

Alcune idee sulla Filosofia dell’Educazione Matematica tra oriente ed occidente

Filippo Spagnolo¹

¹G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull’Insegnamento delle Matematiche), Department of Mathematics,
University of Palermo, via Archirafi 34, 90123 Palermo (Italy). <http://math.unipa.it/~grim>
E-mail: spagnolo@math.unipa.it

Sommario

Lo scopo di questo lavoro è quello di evidenziare alcuni riferimenti culturali della “Filosofia dell’Educazione Matematica” con una integrazione riguardante una riflessione che metta in evidenza alcune possibili problematiche relative alle differenze culturali.

Le questioni portanti, in aggiunta a quelle del “Discussion Group 5” dell’ICME 11 «The role of philosophy in mathematics education»¹, sono:

- 1. Quale il riferimento epistemologico?*
- 2. Quali sono i possibili problemi riferiti a culture di appartenenza molto diverse come quelle Occidentali ed Orientali?*
- 3. Quali le relazioni con i lavori sperimentali sull’argomento?*
- 4. Quali gli schemi di ragionamento impliciti che permangono nonostante una filosofia dell’educazione dichiarata?*

Non si ha la pretesa di rispondere a tutte queste domande. Si è cercato di mettere in evidenza le problematiche, anche attraverso riferimenti bibliografici.

Naturalmente le questioni poste dal “Discussion Group 5” sono la guida portante di questo lavoro.

Abstract

The aim of this work is that of highlighting some cultural references of the “Philosophy of Mathematics Education” with the support of a reflection which brings out some possible problems relative to different cultures.

The leading questions in addition to those of “Discussion Group 5” dell’ICME 11 «The role of philosophy in mathematics education» (See note 1) are:

- 5. What is the epistemological reference?*
- 6. What are the possible problems with reference to cultures that appear very different such as the Occidental and Oriental ones?*

¹ Il DG5 é così composto : Caroline Bardini (Francia) - chair cbardini@math.univ-montp2.fr; Guillermo Zambrana (Messico) - chair zacg@xanum.uam.mx; Anna Sfard (Israele) annasfar@math.msu.edu, Filippo Spagnolo (Italia) spagnolo@math.unipa.it; Carlos Vianna (Brasile) carlos_r0bert0@yahoo.com.br. Angelo Ruiz, angelruizz@racsa.co.cr, come relatore del IPC per DG 5. I temi del Discussion Group 5 sono :

What is the significance of philosophy of mathematics education?

What are the relations between philosophy of mathematics education and other kinds of philosophies, such as educational philosophy, philosophy of mathematics, social philosophy, etc.?

In what ways do different philosophies of mathematics education influence its theory and practice?

Do researchers and practitioners of mathematics education need to adhere to a philosophy of mathematics education?

Does the choice of a philosophy of mathematics education modify the results or influence their work?

Are they influenced by philosophies of mathematics education other than the one they adhere to?

How can adherents to different philosophies of mathematics education carry on a dialog? Or, is dialog limited to certain areas and not viable for others?

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

7. *What are the relationships between the experimental works on the subject?*

8. *What are the implicit diagrams of reasoning that remain, notwithstanding a declared philosophy of education?*

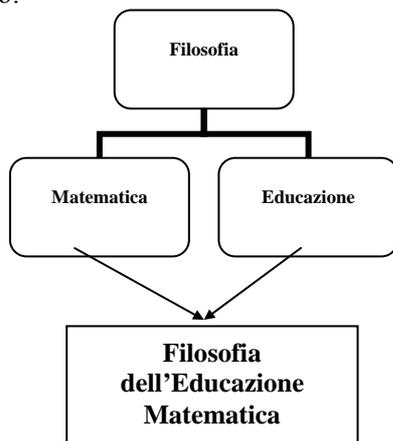
There is no pretence to respond to all of these questions. The attempt was to highlight the problems also by means of bibliographical references.

Naturally the questions posed by “Discussion Group 5” are the leading guide for this work.

2.0 Nella cultura occidentale. Per un approccio all’Epistemologia della “philosophy in mathematics education”.

La scienza aristotelica (filosofia ellenica) e la religione giudeocristiana caratterizzano la civiltà occidentale improntata sull’individualismo e la dialettica diviene l’elemento caratterizzante dell’interpretazione del “divenire” nelle filosofie occidentali².

Se analizziamo questi tre termini (Filosofia, Matematica, Educazione), per come si è evoluta la storia della cultura occidentale, bisognerebbe tener presente uno schema di riferimento di questo tipo:



Alcune considerazioni generali sulla “Filosofia dell’educazione”

Clausse (1977, Vol II, p. 338) nell’analizzare l’influenza della filosofia dell’educazione nella storia della cultura occidentale sostiene che “la ragione e la forza motrice degli ideali e degli strumenti educativi non deve essere ricercata nelle dottrine filosofiche. Queste infatti, che siano dogmatiche o liberali, religiose o laiche, influiscono sulla funzione pedagogica soltanto nella misura e nei limiti in cui lo permettono le condizioni sociali o, meglio, il ‘campo culturale’.”

² La dialettica nella storia della cultura occidentale ha almeno quattro interpretazioni diverse:

1. Come metodo della divisione (Platone, tecnica della ricerca associata che si effettua attraverso la collaborazione di due o più persone, dialoghi socratici);
2. Come logica del probabile (Aristotele, come procedimento razionale non dimostrativo, esempi i sillogismi che partano da premesse probabili);
3. Come logica (Stoici, identificata con quella parte della logica che non è retorica, scienza del discutere retamente nei discorsi che consistono di domande e risposte);
4. Come sintesi degli opposti (Hegel, a. posizione di un concetto; b. soppressione di questo concetto attraverso il suo opposto; c. sintesi dei due precedenti per conservare quello che vi è di affermativo nella loro soluzione e nel loro trapasso).

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Presumibilmente quello che viene trasmesso, soprattutto nelle società democratiche, sono i comportamenti impliciti espressione di una particolare Filosofia dell’Educazione.

Agli inizi del ‘900 la reazione al positivismo soprattutto in Europa fece sì che la “Pedagogia (Education)” passasse da corollario della “Pedagogia morale” ad una concezione di tipo idealistico.

G. Gentile in Italia ad esempio: “la pedagogia coincide puntualmente con la scienza o filosofia dello spirito, si risolve cioè nella filosofia” (Corda Costa, 1980, Vol V, p. 296). Ed ancora sulla didattica: “... empiricamente parlando, si potrebbe definire una teoria della ‘scuola’; la quale evidentemente è una forma speciale, concreta, determinata dell’educazione.” (Corda Costa, 1980, Vol V, p.296)

Volendo dare poi una possibile definizione di “Filosofia”:

1. Analisi critica della conoscenza;
2. La spiegazione razionale di ogni cosa, la ricerca dei principi generali coi quali tutti i fatti possono essere spiegati (indistinguibile, in questo senso, dalla scienza);
3. La scienza dei primi principi dell’essere;
4. La critica e la sistemazione od organizzazione di tutto il sapere dedotto dalla scienza empirica, dal sapere razionale, dalla esperienza comune o altrove. (Filosofia sperimentale o Epistemologia sperimentale?)

Questa definizione di “Filosofia” è in questi termini:

- a. sufficientemente ampia e generale da poter contenere culture le più diverse;
- b. abbastanza operativa soprattutto per quanto riguarda il punto 4.

In questa prospettiva la Filosofia senza un aggettivo rischia di essere una parola vuota, per cui la posizione che seguiremo sarà quella di parlare di *Filosofia del linguaggio, dell’etica, della matematica, della fisica, delle scienze, dell’educazione, delle religioni, etc...*

Una ricerca nella didattica di una determinata disciplina potrebbe essere concepita come uno studio dell’epistemologia sperimentale di quella disciplina. “Ricerca in Didattica delle Matematiche” sarebbe quindi “Epistemologia Sperimentale delle Matematiche”. Ma su questo ci ritorniamo dopo.

Forse oggi alla luce del dibattito del ‘900 sia in Filosofia che nelle Scienze bisognerebbe pensare più ad una “Filosofia” che si occupi di “Teoria della Conoscenza” vista nella sua accezione di “Epistemologia Sperimentale”.

2.1 Filosofia dell’Educazione maggiormente utilizzata in ambito matematico.

Riportiamo alcune delle Filosofie dell’Educazione che hanno avuto un grande riferimento nella seconda metà del ‘900. L’elenco potrebbe sicuramente essere ampliato ma con l’accortezza di inserire quelle Filosofie che hanno lasciato un segno tangibile nella pratica dell’Educazione.

1. Costruttivismo: 1) La conoscenza non è recepita passivamente, ma costruita attivamente dal soggetto che apprende; 2) Conoscere è un processo di adattamento grazie al quale il soggetto che apprende organizza il proprio dominio di esperienza.(Kilpatrick, 1987)

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

- a. Costruttivismo ingenuo: solo il primo assioma ;
 - b. Costruttivismo radicale: accetta entrambi gli assiomi;
 - c. Costruttivismo sociale: esalta il ruolo centrale del conflitto cognitivo nella costruzione del sapere
2. Idealismo;
 3. etc...

Nell'Appendice 1 viene riportata una tabella di riferimento riguardante le maggiori correnti di pensiero sulla “Filosofia dell'Educazione” o “Pedagogia³” in occidente ed in oriente.

Ci poniamo le seguenti domande alle quali la risposta non è certo univoca o esaustiva. Perché si segue una filosofia dell'educazione piuttosto che un'altra?

Il gruppo sociale come decide di seguire una Filosofia piuttosto che un'altra? Come questa filosofia è legata alla sopravvivenza del gruppo sociale di cui è espressione?

Quali le filosofie implicite realmente seguite?

C'è differenza tra sistemi totalitari e non?

Come la filosofia dell'educazione influenza l'educazione matematica?

Educazione⁴.

L'educazione è l'azione che le generazioni adulte esercitano su quelle che non sono ancora mature per la vita sociale. Il suo obiettivo è quello di suscitare e sviluppare nel bambino un certo numero di stati fisici, intellettuali e morali, che da lui esigono tanto la società politica nel suo insieme, quanto l'ambiente specifico cui il bambino è destinato. (Durkheim, 1926, p.49)

L'obiettivo è quello di poter permettere alle generazioni future una serie di teorie interpretative-adattative sulle condizioni di sopravvivenza fisica e culturale del gruppo sociale al quale ci si riferisce. Queste “teorie” riguardano anche le tecniche “culturali”, di uso, di produzione di comportamento per l'adattamento all'ambiente. L'insieme di queste tecniche è chiamato “cultura”. L'educazione è quindi l'insieme delle modalità e delle forme che permette la trasmissione (e/o garantita) da una generazione all'altra.

Si possono pertanto distinguere due forme fondamentali dell'Educazione (Abbagnano, 1993, p.280):

1. quella che si propone semplicemente di trasmettere le tecniche di lavoro e di comportamento che sono già in possesso del gruppo sociale e di garantire la loro relativa immutabilità;
2. quella che si propone, attraverso la trasmissione delle tecniche già in possesso della società, di formare negli individui la capacità di correggere e perfezionare le tecniche stesse.

³ Con Pedagogia viene anche intesa in occidente la « filosofia dell'Educazione ».

⁴ Il termine “Education” nel mondo anglosassone comprende anche il termine Pedagogia. Questo è dovuto alla trasformazione operata anche in funzione di “filosofie dell'educazione” che comprendono questo termine. Esiste ancora in Francia, in Italia ed in Germania la distinzione tra “Educazione” e “Pedagogia” dovuto al fatto che nella storia della Filosofia Occidentale, almeno sino all'ottocento, il termine “Pedagogia” aveva attinenza con una sistemazione teorico-filosofico, mentre il termine “Educazione” aveva attinenza con gli strumenti operativi, tecniche etc...

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Naturalmente questa è una schematizzazione. Esistono molte sfumature tra queste due posizioni.

Società chiuse economicamente e culturalmente posso scegliere la prima delle due forme. Tutto questo permette la conservazione dello status quo politico, economico, sociale.

Società in via di sviluppo possono indirizzarsi nella seconda delle due forme. Questo permetterà una maggiore competitività nel confronto tra culture diverse (es. la tendenza della “Filosofia dell’Educazione” in Cina di questi ultimi dieci anni⁵).

E’ anche evidente che un gruppo sociale può decidere di utilizzare le due forme in percentuali diverse secondo la sua visione strategica in relazione agli altri gruppi sociali presenti.

2.3 Filosofia della Matematica. Analisi storica e storico-epistemologica

Lo scopo di questo paragrafo è quello di cercare di rivedere la posizione delle Matematiche e sulle Matematiche dalla fine dell’ottocento ai nostri giorni per tentare di interpretare il ruolo che queste posizioni hanno avuto e/o hanno ancora sull’insegnamento delle Matematiche.

Uno sguardo panoramico sarà rivolto alle varie correnti di pensiero rimandando di volta in volta alla letteratura specialistica. Attraverso questi percorsi si cercherà di individuare l’eventuale “paradigma” delle Matematiche.

Le riflessioni sul ruolo delle “Matematiche Elementari da un punto di vista superiore⁶” consentiranno di comprendere alcuni passaggi della trasposizione didattica in un determinato periodo storico.

2.3.1 Il Paradigma delle Matematiche sino all’800.

Possiamo individuare due modi di vedere l’attività matematica nella cultura classica. Da una parte vi è l’attività di concettualizzazione di Platone che ha avuto un ruolo importante in quello che noi oggi chiamiamo “matematizzazione delle realtà”.

Altro discorso riguarda Aristotele che, attraverso l’organizzazione della logica bivalente, caratterizzerà il modo di argomentare nella cultura occidentale. La geometria Euclidea, primo linguaggio strutturato nella storia della matematica, rappresenta un modello della logica bivalente Aristotelica. In particolare l’argomentazione farà un passo in avanti notevole con lo strumento della “dimostrazione per assurdo”.

Il paradigma della matematica, in questo momento è quello relativo alla Geometria Euclidea attraverso i seguenti significati:

- La Geometria Euclidea come prima rappresentazione del mondo fisico: questo è anche il messaggio recuperato da Platone.
- La Geometria Euclidea come modello della Logica bivalente e quindi modello di riferimento dell’argomentare nella cultura occidentale: il messaggio Aristotelico.
- La Geometria come sistema ipotetico-deduttivo. Messaggio recepito a partire dalla fine dell’800. Hilbert lo riprende per rifondare la Geometria Euclidea. I Bourbakisti ne hanno fatto un programma per la classificazione delle Matematiche negli anni ‘30.

