare l'espressione del pensiero. Come se volesse innanzitutto liberare lo spirito dal timore che le idee possano diventare sterili se espresse meccanicamente ed economicamente, la lingua cinese si è rifiutata di offrire quei comodi strumenti di specificazione e coordinazione apparente che sono i segni astratti e gli artifici grammaticali. Si è conservata ostinatamente ribelle alle precisioni formali per amore della **espressione adeguata**, concreta, sintetica. Il cinese non sembra organizzato per notare concetti, analizzare idee, esporre discorsivamente dottrine. Nel suo insieme, esso è costruito per comunicare atteggiamenti sentimentali, per suggerire condotte, **per convincere, per convertire.**” (Granet, 1988)*

Le parole sono nomi (ming) che si riferiscono a “cose esistenti” (wu) nelle realtà effettuali (shi). Difatti non esiste una parola che significhi “vecchio”, in compenso c'è un gran numero di termini che illustrano differenti aspetti della vecchiaia, con tutta una serie di sfumature. La costruzione degli ideogrammi segue due strade complementari:

1. 80% degli ideogrammi sono di tipo associativo (Needman, 1981). Rappresentano una sorta di equazioni mentali<sup>5</sup>.
2. Le regole pratiche per la costruzione di questi ideogrammi possono essere sintetizzate da: “Appoggiarsi su ciò che precede”, “Ampliare le conoscenze”<sup>6</sup>.

### **1.2 Dalle lingue naturali agli aspetti logico linguistici.**

Dall'analisi sulla lingua non è difficile il passaggio all'analisi degli aspetti logico-linguistici, nella tradizione storica cinese il riferimento principale è quello della “Scuola dei Nomi”, 370-310 d.c. E' proprio in questo periodo che vengono proposti i paradossi logico-linguistici che si prendono in considerazione in questo lavoro:

1. *“la distinzione fra ciò che si accosta di più e ciò che si accosta di meno è il minimo di accostamento e di distinzione: ciò che in tutti gli esseri è interamente accostato e interamente distinto corrisponde al massimo di accostamento e di distinzione”*
2. *“un cavallo bianco non è un cavallo”*

D'accordo con gli autori citati in questo paragrafo viene attribuita alla “Scuola dei Nomi” ed ai “Dialettici” un ruolo centrale per l'elaborazione di un pensiero scientifico in Cina.

---

<sup>5</sup> “Una terza parte di caratteri è composta da combinazioni semantiche di due o più pittogrammi, che formano quelli che possiamo chiamare *composti per associazione*. Così *fu*, moglie è composto dai segni di donna, mano e scopa; ...Abbiamo quindi una specie di equazione: *li(campo)+tien(forza)=nan(uomo)*. Tali equazioni costituiscono un sottofondo mentale semicosciente per chi acquisti familiarità con la lingua.” (Needham, 1981, pag. 35-36, vol I).

<sup>6</sup> Entrambe le regole provengono da due opere omonime (200 a. C.) che rappresentano un riferimento storico epistemologico per la filosofia e per l'argomentazione e la dimostrazione in matematica.

L’ipotesi di Kosko sulla logica fuzzy come logica di riferimento del pensiero cinese non consapevole (almeno sino alla fine del ‘900) rappresenta uno dei principali riferimenti per questo ed altri lavori (Ajello Spagnolo 2003). Analizziamo il primo paradosso utilizzando il seguente schema. Risulta un tentativo per dare maggiore forza all’ipotesi di Kosko.

<i>Il Paradosso</i>	<i>Dal punto di vista della Logica Fuzzy</i>	<i>Dal punto di vista della Logica Bivalente</i>	<i>Dal punto di vista della Cultura Cinese Classica</i>
<i>La distinzione fra ciò che si accosta di più e ciò che si accosta di meno è il minimo di accostamento e di distinzione: ciò che in tutti gli esseri è interamente accostato e interamente distinto corrisponde al massimo di accostamento e di distinzione.</i>	<i>Un insieme A e l’insieme non-A hanno nella logica fuzzy una intersezione che varia da un minimo a un massimo che dipende dalla possibilità di <u>accostare</u> A e non-A e di <u>distinguere</u> A e non-A.</i>	Una proposizione del genere non rientra nei sillogismi aristotelici e non trova nemmeno riscontro nella dialettica di Hegel.	Rientra nel classico schema di convivenza tra opposti come nel caso dello yin e lo yang <sup>7</sup> .

### ***2.0 Alcune riflessioni su “Argomentare, Congettare e Dimostrare” nella Cultura Cinese in relazione alla Cultura Occidentale.***

Questo paragrafo analizza in modo schematico alcune differenze sostanziali riscontrate nella storia del pensiero cinese e nella storia del pensiero occidentale. Nell’analisi comparativa tra la scienza nella Cina premoderna e l’occidente. Geoffrey E.R. Lloyd (2001, pag.574) dice che: *“Le aspirazioni dell’antica tradizione greca rappresentata da Euclide, che si proponeva di dedurre tutta la matematica da un solo insieme di assiomi indimostrabili ma evidenti non sono state condivise dalla matematica cinese, ameno fino all’Età moderna. In Cina, infatti, l’obiettivo non era la dimostrazione assiomatico-deduttiva, ma cogliere i principi unificatori dell’intera matematica.”*

Le analogie con il lavoro di Fibonacci sono molto forti e riguardano sempre problemi concreti, analizzandoli per classi di problemi e con l’intento di costituire anche un’opera didattica. Nella storia della cultura in generale, i commenti ai Nove Capitoli ed al Liber Abaci hanno rappresentato anche uno stimolo ad indagare nuovi percorsi matematici.

La tabella che segue analizza alcuni differenze di schemi di ragionamento in una visione olistica.

<i>Occidente</i>	<i>Oriente</i>
1200 algebra: nessuna formalizzazione	200 a.c. algebra: nessuna formalizzazione
Paradigma della geometria, Equazioni	Sistema posizionale, matrici (sistema delle bacchette)

<sup>7</sup> “Il simbolo yin-yang è l’emblema della sfumatura, rappresenta un mondo di opposti”, rappresenta anche lo strumento di riferimento fondamentale del pensiero cinese in tutti i campi della conoscenza sia umanistica sia scientifica. Possiamo paragonarlo all’organizzazione in categorie della logica aristotelica.

