"Quaderni di Ricerca in Didattica" (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Considerazioni sperimentali sulla premisura di lunghezza e superficie nella Scuola dell'Infanzia

Francesca Alongi[1]

Riassunto. *Nel seguente articolo viene presentata una ricerca sperimentale condotta con l'obiettivo di verificare la possibilità di effettuare operazioni di premisura di lunghezza e superficie con bambini di età compresa tra i tre e i cinque anni ed indagare quindi quali competenze matematiche vengano coinvolte. Dopo una breve analisi del concetto di numero naturale e il suo utilizzo spontaneo per contare e misurare, vengono considerate le differenze e le relazioni esistenti tra sistemi continui e discreti, per giungere, infine, ad una definizione operativa del concetto di premisura. Segue la descrizione della ricerca sperimentale ed i relativi risultati ottenuti.*

Abstract. *In the following article we present an experimental research, aimed to verify the possibility to carry out premeasure operations of length and surface, with children three-five years old. We inquire therefore on which mathematical competences come been involved on these. After a short analysis of the concept of natural number and its spontaneous use in order to count and to measure, we consider the existing differences and relations between continuous and discreet systems, in order to reach, finally, an operating definition of the premeasure concept. Follow the description of the research's experience and the relatives obtained results.*

1.0. Introduzione

Il lavoro sperimentale è nato con l'obiettivo di verificare se è possibile avviare operazioni di premisura di lunghezza e superficie con bambini appartenenti alla fascia d'età compresa tra i 3 e 5 anni e di indagare sulle competenze matematiche necessarie per effettuarle.

Le ipotesi di ricerca, sistematizzate per il lavoro sperimentale, hanno avuto origine da considerazioni teoriche riferite all'argomento indagato e da riflessioni personali rispetto ad alcuni interrogativi centrali, a mio parere, per l'argomento trattato. In primo luogo mi sono chiesta se la matematica è da considerarsi una disciplina o piuttosto uno strumento di interpretazione e di comprensione della realtà. Di che natura è poi il rapporto tra la matematica e il linguaggio orale?

Io sostengo l'ipotesi di una certa affinità tra la matematica e il linguaggio orale, inteso sia nella sua componente espressiva che di comprensione. Così come il linguaggio orale viene utilizzato spontaneamente dal bambino, e in età molto precoce, soprattutto se lo paragoniamo ad altre capacità come camminare, anche le competenze matematiche generali sono presenti ancora prima della scolarizzazione vera e propria. Si tratta di competenze essenzialmente percettive che diventano veri e propri automatismi già nei primi tre anni di vita del bambino.

[1] Laureata in Scienze della Formazione Primaria presso la Facoltà di Scienze della Formazione dell'Università di Palermo. Lavoro svolto nell'ambito della sua Tesi di Laurea, Marzo 2007.

Per l'analisi delle difficoltà evidenziabili nel contesto trattato risulta inoltre necessario fornire una definizione del concetto di premisura di tipo operativo.

1.1. Il numero naturale per contare e misurare.

Il numero naturale rappresenta per il bambino il primo modello matematico che utilizza. Ancor prima di considerare il numero come sistema simbolico concettuale, dobbiamo considerare la natura percettiva, motoria e manipolativa della capacità di confrontare e ordinare, alla base della capacità di misurare.

Il bambino sperimenta precocemente esperienze di matematizzazione in cui i numeri naturali vengono utilizzati per svariate funzioni: per definire un ordinamento, per realizzare confronti, per contare. Il bambino calcola quando confronta oggetti e grandezze, e lo fa in modo spontaneo. Questa caratteristica dell'apprendimento della matematica lo rende molto simile all'apprendimento della lingua. Via via queste capacità si trasformano in chiave concettuale e simbolica, fino ad arrivare all'astrazione attraverso la quale si passa dalla situazione concreta alla sua rappresentazione matematica.

La matematica è un linguaggio le cui caratteristiche fondamentali sono l'astrazione, la generalizzazione e la simbolizzazione, operazioni mentali tipiche dell'attività razionale che serve a fornirci un modello generale, concettuale e simbolico, della realtà fisica.

Ancor prima dell'ingresso a scuola i bambini sono in grado di distinguere i numeri dalle altre cose e ne conoscono gran parte degli usi, pur non padroneggiandoli.

1.2. Contare e misurare: aspetti storico-epistemologici

I numeri, fin dai tempi antichi, si sono rivelati strumenti necessari per affrontare problemi di importanza fondamentale (contare, misurare, commerciare, amministrare, formulare e far rispettare leggi, sviluppare conoscenze scientifiche e tecniche, ...).

Il concetto di numero risale probabilmente all'origine stessa della civiltà. Riguardo l'origine del numero e della capacità di contare, sono state delineate due teorie principali. La prima sostiene l'origine innata del concetto di numero: esisterebbe, nella mente di ogni uomo, una naturale intuizione universale del numero. La seconda posizione è quella ambientalista: l'uomo, trovandosi di fronte a particolari problemi, ha ideato il concetto di numero e le svariate tecniche di conteggio[2].