⁵ Vedi paragrafo 4.2.

⁶ « Le Matematiche elementari da un punto di vista superiore » sono state introdotte da F. Klein in Germania prima e poi in Italia dalle associazioni professionali riguardanti l’insegnamento della Matematica (Mathesis, fine ‘800, Unione Matematica Italiana, dai primi anni del ‘900).

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Corrisponde a quello che oggi la comunità matematica definisce come Modelli Sintattici e Modelli Semantici (Dalla Chiara Scabia, 1968).

La Geometria come sistema ipotetico-deduttico porta ad una consapevolezza matura di questo paradigma nella comunità scientifica occidentale.

L'algebra viene acquisita nel mondo occidentale soltanto nel 1200 con Fibonacci ed avrà una maturazione di circa 600 anni prima di essere riorganizzata come linguaggio autonomo e grammaticalmente definito.

L'analisi Classica avrà forse un periodo di sistematizzazione inferiore (dal '600 alla seconda metà dell'800) ma un dibattito più accentuato per la sua riorganizzazione. Si pensi alla disputa Newton-Leibnitz, alle critiche di Berkeley⁷, alla difficoltosa genesi di “funzione continua”⁸ ed infine alla sistemazione dei Numeri Reali (Dedekind) (Bottazzini, 1990).

Il paradigma tenderà a cambiare nel momento in cui si cercherà di cominciare a sistematizzare i linguaggi matematici a partire dagli inizi del '900. Questa attività è naturalmente compresa in misura preponderante nel lavoro del secolo precedente. Nel senso che, come abbiamo visto per l'algebra e l'analisi, la loro storia veniva da più lontano, ma l'intensa attività dell'800 su molti linguaggi matematici ha avuto il riconoscimento nel secolo successivo.

Quella che viene chiamata come “Crisi dei Fondamenti” in molti testi di Filosofia o Storia della Logica e delle Matematiche altro non è che una prima *sistematizzazione* delle **Matematiche**. La consapevolezza dei linguaggi matematici comincia a prendere corpo con questa “Crisi dei Fondamenti”. In tale momento confluiscono sia la comunità dei Matematici che dei Filosofi ed una terza categoria nascente e cioè quella dei Logici. Sarà quest'ultima che tenderà di tirare le fila del problema sino ai giorni nostri.

2.3.2 Logicismo, Formalismo, Intuizionismo e Costruttivismo, qualche riferimento storico.

Alla luce della « crisi dei fondamenti » dell'inizio del '900 e delle successive rivisitazioni la classificazione che viene fatta all'interno della Filosofia delle Matematiche riguarda Il Logicismo, il Formalismo ed L'Intuizionismo (che si trasformerà in costruttivismo nella seconda metà del '900).

Classificazioni più dettagliate si potranno ritrovare nel lavoro di C. Mangione e S. Bozzi (1993) ed in Hao Wang (1984).

Queste tre correnti di pensiero avevano messo in evidenza i problemi legati al rapporto Logica-Linguaggio nel momento in cui dovevano definire l'infinito. D'altro canto l'infinito consente alle matematiche di poter procedere molto più agevolmente nel tentativo di risolvere ampie classi di problemi.

Bisognava in qualche modo superare queste posizioni. In particolare il formalismo ed il logicismo avevano in comune molte più caratteristiche di quanto non

⁷ George Berkeley (1685, 1753) arcivescovo, fu uno dei critici più severi nei confronti del calcolo infinitesimale soprattutto per quanto riguarda la sintassi del linguaggio. Le sue critiche, che avevano motivazioni teologiche, furono di grande aiuto alla comunità matematica per una migliore sistemazione del calcolo infinitesimale.

⁸ Si veda a questo proposito il testo di Imre Lakatos, *Dimostrazioni e Confutazioni*, Feltrinelli, 1979, Milano.

fossero le loro differenze. E comunque queste tre correnti di pensiero avevano messo in evidenza degli aspetti importanti delle Matematiche.

Possiamo così sintetizzare in quattro definizioni di Matematica (Abbagnano, pp. 558-561):

1. « **Matematica come scienza della quantità** », già implicita nelle considerazioni di Platone sull’Aritmetica e sulla Geometria nel mettere in luce le differenze tra le grandezze percepite dai sensi e le grandezze ideali oggetto della Matematica (Rep., VII, 525-27). Così Aristotele « ...nel dichiarare che il matematico utilizza quantità e continuità, qualche volta in una dimensione, qualche volta in due, qualche volta in tre; nonché i caratteri di queste entità in quanto sono quantitative e continue, trascurando ogni altro aspetto di esse. Conseguentemente egli studia le posizioni relative e ciò che ad esse inerisce, la commensurabilità o l’incommensurabilità e le proporzioni. » (Met., XI, 3, 1601 a 28). Kant nel fare una distinzione tra Filosofia e Matematica sostiene che mentre la Filosofia procede per concetti, la Matematica procede mediante la costruzione di concetti : ma la costruzione dei concetti è possibile in Matematica solo sul fondamento dell’intuizione a priori dello spazio, che è poi la forma della quantità in generale. Soltanto il concetto di quantità si può costruire. (Crit. R. Pura, Dottr. Del metodo, cap. I, sez. I).
2. « **Matematica come scienza delle relazioni** », collegata con la logica o parte di essa. Tutta la storia del Logicismo appartiene a questa concezione (Cartesio, Boole, Frege, Russel, Wittgenstein). La Logica delle Relazioni è una conquista degli inizi del ‘900 come acquisizione consapevole dei Logicisti. Anche se matematici come Poincaré esponeva questa definizione nella forma generale asserendo : « La scienza è un sistema di relazioni. Solo nelle relazioni va cercata l’oggettività e sarebbe vano cercarla negli essere considerati isolati gli uni dagli altri » (La valeur de la science, 1905, p. 266).
3. « **Matematica come scienza del possibile** », collegata con la corrente formalista, si intende la scienza che non implica contraddizioni (Hilbert, Bernays). Questo programma, come detto precedentemente è stato messo in discussione da Gödel.
4. « **Matematica come possibilità di costruzione** », collegata con l’intuizionismo (Borel, Lebesgue, Bayre, Brouwer). L’intuizionismo definisce la Matematica come la scienza delle costruzioni possibili senza fare appello a forme apriori come faceva Kant. La costruzione è una costruzione concettuale, che non fa riferimento a fatti empirici. Così Heyting : « 1° la matematica pura è una creazione libera dello spirito e non ha in se alcun rapporto con i fatti di esperienza ; 2° la semplice constatazione di un fatto di esperienza contiene e sempre l’identificazione di un sistema matematico ; 3° il metodo della scienza della natura consiste nel riunire i sistemi matematici contenuti nelle esperienze isolate in un sistema puramente matematico costruito a questo scopo.

Il Logico e Filosofo della matematica Hao Wang (1984) sostiene che sono confluiti, nella seconda metà del ‘900 (neopositivismo logico), nella **metalogica**:

Metodo Nel programma formalista si analizzano le questioni di completezza e coerenza
Assiomatico che verranno chiamati *metamatematica (o teoria della dimostrazione)*. In questa parte saranno poi studiati i Modelli Sintattici e i Modelli Astratti (rifondazione dei Bourbakisti delle Matematiche sulla base semantica degli insiemi).

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Logica	Calcolo dei predicati del 1° ordine ⁹ . Teoria assiomatica degli insiemi (calcolo predicativo di ordine superiore). Studio dei sistemi formali e linguaggi formali in generale.
Semiotica	Scienza generale dei segni e dei linguaggi strutturata in tre parti: Sintassi (si studiano le relazioni tra le espressioni); semantica (si analizzano le espressioni e i loro significati); pragmatica (si interpretano i segni con riferimento quindi a chi usa il linguaggio). Sintassi e Semantica sono studiate all'interno della comunità dei Logici e Matematici, la Pragmatica, di difficile trattazione formale, non viene presa in considerazione in questo contesto.

Questi aspetti della metalogica vengono messi in relazione con il positivismo logico ed ancora con il neopositivismo logico.

“Così, un ramo della scienza assume un linguaggio formale in cui trovano posto formule logicamente vere e formule vere di fatto: le prime hanno un campo di validità logica universale, mentre le altre hanno un campo di validità più ristretto; grosso modo, il campo di validità logica di una formula è l'insieme di tutti i mondi possibili in cui essa è vera. Si pensava che il successo ottenuto dalla metalogica nelle discipline matematiche si potesse trasferire alla fisica e perfino alla biologia o alla psicologia.” [Wang, op. cit., p. 184]

Un discorso a parte riguarda lo strutturalismo Bourbakista come vedremo nel prossimo paragrafo.

2.3.3 Modelli astratti

“La logica e la teoria degli insiemi forniscono i fondamenti delle strutture matematiche in due modi diversi. La logica fornisce sia l'inquadramento per una definizione o convenzione implicita secondo la quale qualsiasi struttura che soddisfi certi postulati si chiama campo, o gruppo, o altro ancora, sia anche una giustificazione ipotetica dei teoremi sulle strutture come teoremi condizionali della logica. La teoria degli insiemi fornisce la gamma delle possibili interpretazioni dei risultati.”

H. Wang op. cit. [p. 269]

Il tentativo di dare un contenuto semantico all'attività dei matematici è stato compiuto dai Bourbakisti intorno agli anni trenta attraverso la nozione di struttura. La base semantica della struttura è la teoria degli insiemi. Il programma classificatorio delle strutture matematiche si inquadra nei Modelli Semantici.

In un lavoro di F. Le Lionnais¹⁰ i Bourbakisti presentano quello che può venire considerato come il loro manifesto: L'architettura delle matematiche (La Matematica, o le Matematiche?).

In questo articolo i Bourbakisti mettono in evidenza le relazioni tra formalismo logico e metodo assiomatico, tra sistema formale e struttura, questo quindi consente loro

⁹ La logica predicativa del 1° ordine usa quantificatori limitati alle variabili individuali: \exists , \forall riferiti a singoli oggetti matematici.

La logica predicativa del 2° ordine usa quantificazioni di variabili predicative e/o funzionali. Due specie di variabili: 1) varia sugli elementi delle strutture; 2) varia su sottoinsiemi delle strutture. I linguaggi infinitari sono inclusi (es. l'analisi classica).

¹⁰ *Les Grandes courantes de la pensée mathématique* (F. Le Lionnais), Cahiers du Sud, 1948.

di avere uno strumento particolarmente efficace per poter classificare le matematiche secondo tre grandi categorie strutturali: algebriche, d'ordine e topologiche. In questa classificazione la teoria degli insiemi rappresenta la base semantica.

L'obiettivo classificatorio dei Bourbakisti è messo in evidenza già all'inizio dell'articolo: "...all'inizio di questo secolo, si è dovuto a poco a poco rinunciare a vedere nelle matematiche una scienza caratterizzata da un oggetto ed un metodo unico; si aveva piuttosto tendenza a considerarle come "una serie di discipline fondate su delle nozioni particolari, delimitate con precisione", collegate da "mille cammini di comunicazione", permettendo ai metodi propri ad una di queste discipline di farne progredire una o parecchie altre. Oggi, al contrario, noi crediamo che l'evoluzione interna della scienza matematica ha, malgrado le apparenze, rinchiuso più che mai l'unità delle sue diverse parti, e vi ha creato una sorta di nucleo centrale più coerente che sia mai esistito. L'essenziale di questa evoluzione è consistita in una sistemazione delle relazioni esistenti tra le diverse teorie matematiche, e si riassume in una tendenza che è generalmente conosciuta sotto il nome di metodo assiomatico."[op. cit., p. 36-37]

La posizione è quella di formalizzare il linguaggio della matematica "ordinandone (o talvolta stabilendone) il vocabolario e chiarificando la sintassi" ma questo da solo non basta in quanto il formalismo da solo è incapace di fornire l'intelligibilità profonda delle matematiche. "...Il metodo assiomatico trova il suo punto di appoggio nella convinzione che, se le matematiche non sono una concatenazione di sillogismi sviluppatasi a caso, esse non sono nemmeno un insieme d'artifici più o meno astuti, fatti di accostamenti fortuiti in cui trionfi la pura abilità tecnica."[op. cit., p. 38]

La "struttura" viene quindi fuori come una classe d'equivalenza su un insieme di sistemi di assiomi, e tutto questo attraverso una manipolazione sperimentale sui sistemi d'assiomi.

La struttura diventa quindi uno strumento per il matematico che gli consente, una volta trovate delle relazioni soddisfacenti agli assiomi di una struttura conosciuta, di disporre di un arsenale di teoremi generali relativi alle strutture di quel tipo.

Con la nozione di struttura si viene a dare corpo alle ricerche sui sistemi formali propri della logica ed alle successive ricerche sulla teoria dei modelli.

Va dato merito ai Bourbakisti di avere operato la prima grande classificazione delle matematiche dopo Euclide che abbia avuto un assetto abbastanza organico.

Dalle ricerche dei Bourbakisti sono comunque escluse le questioni relative alla completezza dei sistemi d'assiomi ed ai risultati di Gödel. Il ruolo della semantica è quello relativo al pluralismo di sistemi di assiomi che verificano una stessa struttura, è quello cioè dei modelli.

2.3.4 La riflessione oggi sui fondamenti: Risvolti su discipline recenti come Informatica, Cibernetica, Intelligenza Artificiale.

Lo studio sui fondamenti delle matematiche ha avuto, almeno sino agli anni trenta, come soggetti attivi i Matematici ed i Logici¹¹.

¹¹ Uno dei movimenti neopositivisti particolarmente attivi è stato il "circolo di Vienna" (1929-1936) che attraverso la lettura critica del *Tractatus Logico-Philosophicus* di L. Wittgenstein (1922) dedussero l'impostazione logico-sintattica dell'analisi critica del valore conoscitivo delle scienze. Tra i più autorevoli esponenti: M. Schlick, R. Carnap, O. Neurath, F. Waismann, K. Gödel, K. Popper.

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Oggi i Matematici pare che non si preoccupino molto dei problemi fondazionali delle matematiche, la sistemazione operata dai Bourbakisti (vedi paragrafo precedente) ha in qualche modo fornito un quadro di riferimento accettato da molti nella comunità matematica.

La posizione di comodo del "Platonista nei giorni feriali e Formalista nei giorni festivi" lascia intendere che:

1- l'attività di scoprire nuovi teoremi riferentesi al mondo delle idee giustifica una attività non necessariamente inseribile nella evoluzione storica dei linguaggi matematici e nei linguaggi naturali come linguaggi di mediazione per raggiungere la formalizzazione;

2- la comunicazione al mondo esterno dei risultati richiede una dignitosa rigorizzazione. Per rigorizzazione si intende un "rigore" accettato dalla comunità dei matematici in un determinato periodo storico.