Formule a-piristiche che nascondo i processi privilegiando, con il risultato, il determinismo	Risoluzione di equazioni attraverso manipolazioni algebriche con le strategie: 1) rendere uguali, 2) rendere omogenei, 3) ricerca di algoritmi fondamentali.
Reductio ad absurdum in un infinito potenziale	Infinità attuali di operazioni

### 2.1 L'algoritmo come elemento portante dell'argomentare e dimostrare?

Nel pensiero matematico cinese il riferimento principale è l'algoritmo. Esso gioca un ruolo centrale nel Canone della matematica e rappresenta anche uno strumento per le dimostrazioni algebriche. Nella risoluzione di un problema che prevede la regola del tre (sostanzialmente si tratta dell'unicità del quarto proporzionale), per esempio, si considerano i dati iniziali come condizioni (se... allora) “*se ho una certa quantità di seta allora ho speso una certa cifra*”, e anche la soluzione del quesito “*quale quantità di seta posso comprare se ho una cifra diversa dalla precedente?*” si può esprimere allo stesso modo (iterando la precedente condizione) “*se ho una certa quantità di seta (che non conosco ancora) allora ho speso una certa cifra (che conosco)*”. Viene così individuata la variabile e con il procedimento di riduzione all'unità (attraverso le proprietà delle proporzioni, nel nostro modo di procedere) si ottiene il valore incognito. Il procedimento per la risoluzione è *standard* ed è quindi un algoritmo. Dimostrare la validità di quel ragionamento vuol dire dimostrare la correttezza delle procedure (uso delle proprietà delle operazioni) nei passi dell'algoritmo).

L'algoritmo è una combinazione di un'iterazione e di due scelte 'condizionali'.

La scelta condizionale è un primo elemento interessante dello schema di ragionamento:

1. Iterazione
2. Condizionali (Se...allora...)
3. Assegnazione di variabili

La tabella che segue cerca di trovare analogie e differenze tra il significato che assume l'algoritmo nelle due culture.

	<i>Dal punto di vista occidentale:</i>	<i>Dal punto di vista Orientale</i>
<i>Algoritmo intuitivo</i>	Procedura	Procedura. Ricerca di algoritmi fondamentali come riferimento.
<i>Algoritmo formalizzato</i>	Algoritmo: 1) Effettività, effettivamente eseguibile da un automa. L'automata deve poter riconoscere le parti minime della descrizione dell'algoritmo (accettare il linguaggio in cui è scritto l'algoritmo; le frasi ben formate si dicono istruzioni) 2) Finitezza di espressione: successione finita di istruzioni. Cicli, condizioni, salti.	Un esempio paradigmatico è la regola del tre: la regola del tre poggia sulla “ <i>quantità di ciò che si ha</i> ” e sulla coppia costituita dal “ <i>lù di ciò che si ha</i> ” e dal

	3) Finitezza del calcolo: nel concetto di algoritmo è solitamente inclusa la condizione di terminazione della procedura per qualsiasi situazione dei dati iniziali all'interno di un certo dominio. 4) Determinismo: a ogni passo dell'esecuzione della procedura deve essere definita una ed una sola operazione da eseguire successivamente.	<i>“lù di ciò che si cerca” per dare luogo alla “quantità di ciò che si cerca”<sup>8</sup>.</i>
<b>Algoritmo deterministico</b>	La condizione 1 è irrinunciabile. Le altre danno luogo a differenti tipi di algoritmi. Se manca la 4 si chiamerà algoritmo non deterministico.	Ricerca attraverso analogie di algoritmi validi per classi di problemi omogenei. Riferimento agli algoritmi come a veri e propri modelli.
<b>Algoritmi probabilistici</b>	Algoritmi approssimati, probabilistici, NP-completi (se esiste un algoritmo polinomiale in grado di affermare se questa è effettivamente soluzione del problema), algoritmi che si arrestano dopo un numero di passi che cresce esponenzialmente.	Algoritmi fuzzy?

Il pensiero umano è basato su euristiche e non su algoritmi inteso nel senso occidentale formalizzato. I decisori umani formulano le loro decisioni su euristiche soggettive. Queste euristiche si fondano su esperienze personali, su estrapolazioni (abduitive ?) e su una valutazione probabilistica (o fuzzy?) dei costi e dei benefici con lo scopo di arrivare alla decisione meno rischiosa possibile di fronte alla scarsità di dati oggettivi disponibili.

### **2.3 Quali gli schemi stabili di ragionamento nella cultura Cinese?**

Ogni ragionamento è concluso con frasi del tipo: “da qui il risultato”.

L'algoritmo viene visto come strumento per dimostrare l'esattezza di un ragionamento.

Se vi sono delle divisioni successive, in geometria ad esempio, l'algoritmo si dichiara corretto soltanto quando si dimostra che nel procedimento seguito la grandezza non ancora trattata tende a zero. (Ricorda il metodo di Esaustione di Archimede)

Uno schema di ragionamento stabile è il seguente:

“Rendere omogenei e rendere uguali”: (dai commentari di Liu Hui, 263 d.c. (Chemla, 2001, pag. 142))

*“Moltiplicare per disaggregarli, semplificare per unirli, rendere omogenei e rendere uguali affinché possano comunicare: come potrebbero non essere questi i punti fondamentali della matematica?”*

La dimostrazione non è soltanto la correttezza del ragionamento entrano in gioco il “rendere uguale” e “rendere omogeneo” che rappresentano indicazioni concrete

<sup>8</sup> La qualifica del *lù* mette in evidenza che le quantità sono una definita in funzione dell'altra. Ma mette anche in evidenza il possibile ruolo di incognita. Come già osservato nella nota 3 lo schema di ragionamento indotto dalla Lingua naturale porta i cinesi ad implementare delle strategie risolutive di tipo algebrico (Spagnolo, 1986, 2002). In altre situazioni il ruolo dell'incognita viene espresso dalla posizione in perfetto accordo con l'approccio con le bacchette.

sulla manipolazione algebrica, ma anche strategie di riferimento per poter poi concretizzare la correttezza del ragionamento attraverso l’algoritmo.