Secondo Piaget esiste un rapporto tra strutture di intelligenza generale ed evoluzione della competenza numerica: il concetto di numero nasce nel momento in cui si passa dal pensiero preoperatorio, caratterizzato dall'irreversibilità, al pensiero operatorio concreto, reversibile. Ciò avviene quindi, intorno ai sei anni (Piaget, 1941).

Si ritiene che uno dei primi metodi utilizzati per eseguire conteggi scritti sia stato quello della corrispondenza biunivoca: essa consiste nell'associare ad ogni oggetto un altro oggetto (solitamente un sasso) oppure un segno (che spesso era una tacca incisa su

[2] Un'ipotesi innatista è la teoria dei principi di conteggio, elaborata da Gelman e Gallisten, i quali sostengono l'esistenza di un concetto innato di numero che evolve nell'acquisizione delle procedure di calcolo attraverso i principi della corrispondenza uno a uno, dell'ordine stabile e della cardinalità. La teoria dei contesti diversi di Fuson valorizza sia le strutture innate che le competenze apprese: le capacità di calcolo si sviluppano attraverso esercizi per imitazione, pur avendo origine da funzioni strutturali innate. Secondo Steffe, il concetto di numero dipende dall'interiorizzazione del concetto di oggetto e dell'abilità di contare.

un osso o su di un pezzo di legno), in modo tale da ottenere alla fine due insiemi equivalenti. In questo modo si introduce il concetto di numero cardinale.

Anche il conteggio come noi lo concepiamo è una comparazione tra i numeri e una serie di oggetti: si tratta in entrambi i casi di corrispondenza biunivoca, uno dei concetti fondamentali della teoria degli insiemi.

Dall’utilizzo di tacche su osso o su legno si è arrivati in seguito alla scrittura vera e propria, e in particolare alla nascita dei primi sistemi di notazione numerica, cioè i sistemi per esprimere dei numeri e alcune operazioni che si possono effettuare su di essi.

L’inizio dell’utilizzo dei numeri come strumento di misurazione si deve a Pitagora[3], il quale riteneva il *numero* come *misura di tutte le cose*. Pitagora fu il primo ad utilizzare i numeri per effettuare una misurazione, in particolare per definire la lunghezza di un oggetto.

Secondo alcune teorie, il numero non ebbe origine da esigenze pratiche ma da rituali religiosi. Nell’antichità il rito, azione esatta per eccellenza, rappresentava il rapporto tra l’uomo e il divino e doveva essere perfetto (Zellini P, 1999).

La funzione rituale del mondo della matematica fu in seguito superata dalla sua funzione scientifica: il numero divenne lo strumento di rappresentazione dell’ordine comico e dei fenomeni terrestri. Platone, d’altro canto, considerava il numero come frutto dell’osservazione del cielo e dei cicli degli astri (Prattico F, 2000).

Una forte intuizione sta all’origine della percezione del numero come strumento per rappresentare la natura: il numero è discreto, divisibile fino ad un certo punto, mentre le grandezze appaiono come entità continue, divisibili *ad infinitum*. L’obiettivo era quello di sostituire il continuo della natura col discreto dei numeri, attraverso operazioni di approssimazione, al fine di fornire alla natura un ordine umano.

Misurare è sempre stata una delle esigenze fondamentali dell’uomo, il quale inizialmente utilizzava come unità di misura della lunghezza le parti del proprio corpo: in questo senso si parla di unità di misura antropomorfiche[4]. Si trattava indubbiamente di unità di misura soggettive e molto eterogenee. In seguito si ebbe la necessità di trovare campioni di misura comuni e uniformi, in modo da essere condivisibili e accettati da tutti, come il cubito, il palmo, la spanna o il piede.

1.3. Spazio e tempo, continuo e discreto

La realtà, descrivibile nei suoi aspetti spaziali e temporali, è formata da entità continue e da entità discrete. Il termine “continuo” indica qualcosa che esclude tanto l’interruzione o divisione quanto la ripetizione identica degli elementi che lo compongono. In questo senso si parla di continuità nel senso di variazione graduale e costante, priva di fratture nette. Al contrario, il termine “discreto” vuol dire discontinuo, distinto, numerabile.

La relazione tra discreto e continuo è una delle problematiche più antiche del pensiero umano. È da attribuire ai Pitagorici, infatti, il modello del pensiero binario o logocentrico, fondato su due poli opposti:

- Il *finito*, fonte di ordine, quindi positivo e rassicurante;

[3] Secondo Aristotele, i pitagorici sostenevano che *"il mondo intero fosse armonia e numero"* (Metafisica,I).

[4] Fin dai tempi più antichi l’uomo, nel tentativo di comprendere la realtà, l’ha rapportata a se stesso. Sintetizza bene il concetto la famosa frase attribuita al filosofo Protagora “*l’uomo è misura di tutte le cose*”.

- L'*infinito*, che imponendo disordine e smarrimento ha una valenza negativa.

Partendo dall'opposizione finito (misurabile) - infinito (incommensurabile), secondo i Pitagorici si comprende l'intero universo. L'opposizione non esclude però una composizione armonica dei due concetti: poiché tutte le cose sono numero, la loro diversità si risolve in un rapporto, che costituisce armonia. I Pitagorici avevano notato che tutte le cose sono caratterizzate dalla misurabilità.