Mentre rimangono i Logici a tentare di riorganizzare l'esistente in termini epistemologicamente soddisfacenti.

In questi ultimi anni si sono inseriti, nei problemi riguardanti i fondamenti, gli informatici teorici e coloro che si occupano di cibernetica e/o intelligenza artificiale. Le problematiche portanti sono legate:

- alla possibile simulazione delle attività di pensiero con una macchina;
- alla identificazione dei processi mentali con processi algoritmico-meccanici.

Queste due problematiche rimettono continuamente in discussione i modelli teorici interpretativi e nello stesso tempo le questioni fondazionali ad essi relative.

La situazione dinamica in cui si trova la comunità scientifica della Cibernetica e dell'Intelligenza artificiale è ben messa in evidenza dalla seguente frase di Penrose (1992): "Il cervello non somiglia a un computer ma piuttosto a un computer che cambia continuamente."

I logici dal canto loro si sono ben inseriti nel dibattito, anche se, al loro interno, si pongono problemi riguardo al ruolo della logica. Se cioè la logica sia solo uno strumento utilizzato dall'informatica o se vi può essere un'interazione dialettica.

L'Informatica teorica si occupa prevalentemente di teoria dei linguaggi, calcolabilità, connessionismo (reti neuronali), teorie della complessità.

La Cibernetica oggi analizza prevalentemente gli stessi argomenti mettendo l'accento sugli aspetti fondazionali dell'intelligenza artificiale.

"È accettato da una parte rilevante della comunità scientifica dell'Intelligenza Artificiale, ma non da tutta, che un utile punto di partenza è l'assunzione dell'algoritmicità dei processi mentali o, detto in altro modo, l'ipotesi computazionale della mente."(Termini, 1990, p.52)

Mentre l'Informatica teorica si muove su ambienti di lavoro abbastanza inseribili nella classificazione Bourbakista, la Cibernetica aggiunge il problema della complessità come problema aperto nell'ambito della teoria del significato.

2.3.5 Quale è oggi la posizione?

Se oggi si facesse la stessa operazione che Hilbert fece con i "problemi aperti" della matematica agli inizi del secolo, come afferma H. Wang [op. cit.][p. 260] potremmo indirizzarci verso:

- certezza e necessità (sintetico a priori o no);
- esistenza matematica (e metodi di costruzione);

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

- forza trainante della matematica (utilità, attrattiva estetica e “arte per l’arte”, mode e loro cause, curiosità);
- attività matematica (notazione e abbreviazione, euristica, il fenomeno dei matematici non vedenti);
- natura delle dimostrazioni matematiche (formalizzazione ed evidenza intuitiva);
- esposizione, insegnamento e meccanizzazione della matematica (problemi di comunicazione piuttosto che di ottenimento di nuovi frammenti di matematica, possibilità di una critica matematica come analogo della critica letteraria);
- matematica pura in contrapposizione a matematica applicata (criterio per giudicare il valore dei modelli matematici di situazioni empiriche, distanza dalle applicazioni);
- matematica come “linguaggio”.

Le Matematiche come linguaggi in una prospettiva Metalogica possono darci la possibilità di poter riflettere su due dei punti segnalati da Wang e cioè quelli riguardanti l’insegnamento e la Matematica come “linguaggio”.

In questa prospettiva evidentemente la *Pragmatica* ha un ruolo rilevante e la possibilità di poter *modellizzare* le “*Situazioni di Insegnamento*” rappresenta una sfida interessante. Viene anche presa in considerazione la ricerca nel settore dell’intelligenza artificiale che consentirebbe di acquisire dei dati riguardanti lo studio del “contesto” attraverso tutti gli strumenti che si ritengono indispensabili: logiche modali, intenzionali, ecc.

La Teoria delle Situazioni Didattiche si situa in questo contesto e potrebbe rappresentare uno strumento utile per “modellizzare” il *contesto Allievo-Sapere-Insegnante-Situazione attraverso approcci paradigmatici differenti*. Si ritiene tuttavia necessaria l’esigenza di creare una sorta di meta paradigma che permetta di affrontare il problema attraverso argomentazioni più convincenti.

Gli studi sulla modellizzazione dei fenomeni di insegnamento/apprendimento di tipo teorico- sperimentale in « Didattica delle Matematiche » si situano tutte in questa prospettiva.

2.3.6 L’esperienza italiana dell’Enciclopedia delle Matematiche Elementari.

Agli inizi del secolo l’associazione “*Mathesis*”¹² riteneva indispensabile la pubblicazione di una “*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*”.

Quest’opera doveva avere lo scopo di “presentare ai Docenti di Matematica ed agli allievi delle Scuole Universitarie di Magistero”¹³ un quadro completo delle *Matematiche Elementari*, con l’intendimento non solo di risparmiare tempo e fatica a chi desidera notizie precise e sicure su qualche argomento elementare, ma con la mira principale di diffondere la cultura delle Matematiche tra quanti, non avendo fortuna di risiedere in centri universitari, non possono facilmente procurarsi materiale di studio, ne

¹² Associazione di insegnanti di matematica che già dalla fine dell’800 operava sul territorio nazionale con finalità legate alla diffusione della cultura matematica. Dal 1908 le finalità dell’associazione furono anche di carattere scientifico.

¹³Le scuole di Magistero altro non erano che i Corsi di Specializzazione post laurea che si cerca di attuare, come innovazione rivoluzionaria, in questi anni. La legge è stata approvata in Parlamento nel 1995. Le norme applicative sono del 1996, ma ancora in parecchie sedi universitarie non se ne parla.

possono allargare le proprie cognizioni ed indirizzare proficuamente l'attività personale”¹⁴.

Oltre a presentare le Matematiche Elementari generalmente oggetto di studio nelle scuole secondarie superiori, sono presentate alcune Teorie Complementari che hanno lo scopo di approfondire i temi delle Matematiche Elementari o, a volte, rinnovarle attraverso la proposta di temi della ricerca ritenuti interessanti. I curatori dell'opera avevano anche l'intenzione di estendere gli argomenti al 1° biennio di insegnamento universitario. Infine sono trattati argomenti riguardanti la *Storia delle Matematiche e Questioni pedagogiche e didattiche*.

L'indirizzo dell'Enciclopedia mette ben in risalto la ricerca dei vari *punti di vista* nell'affrontare e sistematizzare un determinato concetto o argomento matematico. La presentazione dei punti di vista è sempre accompagnata da citazioni storiche e bibliografiche. Le citazioni storiche tengono conto della ricerca storica già consolidata e forniscono un quadro di riferimento semantico molto interessante.

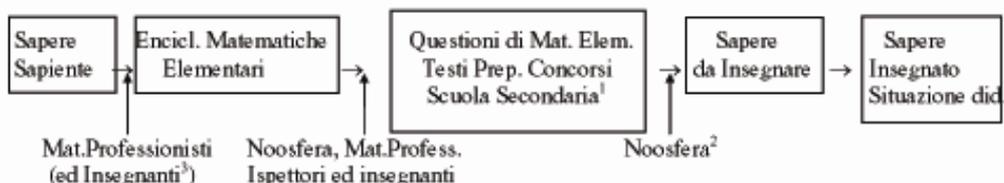
L'opera è divisa in tre parti.

- La prima parte (in due volumi 1929) è dedicata all'Analisi con un percorso che tiene conto del processo di rifondazione delle Matematiche degli inizi del secolo: Logica, Aritmetica, Teoria dei Numeri, Algebra, Funzioni, Analisi.
- La seconda parte (in due volumi 1936) è dedicata alla geometria: Geometria, Teoria della Misura, Geometria del triangolo, Trasformazioni geometriche, Calcolo vettoriale, Geometria analitica, Geometria proiettiva, Geometria descrittiva, Geometrie non Euclidee e non Archimedee, Geometria elementare e matematiche superiori.
- La terza parte è divisa in tre volumi, i primi due riguardanti le Applicazioni delle matematiche (1949), il terzo riguardante la statistica (1962). Nel secondo volume vengono presentati tre articoli destinati a dare un significato particolare all'opera: 1) Storia della Matematica Elementare, 2) Caratteri e indirizzi della matematica moderna, 3) Questioni didattiche.

Ma quale ruolo può aver giocato l'introduzione delle Matematiche Elementari nell'insegnamento delle matematiche?

Per interpretare questo ruolo sarà utile riferirsi ad una riflessione sulla Trasposizione Didattica operata dalla Enciclopedia delle Matematiche Elementari e più in generale dalla acquisizione da parte della comunità matematica delle *Matematiche Elementari da un punto di vista superiore*:

¹⁴Dalla prefazione del 1° volume (parte 1^a) a cura di L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli. Pavia, Milano, 1929.



¹Ci riferiamo in particolare ad alcuni testi per la preparazione post universitaria degli insegnanti di matematica che in un determinato periodo storico hanno consentito questo passaggio molto importante nella trasposizione didattica:

- M. Cipolla, *La Matematica Elementare nei suoi fondamenti nei riguardi didattici e negli sviluppi superiori*, 1ª Edizione del 1927, Arti grafiche Cav. Uff. Giuseppe Castiglia, Palermo, Via Saladino. In edizione più recente: *Matematica Elementare* (curata da L. Chiara), 6ª edizione, 1962, Ed. Palumbo, Palermo.
- A. Chiellini - R. Giannarelli, *L'esame orale di matematica*, 1962, Libreria eredi V. Veschi, Roma.
- A. Chiellini - L. Santoboni, *Raccolta di temi di matematica per la preparazione ai concorsi*, 1959, Libreria eredi V. Veschi, Roma.
- Pietro Tortorici, *Quaderni Didattici sulle matematiche Complementari*, Arti Grafiche A. Renna, Palermo, 1952. (13 quaderni monografici che trattavano gli argomenti per la preparazione ai concorsi)

¹ Per “Noosfera” si intende l’insieme di Associazioni, Istituzioni Ufficiali, riviste, ecc...

¹ Sino alla seconda metà del secolo numerosi insegnanti universitari provenivano dalla scuola secondaria superiore.

Le Matematiche Elementari, frutto di elaborazione da parte di associazioni culturali (Mathesis), Istituzioni ufficiali, riviste specializzate e divulgative rappresentano le mediazioni tra il Sapere Sapiente della ricerca ed il Sapere da Insegnare. Questa mediazione ha avuto nella tradizione Italiana due momenti particolari. Il primo riguarda il passaggio tra il Sapere Sapiente e l’Enciclopedia delle Matematiche Elementari visto come nuovo momento del Sapere Sapiente da riorganizzare nuovamente nei testi di preparazione ai concorsi delle scuole secondarie superiori e finalmente disponibile a poterlo riorganizzare come Sapere da insegnare da parte delle istituzioni scolastiche.

In questa impostazione le Matematiche Elementari assumono un ruolo importante. Esse rappresentano il riferimento dei possibili percorsi matematici per poter definire e quindi introdurre un determinato concetto matematico o un argomento completo.

Un ruolo diverso hanno avuto le “*Questioni riguardanti le Matematiche Elementari*” raccolte e coordinate da F. Enriques (1ª edizione del 1900, Zanichelli, Bologna). L’impostazione è quella che oggi classifichiamo come *indirizzo storico-epistemologico*. Luigi Brusotti nella Enciclopedia (Questioni Didattiche) considera il percorso seguito da F. Enriques come storico-critico¹⁵. F. Enriques ha anche curato la edizione degli “*Elementi di Euclide e la critica Antica e moderna*” (A. Stock Editore, Roma, 1925, 4 volumi).

Nella prefazione al 1° volume vengono messi in evidenza due questioni: 1) l’indirizzo storico-epistemologico; 2) Il problema della trasposizione didattica:

”Perché ogni volta che si cerca di spiegare ai giovani come la scienza universitaria si colleghi alle materie dell’insegnamento secondario e valga ad avvantaggiarne il possesso¹⁶, cioè ogni volta che si vuole trasformare la dottrina in cultura o in abito e facoltà delle menti, sempre si è condotti a vedere metodi e problemi

¹⁵ L’espressione « epistemologico » era estranea alla cultura Italiana di inizio novecento.

¹⁶ Oggi diremmo che il soggetto trasforma « conoscenze » in « sapere ». In sostanza è il fenomeno della « devoluzione » che Guy Brousseau (1997) spiega molto bene nella Teoria delle Situazioni Didattiche.

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

nella loro evoluzione storica. Al lume della quale la coscienza didattica, che ha dismesso gli abusi del logicismo, apprende veramente a superare il periodo di quella critica troppo arida ed angusta, senza ricadere nei vecchi errori che ne costituirono il giusto motivo.”

L'articolo di L. Brusotti¹⁷ chiarisce il passaggio tra Sapere Sapiente e Sapere da Insegnare. Viene presentato l'insegnamento matematico nei suoi aspetti culturali (costante il riferimento alla filosofia ed alla storia), si analizzano gli specifici indirizzi di scuola, i metodi di insegnamento.

Ci sembra interessante sottolineare la relazione messa in evidenza a p. 926 tra lingua Naturale e Linguaggio delle Matematiche: *“E’ da osservarsi che il linguaggio delle matematiche, specie delle elementari, a differenza del linguaggio scientifico in generale, raramente conia vocaboli, ma piuttosto attinge al linguaggio comune, attribuendo però alle parole significati tecnicamente convenzionali, in cui spesso l’ente matematico risultava per astrazioni da oggetti aventi, per i loro caratteri differenziali, denominazioni diverse, ma una sola di queste veniva assunta dal matematico in senso astratto, consuetudine mantenuta anche quando, negli ulteriori sviluppi, le parole del linguaggio comune (gruppo, funzione, varietà, spazio, ordine, classe, genere, continuo, normale, regolare, ...) vengono variamente piegate a significato tecnico, per indicare concetti nuovi man mano introdotti. Invece in altri campi del sapere lo scienziato distingue ove il volgo accomuna (come avviene per la nomenclatura tassonomica delle scienze naturali e per la terminologia dei clinici), oppure introduce sostanze, congegni, processi nuovi (il che ha portato ai linguaggi caratteristici della chimica e delle varie branche della tecnica) e via dicendo.”*

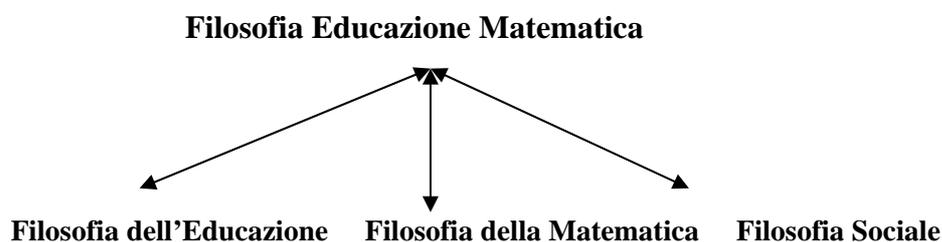
Questa considerazione tra Linguaggio Naturale e Linguaggio matematico sottovaluta però il fatto che l'apparente somiglianza tra i due linguaggi può portare ad altri problemi. Nella comunicazione delle Matematiche il ricevente è convinto che l'emittente, dal momento che usa quel termine, possiede il concetto ed il suo campo semantico. Ciò può portare in errore in quanto la conoscenza del termine non corrisponde, generalmente, alla comprensione del concetto.