Un esempio interessante del “Rendere omogenei e rendere uguali” è quello della regola del tre (dai commentari di Li Chunfeng, 656 d. c. (Chemla, 2001, pag. 142)). Questo algoritmo ancora una volta è un’operazione che ‘rende uguale’ e ‘rende omogeneo’ (nella riduzione all’unità). Quindi la regola del tre, come algoritmo fondamentale, è l’analogo nella cultura occidentale del postulato. L’algoritmo fondamentale può combinarsi più volte portando sempre ad un ragionamento certo.

Come osserva Liu Hui, applicando tali algoritmi i valori non avrebbero dovuto cambiare e questo ne garantiva la verità. Quindi veniva posta una attenzione particolare alla verifica dell’algoritmo su classi di problemi per poterne evidenziare la correttezza.

Un obiettivo strategico dei cinesi è stato quello di correlare i differenti procedimenti di calcolo impiegati in diverse aree della matematica per dimostrare la loro unità (ricerca di invarianti).

Needham (1981) sostiene che dopo il 1700 le due culture si sono fuse, mentre P. Engelfriet (2001) sostiene che questo processo è stato più lungo e forse è ancora in atto.

In questa tabella viene presentato uno schema di riferimento complessivo su di alcune differenze significative tra le due culture rispetto agli strumenti conoscitivi dell’argomentare. Naturalmente tale tabella è ancora uno strumento di lavoro da perfezionare e con interessanti problemi aperti da ridiscutere ancora.

	<i>Rivoluzione Scientifica tecnologica.</i>	<i>Inferenze</i>	<i>Come si conosce</i>	<i>Come affrontare oggi la questione nell’ottica della scienza della complessità</i>
<b>Occidente</b>	1600 rivoluzione scientifica: logica bivalente  <b>Strumento della logica bivalente:</b> conoscenza a priori delle eventuali modellizzazioni scientifico-matematiche e tecnologiche.	1) Induttive 2) Deduttive 3) Abduitive	Schemi categoriali (Aristotele) Manipolazione di formule algebriche fuori dal contesto per costruire modellizzazioni astratte per prevedere fenomeni in modo deterministico	<b>Semiotica?</b> <b>Approccio Sistemico?</b>
<b>Oriente</b>	XXI secolo rivoluzione scientifica: logica fuzzy?  <b>Strumento della logica fuzzy:</b> conoscenza a posteriori delle eventuali modellizzazioni scientifico-matematiche e tecnologiche. Logica delle	Inferenze semiotiche. 1. Se...allora... 2. Abduitive 3. Rendere uguali 4. Rendere omogenei 5. Algoritmo - Iterazione - Condizionali (Se...allora...) 6. Assegnazione di variabili	Conoscenza attraverso tutto il proprio corpo: moderne teorie neurofisiologiche, manipolazione di formule algebriche sempre riferite ad un contesto (come nella tradizione). Embodiment ?	La dimostrazione automatizzata. (ad esempio teorema dei quattro colori). Le applicazioni tecnologiche dei sistemi fuzzy.. Possibile strumento di unificazione delle conoscenze: neurofisiologia, conoscenza attraverso il



	analogie? Logica delle correlazioni?		proprio corpo, superamento della divisione mente –corpo retaggio della filosofia cartesiana, olismo,
--	--------------------------------------------	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Esistono effettivamente molte analogie con il pensiero occidentale almeno rispetto ai recenti sviluppi delle neuroscienze. Presumibilmente il riferimento più importante è quello dell’acquisizione attraverso Modelli e la Gerarchizzazione dei Modelli corrisponde all’Argomentare per organizzare ragionamenti.

Tale Gerarchizzazione è strettamente legata all’organizzazione linguistica:

Il buon ordine dipende interamente dalla correttezza del linguaggio che secondo il punto di vista degli autori è concorde con l’approccio fuzzy:

<i>Indicazioni per una corretta argomentazione secondo il pensiero Cinese</i>	<i>Interpretazione secondo il Fuzzy pensiero dei passaggi argomentativi</i>
<b>Corretta designazione e corretta predicazione: sono le indicazioni pratiche che vengono indicate da numerosi intellettuali Cinesi.<sup>9</sup></b>	<b>Corretta relazione Fuzzy, conforme a situazioni concrete: traduzione delle regole linguistiche in inferenze insiemi fuzzy su insiemi fuzzy.</b>

### ***3.0 La presentazione del lavoro sperimentale nelle classi Italiane***

Sono state formulate 5 situazioni /problema con l’obiettivo primario di individuare schemi di ragionamento differenti.

Il lavoro è stato svolto presso il Liceo Scientifico statale “S. Cannizzaro” di Palermo.

Le classi coinvolte sono state: una terza (età 16 anni) e una seconda (età 15 anni).

I ragazzi della terza avevano già affrontato la questione dei sillogismi aristotelici con l’insegnante di filosofia e quindi si sono espressi con un linguaggio più idoneo; gli alunni della seconda sono stati comunque in grado di risolvere i quesiti (la percentuale di quesiti risolti è stata molto simile). Tutti erano in grado di utilizzare correttamente il linguaggio dell’insiemistica.

La metodologia seguita e gli strumenti di analisi utilizzati:

il questionario è stato distribuito ai ragazzi delle due classi dallo stesso insegnante (la prof.ssa Ajello) e sono state date le stesse informazioni e gli stessi chiarimenti sui quesiti. Il tempo a loro disposizione è stato di 90 minuti.

I protocolli sono stati raccolti e analizzati in base all’analisi a priori precedentemente formulata e i dati sono stati elaborati con lo CHIC, per l’analisi implicativa, e con il SPSS per l’analisi fattoriale.