Secondo Aristotele "*ciò che non ha limite non è rappresentabile esaurientemente nel nostro pensiero, ed è perciò inconoscibile*" (Zellini, 1993). Aristotele nega l'esistenza dell'infinito nel contesto matematico, così come a livello cosmologico: il cosmo è un ente finito. L'infinito per Aristotele esiste solo potenzialmente, ma non è mai effettivamente attuabile. Non esiste come realtà fisica e neanche come realtà matematica: esiste solo a livello potenziale[5].

Esistono entità che riempiono lo spazio ed altre che hanno natura temporale. Materiali ed oggetti sono entità spaziali, mentre movimenti e gesti sono entità temporali. Se consideriamo i materiali (acqua, aria, terra, fumo…) possiamo definirli come elementi spaziali continui: essi non hanno confini di per sé e in essi non ci sono elementi che si ripetono in modo identico. Allo stesso modo i movimenti (rotolare, volare, camminare) sono elementi temporali continui. Gli oggetti (sassi, foglie, fiori, stelle…) e i gesti (battere, saltare…) sono invece elementi discreti: hanno confini ben precisi e si possono numerare.

Anche gli elementi continui, d'altra parte, con opportuni accorgimenti, si possono suddividere in parti o in atti che si ripetono. Per esempio, il camminare è un'azione continua, il passo è discreto; l'acqua è un'entità continua, un bicchiere d'acqua è un'entità discreta.

L'aritmetica ha essenzialmente due origini concettuali:

- La "contabilità" del discreto (spaziale o temporale che sia);
- L'esigenza di rendere "contabile" anche il continuo, attraverso particolari operazioni mentali (discretizzazione).

Tutto ciò che ci circonda è quindi numerabile. Numerare è per così dire un'esigenza mentale: ogni volta che contiamo garantiamo la separabilità degli oggetti che stiamo contando e annulliamo nello stesso tempo le differenze tra i singoli oggetti rendendoli equivalenti.

1.4. La premisura nella Scuola dell'Infanzia

La premisura è, nell'accezione tipica, un procedimento che riguarda il confronto di grandezze, il loro ordinamento e la procedura utilizzata per il confronto.

Nella scuola primaria, le attività relative alla premisura e alla misura hanno come obiettivo quello di sviluppare nei bambini la capacità di riconoscere le caratteristiche misurabili di un oggetto o di un fenomeno e di utilizzare unità, sistemi, strumenti, tecniche e processi per attribuire un valore numerico alle grandezze individuate. Inizialmente si tratta di attività nelle quali si osservano fatti e fenomeni per cogliere grandezze e quantificarle, dopo averle confrontate e ordinate.

[5] Per approfondimenti sull'argomento P. Zellini, 1993.

Misurare una grandezza vuol dire confrontarla con l'unità di misura scelta, per stabilire quante volte quest'ultima è contenuta nella prima.

La misurazione è una procedura che deve seguire i seguenti passaggi:

- trovare una unità di misura che sia adatta allo scopo;
- riportare tante volte l'unità di misura sulla grandezza da misurare fino a ricoprirla interamente;
- contare il numero di volte per cui si è riportata l'unità di misura;
- esprimere la grandezza come numero e unità di misura.

A tale riguardo, bisogna effettuare una distinzione epistemologica tra misurazione e conteggio. Principalmente questa distinzione riguarda il fatto che una unità di misura non può che essere convenzionale, e che esiste una sola unità di conto: la cifra 1, per contare il primo oggetto utilizzato per la discretizzazione.

Comunemente, parlando di unità di misura, si fa una distinzione tra unità di misura arbitraria (il passo, la spanna, la matita, la piastrella ecc.) e convenzionale (ad esempio il metro, unità di misura della lunghezza del Sistema Internazionale di misura). L'unità di conto è in ogni caso naturale perché quando la proprietà è "contabile", cioè consistente in una relazione con oggetti o eventi, non c'è bisogno di alcuna convenzione.

L'unità di misura è sempre frutto di convenzione perché quando la proprietà è "misurabile", cioè è immaginata come un continuo, per misurarla bisogna stabilire quale porzione di questo continuo equiparare all'unità di conto. L'unità di misura stabilisce un rapporto di conversione tra una parte della proprietà da misurare e la cifra 1, cioè l'unità di conteggio. Alla fine il risultato della misurazione sarà un multiplo della parte della proprietà equiparata all'unità di conto. Le parti infine saranno oggetto di conteggio che costituisce solamente l'ultima fase del processo di misurazione.

Nella premisura è importante far comprendere ai bambini che l'unità di misura che si sceglie potrebbe non essere affidabile, essendo suscettibile di variazioni in relazione alle caratteristiche dell'oggetto utilizzato o della persona che misura. Per esempio, se scegliamo come unità di misura una parte del corpo come la mano, il piede, o gesti come il passo, la misurazione cambia al variare della persona che misura, perché è diversa la lunghezza del passo, per esempio. Se invece usiamo un'unità di misura che non varia, condivisibile e oggettiva da tutto il gruppo, possiamo ottenere misurazioni attendibili.

L'unità di misura deve essere più piccola della grandezza da misurare ed omogenea ad essa, costante per tutta la durata della misurazione, riproducibile e inoltre devono potersi individuare multipli e sottomultipli.