Ma il suddetto articolo sulle Questioni Didattiche trova il suo momento significativo nell'analisi dei libri di testo. Vengono analizzati i testi dal medioevo agli inizi dell'ottocento e dall'ottocento ai nostri giorni (sino alla metà del novecento). Questa analisi, ricca di spunti bibliografici, ci consente di recuperare, da un punto di vista di storia della didattica, i percorsi matematici più accreditati nell'insegnamento nella prima metà del secolo.

3.0 Quale il “senso” della Filosofia dell’educazione Matematica?

In questo paragrafo si cercherà, attraverso dei lavori sperimentali, di far vedere quale potrebbe essere il “senso” oggi della Filosofia dell’Educazione Matematica. Un riferimento è quello di far rivivere “l’epistemologia delle matematiche” come strumento significativamente attuale per l’interpretazione dei fenomeni di “insegnamento/apprendimento” come uno strumento, prodotto culturale del gruppo sociale, storicamente considerato.

¹⁷Enciclopedia Matematiche Elementari, Volume terzo parte seconda.



La Filosofia dell'Educazione Matematica influenza la teoria e la pratica?

3.1 “Philosophy of Mathematics and Education”: alcune considerazioni

La filosofia della matematica è generalmente rifiutata dai matematici di professione in quanto non la ritengono utile per il loro lavoro.

La filosofia della matematica viene invece molto utilizzata sia implicitamente che esplicitamente da chi si occupa di educazione. Questo è dovuto al fatto che per poter comunicare le matematiche sei costretto ad occuparti di fondamenti di matematica e quindi di filosofia della matematica. Questo nella tradizione culturale del novecento in occidente.

Il novecento ha poi messo in evidenza i problemi dovuti ai differenti approcci alle logiche e quindi alle differenti filosofie della matematica.

Alcuni lavori sperimentali condotti anche nella nostra università hanno messo in evidenza che quando si opera con problemi di modellizzazione in fisica i futuri insegnanti di matematica e fisica usano differenti filosofie della matematica (implicitamente) in modo molto pragmatico, secondo la natura del problema e del contesto.

3.1.1 Posizioni Filosofiche implicite nei processi di modellizzazione dei future insegnanti di Matematica e Fisica.

L'ipotesi principale del lavoro (Spagnolo&Fazio, to appear) è che i futuri insegnanti di Matematica e di Fisica abbiano implicitamente una propria filosofia che viene poi esplicitata nei processi di modellizzazione. Questa “filosofia implicita”¹⁸ risulta essere,

¹⁸ Questo concetto di « Filosofia implicita » è già presente in alcune riflessioni di Changeux & Connes sul rapporto tra Neuroscienze e Platonismo oggi :

“Per i costruttivisti, gli oggetti matematici sono degli enti di ragione che esistono soltanto nel pensiero del matematico. E non in un mondo platonico indipendente dalla materia. Essi non esistono se non nei neuroni e nelle sinapsi dei matematici che li producono e di coloro che li capiscono e li usano.”(p.18)

Il fatto che gli oggetti matematici esistano indipendentemente da un qualsiasi supporto materiale o cerebrale è la posizione del Platonista che viene considerata dal punto di vista neurofisiologico come una fase del pensiero.

“Quando il matematico elabora delle regole di esclusione, un formalismo, egli costruisce un linguaggio universale, e ciò gli permette di riconoscere proprietà dell'oggetto che prima ha costruito. In pratica egli non “scopre” che le conseguenze di ciò che ha immaginato!” (Changeux, op. cit. p.26)

Il Platonismo sarebbe quindi dovuto ad uno scambio tra costruzione del linguaggio e consapevolezza dello stesso (riconoscere le proprietà dell'oggetto matematico che prima è stato costruito). Questa posizione trova ulteriore conferma nel fatto che gli oggetti matematici sono delle “rappresentazioni culturali” che si propagano, fruttificano e sono trasmesse da cervello a cervello. *“Esse possiedono delle proprietà specifiche, in particolare quella coerenza, quella*

F. Spagnolo, Alcune idee sulla Filosofia dell'Educazione Matematica tra oriente ed occidente 100

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

in qualche modo, il risultato di altri comportamenti impliciti dei propri insegnanti, della lettura di testi scientifici di riferimento culturali tipici della cultura del proprio tempo. Ci si aspetta quindi che queste concezioni filosofiche implicite possano darci indirettamente indicazioni sulla cultura della seconda metà del ‘900.

La conclusione che viene fuori da questi dati è che la concezione “costruttivista” è quella più forte. L’insegnamento nelle scuole superiori e l’istruzione universitaria hanno, nella seconda metà del novecento, indotto dei comportamenti non consapevoli verso il costruttivismo.

Questo è un indicatore abbastanza significativo del fatto che una corrente di pensiero viene a stabilizzarsi nella prassi didattica.

Il ‘900 è ancora tutto da studiare ma considerazioni sperimentali di questo tipo potrebbero fornire utili indicazioni per approfondimenti teorico-sperimentali sull’epistemologia, la storia e ... le concezioni dei futuri insegnanti.

La conclusione più importante di questo lavoro che mi pare possa essere utilizzato come problema aperto nel gruppo di discussione è : Come possiamo individuare il « trend » filosofico implicito ? Come possiamo utilizzarlo nella pratica didattica?

3.1.2 Il ruolo dei paradossi logico-linguistici nella tradizione Cinese ed Europea.

In parecchi lavori del mio gruppo di ricerca riguardo allo studio di paradossi logico-linguistici nella tradizione cinese ed europea hanno evidenziato il ruolo della lingua naturale come elemento portante sia della costruzione matematica che nei processi di risoluzione dei problemi. Il ruolo dei paradossi nella cultura cinese ed occidentale è completamente differente. In occidente il paradosso, all’interno di una logica bivalente, rappresenta un elemento di riflessione per una teoria (con un suo linguaggio) che non ha strumenti adeguati per poterlo superare. Nella tradizione cinese si convive con il paradosso.

La storia della matematica nelle differenti culture è un elemento molto importante per l’analisi degli approcci filosofici. (Spagnolo, to appear, 2005, 2002, 2005b))

L’epistemologia, la storia e la Lingua Naturale sono elementi culturali consolidati nel tempo e possono rappresentare un elemento di partenza per ricerche nel campo della Didattica delle Matematiche.

Nel periodo storico che stiamo vivendo come è possibile integrare ed utilizzare le opportunità cognitive delle diverse culture ?

Un approccio complementare potrebbe essere una soluzione alla multiculturalità nelle classi ?

"necessità interiore" (...) che conferisce loro un'apparenza di autonomia." (Changeux , op. cit. p. 38)

È proprio l'apparenza che dà la sensazione di scoprire questa realtà platonica.

L'evoluzione storica delle matematiche rimette in discussione il Platonismo nel senso che risulta poco credibile il fatto che si possano concepire oggetti matematici di una *mathesis universalis* rimessi in discussione da una nuova sistemazione teorica.

"La storia della matematica non è affatto lineare. È fatta di controversie, di dibattiti, di divergenze, di rinnovamenti, di aggiornamenti incessanti ... In poche parole, si ha l'impressione di avere a che fare con oggetti culturali, prodotti e utilizzati ad ogni stadio dello sviluppo della nostra civiltà, e ridefiniti in relazione all'evolversi di altri oggetti culturali, che non sono necessariamente matematici." (Changeux, op. cit., p. 39)

F. Spagnolo, *Alcune idee sulla Filosofia dell'Educazione Matematica tra oriente ed occidente* 101

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

3.1.3 Alcune considerazioni sul ruolo dell’Epistemologia sperimentale e la Filosofia dell’Educazione Matematica.

L’aver considerato la “Didattica delle Matematiche” disciplina a se stante con un suo paradigma risale alla scuola francese negli anni ’80 era incerta se chiamare questa disciplina “Didattica delle Matematiche” o “epistemologia sperimentale delle Matematiche”. La scelta fu fatta per la prima delle due posizioni.

Il Paradigma della Ricerca Didattica è sostanzialmente un meta-paradigma nel senso che utilizza altri paradigmi (Vedi anche appendice 4, Spagnolo (1998, 2001), (D’Amore, 2003), (D’Amore & Godino, 2006), (D’Amore & Fandiño Pinilla, 2007)):

- dei linguaggi matematici per quanto attiene all’epistemologia;
- della storia delle matematiche per quanto attiene all’analisi storico-epistemologica (Recupero dei significati dei Linguaggi Matematici);
- delle scienze umane: psicologia, sociologia, antropologia, linguistica, semiotica;
- delle scienze dell’educazione;
- della neurofisiologia per quanto attiene ad una migliore comprensione dell’apprendimento legato alla conoscenza del funzionamento della mente/corpo.

Possiamo quindi affermare che, anche con diverse sfumature e con pesi diversi, la ricerca in didattica della matematica utilizza, in occidente, questo schema di riferimento. Bisogna tenere presente che non sempre queste scelte sono esplicitate o consapevoli nella comunità dei ricercatori.

4.0 Nella cultura Orientale

1. Taoismo. Il Tao e la Via, la spontaneità (tzü jan), l’inazione nel senso della non artificiosità o della conformità alla natura, la semplicità, la vacuità, la tranquillità e l’illuminazione, tutto dedito alla ricerca della “lunga vita e della visione duratura”. Dagobert (1972)
2. Confucianesimo. Il confucianesimo concentra tutto sull’umanità come il bene più alto, l’uomo superiore come l’essere ideale, e la coltivazione della vita come il supremo dovere dell’uomo. Confucio insegnò le dottrine del “chung”, o del conformarsi ai principi della propria natura, e dello “shu” o dell’applicazione di questi principi in relazione agli altri uomini, così come la dottrina del Giusto Mezzo (chung yung), cioè trovare “il bandolo del nostro essere morale ed essere in armonia con l’universo”. Dagobert (1972) Confucio incoraggia la dedizione costante e continuativa all’apprendimento, che deve durare per tutta la vita e che a tutt’oggi costituisce uno degli elementi portanti della crescente economia orientale che si ispira direttamente o indirettamente a Confucio.
3. Buddismo

Interpretare da un punto di vista occidentale il Taoismo come “naturalismo” ed il Confucianesimo come “umanesimo” risulta molto riduttivo ma ci dà una idea generale di queste due grandi filosofie orientali. Entrambe le scuole concepirono la realtà come incessante mutamento ed in continua trasformazione. Soltanto nel 400-200 a.C. la scuola

del Yin Yang mise in evidenza il fatto che questi elementi del Yin e Yang principi fondamentali, sempre in contrasto ma complementari, rappresentano un fondamento comune. La metafisica taoista e l’etica confuciana sono mescolate tra di loro, mentre la teoria yin yang fa da connettivo, legando così natura ed uomo in una chiara relazione di macrocosmo e microcosmo.

Per gestire i cambiamenti bisogna seguire il Tao, la Via, la linea della minore resistenza, la più profonda risonanza che si può ottenere con i cambiamenti nella nostra vita. Dal punto di vista orientale la metafisica dello Yin e dello Yang permettono la declinazione delle possibili sfumature esistenti tra due situazioni contrapposte. La rappresentazione visiva ne dà anche una possibile interpretazione.



Il contrapporsi dei due opposti non avviene mai in modo netto ha sempre, come si vede dalla figura, una infinità di altri stati contrapposti.

4.1 L’interpretazione di alcuni scritti di Mao Tse-Tung sulla dialettica¹⁹ e sul linguaggio argomentativo.

L’ipotesi di partenza è che il linguaggio argomentativo utilizzato da Mao segua la tradizione Cinese in modo molto più marcato di quanto non possa essere stata l’influenza dei sistemi argomentativi del marxismo-leninismo di origine Hegeliana.

Influenza del ragionamento fuzzy (interpretato come ragionamento probabilistico²⁰) e ragionamento classificatorio.	Dialettica Hegeliana – Dialettica in Mao attraverso lo Yiing e lo Yang
<p>Vol I: pp. 29; p. 31: “... ho fatto una classificazione...” p. 32: “...erano soltanto 300-400...” p.39: “il loro numero può oscillare tra ... e ...” (anche nel vol II a pag. 459 e vol. IV apag 151, 212,381, 433) p.115 l’egualitarismo assoluto non esiste e passa ad una analisi di casi concreti delle possibili sfumature. Vol. IV. p.392: “Avere in testa le cifre. Questo vuol dire che dobbiamo prestare attenzione all’aspetto quantitativo di una situazione o di un problema e fare un’analisi quantitativa fondamentale. Ogni qualità si manifesta in una</p>	<p>Hegel, e successive interpretazioni della destra e della sinistra Hegeliana, considera la dialettica come sintesi degli opposti: a. posizione di un concetto; b. soppressione di questo concetto attraverso il suo opposto; c. sintesi dei due precedenti per conservare quello che vi è di affermativo nella loro soluzione e nel loro trapasso. Mao (Vol I, pag. 316): a. Prima fase della conoscenza: fase della percezione (e delle impressioni). Fatti esterni fanno sorgere una serie di impressioni collegate da un nesso approssimativo esteriore. In questa fase l’uomo non può ancora formarsi concetti profondi né trarre</p>

¹⁹ Ci si riferisce alle opere ufficiali riguardanti articoli scritti nei diversi periodi della rivoluzione cinese: Vol. I (1924-1927, Prima e seconda guerra civile rivoluzionaria), Vol II e Vol III (1937-1945, Guerra di resistenza contro il Giappone), Vol. IV (1945-1949, Terza guerra civile rivoluzionaria). L’analisi è stata condotta tenendo conto solo degli indicatori argomentativi riguardanti strumenti: dialettici e classificatori.