<sup>9</sup> In riferimento al Tao, antica filosofia Cinese, vi sono delle analisi di un Complesso di idee molto vicine che debbono seguire il seguente schema:

1. Ordine
2. Totalità
3. Responsabilità
4. Efficacia

### ***1.1 Come sono stati scelte le situazioni/ problema?***

Ogni situazione prevede un possibile schema di ragionamento ma non ne esclude altri. (il questionario è in appendice 1)

Nel quesito 1 e nel 4 si usa deliberatamente il termine “provare” e nel 3 si utilizza “dimostrare”. Questo perché il primo e il quarto quesito si prestano di più a procedimenti che inducono alle prove, ai tentativi empirici. Il terzo invece prevede un ragionamento per deduzione, comunque, quale che sia la tecnica (attraverso la rappresentazione dei casi possibili o no) per arrivare alla soluzione. Il 5 necessita di un ragionamento per “esclusione di casi” che si avvicina ad un ragionamento per assurdo. Il quesito 2 è un paradosso della tradizione culturale cinese risalente alla “Scuola dei Nomi” (370-310 d.c.), che gioca sulla ambiguità linguistica relativa alle qualità e si presta molto bene ad analizzare i punti di vista differenti orientale (cinese) ed occidentale.

Le argomentazioni per affrontare quesiti come quelli proposti sono più vicine al ragionamento naturale che alla dimostrazione matematica. L’analisi sulle diverse forme discorsive e i diversi livelli di organizzazione delle argomentazioni prodotte dai ragazzi del campione scelto, offrono però la possibilità di distinguere e confrontare diversi schemi di ragionamento e di fare qualche osservazione istruttiva sui diversi comportamenti.

L’unico vincolo implicito a cui sono sottoposte le argomentazioni perché siano considerate accettabili è la pertinenza.

### ***4.1 L’analisi a priori delle situazioni***

***Riportiamo l’analisi a priori dei comportamenti ipotizzati:***

1a Non risponde

1b Fa ragionamenti induttivi ma non arriva alla soluzione

1c Pone il trimino al centro e risolve induttivamente e lo esprime in LN

1d Fa delle prove ( $2^2, 2^3, \dots$ ) e tentativi di ragionamenti ma non arriva al caso generale

1e Utilizza il registro linguistico dell’aritmetica argomentando (es  $2^n \times 2^n - 1 = 2^{2n} - 1$ , è multiplo di 3?)

1f Fa ragionamenti induttivi e arriva alla soluzione ma con procedimenti diversi dal caso 1c (in LN)

2a Non risponde

2b dimostra che è falso utilizzando il linguaggio degli insiemi anche con rappresentazioni grafiche.

2c riesce ad argomentare sia per dimostrare che la proposizione è vera sia per dimostrare che è falsa senza però porsi il problema che è in presenza di un paradosso. (LN) 2d tenta di dimostrare che è vero.

2e dimostra che è vero non scindendo la qualità dall’oggetto (comportamento fuzzy)

2f capisce che è in presenza di un paradosso

3a Non risponde

- 3b Non risponde correttamente non distinguendo premesse e conseguenze
- 3c Risponde correttamente ma non motiva la risposta
- 3d Risponde correttamente e motiva la risposta utilizzando il linguaggio degli insiemi anche con rappresentazioni grafiche
- 3e Risponde correttamente e motiva la risposta utilizzando tabelle (uso delle matrici negli schemi di ragionamento)
- 3f Risponde correttamente e motiva la risposta utilizzando schemi di ragionamento del sillogismo aristotelico (calcolo proposizionale, utilizza il linguaggio della logica del 1° ordine)
  
- 4a Non risponde
- 4b Da una risposta errata ovvero fa un ragionamento sbagliato
- 4c Fa tentativi (prova in vari casi) perché non sa come interpretare il quantificatore “almeno”;
- 4d Risponde correttamente e motiva con un ragionamento combinatorio utilizzando tabelle
- 4e Risponde correttamente utilizzando la divisione per ripartizione
  
- 5a Non risponde
- 5b Da una risposta errata e non motiva
- 5c Risponde correttamente ma non motiva 5a Non risponde
- 5d Risponde correttamente e da una soluzione attraverso il ragionamento per assurdo utilizzando però LN. Senza nessun aiuto grafico
- 5e Risponde correttamente utilizzando un ragionamento combinatorio (considera tutte le possibili combinazioni di nomi, cognomi ed età escludendo quelle false)
- 5f Risponde correttamente utilizzando matrici (eventualmente con indicatori di relazioni: frecce) senza argomentazioni linguistiche

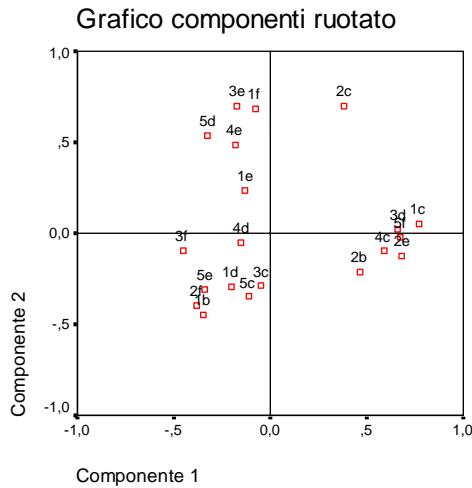
## **4.2 l’analisi quantitativa: implicativa e fattoriale**

### **4.2.1 L’analisi fattoriale.**

Le variabili relative alle risposte “mancanti” e “non corrette” sono state eliminate da questa analisi così come nell’analisi implicativa e questo per meglio mettere in evidenza gli schemi di ragionamento.

L’informazione totale è del 31,86% significativa rispetto al numero di variabili (20).