Intorno ai tre anni il bambino esprime le prime intuizioni numeriche come valutazioni approssimate della quantità nel contare gli oggetti, nel confrontare le quantità e le grandezze direttamente, mentre trova difficoltà ad ordinarle serialmente.

Incomincia inoltre ad avvertire, esprimendole linguisticamente, alcune collocazioni spaziali e a riconoscere alcune proprietà comuni degli oggetti. Intorno ai sei anni, il bambino riesce ad operare con oggetti, disegni, persone ed è in grado di contarli, di valutarne la quantità, di eseguire operazioni sul piano concreto, di ordinare più oggetti per grandezza, lunghezza e altezza, di classificarli per forma e colore, di localizzare le persone nello spazio, di rappresentare dei percorsi e di eseguirli anche su semplice consegna verbale[6].

Se intendiamo avviare un percorso per lo sviluppo di alcune competenze, come quelle di raggruppare, ordinare, contare e misurare, possiamo ricorrere a molteplici metodi di confrontare e ordinare grandezze ed eventi, in rapporto a diverse proprietà, impiegare semplici strumenti per la misurazione diretta, utilizzare oggetti o simboli per registrare le misurazioni ed effettuare quantificazioni, numerazioni e confronti.

Effettuare operazioni di premisura significa compiere sulle grandezze fisiche considerate due operazioni fondamentali: confrontare e ordinare.

Infatti, le operazioni di confrontare, ordinare e misurare sono quelle che caratterizzano una grandezza fisica. Il bambino deve essere condotto gradualmente al confronto e all'ordinamento delle grandezze, inizialmente con valutazioni approssimate del tipo "poco, molto, tanti, di più, di meno…". In seguito si possono confrontare direttamente le quantità e le grandezze. La scansione della grandezza da misurare in parti uguali è un passaggio successivo che consente di ordinare, disponendo in successione secondo un criterio, dal più piccolo al più grande, per esempio.

Il percorso quindi parte dall'osservazione di fatti e fenomeni per cogliere grandezze e poterle quantificare, dopo averle confrontate e ordinate.

Per sviluppare la capacità di effettuare operazioni di premisura si deve iniziare dall'osservazione, dalla manipolazione di oggetti concreti e dall'individuazione delle loro caratteristiche.

Molto utili risultano le attività di antropometria, nelle quali rientrano i giochi di misurazione e confronto delle stature, delle lunghezze di singole parti del corpo dei bambini (mani, braccia, gambe, ecc.) e di altre grandezze significative (come il peso). I bambini devono essere guidati a compiere operazioni di premisura utilizzando il proprio corpo, attraverso giochi e discussioni per stabilire chi è il più alto, giochi di confronto e misurazione e giochi di discretizzazione delle grandezze.

2.0. Il lavoro sperimentale

L'indagine sperimentale è stata avviata con l'obiettivo di indagare sulle abilità di confronto e ordinamento di grandezze e quindi sulla capacità del campione di effettuare operazioni di premisura. La situazione didattica intendeva poi verificare se, e in che modo, la proposta di attività di premisura di lunghezza e superficie potesse influire sulle capacità di confronto e ordinamento.

La ricerca è stata condotta presso tre sezioni di scuola dell'infanzia dell'Istituto Comprensivo "Karol Wojtyla – Pontefice" di Santa Flavia (PA), nei mesi di dicembre e di gennaio dell'anno scolastico 2006/2007, con un campione di 55 bambini di età compresa, come detto, tra i 3 e i 5 anni e mezzo.

Sono partita dalla formulazione delle seguenti ipotesi di ricerca:

Ipotesi generale (H^1): Se i bambini sono in grado di confrontare e ordinare gruppi di differente numerosità o elementi continui di grandezze differenti, allora riescono ad effettuare operazioni di premisura.

---

[6] *Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali, Cap. III, Art. 2 – C.*

Sottoipotesi di ricerca: (H^a): In seguito alle attività di premisura proposte, il campione otterrà risultati migliori nelle attività di confronto e di ordinamento di elementi in base ad una grandezza fisica data (lunghezza e superficie).
Ipotesi nulla (H^o): Le attività di premisura proposte non comporteranno miglioramenti nella capacità del campione di confrontare e ordinare.

2.1.Le fasi del lavoro sperimentale

Al fine di falsificare l'ipotesi generale, l'indagine sperimentale è stata articolata in quattro fasi.

La prima fase del lavoro sperimentale è stata quella di accertamento di alcuni prerequisiti per effettuare operazioni di premisura. A tale scopo sono state somministrate tre schede relative al confronto e all'ordinamento delle figure in base all'attributo dato (estensione di superficie, altezza e lunghezza).

La seconda fase è stata costituita da una serie di attività sulla premisura. In questa fase sono state quindi strutturate e somministrate una serie di attività e di giochi sulle attività di confronto e misurazione e sulla discretizzazione delle grandezze.