²⁰ Per una analisi di questa posizione vedi Kosko (1995) e Spagnolo (2003).

<p>quantità determinata, e senza quantità non vi può essere qualità. Fino ad oggi, molti nostri compagni non hanno ancora compreso che devono prestare attenzione all’aspetto quantitativo delle cose – alle statistiche fondamentali, alle principali percentuali e ai limiti quantitativi che determinano la qualità delle cose. Essi non hanno “cifre” in testa e ne risulta che non possono evitare di commettere errori. ... Anche in tutti questi casi bisogna determinare i limiti quantitativi.”</p> <p>Osservazioni:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Il sistema classificatorio passa attraverso le percentuali e non attraverso le “relazioni”. 2. L’utilizzo di intervalli di approssimazione molto simili alle variabili di intervallo fuzzy. 3. La volontà sempre dichiarata di analizzare sfumature. 	<p>conclusioni logiche. (Esempi della pratica sociale)</p> <p>b. Il proseguire della pratica sociale porta a numerose ripetizioni delle cose che suscitano negli uomini percezioni ed impressioni, e allora si produce nella mente umana un subitaneo cambiamento (un salto) nel processo di conoscenza e nasce il concetto. Il concetto non riflette più l’aspetto fenomenico, gli aspetti singoli e i nessi esterni delle cose, ma coglie l’essenza delle cose, il loro insieme e il loro nesso interno. La differenza fra concetto e percezione non è soltanto quantitativa ma anche qualitativa. Procedendo in questa direzione e servendosi dei metodi del giudizio e della deduzione, si può arrivare a conclusioni “logiche”.</p> <p>c. Il vero compito della conoscenza è arrivare, attraverso la percezione, al pensiero, alla graduale comprensione delle contraddizioni interne delle cose oggettivamente esistenti, delle leggi che regolano queste cose, del nesso interno tra l’uno e l’altro processo, arrivare cioè alla conoscenza logica. La conoscenza logica fa un gran passo in avanti, abbraccia l’insieme, l’essenza, il nesso interno delle cose, porta alla scoperta delle contraddizioni interne del mondo circostante, e può così afferrare lo sviluppo in tutto il suo insieme, con il nesso interno di tutti i suoi aspetti.</p>
<p>Elenco di tipo “classificatorio” di cose da seguire o da non seguire” (ad es. p. 111, vol I; p. 147 vol I sulla classificazione delle classi sociali in Cina in quel periodo storico; p. 14-15, vol II, dove l’argomentazione inizia con delle domande su di una proposizione e la sua contraria, alle quali le risposte sono ancora di tipo elencativo classificatorio ed ancora a p. 246 del Vol IV “Direttiva sulla correzione degli errori nella appartenenza di classe e sulle unità con i contadini medi”). In particolare a p.57 del III Vol. nel descrivere uno stereotipo molto comune nel partito sulla “classificazione descrittiva”: “... nei loro articoli e nei loro discorsi, quando scrivono un libro o fanno un rapporto, usano prima i numeri cinesi in caratteri maiuscoli, poi i i numeri cinesi in caratteri minuscoli, poi i caratteri ciclici, etc...”.</p> <p>Osservazioni:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Sembrerebbe un ragionamento di tipo classificatorio relazionale ma si 	<p>Osservazioni:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Nella seconda fase della conoscenza Mao cita Confucio: “C’è sempre una relazione con la percezione umana”. Questo richiamo alla storia della filosofia Cinese ricorre in tutti questi quattro volumi. La conoscenza “logica” deve essere qui intesa nel senso della cultura cinese. Il riferimento è alla lingua Cinese. L’80% dei caratteri cinesi é di tipo associativo che é il modo di costruire nuovi caratteri. Non esiste nella tradizione storico-filosofica cinese alcun riferimento alla Logica per come viene intesa in occidente (Needam, 1981) (Spagnolo, 2005). Quando Mao parla di « abbracciare l’insieme », « cogliere l’essenza », etc... si riferisce alla caratteristica di questo tipo di caratteri. <p>Alcuni esempi di caratteri per associazione (ideogrammi) sono riportati nel paragrafo 4.2.2.</p> <p>Il carattere, che in questo caso è un ideogramma (per associazione), viene visto nel suo insieme.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Il senso di “abbraccia l’insieme” etc.. potrebbero anche derivare dal significato che viene dato alla parola “dimostrare” nella storia della Matematica Cinese. Nel Canone dei “9 capitoli” Chemla prende in considerazione la ricerca di un “algoritmo fondamentale” per classi di problemi. Tale “algoritmo fondamentale” rappresenterebbe l’operazione analoga

<p>riduce tutto ad una classificazione descrittiva.</p> <p>2. Nonostante Mao utilizzi la classificazione descrittiva, nel vol III a p. 57 mette in ridicolo questo modo di ragionare diventato uno stereotipo per i quadri del partito visto che non porta a nuova conoscenza: “...non è altro che una farmacia cinese, è un articolo che non ha contenuto preciso.”</p>	<p>del sistema ipotetico-deduttivo della cultura occidentale.</p> <p>3. Nel terzo momento della dialettica presentata da Mao non viene mai preso in considerazione il “divenire” nel senso Hegeliano. Nel trattato “Sulla contraddizione” (I Vol., p. 335) fa anche degli esempi matematici quando analizza le contraddizioni in termini di “* e -, differenziale ed integrale, etc...” Mette cioè in evidenza quello che già si trova insito nello Yiing e nello Yang e cioè la presenza di opposti nelle situazioni concrete le più disparate. Questo rappresenta un elemento metafisico importante per la comprensione della filosofia cinese.</p> <p>4. Possiamo schematizzare così la dialettica presente nelle opere di Mao: a. Le prime due per comprendere le contraddizioni interne (yiing e Yang); b. Superamento. Quasi generalizzazione nel senso della ricerca dell’algoritmo fondamentale.</p>
--	--

Questo è forse la differenza più grande rispetto al modo di vedere occidentale. Nella filosofia cinese nulla è diviso nettamente in bianco e nero, nemmeno i colori interpretanti del circolo Ying e Yang. Nisbett (2003) sostiene che : “Il pensiero dialettico che si sviluppò in Cina non è né la comprensione Platonica della dialettica (come arte della discussione) né la dialettica di Hegel o di Marx, nelle quali cercano soluzioni conflittuali (per esempio gli interessi di gruppi sociali diversi). La dialettica orientale accetta le contraddizioni poiché solo attraverso di esse, a suo modo di vedere, diventa riconoscibile la verità.”. Nisbett assieme a Peng cercarono di analizzare la dialettica orientale attraverso i seguenti principi:

1. Principio del mutamento: la realtà è un processo soggetto a costante mutamento;
2. Principio della contraddizione: poiché il mutamento è costante, lo è anche la contraddizione;
3. Principio dell’olismo: poiché tutto cambia continuamente e si trova continuamente in contraddizione, nessuna cosa, nella vita umana come in natura, si può comprendere indipendentemente da alcun altra. Tutto è collegato.

Questo avrebbe portato ad una tolleranza dei paradossi che non è assolutamente presente nella cultura occidentale.

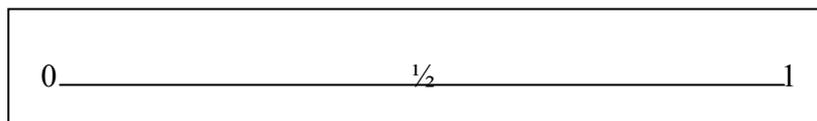
4.1.1 Il punto di vista di Kosko sui paradossi nella cultura orientale ed occidentale.

Il linguaggio, specialmente il linguaggio matematico della scienza, crea demarcazioni artificiali fra bianco e nero, mentre la ragione o il buon senso li sfumano: la ragione lavora in chiaroscuro.

Bivalenza	Polivalenza
Aristotele	Budda, Yin/Yang
A o non A	A e non A
esatto	Parziale
Tutto o niente	In una certa misura
0 o 1	Continuità fra 0 e 1

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Elaborazione digitale	Rete neuronale (cervello)
Fortran	Lingua Naturale: Italiano, Inglese, ...
bits	Fuzzy units: Fits



Il punto medio della linea è un “paradosso” per la logica Aristotelica. Per la logica fuzzy è il punto dove ci sono delle mezze verità e dove A è uguale a non A (equazione yin-yang).

Nella logica bivalente il paradosso non è né vero né falso, non ha senso all'interno del linguaggio preso in esame e del contesto.

Consideriamo la seguente situazione concreta:

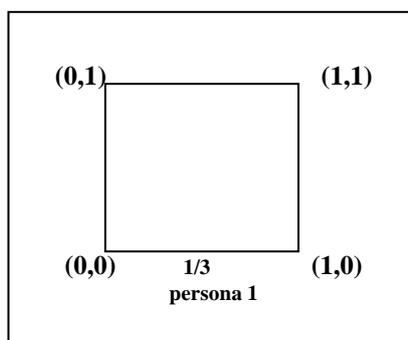
Un uditorio: due persone.

Domanda: Siete contenti del vostro lavoro?

Alzate la mano per rispondere a questa domanda.

La mano non sarà sempre alzata allo stesso modo, interamente alzata, parzialmente, etc...

Il seguente schema analizza la possibile situazione con la presenza di due sole persone, il modello si può senz'altro ampliare per n persone. Ad ogni vertice del quadrato corrisponde una situazione limite: (0 1) soltanto la persona 1 alza la mano, (1 1) alzano le mani tutti e due, etc...



Persona 1: alza la mano al 33,3 % ($\frac{1}{3}$)

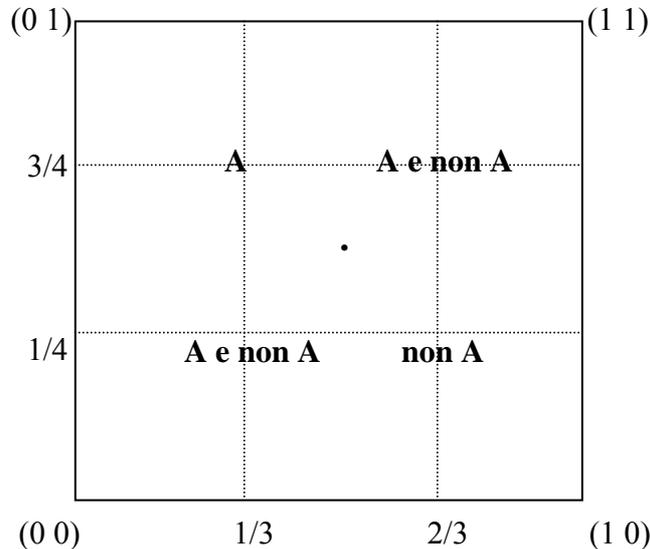
Persona 2: alza la mano al 75 % ($\frac{3}{4}$)

($\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$) **A**

La risposta dell'uditorio opposto è ($\frac{2}{3}, \frac{1}{4}$) **non A**

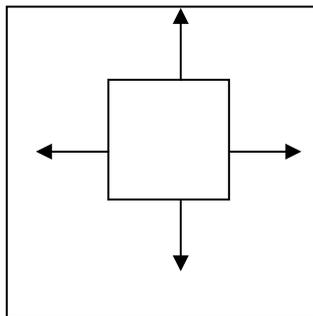
A e non A è uguale a ($\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$) e non è (0, 0) cioè l'insieme vuoto. La prima posizione è quella del pensiero fuzzy (yin e yang), l'altra è la posizione aristotelica.

Rappresentiamo questo in un'altro schema:



Se le risposte sono meno fuzzy, il quadrato più piccolo si allarga verso gli angoli non fuzzy.

Ed in questo caso abbiamo Aristotele.



Se invece le risposte diventano più fuzzy allora il quadrato interno si restringe verso il punto medio. Nel caso limite il quadrato collassa nel punto medio (tutte le persone alzano la mano al 50%). Allora A e non A (yin yang) al 100%. $A = A \text{ o } \text{non } A = A \text{ e non } A = \text{non } A$. (Non si distingue il bicchiere mezzo pieno e mezzo vuoto)

Aristotele domina nel contorno, Budda nel centro.

Il punto medio è il buco nero della teoria degli insiemi.

L'idea del tipo di rappresentazione su esposta è di B. Kosko che consiste nel rappresentare ogni sotto insieme fuzzy di X mediante un punto in un sistema di coordinate cartesiane.

4.2 Il concetto del sistema TIZHI nell'educazione cinese.

In occasione di un convegno internazionale sull'efficienza e sul miglioramento della scuola in Cina nel settembre 2005 a Shenyang nella regione di Lianong, ho avuto modo di riprendere i miei contatti con la Cina.

Negli anni 1984-1986 ho avuto il mio primo contatto. Con un progetto di cooperazione internazionale 4 giovani laureati cinesi della regione del Guanxi erano

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

venuti a Palermo. Tra questi vi era un matematico Ou Ye Lin. In quella occasione ho dato delle lezioni di matematica ad un giovane emigrato cinese a Palermo e con l'aiuto del dott. Ou Ye Lin ho analizzato, per la prima volta, le relazioni tra storia delle Matematiche, lingua naturale e apprendimento della matematica in una situazione culturale diversa da quella occidentale (Spagnolo, 1986).

Ho ripreso questi studi (Spagnolo, 2002) in occasione del 13° incontro dell'I.C.M.E.²¹ (International Congress on Mathematics Education) sullo studio comparativo²² EST-OVEST in didattica della matematica. La maggioranza dei partecipanti era di origine orientale compresi alcuni trapiantati da alcune generazioni negli USA.

A partire dal 2002 ho cominciato, anche con l'aiuto del mio gruppo di ricerca²³, lavori sistematici (Spagnolo F., M. Ajello, Z. Xiaogui, 2005a, 2005b) di comparazione di schemi di ragionamento nella risoluzione di problemi matematici tratti dalla tradizione cinese ed occidentale. I lavori sono stati condotti in Italia (Palermo) ed in Cina (Nanchino).

Perché il lavoro sul sistema (Tizhi) cinese analizzato dal Prof. Sun mi ha interessato come matematico?

Il principale interesse è sulle argomentazioni che vengono utilizzate nel corso del lavoro ma anche la curiosità dell'organizzazione del sistema scolastico cinese (Tizhi) all'inizio del XXI secolo.

Il testo del Prof. Sun analizza con molta cura il sistema scolastico cinese anche nella sua evoluzione storica. Il libro è corredato di molti documenti ufficiali prima del 1978 e dopo. Il processo si conclude con la presentazione delle linee guida dei programmi attuali fornendo anche un riferimento alla Filosofia dell'Educazione soggiacente.