Si possono individuare due fattori, il primo riguarda il gruppo di variabili sulla destra (2b, 4c, 2e, 3d, 1c, 5f) che fa riferimento al ragionamento più ricco (induttivo, deduttivo, aristotelico, etc...) e più elaborato raggiunto da un certo gruppo di ragazzi. Analogamente le stesse variabili sono in una implicazione circolare nell'analisi implicativa (grafo implicativo di seguito)



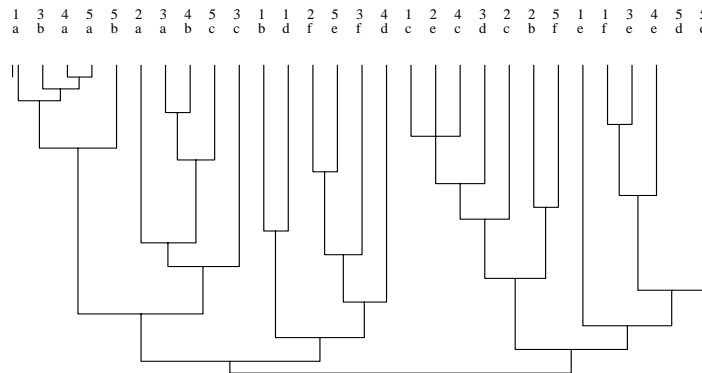
L'altro gruppo è rappresentato dalle rimanenti variabili (escluso la 2c) e corrispondono a comportamenti corretti ma non sempre motivati in maniera esaustiva.

**Un discorso a parte riguarda la variabile 2c che corrisponde alla capacità di argomentare contemporaneamente con ragionamenti opposti che arrivano a conclusioni opposte (la proposizione del quesito 2**

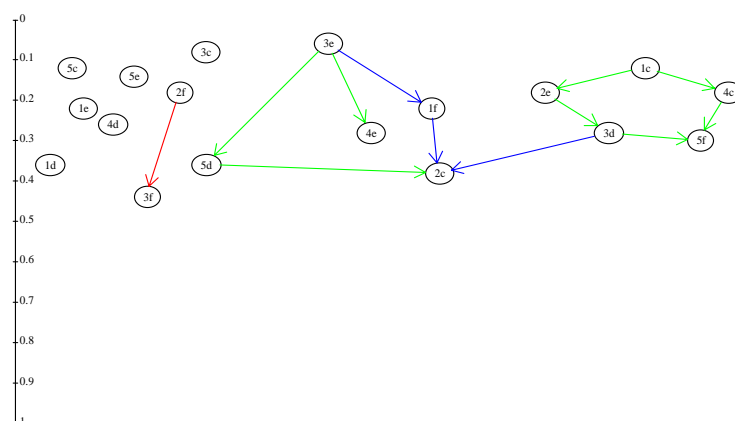
**può essere contemporaneamente vera e falsa, paradosso logico linguistico della cultura cinese).**

#### *4.2.2 L'analisi implicativi e delle similarità*

**I grafici di seguito sono i più significati, altri grafici hanno solo confermato quanto si evince già dai due di seguito riportati.**



**Albero della similarità**



**Grafo implicativo**

**4.2.3 Considerazioni generali su analisi fattoriale, analisi implicativi e delle similarità**

Dalle occorrenze si evince che: 3f e 2b sono state le risposte più frequenti e corrispondono entrambi ad uno schema di ragionamento riconducibile alle regole di deduzione dei sillogismi aristotelici.

Dal grafico dell'albero di similarità si nota che le risposte corrette ma non motivate sono raggruppate o con i tentativi o con le risposte errate o mancanti; dal grafo implicativi si nota che le stesse risposte di cui sopra sono in relazione fra loro ma mai con altre di altro tipo. È così opportuno escludere dai grafici le risposte 1a, 2a, 3a, 4a, 5a, 3b, 4b, 5b.

Osservando il grafico implicativi le considerazioni più significative sono le seguenti:

- \*  $2f \rightarrow 3f$  chi riconosce nella proposizione del 2° quesito un paradosso risponde al 3° quesito con schemi di ragionamento aristotelico
- \* dalla risposta 3c (risponde correttamente usando tabelle o matrici negli schemi di ragionamento) si diramano tre implicazioni  $3c \rightarrow 5d \rightarrow 2c$  ;  $3c \rightarrow 4c$  ;  $3c \rightarrow 1f \rightarrow 2c$ .

un'interpretazione possibile: chi fa uso di tabelle o matrici è in grado di fare ragionamenti induttivi e di affrontare con schemi anche contrastanti un paradosso, è anche in grado di produrre dimostrazioni per assurdo e di utilizzare correttamente il significato della divisione per ripartizione.

- \* La 1c è un altro nodo importante infatti si hanno due catene di implicazioni significative:  $1c \rightarrow 2e \rightarrow 3d \rightarrow 2c$  e  $1c \rightarrow 2e \rightarrow 3d \rightarrow 5f \rightarrow 2b$

letteralmente: chi risolve, usando correttamente l'induzione, il 1° quesito (che appare il più difficile dalle occorrenze) riesce ad uscire dagli schemi di deduzione tradizionale e nel quesito 2 prova che la proposizione è vera interpretandola come "un cavallo bianco non è un cavallo qualsiasi", ma è anche colui il quale utilizza correttamente l'inclusione degli insiemi per rappresentare graficamente la

struttura di un’inferenza e ancora utilizza matrici con frecce che indicano le relazioni.

### **Riepilogo dei risultati**

Tra i possibili schemi di ragionamento che gli alunni del campione hanno utilizzato, il più difficile da sostenere è stato quello legato all’induzione mentre sono state utilizzate correttamente più spesso le catene di deduzioni anche con rappresentazioni grafiche delle strutture inferenziali.

Questo, in fondo, è un risultato abbastanza prevedibile perché l’impostazione stessa dello studio della matematica a scuola, ma forse un po’ di tutte le discipline, ha sempre privilegiato le inferenze e quindi i ragionamenti deduttivi, trascurando l’importanza di addestrare gli alunni ad utilizzare alternativamente induzione – deduzione – induzione – deduzione.

Forse è più interessante il secondo risultato che coinvolge i diversi modi di ragionare: la capacità di utilizzare rappresentazioni grafiche, metodi combinatori accettando senza troppa meraviglia la possibilità di incontrare un paradosso, favorisce l’uso corretto dei sillogismi, preparando la strada ad un uso consapevole della dimostrazione matematica.

Dando uno sguardo alle caratteristiche del pensiero parallelo (pp) e del pensiero seriale (ps) si può assimilare la capacità di utilizzare più modi di ragionare, accettando anche le contraddizioni, al pp mentre la capacità all’uso consapevole dei sillogismi al ps. Così l’alternanza pp – ps – pp – ps – pp può corrispondere a momenti di creatività in cui un risultato viene visto sotto tanti punti di vista diversi e momenti di sistematizzazione in cui si ricompone e motiva un risultato.