Questa seconda fase è stata pensata come propedeutica all'attività finale ed aveva quindi lo scopo di avviare i bambini alle operazioni tipiche della premisura. Le attività proposte sono state le seguenti:

- Ordinare i compagni dal più basso al più alto o viceversa.
- Ordinare le stature dei compagni utilizzando il confronto diretto e quello indiretto (utilizzando elementi continui come una corda o facendo tacche sul muro).
- Misurare la statura dei compagni usando come unità di misura oggetti (discretizzazione della statura).
- Situazione-problema: "Le tre corde". La situazione proposta, relativa alla misurazione delle lunghezze (trovare un modo per misurare le corde posizionate sul pavimento) aveva l'obiettivo di stimolare i bambini nel trovare una soluzione al problema di misurazione.
- Attività di "costruzione". Costruisci un ponte: *tra un bambino e la sua amica c'è il fiume, abbiamo 8 sassi colorati, come possiamo costruire un ponte per fare incontrare i due amici?* Ai bambini sono stati forniti otto "sassi" di cartoncino colorato e due sagome raffiguranti due bambini. Queste sagome sono state posizionate sul banco; i bambini dovevano sistemare le pietre in modo da risolvere il problema.

La terza fase è stata portata avanti attraverso la strutturazione e la messa in atto di una situazione che potremmo definire, in una prima approssimazione una situazione a-didattica durante la quale i bambini si sono cimentati in una sfida a squadre con l'obiettivo di cercare una soluzione ad un quesito relativo alla premisura di superfici. A tale scopo è stato fornito a ciascuna squadra un supporto in cartone da riempire con il minore numero di pezzi possibile e senza lasciare spazi.

Infine (quarta fase) sono state somministrate delle schede con lo scopo di indagare su eventuali cambiamenti in seguito all'introduzione del fattore sperimentale. Si tratta di attività di confronto e ordinamento degli oggetti in base all'attributo dato proposte con un livello di difficoltà maggiore rispetto alle schede iniziali.

2.2. Analisi dei dati sperimentali.

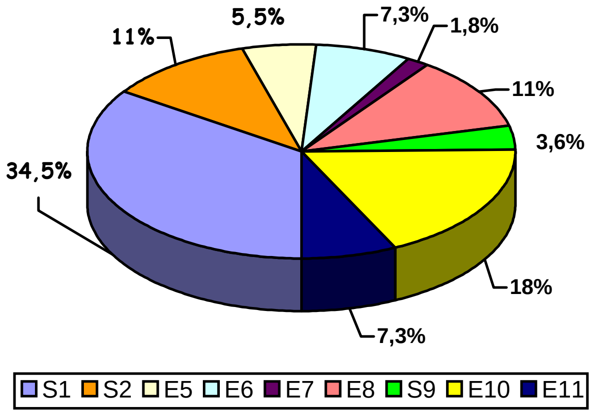
2.2.1. Prima fase: schede operative per l'accertamento dei prerequisiti.

In questa prima fase ho considerato equivalenti le tre schede operative che componevano l'analisi della situazione iniziale. Le strategie ipotizzate nell'analisi a-priori (riportata in appendice) risultano valide per tutte le schede. In ognuna infatti la consegna è stata quella di colorare l'elemento più grande o più piccolo, l'elemento più basso o più alto e infine l'elemento più lungo o più corto.

Ad ogni bambino sono state consegnate tre schede: una sul confronto e ordinamento di elementi in base alla grandezza (grande/piccolo), una in base alla lunghezza (lungo/corto) e l'altra in base all'altezza (alto/basso). L'analisi delle tre schede è servita ad individuare, per ciascun alunno, la strategia predominante utilizzata.

Sono emersi, quali dati particolarmente significativi, i seguenti:

- La S1 ("individua correttamente l'elemento e lo indica utilizzando i colori proposti nella consegna") è la strategia risolutiva più utilizzata, con una percentuale del 34,5% rispetto al totale delle risposte.
- quasi il 50% del campione ha utilizzato una strategia corretta;
- nel 50% del totale delle risposte il campione ha utilizzato una strategia errata, in particolare la E10 nel 18% dei casi ("individua parzialmente gli elementi corretti") e la E8 nell'11% dei casi ("non esegue la consegna");
- la strategia corretta S2 ("individua correttamente l'elemento e lo indica in qualche modo, anche verbalmente") è stata utilizzata nell'11% dei casi;
- solamente il 3,6% del campione ha utilizzato la S9 ("fa confusione nell'eseguire la consegna, invertendo i colori proposti nell'indicare gli elementi");
- il 5,5% delle risposte date dal campione sono riconducibili alla E5 ("colora senza tenere conto delle indicazioni date e non indica l'elemento corretto, nemmeno verbalmente");
- il 7,3% ha utilizzato la E6 ("non riesce a individuare gli elementi in base alle caratteristiche indicate);
- nel 1,8% dei casi il bambino non comprende le indicazioni dell'insegnante (E7). Il dato sulla frequenza assoluta è 1 sul totale delle risposte. Da considerare che il dato si riferisce ad un bambino in grave situazione di handicap che è stato inserito ugualmente nella sperimentazione.
- la E11 ("colora solo le immagini preferite o utilizza i colori preferiti") è stata rilevata nel 7,3% dei casi, di solito si tratta di bambini di 3 anni.



2.2.2. Seconda fase: attività sulla premisura.

La prima delle attività proposte è quella relativa all'ordinamento della statura dei compagni, in ordine crescente o decrescente. Su un totale di 15 bambini, 13 hanno svolto in modo corretto l'attività, 2 in modo errato.