4.2.1 Quali gli strumenti argomentativi

Nella introduzione del suo libro al paragrafo 1.1.3 dichiara il proprio disegno di ricerca. Per poter definire il sistema (Tizhi) in modo chiaro anche per il pubblico occidentale al secondo punto dichiara di seguire un metodo « concettuale analitico tecnico dalla filosofia dell'educazione ». A questo segue la proposta di un modello concettuale all'educazione tizhi che sostiene « ...need a deductive process ». Ma « ...we also need an inductive process to go beyond cases, and dialectic process, like adduction, that fits induction and deduction together ». L'interpretazione del processo dialettico viene visto come processo abduttivo dove deduzione ed induzione sono assieme. In

²¹ L'ICME è la sottocommissione dell'International Mathematical Union, IMU.

²² Gli studi comparativi dell'ICME sono organizzati da ristretti gruppi di ricercatori che sono interessati strettamente al tema e che per 5 giorni discutono criticamente i lavori presentati dai partecipanti. Ogni lavoro deve essere accettato con referee almeno due mesi prima. Per cui tutti i partecipanti hanno ricevuto un mese prima tutti i lavori di tutti e la discussione durante l'incontro verteranno su approfondimenti, analisi critiche e comparazione tra punti di vista differenti. Il titolo dell'incontro era “Mathematics Education in Different Cultural Traditions: A Comparative Study of East Asia and the West ».

²³ G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento delle Matematiche) <http://dipmat.math.unipa.it/~grim>. In particolare le persone che hanno collaborato ai lavori sperimentali e di riflessione teorica sull'argomento sono la Prof.ssa Maria Ajello ed il Dott. Benedetto Di Paola.

questa prima sua dichairazione c’è il legame forte con la tradizione culturale cinese. Aristotele ed Hegel non fanno parte della tradizione culturale cinese. L’interpretazione della dialettica in Cina é diversa da quella occidentale²⁴. Ora la comprensione dell’approccio olistico di Sun alla presentazione del sistema scolastico cinese del XXI secolo non si può comprendere appieno se non si tiene conto di due elementi molto importanti : 1. la struttura della lingua scritta ; 2. l’approccio concettuale per modellizzare i fenomeni della realtà.

4.2.2 Alcune osservazioni sulla lingua cinese scritta.

I caratteri cinesi sono classificati in sette grandi categorie o meta-regole di composizione. L’ideogramma rappresenta, nella lingua cinese, una delle regole di composizione dei caratteri fondamentali.

Il Needham riporta una classificazione in sei classi²⁵ e li esamina così:

1. Hsiang hsing, lett. Forme delle immagini (pittogrammi). Disegni ridotti all’essenziale, resi convenzionali per poi essere stilizzati.
2. Chih shih, lett. Indicatori di situazioni (simboli indiretti).
3. Hui i, lett. Incontri di idee (composti per associazione o composti logici). Questa terza parte di caratteri è composta da combinazioni semantiche di due o più pittogrammi, che formano quelli che possiamo chiamare *composti per associazione*. Così *fu*, moglie è composto dai segni di donna, mano e scopa; ...Abbiamo quindi una specie di equazione: *li(campo)+tien(forza)=nan(uomo)*. Tali **equazioni** costituiscono un sottofondo mentale semiosciente per chi acquisti familiarità con la lingua. Il Needham usa l’espressione composti logici in una nota ritenendolo non accettabile. Il suo punto di vista è quello occidentale dove l’espressione “logico” ha una connotazione storico-epistemologica del tutto differente. Ritengo invece che il riferimento alla logica vada inteso nella tradizione storico-epistemologica della cultura cinese. Rappresentano circa l’80% dei caratteri²⁶. Ci sono parole composte da un solo ideogramma, da 2, da 3 etc...

好 donna 女 + bambino 子 = **piacere** (alle donne piacciono i bambini)

見 Eye 目 + a man's legs = **to see** (what the man can do with the eye)

²⁴ Nisbett (2003), vedi paragrafo 4.1.

²⁵ Questa classificazione è apparsa durante la dinastia Han (206 a.c. – 220 d.c.). Xǔ Shèn nell’organizzare il dizionario *Shuōwén jiězì* (spiegazioni sui caratteri semplici e analisi dei caratteri composti) (121 d.c.), classificò i caratteri in sei categorie che chiamò **liùshū** (i sei principi della scrittura). La forma della scrittura che prese forma nell’ultima parte della dinastia Han chiamata *kǎishū*, è quella che è ancora in uso oggi.

²⁶ La stragrande maggioranza dei caratteri cinesi appartiene alla categoria dei *zì* o caratteri composti; *zì* a sua volta consiste di due tipi base, *huìyì* e *xíngshēng*. La prima categoria è non-fonetica: un carattere *huìyì* (significati uniti) generalmente ha due componenti grafici i cui significati presi insieme suggeriscono un’altra parola; per esempio, secondo Xǔ Shèn, la parola per bosco è data da due alberi. I caratteri *huìyì* formano una categoria abbastanza vasta; il processo, sebbene meno produttivo del processo di formazione dei *xíngshēng*, ha continuato ad essere impiegato nella formazione di nuovi caratteri in tutta la storia cinese.

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

休 uomo (forma semplificata di 人) + albero 木 = **riposo, sosta**

Esempi di Ideogrammi (huìyì 会意的) per associazione

míng 明, luminosità, rì 日, sole e yuè* 月, luna

nǚ 女 [nán] [nàn] litigare. 女, donna.

nán 男, uomo. 田 campo. 力 forza.

lǎo 老 老师 lǎo shī. 老 vecchio, venerabile. 师 maestro, istitutore

jiāo 教 教授 insegnare, dare, insegnante universitario. Sembrerebbe che l'ideogramma significhi dare ed accettare. 受 ricevere, accettare, essere sottomesso alla supervisione, sopportare.

jiào 教 [jiào] insegnare;

jiào 授 jiàoshòu; professore. 授 [shòu] dare; insegnare. jiàoyuán 教员 [-員] insegnante, istruttore /míng/wèi. 夔 persona impegnata in certi mestieri, competente.

4. Chuan chu, lett. Significato trasferibile (simboli a interpretazione reciproca). Per esempio khao (esame) veniva fatto derivare da Lao (vecchio) in quanto i giovani vengono esaminati generalmente dai vecchi. Questi caratteri potrebbero rientrare nella classificazione precedente ad esempio.
5. Hsing sheng, lett. Lingua e suono (determinativi fonetici). Questi caratteri vengono così composti. “Un determinativo (radicale) si aggiunge al segno fonetico per indicare la categoria entro la quale si deve ricercare il significato della parola. Così tutta una serie di parole aventi il medesimo suono, o uno molto simile, può essere scritta senza possibilità di confusione.”(Needham, 1981, pag38)
6. Chia chieh, lett. Prestito (caratteri fonetici in prestito). La formazione è quasi analoga a quella precedente, cambia la maniera di mettere assieme i caratteri.

Analoga classificazione viene riportata in tutte le grammatiche cinesi ed anche in altri testi di storia della Scienza in Cina come nel volume della Enciclopedia Treccani (pag. 108):



4.2.3 I riferimenti con le Matematiche, l’argomentare ed il concettualizzare.

Quindi i riferimenti alla matematica che abbiamo riscontrato con la lingua cinese sono:

1. l’algebra come elemento portante per la costruzione di nuovi caratteri del tipo “ideogrammi”, per associazione, di tipo logico. Questo aspetto non è stato molto studiato ma penso sia uno degli elementi che ci porta ad individuare una “logica” diversa da quella di matrice Aristotelica. Forse il riferimento alla logica fuzzy, richiamato da Kosko, e da alcuni lavori sperimentali di Nisbett possono essere una chiave interpretativa. Nella cultura occidentale è stata la geometria che ha avuto relazioni con la logica. Almeno sino alla fine dell’ottocento.
2. L’ordine con cui vengono scritti i caratteri ha delle regole ben precise: 1) da sinistra verso destra, 2) dall’alto verso il basso, 3) prima tutto quello che sta dentro e poi si chiude la figura. Questo comporta un esercizio sull’ordinamento non banale sia sull’ordinamento **alfabetico** che su quello di simboli. L’ordinamento che facciamo fare con regoli, colori etc.. qui viene eseguito su simboli astratti e con regole che poi riescono ad avere significato solo a conclusione della scrittura del carattere. I programmi al computer costringono all’ordine dei tratti.
3. Il riferimento all’argomentare-congetturare e dimostrare. K. Chemla (2001, 2004) nell’analizzare il testo matematico dei « Nove Capitoli », equivalente degli Elementi di Euclide per il popolo Cinese, considera l’algoritmo lo strumento dimostrativo della tradizione culturale cinese. In particolare i procedimenti dimostrativi hanno significato nella risoluzione di classi di problemi. Il concetto chiave che organizza la descrizione dei nove capitoli è quello di “classe” o “categoria” (lei), gioca un ruolo primordiale nei

commentari. Le “procedure” servono per comprendere le categorie. Porre un problema (wen) relativo ad una categoria e, con questo sotterfugio, comprendere dieci mila situazioni, ciò che si chiama “conoscere la strada”. E’ dunque attraverso un lavoro sulle procedure che si determinano le classi di situazioni. La perfezione si definisce in termini di semplicità e generalità.

4. Questa ultima considerazione ne comporta, presumibilmente, un’altra. Lavorare per concetti e per mappe concettuali dovrebbe essere quasi una conseguenza del fatto di ricercare sempre un “algoritmo fondamentale” con relative procedure per risolvere “classi di problemi” sempre più ampi e per “analogia” (Vedi associazione nella costruzione dei caratteri) poter “controllare” e “prevedere” situazioni complesse. Questo è quello che poi Nisbett sostiene essere l’approccio olistico delle culture orientali.

4.2.4 Alcuni elementi argomentativi del testo del Prof. M. Sun.

Cosa é il Tizhi?

Non é altro che l’interpretazione « logica » all’interno della formazione dei caratteri per « associazione » (Ideogrammi) e che rappresenta quello che Nisbett sostiene essere l’approccio olistico della cultura cinese.

Pertanto il « Tizhi » « ...not include only one factor, but many factors ...», il framework é « ...related to education tizhi, for instance, people, educational events, physical matter, activities of different levels and different kinds of education, educational organization, and educational regulation and so on. », « ...they form a unity... ».(Sun, p.143)

Come il carattere per associazione rappresenta poi un tutt’uno anche se proviene da diversi altri caratteri il « tizhi » rappresenta questo elemento di organizzazione concettuale della conoscenza applicato all’organizzazione ed alla gestione della scuola pubblica.

Le mappe concettuali presenti nel libro (es. p. 158-161) sono da considerarsi come schemi di questo tipo e le « relazioni » indicate con le frecce come inferenze. La « relazione » non ha lo stesso significato che può avere nella cultura occidentale. Quando si pensa alla « relazione », nella cultura occidentale ci si riferisce alle « relazioni di equivalenza » in senso classificatorio Aristotelico. Gli elenchi di relazioni (es. p. 48, 84, 125, etc...) rappresentano forse più che altro « definizioni » di tipo elencativo.

Nel paragrafo 2.1.5, dopo aver analizzato cinque tipi di definizioni²⁷: « stipulative definition, lexical definition, precisising definition, theoretical definition and persuasive definition » (p.34) conclude « ...in my research, we cannot use all five types of definition to define the concept of education tizhi » (p.35), riservandosi di darne una definizione nel capitolo 6. Ma la « definizione » esibita nel capitolo 6 é strettamente legata a mappe concettuali collegate tra di loro.

Allora diventa anche un pò più chiara l’espressione riferita la metodo utilizzato dal prof. Sun riguardante l’approccio « concettuale analitico tecnico dalla filosofia dell’educazione ». L’analitico sta per « analisi critica », nel senso su esposto, delle possibili inferenze tra concetti o campi concettuali : « the study of tizhi is also the study

²⁷ Sono riportate da Copi I.M. e Coen C. (1998), Introduction to Logic, tenth edition, New Jersey: Prentice Hall, Inc.

of a concept » (p. 33). Il quadro di riferimento completo assieme alla definizione del « tizhi » inteso come « sistema logico » per gestire questi campi concettuali riguardanti i fenomeni educativi rappresenta la « filosofia dell’educazione ». Nel paragrafo 1.3.2.2 « Generating categories » questo é il senso del discorso. Si possono generare categorie attraverso questa costruzione in mappe concettuali.

Sun a p. 155 afferma: « We should use the holistic approach to study tizhi education, so as to avoid unilateral ideas in understanding tizhi education. Consequently, we should establish a framework for tizhi education which should include basic factors and tizhi sub-education. » Viene evidenziato ancora una volta questo sistema « olistico » di conoscenza che é presumibilmente legato anche al sistema delle mappe concettuali.

Tutto questo é nella direzione della costruzione di un « modello di educazione tizhi » (p.21). Spiega anche il fatto che la costruzione di un modello non é altro che la sistemazione in mappe concettuali. Ancora a p. 264 : « ...my conceptual model is more specific and adaptive than the starting point model. Since the starting point model of tizhi education consists of only two factors and three tizhi sub-education, if we put this model into practice, say, at the state level and school level, the reform will result only in two-factor reform, the education organization reform and the education regulation reform ... »

La « deduzione » viene intesa come « ...an inference in which I claim the conclusion follows necessarily from the premise » (Sun, p. 21), cioè « inferenza ».

L’inferenza é presumibilmente legata ai processi abduttivi²⁸, infatti nel capitolo nove riguardante le conclusioni Sun afferma : « The research reported here is the result of conducting a process of abduction at different levels of education ... » (p.263).

Il termine « dialettico » dopo essere stato presentato nella introduzione non verrà più ripreso nel corso della trattazione del libro. E questo non é a caso riprende la concezione che hanno i cinesi della dialettica nella loro interpretazione del marxismo-leninismo (Nisbett).

Dove sta la differenza con il passato? C’è un tentativo, ben riuscito, di poter guardare al futuro, con tutti i possibili legami conoscitivi della cultura occidentale, ma con uno sguardo sempre attento al passato. D’altro canto lo stile cognitivo indotto dalla « lingua naturale » é quasi sempre inconsapevolmente (o talvolta consapevolmente) presente.