### ***4.3 Le interviste con due cinesi: considerazioni qualitative***

Sono state svolte due interviste *sulla traccia* delle situazioni problema fatte in classe.

Tong (Nato a Canton 1954, ha frequentato le scuole cinesi sino alla scuola secondaria superiore sperimentale, non ha però completato gli studi, si è trasferito a Palermo nel 1978, ha conseguito la licenza media italiana nel 1985, attualmente gestisce un ristorante cinese a Palermo).

Jouzou (Nato a Palermo il 1986?, attualmente frequenta l’ultimo anno di un corso di studi sperimentale Liceo Europeo, ha studiato latino, greco, filosofia, matematica, etc..., si considera culturalmente Italiano, le sue conoscenze della lingua cinese e della cultura cinese sono state mediate dai genitori ambedue cinesi, Tong è il padre di Jouzou).

### ***Riportiamo il lavoro svolto nelle interviste:***

#### ***Tong***

#### ***Quesito1:***

Approccio aritmetico “ $2^3 \times 2^3 = 64 \quad 64 - 1 = 63$  ed è multiplo di tre”, “quindi è possibile ricoprire con i trimini la scacchiera”;

tentativi pratici;  
malgrado la proposta di posizionare il primo trimino al centro non “scatta” un ragionamento per induzione.

**Quesito 2:**

*“quale contesto? Senza il contesto non si può decidere, ci sono sempre più significati se non c’è un sottotesto”.*

Racconto di una storia come riferimento (una parabola?). per ogni situazione c’è una storia adatta che è propria della esperienza personale.

**Quesito 3:**

Richiesta di maggiore analisi del testo! *“Si deve misurare con la condizione”* (modelli come riferimenti rispetto ai quali misurare, confrontare)

**Quesito 4:**

Cerca il riferimento (un modello) nelle cose che conosce, che ha imparato; aspetto applicativo, un esempio: *“in un magazzino per contare tante scatole si procede così: si dispongono secondo una struttura nota, a piramide per esempio e poi basta contare gli elementi della prima riga e sapere quante piani si sono costruiti per risalire al numero totale”.*

Riferimento all’esperienza pregressa.

*“In questo caso c’è un minimo 1 e un massimo 12: si vedono le formule e si applica quella che funziona!”*

**Jouzou**

**Quesito 1:**

*“faccio dei tentativi”.* Con 2 e 4 riesce a ricoprire la scacchiera e cerca un modo per generalizzare il meccanismo a 8 (iterazione del procedimento). Non è chiaro invece il meccanismo per induzione. Cerca analogie con altri ragionamenti.

**Quesito 2:**

Lo riconosce come paradosso. *“un cavallo può essere di qualsiasi colore mentre un cavallo bianco non può essere bruno o rosso; se si considera cavallo-bianco come un unico ente allora la proprietà è vera ; bianco è qualità, cavallo è forma. Dipende dal punto di vista da cui si parte: vera nella realtà e falsa nell’astrazione.”*

*“Il vero assoluto non esiste tutto è confutabile”.*

*“Argomentare è fare riferimento a fatti della storia, anche la propria storia personale”.*

*“Si argomenta per avere ragione su qualcuno, si cerca sempre un’argomentazione più forte: blocchi l’attacco e rilanci!”*

Giustificare fatti → regole → fatti storici come modello in un insieme di modelli possibili (più esperienza più modelli).

Risolvere problemi → regole → formule come modello in un insieme di modelli (più conoscenze matematiche più modelli).

Accettare una dimostrazione → cercare la sua conferma in un modello reale (fra i possibili modelli).

**Quesito 4:**

*“mancano dati?”*

analisi del testo, organizzazione dei dati per ricorrere a formule. Modello in generale: schemi o idee precedenti, racconti, modello matematico = formule letterali.

*“in che senso provare?” “in questo caso basta far capire che è possibile!”*

non riesce a risolvere il quesito malgrado gli ulteriori chiarimenti sul testo.

### 5.0 Conclusioni e prospettive future

Segue un’analisi comparativa tra i diversi comportamenti emersi dall’indagine sul questionario in classe e le interviste. I punti di vista differenti comprendono tutta la casistica delle risposte e sono confortati dall’analisi storico epistemologica delle matematiche nelle due culture con particolare riferimento all’argomentare e dimostrare.

Quesiti <sup>10</sup>	Comportamenti dal punto di vista del pensiero fuzzy	Comportamenti dal punto di vista del pensiero bivalente
1	<i>Approccio euristico per tentativi ed errori Ricerca di un algoritmo come strumento di dimostrazione formalizzata<sup>1</sup></i>	<i>Ragionamento induttivo: catena finita di congiunzioni<sup>2</sup></i>
2	<i>Richiesta di un contesto concreto per analizzare l’adeguatezza della proposizione in oggetto<sup>3</sup></i>	<i>Uso dei diagrammi di Venn<sup>4</sup> per la deduzione (la proposizione viene così ad essere falsa)</i>
3	<i>Misura della conformità delle affermazioni in oggetto con le premesse. Maggiore cura nell’analisi del testo.<sup>5</sup> Uso di tabelle o matrici<sup>6</sup></i>	<i>Uso dei diagrammi di Venn<sup>4</sup> per la deduzione e una corretta interpretazione dei sillogismi. Procedimenti deduttivi in L.N.</i>
4	<i>Organizzazione dei dati per la</i>	<i>Organizzazione dei dati per</i>

<sup>10</sup> Il testo delle situazioni si trova in appendice 1.

<sup>1</sup> Uno degli strumenti utilizzati nella storia della matematica cinese per dimostrare la conformità di una sequenza di passaggi rispetto ad una classe di problemi concreti, è l’algoritmo. L’algoritmo è inteso come iterazione di due scelte condizionali (se...allora) con un punto di partenza qualsiasi.

<sup>2</sup> Da non confondere con il principio di induzione matematica (che invece consta di una catena infinita...)