Successivamente ho avviato in ciascuna sezione una discussione su quanti modi esistono di misurare. Dopo aver riepilogato il modo di misurare dei bambini (il confronto diretto) ho mostrato loro come si misura utilizzando oggetti (cordicella lunga, cordicella corta e una scatola da gioco vuota) e facendo tacche sul muro. Si è proceduto effettuando una serie di misurazioni dello stesso bambino con unità di misura differenti.

Si è passato, dunque, al gioco delle tre corde: ho disposto per terra tre corde di lunghezza uguale, una "distesa", una a zig zag e una a onda, e ho chiesto ad ogni bambino quale fosse la più lunga e quale il ragionamento adottato per la risoluzione. Circa il 90% dei bambini ha risposto che la prima, quella distesa, era la più lunga.

I bambini si sono basati sull'apparenza percettiva e hanno scelto la corda che raggiungeva il punto più lontano. Due bambini soltanto hanno sistemato le tre corde tutte in linea retta e hanno risposto che le corde erano tutte quante della stessa lunghezza. Quattro bambini hanno risposto a caso senza dare nessuna motivazione.

Dopo una breve discussione, abbiamo deciso di utilizzare quale "strumento" di misurazione delle corde il passo.

Il gioco "costruisci un ponte" è stato svolto a squadre. In ciascuna sezione si sono suddivisi i bambini in gruppi; ogni gruppo ha avuto a disposizione 10 minuti di tempo per risolvere la situazione problematica proposta. Ad ogni squadra, prima di cominciare, ho spiegato con parole semplici quale fosse l'obiettivo del gioco:

"Immaginate che tra i due amici ci sia un fiume: li aiutate ad incontrarsi? Costruite un ponte in modo che lo possano attraversare senza bagnarsi "

e ho dato loro le otto tessere che rappresentavano i mattoni per costruire il ponte.

Il 56% del campione ha adattato l'unica strategia corretta: posizionare i mattoncini distanziandoli in modo tale da collegare i due amici e permettere loro di attraversare il fiume saltellando.

2.2.3. Terza fase: situazione a-didattica.

La situazione a-didattica è stata proposta in tutte le tre sezioni coinvolte nella sperimentazione. Ho suddiviso ciascuna sezione in tre squadre, a ciascuna delle quali ho fornito un tabellone di cartone con una cornice e quattro unità di misura, nello specifico si trattava di tessere in cartoncino differenti per forma, dimensione e colore. Lo spazio interno al tabellone, che andava riempito con un certo numero di unità di misura, era un rettangolo avente i lati di 28 cm e 42 cm. L'unità di misura *rettangolo rosso* misurava 21 x 14 cm, il *quadrato blu* 14 x 14, il *rettangolo celeste* 10,5 x 9,3 cm ed infine il *rettangolo arancione* 10,5 x 7 cm.

Le regole del gioco, erano molto semplici: si poteva utilizzare un solo colore per volta e bisognava riempire tutto il tabellone senza lasciare spazi e utilizzando il numero minore di pezzi. Ciascuna squadra, per trovare una soluzione, ha avuto a disposizione 15 minuti di tempo.

Su un totale di nove squadre, sette hanno individuato e argomentato l'unica strategia corretta, quella di utilizzare i *rettangoli rossi*.

2.2.4. Quarta fase: verifica dei risultati della sperimentazione.

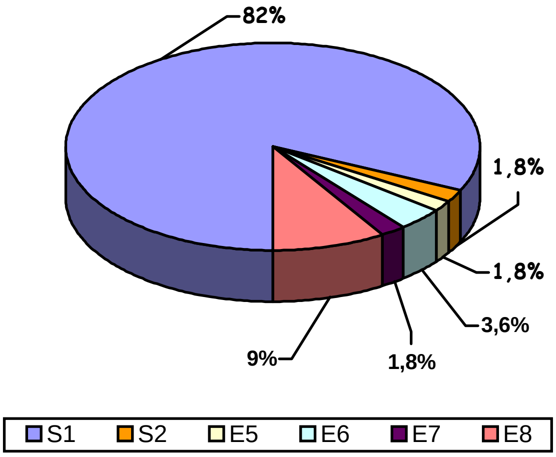
Come nella fase iniziale, ho somministrato alcune schede operative che avevano l'obiettivo di falsificare le ipotesi di partenza, in particolare la sottoipotesi di ricerca. Le schede erano maggiormente articolate nella loro struttura e di difficoltà maggiore in quanto richiedevano abilità di rappresentazione e capacità di confronto e di ordinamento di una serie composta da un numero maggiore di elementi.

Ad ogni bambino sono state consegnate tre schede: una sul confronto e ordinamento di elementi in base alla grandezza (grande/piccolo), una in base alla lunghezza (lungo/corto) e l'altra in base all'altezza (alto/basso). Per ognuna di queste si è richiesto di individuare gli elementi corretti e di rappresentarli graficamente.