5.0 Educazione e scuola nel mondo globalizzato.

Tra la fine del XX secolo e l’inizio del XXI secolo alcune organizzazioni internazionali come l’OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico, 1999) e il PISA (Programme for International Student Assessment), decidono di monitorare i risultati raggiunti dagli studenti in diverse discipline in quasi tutti i paesi del mondo. I risultati del PISA ci dice che gli studenti alla fine della scuola dell’obbligo (10 anni di studio mediamente), agli inizi del XXI secolo al 40% riesce a risolvere unicamente compiti semplicissimi. “Questi studenti identificano a stento il tema principale di un testo e non riescono a stabilire una connessione evidente tra conoscenze che si utilizzano nella vita di tutti i giorni”. (Bottani, p.379)

²⁸ Ci si potrebbe riferire all’abdizione nel senso di Peirce, ma presumibilmente l’inferenza utilizzata non é altro che una implicazione fuzzy (Kosko, 1995 ; Spagnolo, 2003, 2005 ; Gras&Spagnolo, 2004).

A questo punto ci si chiede quale possa essere il ruolo della scuola oggi in mondo globalizzato se studenti che hanno frequentato 9 o 10 anni di scuola non capiscono quello che leggono e quindi non siano in grado di saper utilizzare le informazioni contenute nel testo letto.

“In generale, il livello di istruzione delle nuove generazioni è migliorato per tutti, ma lo scarto nelle possibilità di accesso a forme di istruzione di livello superiore tra detentori i diplomi di natura tecnico-professionale e detentori di diplomi di cultura generale è rimasto intatto.” (Bottani, p.380)

Un altro dato sconcertante è quello relativo al fatto che un’alta percentuale di studenti quindicenni di molti paesi non ha più nessuna voglia di andare a scuola desiderando di smetterla di frequentarla.

5.1 Problemi educativi aperti.

1. Gli studenti vorrebbero essere presi sul serio dai docenti, anche seguendo dei corsi esigenti e strutturati in maniera rigorosa, particolarmente in matematica e Scienze.
2. Il costruttivismo epistemologico e psicologico del ‘900 ha offerto la base teorica per fondare l’apprendimento scolastico (e non solo). Che le categorie mentali risedano nell’attività umana e nell’organizzazione biologica è stato acquisito ed ha portato a teorie socio-costruttiviste. La conclusione è che i docenti non sono più le fonti uniche del sapere per gli studenti.
3. Riuscire a conciliare “...due universi distinti: quello degli studenti, che posseggono e usano una gamma di linguaggi diversissimi, e quello dei docenti, ai quali è affidato il compito di imporre il linguaggio codificato, stereotipato, che ancora serve come metro per sancire l’ordine del discorso legittimo, ossia la pratica discorsiva autorizzata dai vari sistemi di potere. Il ricambio generazionale del corpo insegnante non regolerà automaticamente questa sfasatura, ma ci vorranno venti o trent’anni prima di riuscirci: *in primis*, perché probabilmente il divario tra i comportamenti linguistici dei docenti e quelli degli studenti potrebbe restare pressoché inalterato, in quanto tutte le pratiche discorsive evolvono; e in secondo luogo perché i docenti, formati e reclutati dall’istituzione scolastica, non potranno fare altro che utilizzare i codici di comunicazione legittimati dall’istituzione e le strategie di comunicazione socialmente riconosciute dalle istituzioni di potere che gestiscono e mantengono la scuola.” (Bottani, p.381)
4. Il passaggio da un canone disciplinare di stampo medioevale ad un nuovo canone che tenga conto di strumenti conoscitivi complessi e multidimensionali anche sotto l’aspetto linguistico. Questo porterebbe ad una ridefinizione dell’architettura dei sistemi scolastici attualmente basata su quella ottocentesca²⁹.
5. Sino a che punto il progetto di scuola ispirata all’illuminismo, ossia volontà di creare una società di uomini liberi e eguali tra loro grazie all’educazione estesa a tutti, è ancora valido?
6. Una istruzione delle giovani generazioni prungata nel tempo (non prima dei 30-35 anni riesci a formare un PhD) può permettere ad un paese di essere competitivo sul mercato globale? Questa competizione è necessaria? Bisogna pensare ad altri modelli di sviluppo?

²⁹ L’organizzazione della scuola pubblica ha avuto nell’800, con la costituzione di stati nazionali, il punto di riferimento. La scuola « religiosa », almeno nella vecchia Europa, si è trasformata in scuola pubblica di stato.

7. Cosa ha significato la trasformazione manageriale³⁰ della scuola? L'autonomia scolastica, in un regime di competitività esasperata, può garantire l'istruzione per tutti, anche per i più deboli?

6.0 Conclusioni.

Il problema oggi è che in una cultura “realmente” globalizzata sia economicamente, sia nei mezzi di comunicazione, sia negli scambi culturali³¹, bisognerebbe tener in giusta considerazione gli apporti delle differenti culture. La “*complementarietà*” potrebbe essere una soluzione che l'uomo appartenente alla “*Terra*” per poter sopravvivere, oggi più che mai, ha bisogno di conoscere le differenti culture in termini di “conoscenze³²” sempre più diversificate che possano permettere un maggior adattamento della specie umana alle situazioni future.

I differenti approcci alla ricerca in didattica delle matematiche, alle differenti Filosofie dell'Educazione, credo sia una strada assolutamente percorribile dalla nostra comunità scientifica.

Quali i problemi aperti di ricerca.

Sicuramente molti e tutti legati alla difficoltà di poter interpretare i fenomeni di insegnamento/apprendimento.

Ma ne possiamo individuare già alcuni riguardanti:

1. Le riflessioni teoriche possono riguardare:

- a. Uno studio più approfondito della struttura delle lingue naturali (anche con l'aiuto dei linguisti);
- b. Uno approfondimento sull'utilizzo dell'epistemologia e della storia delle matematiche per l'interpretazione dei fenomeni di insegnamento/apprendimento;
- c. Uno studio su differenti strumenti di interpretazione di questi fenomeni così complessi sia dal punto di vista linguistico-comunicativo (semiotica) che logico-linguistico (fuzzy logica);
- d. Uno studio sul rapporto delle ricerche neurofisiologiche e le matematiche.

2. Le riflessioni applicative possono riguardare:

- a. Lo studio delle situazioni/problema particolarmente funzionali alla problematica della multiculturalità. Nel senso che possano mettere in evidenza il maggior numero di strategie risolutive, schemi di ragionamento, processi ...
;
- b. Lo studio qualitativo e quantitativo dei processi di socializzazione dei percorsi cognitivi individuali degli allievi (analisi della fase di validazione delle situazioni a-didattiche);
- c. Lo studio delle innovazioni didattiche come sorgente e stimolo per la creazione di situazioni didattiche opportune per la multiculturalità.

³⁰ In Cina da alcuni anni si va in questa direzione, vedi paragrafo 4 (Sun, 2005).

³¹ Nelle **Appendici 2 e 3** vengono riportati due schemi indicativi sui riferimenti culturali della globalizzazione attraverso alcuni dei più importanti riferimenti filosofico-religiosi (Marinoff, 2007).

³² Il termine “conoscenza” è qui inserito nel suo significato strumentale.

Bibliografia

- Abbagnano N. (1993), Dizionario di Filosofia, UTET, Torino, Italia.
- Ajello M., Spagnolo F., Z. Xiaogui (2005), *Reasoning patterns and logical-linguistic questions in European and Chinese cultures: Cultural differences in scholastic and non-scholastic environments*, Mediterranean Journal for Mathematics Education, Cyprus Mathematical Society (ISSN 1450-1104), Vol. 4, N. 2, pp. 27-65.
- Bottani N. (2004), Educazione e scuola, Enciclopedia del Novecento, Vol XII (Supplemento III), Enciclopedia Treccani., Roma.
- Bottazzini (1990), *Il flauto di Hilbert (Storia della matematica moderna e contemporanea)*, Utet, Torino, Italia.
- G. Brousseau (1997), *Theory of Didactical situations in mathematics. 1970-1990*, (304 pages) traduction M. Cooper, N. Balacheff, Rosamund Sutherland et Virginia Warfield. (Kluwer Academic Publishers).
- Chemla K. (2001), *I “Nove capitoli sui procedimenti matematici”: la costituzione di un canone nella matematica*, Storia della Scienza: Cina, India, Americhe, Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani S.p.a., pp133-153, Roma.
- Chemla K. & Guo Shuchun (2004), *Les Neuf Chapitres*, Ed. Dunod, Paris.
- Shen Kangshen, John N.Crossley & Antony W.-C. Lun (1999), *The Nine Chapters on the Mathematical Art*, Oxford University Press, Science Press – Beijing, China.
- Changeux J.P.- Connes A.(1991), *Pensiero e materia*, Ed. Boringhieri, Torino, Italia.
- Dalla Chiara Scabia M.L. (1968), *Modelli sintattici e semantici delle teorie elementari*, Feltrinelli, Milano.
- Classe A. (1977), “Educazione”, Enciclopedia del Novecento, Vol II, Enciclopedia Treccani, Roma.
- Corda Costa M., *Pedagogia* (1980), Enciclopedia del Novecento, Vol V, Enciclopedia Treccani, Roma.
- Dagobert D. Runes (1972), *Dizionario di filosofia*, Oscar Mondatori (Dictionary of Philosophy, Philosophical Library, 1960).
- D’Amore B.(2003), *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*, Editrice Pitagora, Bologna, Italia.
- D’Amore B. & Godino D.J. (2006), *Punti di vista antropologico e ontosemiotico in Didattica della Matematica*, *La Matematica e la sua didattica*, 1, pp. 9-38.
- D’Amore B., M.I. Fandiño Pinilla (2007), *Le didattiche disciplinari*, Erickson, Gardolo (TN), Italia.
- Durkheim E. (1926), *Education et sociologie*, Paris (tr. It.: *La sociologia dell’educazione*, Roma, 1971)
- Furinghetti, F. & Radford, L. (2002). *Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice*. In: L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (631-654). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Gras R.- Spagnolo F. (2004), *Fuzzy implication through statistic implication: a new approach in Zadeh's framework*, 23rd International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS (IEEE), Banff, Canada, Edited by Scott Dick-Lukasz Kurgan-Petr Musilek-Witold Pedrycz-Mark Reformat (IEEE Catalog 04TH8736, ISBN 0-7803-8376-1), pagg 425-429, Vol I.

- Mangione C. e Bozzi S. (1993) , *Storia della Logica da Boole ai nostri giorni*, Garzanti.
- Mao Tse-Tung, *Opere Scelte*, Repubblica Popolare cinese, Vol I (1969), Vol II (1971), Vol III (1973), Vol. IV (1975).
- Lou Marinoff (2007), *Aristotele Buddha Confucio*, Ed. Piemme, Casale Monferrato (Italia), (The middle way, 2007)
- Masuda T. & Nisbett R.E.(2001), *Attending Versus Analytically*, *Journal of Personality and Social Psychology*, 81, p.922.
- Needham J. (1981), *Scienza e Civiltà in Cina* (Original title: *Science and Civilisation in China*, Cambridge University Press, 1959), I e II Vol., Einaudi.
- Nisbett R.E., Peng K., Choi I., Norenzayan A. (2001), *Culture and thought*, *Psychological Review*, 108, 291-310.
- Nisbett R.E (2003), *The Geography of Thought*, Nicholas Brealey Pbl. Ltd., London.
- Nisbett R.E. - Peng K. - Choi I. – Norenzayan A.(2001), *Culture and systems of thought*, *Psychological Review*, 108, p.291.
- R. Penrose (1992), *La mente nuova dell'imperatore (La mente, i computer, le leggi della fisica)*, Rizzoli, Milano.
- L. Radford (1998), *On Signs and Representations. A Cultural Account*, *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 35 (1), 277-302.
- Radford, L. (2006). *The Cultural-Epistemological Conditions of the Emergence of Algebraic Symbolism*. In F. Furringhetti, S. Kaijser & C. Tzanakis, *Proceedings of the 2004 History and Pedagogy of Mathematics Conference & ESU4*, Uppsala, Sweden, pp. 509-524 (Plenary Lecture).
- Kilpatrick J., (1987), *Wath constructivism might be in mathematics education*. *Proceedings of 11th Conference PME*, Montreal, 3-23.
- M. Kline (1992), *Storia del pensiero matematico* (2 volumi), Einaudi, Torino, Italia.
- B. Kosko (1995), *Il Fuzzy Pensiero*, Baldini&Casoldi, Milano. (*Fuzzy thinking: the new Science of fuzzy logic*, B. Kosko, 1993).
- Spagnolo F. (1986), *Sull'Impostazione di certi metodi risolutivi dei problemi nella tradizione cinese*, *L'Insegnamento della Matematica*, vol.9, n.8, pp.81-91.
- Spagnolo F.(1998), *Insegnare le Matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia Editrice, Firenze, Italia.
- Spagnolo F.(2001), *Semiotic and hermeneutic can help us to interpret teaching/learning?* , Palm Cove (Cairns, Australia), *Proceedings “International Conference on Mathematics Education into the 21st Century”*, pp. 240-244. <http://dipmat.math.unipa.it/~grim/semiotic.pdf> .
- Spagnolo F.(2002), *History and Ethno-Mathematics in the Interpretation of the process of learning/teaching*, 13° ICME Comparative Study Conference, University of Hong Kong, pp.20-25.
- Spagnolo F.-Ajello M. (2002), *Some experimental observations on common sense and fuzzy logic*, Palermo, *International Conference on Mathematics Education into the 21st Century*, pp.35-39.
- Spagnolo F. (2003), *Fuzzy logic, Fuzzy Thinking and the teaching/learning of mathematics in multicultural situations*, General conference, Brno (Czech Republic), *International Conference on Mathematics Education into the 21st Century*, pp.17-28. http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_brno03_spagnolo.pdf

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

- Spagnolo F. (2005), Reasoning patterns and logical-linguistic questions in European and Chinese cultures: Cultural differences in scholastic and non scholastic environments, The International Conference on School effectiveness and School improvement in China, University of Shenyang, China, (pag.76).
- Spagnolo F., M. Ajello, Z. Xiaogui (2005a), Cultural differences in scholastic and non-scholastic environments: reasoning patterns and logical-linguistic questions in European and Chinese cultures, Johr Bahur (Malasya), International Conference on Mathematics Education into the 21st Century, pp.12-23. ISBN Number 83-919465-7-6. http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_malasya_2005 .
- Spagnolo F., M. Ajello, Z. Xiaogui (2005b), Cultural differences in scholastic and non-scholastic environments: reasoning patterns and logical-linguistic questions in European and Chinese cultures, Johr Bahur (Malasya), International Conference on Mathematics Education into the 21st Century, pp.12-23. ISBN Number 83-919465-7-6. http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_malasya_2005 .
- Spagnolo F. & Fazio C., The Conceptions of the Processes of Modelling in Future Mathematics and Physics teachers in the Upper Secondary Schools in Italy, South African journal of education, waiting for printer.
- Spagnolo F., *Cultural differences in scholastic environments. Reasoning patterns and logical-linguistic questions in European and Chinese cultures, some results*, Educational Studies in Mathematics, Waiting for printer.
- Sun Mintiao (2005), The concepi of Tizhi (system) in chinese education, Liaoning peoples publishing house, China (ISBN 7-205-05844-9).
- Termini S. (1990), *Alcune osservazioni sui fondamenti dell'intelligenza artificiale*, Agora, n.9, Universitade de Santiago de Compostela. (p. 52)
- Wang H. (1984), *Dalla Matematica alla Filosofia*, Boringhieri, Torino.