<sup>3</sup> Assegnare un contesto equivale a stabilire una relazione linguistica fuzzy (nel senso usato da Zadeh) e equivale anche alla definizione di qualità. In questo caso la qualità colore e la qualità forma sono all’origine del paradosso di Gongsun Long III secolo della nostra era. (Levi, 2002, pag. 72)

<sup>4</sup> I diagrammi di Venn danno la possibilità di rappresentare con il linguaggio degli insiemi i connettivi logici della logica del primo ordine.

<sup>5</sup> la traduzione linguistica in termini di problema fuzzy comporta che il range della conformità dipende dalla quantità di informazione: maggiore informazione, maggiore possibilità di stabilire la conformità o la difformità. Le espressioni “conforme ed adeguato” sono l’equivalente fuzzy dell’espressione “vero” nella logica bivalente.

<sup>6</sup> nella storia della matematica cinese il calcolo con le bacchette prevedeva l’uso di matrici. Non è escluso che l’uso delle matrici fosse anche indotto dall’apprendimento della lingua naturale (vedi appendice)

<sup>4</sup> i diagrammi di Venn danno la possibilità di rappresentare con il linguaggio degli insiemi i connettivi logici della logica del primo ordine.



	<i>ricerca della conformità con un modello (schema, idea precedente, situazione analoga)</i>	<i>l’analisi di tutti i possibili casi. Uso della divisione come ripartizione. Il principio della piccionaia.</i>
5	<i>Ragionamento di tipo combinatorio con rappresentazione a tabelle. Analisi di tutti i possibili casi per favorire la riconduzione al modello.<sup>7</sup></i>	<i>Uso della contronominale e quindi del ragionamento per assurdo in L- N. e con l’aiuto di tabelle a doppia entrata</i>

Un confronto immediato delle due colonne mette in luce che c’è maggiore somiglianza fra i due comportamenti là dove il grado di formalismo è più basso o addirittura nullo. Si potrebbe ipotizzare che le differenze sono più evidenti mano a mano che si sceglie l’una o l’altra modalità simbolica. Dipende dalla lingua? Le ricerche di neurofisiologia dicono che il pensiero parallelo è essenzialmente giocato su comportamenti fuzzy dal punto di vista neuronale. Nella fase della consapevolezza del sé (Boncinelli, 2002) vi è un’alternanza fra pensiero parallelo e pensiero seriale. Il pensiero parallelo corrisponde al pensiero fuzzy e il pensiero seriale al pensiero bivalente.

Alla luce dell’ipotesi posta si può notare che la tabella di cui sopra ripropone chiaramente nelle differenze tra i comportamenti dal punto di vista del pensiero fuzzy e i comportamenti dal punto di vista del pensiero bivalente, le differenze emerse nell’analisi iniziale tra il pensiero matematico cinese e quello europeo soprattutto riguardo l’argomentare e il dimostrare.

***Problemi aperti.***

1. L’analisi deve proseguire con ulteriori lavori sperimentali su un campione significativo di ragazzi coetanei ai nostri delle scuole cinesi.
2. Il congetturare non è stato ancora affrontato significativamente nella fase sperimentale.

---

<sup>7</sup> il rapporto al modello (quanto è vicino?, quanto si discosta?) è vissuto come schema semiotico di riferimento principale per determinare l’adeguatezza di una affermazione. L’argomentazione e l’organizzazione dei ragionamenti avviene per gerarchizzazione dei modelli. (Modelli e sottomodelli come insiemi e sottoinsiemi ) Oggi con il linguaggio della logica fuzzy parleremmo di implicazioni fuzzy.

### **Riferimenti Bibliografici**

- Mahdi Abdeljaouad, Le manuscrit mathématique de Jerba: Une pratique des symboles algébriques maghrébins en pleine maturité, 7<sup>ème</sup> Colloque Maghrébin sur l’histoire des mathématiques arabes, Marrakech, Marocco, 30-31 Mai et 1<sup>er</sup> juin 2002.
- Mahdi Abdeljaouad (2003), *Quelques éléments d’histoire de l’analyse combinatoire*, Quaderni di Ricerca in Didattica, n.11, Palermo, <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/articles.htm> .
- M. Ajello et alii (2000), Il dialogo tra le discipline: costruire competenze trasversali, Quaderni del CIDI, Palermo
- M. Ajello – F. Spagnolo, 2002, Senso comune e Logica Fuzzy, Quaderni di Ricerca in Didattica, n.11, Palermo, <http://math.unipa.it/~grim/quaderno11.htm>.
- M. Ajello – F. Spagnolo (2002), *Some experimental observations on common sense and fuzzy logic*, Palermo, International Conference on Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century, <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/21project.htm>
- G. Brousseau (1997), *Theory of Didactical situations in mathematics. 1970-1990*, (304 pages) traduction M. Cooper, N. Balacheff, Rosamund Sutherland et Virginia Warfield. (Kluwer Academic Publishers).
- Boncinelli Edoardo (2002), *Io sono, tu sei (L’identità e la differenza negli uomini e in natura)*, Mondadori, Milano.
- K. Chemla (2001), I “Nove capitoli sui procedimenti matematici”: la costituzione di un canone nella matematica, *Storia della Scienza: Cina, India, Americhe*, Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani S.p.a.
- Cao Zhong-jun & Bishop Alan (2002), *Chinesestudents’ approaches to learning of mathematics*, ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.(Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).
- U. D’Ambrosio (2002), *Etnomatematica*, Pitagora Editrice, Bologna.
- E. De Bono (1999), *Creatività e pensiero laterale*, Biblioteca Universale Rizzoli, Milano.
- U. Eco (1975), *Trattato di Semiotica*, Bompiani Editore, Milano.
- Fischer Walter L.(2002), *Historical topics as indicators for the existence of fundamentals in educational mathematics (An intercultural comparison)*, ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.
- A. Gagatsis (2003), *A multicultural approach to understanding and learning mathematics*, Proceedings 3<sup>rd</sup> Mediterranean Conference On Mathematical Education, Athens 3-5 January .
- R. Gras (2000), *Les fondements de l’analyse implicative statistique*, Quaderni di Ricerca in Didattica, Palermo, <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/quaderno9.htm>
- Marcel Granet (1988), *La pensée chinoise*, Editions Albin Michel, Paris.
- Hino K.-Kaiser G.-Knipping C.(2002), *Comparing teaching mathematics in eastern and western traditions – Looking at France, Germany, England and Japan*, ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.(Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).
- Hirabayashi Ichiei (2002), *A traditional aspect of mathematics education in Japan: mathematics as Gei (Art), Its Jutsu (Technique) and Do (Way)*. ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.
- George Gheverghese Joseph, *C’era una volta il numero (Original title: The Crest of the Peacock. Non-European Roots of Mathematics)*, Il saggiatore, 2000.
- The Inter-Irem commission, *History of mathematics History of problems*, Ellipses (32, rue Bague, Paris 15°), 1997. (Version française: *Histoire des mathématiques, histoire des problèmes*).
- Bart Kosko (1995), *Il Fuzzy Pensiero*, Baldini&Casoldi, Milano. (*Fuzzy thinking: the new Science of fuzzy logic*, B. Kosko, 1993).
- Jean Levi (2002), *Tre scuole di pensiero*, Storia della Scienza: Cina, India, Americhe, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma, pagg 56-72.
- *Mathematical Ideas and Indigenous Languages: The extent to which culturally-specific thinking is carried through the language in which it takes place*, article by Barton, B. & Frank, R.. Published by Lawrence Erlbaum & Associates. (2001).
- Radford, L. (1998) [On Signs and Representations. A Cultural Account](#), *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 35 (1), 277-302.
- Roshdi Rashed (2002), *Algebra e linguistica. Gli inizi dell’analisi combinatoria*, Storia della Scienza: Cina, India, Americhe, Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, Roma, pagg 86-93.