L'andamento della sperimentazione si è delineato come essenzialmente positivo e la lettura dei dati ha permesso di falsificare la sottoipotesi di ricerca.
I miglioramenti nelle capacità dei bambini di confrontare e ordinare sono stati evidenti. Vediamo i dati maggiormente significativi:

- La strategia risolutoria più utilizzata in fase finale è stata la S1 ("Individua e rappresenta correttamente l'elemento e utilizza i colori proposti nella consegna"): la riscontriamo con una percentuale dell'82%.
- La strategia corretta S2 ("Individua correttamente l'elemento e lo indica in qualche modo, anche verbalmente") è risultata presente solo nell'1,8% dei casi: il dato sulla frequenza assoluta è 1.
- Quasi l'84% del campione ha utilizzato una strategia corretta (S1 o S2);
- Circa il 16% delle strategie utilizzate dal campione sono state errate. La percentuale più elevata si riferisce alla strategia errata E8 ("Non esegue la consegna"), presente nel 9% dei casi.
- Quasi irrilevanti i dati relativi alle strategie E5 ("Colora gli elementi senza tenere conto delle indicazioni date", 1,8%), E6 ("Non riesce a individuare gli elementi in base

alle caratteristiche indicate, o a rappresentarli graficamente", 3,6%) ed E7 ("Non comprende le indicazioni dell'insegnante", 1,8%).



2.3. Conclusioni.

Se analizziamo le differenze che intercorrono tra la situazione iniziale e quella finale, possiamo rilevare evidenti cambiamenti.

Il tipo di strategia maggiormente utilizzata in fase iniziale era la S1 ("individua correttamente l'elemento e lo indica utilizzando i colori proposti nella consegna"), nel 34, 5% dei casi. Una strategia simile la riscontriamo anche nell'analisi a-priori della fase finale, sempre denominata S1 ("individua e rappresenta correttamente l'elemento e utilizza i colori proposti nella consegna"), presente con una percentuale più elevata, l'82%.

E' notevolmente diminuita la percentuale di strategie errate e la tipologia di errore più frequente è cambiata: si passa dalla strategia errata "individua parzialmente gli elementi corretti" in fase iniziale a "non esegue la consegna" in fase finale.

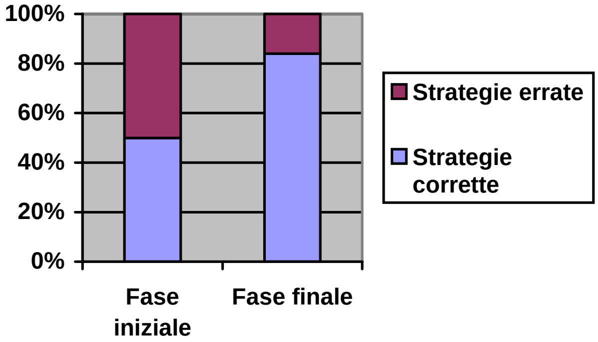
I dati relativi alla seconda e alla terza fase della sperimentazione inducono a ritenere attendibile l'ipotesi generale: circa il 50% del campione, durante la fase di accertamento iniziale, ha fornito delle risposte corrette nei test proposti e circa il 70% dei bambini ha applicato strategie risolutive corrette durante la seconda fase (87% nell'attività di ordinamento delle altezze e 56% nel gioco "Costruisci un ponte").

Le attività propedeutiche alle operazioni tipiche della premisura hanno sortito effetti positivi sui risultati ottenuti nelle fasi successive. Le svariate attività di premisura relative alla lunghezza hanno allenato i bambini a percepire il rapporto tra l'unità di misura utilizzata per misurare e il risultato numerico della misurazione stessa: in questo modo hanno potuto affrontare la situazione a-didattica.

I risultati ottenuti con la situazione a-didattica tendono a confermare l'ipotesi generale: quasi tutti i gruppi di bambini che hanno partecipato alla sperimentazione hanno trovato l'unica soluzione corretta e durante la fase di validazione hanno fornito argomentazioni valide per convincere i compagni.

I dati raccolti falsificano anche la sottoipotesi di ricerca: le attività proposte durante la seconda e la terza fase hanno comportato un evidente miglioramento nelle attività di confronto e di ordinamento di elementi in base ad una grandezza fisica data, lunghezza o superficie. Posso affermarlo confrontando i dati raccolti e tabulati in seguito alla somministrazione delle schede operative in fase iniziale con i dati della rilevazione finale, la quale costituisce una sorta di test di verifica dell'influenza che la sperimentazione ha avuto sulle capacità dei bambini di confrontare ed ordinare.

Osservando i dati raccolti in seguito alla somministrazione delle schede operative per l'accertamento dei prerequisiti, emerge che il circa il 50% del campione ha adottato una strategia risolutiva corretta, percentuale che, in fase finale, è aumentata all'84%.



2.4. Problemi aperti.

Alla luce dell'esperienza sperimentale condotta, è possibile individuare alcuni problemi aperti che possono certamente costituire il punto di partenza di successivi lavori sperimentali:

- Qual è il rapporto tra il linguaggio utilizzato all'interno di una situazione didattica o a-didattica e la devoluzione all'alunno della costruzione del proprio sapere?
- Come deve essere strutturato l'ambiente scolastico per favorire un processo di apprendimento matematico basato sulla scoperta e sulla concretezza? Quali sono le attività e le metodologie più idonee per fare sperimentare ai bambini attività di premisura?
- Quali strumenti è possibile utilizzare per indagare in maniera sistematica sugli schemi di ragionamento attivati dai bambini quando sperimentano attività legate al concetto di premisura?