- Enrica Lemut, Living in the Real-World-System: technology and mathematics as Systemic Thinking mediators, The Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century Project, Ammann, Jordan, November 2000.
- Joseph Needham (1981), *Scienza e Civiltà in Cina* (Original title: Science and Civilisation in China, Cambridge University Press, 1959), I e II Vol., Einaudi.
- Filippo Spagnolo (1986), Sull'impostazione di certi metodi risolutivi dei problemi nella tradizione cinese, *L'insegnamento della Matematica*, vol.9, n.8, sez. B.
- Filippo Spagnolo (1998), *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria* (Manuale di Didattica delle Matematiche per la formazione post-universitaria), La Nuova Italia Editrice, 1998
- Filippo Spagnolo (2000), The role of history of mathematics in research in Mathematics Education, Proceeding, "The Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century Project", November 2000, Amman, Jordan. (<http://math.unipa.it/~grim/21project.htm>)
- Filippo Spagnolo (2001), Semiotic and hermeneutic can help us to interpret teaching/learning?, Proceeding "The Mathematics Education into the 21<sup>st</sup> Century Project", Palm Cove (Cairns, Australia). (<http://math.unipa.it/~grim/21project.htm>).
- Spagnolo F. (2002), *History and Ethno-Mathematics in the Interpretation of the process of learning/teaching*, 13<sup>o</sup> ICMI Comparative Study Conference, University of Hong Kong. <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/articles.htm>
- Winslow Carl – Emori Hideyo (2002), Elements of a semiotic analysis of the secondary level classroom in Japan. ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.(Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).
- Lotfi A. Zadeh (2001), From computing with numbers to computing with words from manipulation of measurenebs to manipulation of perception, Proceedings, Palermo 2000, "Human and machine perception" (Thinking, deciding and acting), Edited by V. Cantoni, V. Di Gesù, A. Setti e D. Tegolo, Kluwer Academic, New York.
- Zheng Yu-xin (2002), Mathematics education in China from a cultural perspective. ICMI Comparative Study Conference, Hong Kong, 20-25 October.(Faculty of Education, University of Hong Kong, Pokfulam Road).

**Appendice**

**Questionario sulle capacità argomentative di situazioni  
problematiche.**

- 1) Provare che una scacchiera da dama con  $2^n \times 2^n$  quadrati (o celle) dalla quale un quadrato angolare è stato rimosso, può essere ricoperta esattamente da



“TRIMINI” della forma:

*(suddividendo la scacchiera in quattro grandi quadranti, ciascuno con  $2^{n-1} \times 2^{n-1}$  celle si pone un singolo pezzo ad angolo in modo da ricoprire esattamente una cella in ciascuno dei quadranti diversi da quello in cui è stata tolta una cella, si ricade così nella situazione in cui si hanno quattro scacchiere di misura più piccola e da ciascuna è stata tolta una cella.)*

**1a) Soluzione**

**1b) Motiva la soluzione proposta**

- 2) “Un cavallo bianco non è un cavallo”. Questa proposizione possiamo dichiararla vera o falsa?

**2a) Soluzione**

**2b) Motiva la soluzione proposta**

- 3) Siano date le premesse: “Tutti i maggiorenni possono votare. Sabrina è maggiorenne. Tutti coloro che hanno la patente di guida sono maggiorenni.” Considera le seguenti affermazioni:

- a. Sabrina può prendere la patente
- b. Chi non è maggiorenne non ha la patente
- c. Chi non ha la patente non è maggiorenne
- d. Sabrina può votare

Dimostra che tre di esse sono vere e una sola è falsa.

**3a) Soluzione**

**3b) Motiva la soluzione proposta**

- 4) In una classe con 30 alunni, in un dettato, tutti hanno fatto almeno un errore e Alex ne ha fatti 13, più di ogni altro. Provare che ci devono essere almeno tre alunni ciascuno dei quali ha fatto lo stesso numero di errori degli altri due.

**4a) Soluzione**

**4b) Motiva la soluzione proposta**

- 5) Dora, Benedetto e Giovanna sono i nomi di tre giovani di 14, 16 e 17 anni. Rossi, Bianchi e Verdi sono i cognomi. L'ordine dei nomi può corrispondere o non corrispondere a quello dei cognomi, così come non si sa a chi appartengono le età. Sapendo che: la ragazza Rossi ha tre anni più di Giovanna e il giovane Verdi ha 16 anni, trovare il nome completo di ciascun alunno e la sua età.

**5a) Soluzione**

**5b) Motiva la soluzione proposta**