Appendice

Analisi a-priori delle schede di verifica per l'accertamento dei prerequisiti (prima fase)

S1: Individua correttamente l'elemento e lo indica utilizzando i colori proposti nella consegna.
S2: Individua correttamente l'elemento e lo indica in qualche modo, anche verbalmente.
E3: Individua correttamente o colora solo l'elemento più grande, più alto o più lungo.
E4: Individua o colora solo l'elemento più piccolo, più basso o più corto.
E5: Colora senza tenere conto delle indicazioni date e non indica l'elemento corretto, nemmeno verbalmente.
E6: Non riesce a individuare gli elementi in base alle caratteristiche indicate.
E7: Non comprende le indicazioni dell'insegnante.
E8: Non esegue la consegna.
S9: Fa confusione nell'eseguire la consegna, invertendo i colori proposti nell'indicare gli elementi.
E10: Individua parzialmente gli elementi corretti.
E11: Colora solo le immagini preferite o utilizza i colori preferiti.

Analisi a – priori delle schede di verifica della situazione finale (quarta fase)

S1: Individua correttamente l'elemento e lo indica utilizzando i colori proposti nella consegna.
S2: Individua correttamente l'elemento e lo indica in qualche modo, anche verbalmente.
E3: Individua correttamente o colora solo l'elemento più grande, più alto o più lungo.
E4: Individua o colora solo l'elemento più piccolo, più basso o più corto.
E5: Colora senza tenere conto delle indicazioni date e non indica l'elemento corretto, nemmeno verbalmente.
E6: Non riesce a individuare gli elementi in base alle caratteristiche indicate.
E7: Non comprende le indicazioni dell'insegnante.
E8: Non esegue la consegna.
S9: Fa confusione nell'eseguire la consegna, invertendo i colori proposti nell'indicare gli elementi.
E10: Individua parzialmente gli elementi corretti.
E11: Colora solo le immagini preferite o utilizza i colori preferiti.

Bibliografia

Aglì F., D'Amore, B. (1998), L'educazione matematica nella scuola dell'infanzia. Lo spazio, l'ordine, la misura, Juvenilia, Milano (VIII ed.).
Bartolini Bussi M. G. (1992), Lo spazio, l'ordine, la misura, Bergamo: Juvenilia.
D'amore B. Approcci matematici nella scuola dell'infanzia, La Nuova Italia, Milano,1980.
D'amore B. (1993), Numeri, Angeli, Milano.
D'Amore B. Fandiño Pinella (2006), Area e Perimetro, Erickson.
Dapueto C., Ferrari P. L., Rogantin M. P. (1986), Il numero nel primo apprendimento, da L'insegnamento della Matematica, vol. 9, n. 11, Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova (consulta sitografia).
Davydov. V. V. (1979), Gli aspetti della generalizzazione nell'insegnamento. Problemi logico-psicologici nella strutturazione delle discipline scolastiche, Firenze: Giunti Barbera (ediz orig. 1972).
Dehane S. Il pallino della matematica, Saggi Mondadori,1997.
Galp'erin P. Ja. (1977), Lo sviluppo intellettuale del bambino, in Veggetti M. S. (a cura di), La formazione dei concetti, 51-59, Firenze: Giunti Barbera.
Lucchese F. (2004), La pre-misura nella scuola dell'infanzia: uno studio su confronto e ordinamento di lunghezze e superfici, Tesi di Laurea.
Marradi A. (1985), Unità di misura e unità di conto, Rassegna Italiana di Sociologia, XXVI, 2 (aprile-giugno): 229-3
M.I.U.R., Indicazioni Nazionali per la Scuola dell'Infanzia, e Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali per la Scuola dell'Infanzia, in www.istruzione.it (consulta sitografia)
M.I.U.R. Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali, Decreto Ministeriale 3 giugno 1991, in www.edscuola.it (consulta sitografia).
Pellerey M. (1989), Oltre gli insiemi. Nascita, crescita e crisi dell'insiemistica. Nuovi orientamenti nella didattica dell'aritmetica, Napoli: Tecnodid.
Piaget J. (1967), Lo sviluppo mentale del bambino, Einaudi, Torino.
Piaget J., Szeminska A. (1941), La genesi del numero nel bambino, La Nuova Italia, Firenze, 1968.
Prattico F. (2000), Quando gli dei cominciarono a contare, in SWIF - Servizio Web Italiano per la Filosofia, www.swif.it (consulta sitografia).
Progetto UMI, 15-17 novembre 2001, Matematica 2001, XXII Convegno UMI-CHM, Ischia (consulta sitografia).
Spagnolo F. (1997), L'analisi a-priori e l'indice di implicazione statistica di Gras, in Quaderni di Ricerca in Didattica, GRIM, n. 7, Palermo.
Spagnolo F. (1998), Insegnare le matematiche nella scuola secondaria, Firenze, La Nuova Italia
Zellini P. (1993) Breve storia dell'infinito, Milano, Adelphi-
Zellini P. (1999), Gnomon. Un'indagine sul numero, Biblioteca scientifica, ed. Adelphi.