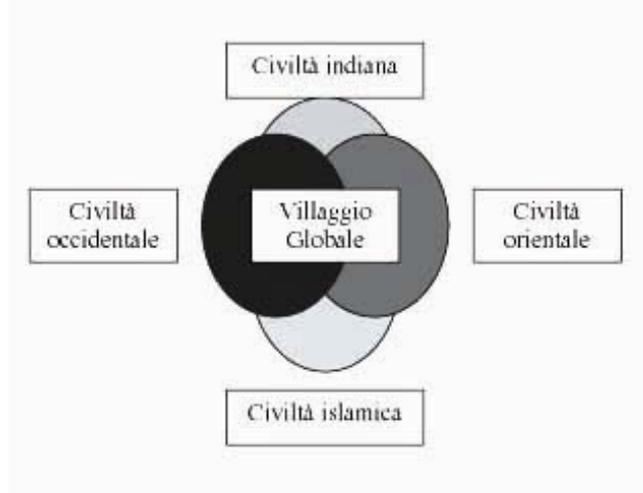
*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Appendice 1 - “Pedagogia o Education” dal ‘900 ad oggi: Alcuni riferimenti.

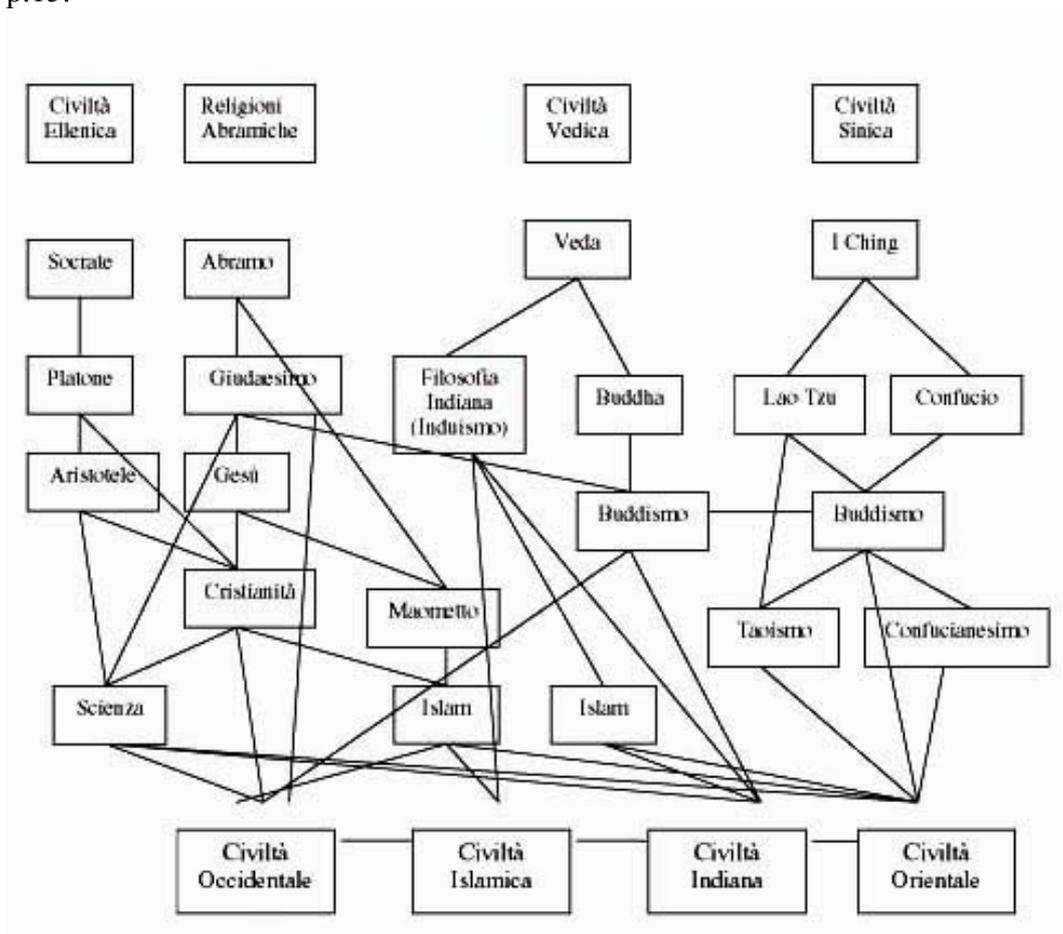
Cultura Occidentale		Cultura Orientale
Reazione al Positivismo in Europa	G. Gentile, G. Lombardo radice;	Le indicazioni che abbiamo in occidente non ci consentono di sviluppare adeguatamente un riferimento organico. Rimane quindi come riferimento aperto.
Introduzione della Psicologia, Psichiatria, Medicina	J.M., Baldwin, Fr. Galton, J.McK. Cattell, A. Binet, E. Claparède, J. Dewey, O. Decroly, M. Montessori	
Psico-pedagogia, con apporti di Sociologia, Antropologia, Biologia (sulla base di un darwinismo ripensato in termini dialettici e di uno strumentalismo logico ispirato a S. Peirce)	E. Claparède; J. Dewey guida il trapasso da Pedagogy a “Education”. “Theory of Education”, “Science of Education”: “Perciò la pedagogia, poggia essenzialmente da un lato sulle nuove scienze umane e sulla filosofia dell’educazione (che è la filosofia tout court), dall’altro sull’esperienza diretta delle trasformazioni educative e sociali che si intraprendono, se possibile, in forma sperimentale e controllata.” Questo è uno degli elementi che hanno permesso l’esportazione del modello di Dewey in nazioni di ispirazione marxiana (Unione Sovietica (1917-1929) e Cina (1919-1921 e anni ‘80).	
Max Weber (rapporto con le scienze sociali)		

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Appendice 2 - Il villaggio globale, XXI secolo d.c., Marinoff, p.57



Appendice 3 – Ideografia di quattro civiltà, dal 5000 a.C. al 1900 d.C., Marinoff, p.15.

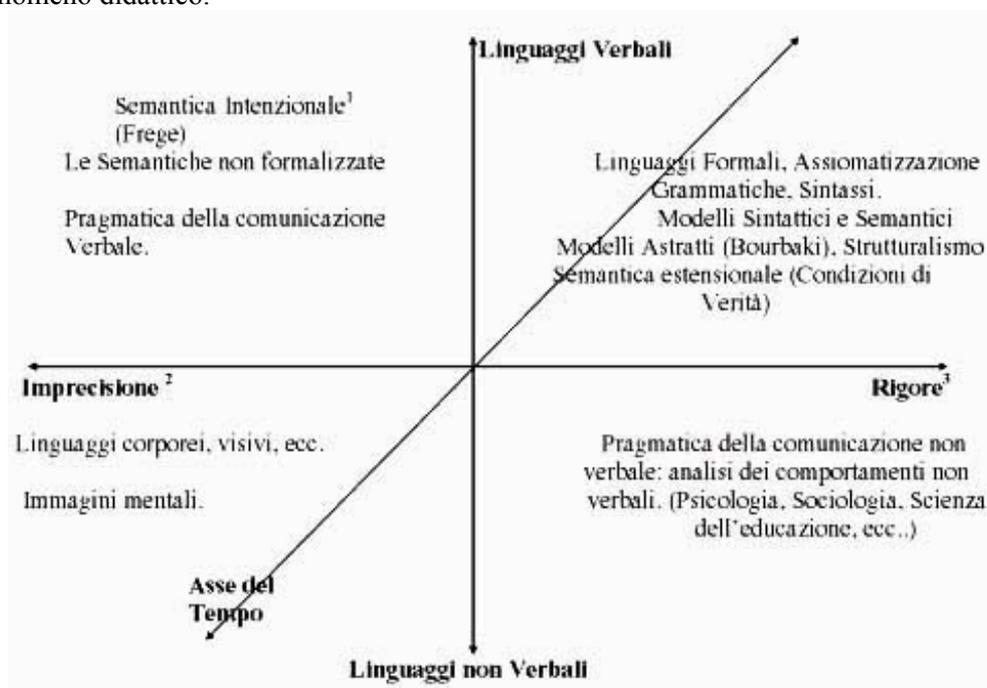


*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

Appendice 4. - Didattica delle Matematiche - Comunicazione delle Matematiche - Epistemologia Sperimentale - Semiotica: Uno schema di riferimento.

Un modello di riferimento per una **Epistemologia Sperimentale**. Lo schema consta del Piano Linguaggio Verbale - Linguaggio non Verbale e Rigore - imprecisione. Perpendicolare a questo piano vi è quello del tempo che consente di ri-vedere il fenomeno semiotico (metalogico) in una visione dinamica.

L’analisi a-priori nella Teoria delle Situazioni didattiche può consentire, secondo il livello di approfondimento dell’analisi, una “previsione” dell’evoluzione temporale del fenomeno didattico.



¹Nella semantica dei mondi possibili di Kripke l'intenzione gioca lo stesso ruolo che in Frege giocava il *sensu*. L'intenzione di una parola è definita come una funzione che ne dia l'estensione. Se si considerano le frasi "La formica guida la macchina" e "Il cane vola" una semantica convenzionale è portata a dire che sono oggetti impossibili, una semantica intenzionale stabilisce la loro intenzione nel mondo reale e stabilisce che è la stessa cioè nulla. Ma la loro estensione non è nulla in altri mondi possibili dove i due termini hanno estensioni diverse. Nel momento in cui bisogna distinguere contraddizioni la semantica intenzionale pone problemi in quanto ha estensione nulla in tutti i mondi possibili. La formalizzazione della logica intenzionale porta ad espressioni del tipo *funzioni di funzioni*, ciascuna delle quali è a sua volta funzione di funzioni. L'ordine del calcolo dei predicati a cui si appoggia stabilisce infatti il grado di comprensione raggiungibile. La logica intenzionale, e quindi la semantica intenzionale, ispirandosi ad un realismo ecologico (Putnam) sostituisce ai mondi possibili della logica intenzionale (Montague) le "situazioni".

²Il termine imprecisione può essere integrato con Vaghezza, Ambiguità, Indecidibilità. La nozione di "ambiguità" non è soltanto legata alla compresenza di più significati, ma può essere anche legata al messaggio stesso o anche ad ambiguità dei linguaggi logico-formali (Wittgenstein sosteneva questi privi di senso ma non insensati). Nella realtà, e a rigore ambigui, sono non solo gli enunciati contraddittori o insensati ma tutti gli enunciati non formalizzati, e lo sono di fatto e necessariamente. L'ambiguità è una proprietà di ogni linguaggio.

³Nel senso di Tarski e Gödel: "...in relazione ad un particolare sistema formale."

- Nel 1° quadrante *Linguaggi Verbali - Rigore* possiamo individuare le tre correnti di pensiero relative alla sistematizzazione dei Linguaggi Matematici e cioè il Logicismo,

il Formalismo, lo Strutturalismo. Ma nel momento che questo quadrante viene visto nella dimensione **Tempo** (terzo asse) ci ritroviamo ad avere l'evoluzione storico-epistemologica dei Linguaggi Matematici secondo le interpretazioni date dalle varie correnti di pensiero. L'analisi che in questo contesto viene fatta è quella del “**Sapere**” stabilito e codificato in un determinato periodo storico e nello stesso tempo l'evoluzione del Sapere nella storia.

- Nel 2° quadrante *Linguaggi Verbali - Imprecisione* troviamo le Semantiche non formalizzate e la Pragmatica della comunicazione verbale. Anche in questo caso la dimensione **Tempo** ci consente di analizzare storicamente l'evoluzione delle Semantiche e degli strumenti relativi alla Pragmatica della comunicazione verbale (analisi del testo, ermeneutica, ecc.).
- Nel 3° quadrante *Imprecisione - Linguaggi non Verbali* ritroviamo, ad esempio, i Linguaggi visivi, corporei, le immagini mentali. In questo quadrante la dimensione **Tempo** è difficilmente inquadrabile in una attività di natura storico-epistemologica anche se nella storia della matematica le immagini mentali hanno avuto un ruolo importante nella fase di messa a punto dei linguaggi. Questo quadrante riveste una importanza per quanto riguarda il soggetto apprendente e la sua storia.
- Nel 4° quadrante *Linguaggio non Verbale - Rigore* ritroviamo la Pragmatica della Comunicazione non verbale: analisi dei comportamenti non verbali. Nella storia della matematica un esempio significativo viene fornito dalla “Scuola di Geometria Algebrica Italiana” nel secolo scorso nel momento in cui si è cercato di mettere a punto una grammatica relativa ad immagini mentali per la risoluzione di problemi geometrici. Sono inseriti in questo quadrante la Psicologia, la Sociologia, la Scienza dell'Educazione soprattutto per quanto riguarda lo studio dei comportamenti e per quanto attiene ai linguaggi verbali ci si riferirà al 2° quadrante. In definitiva queste discipline sono tra il 2° e 4° quadrante.
- Il 3° e 4° quadrante nella dimensione Tempo possono evocare la Storia della Matematica vista nella dimensione di Arte.
- Nel processo riorganizzativo dei linguaggi matematici sono il 2°, 3°, 4° quadrante che tendono al 1° (ascesi sintattica). Questo processo può essere spiegato facilmente con la constatazione che tutti i linguaggi formali vengono costruiti e messi a punto grazie alla Lingua Naturale. Il modello messo a punto da Rotman e Peirce prevede per il Soggetto matematico una divisione in tre: Una Persona, un Soggetto, un Agente. “La Persona è quella che fa matematica in modo informale; il Soggetto risponde agli imperativi di dimostrare e definire portando in essere un mondo con l'immaginazione, e assegnando a un sosia, Agente, il compito di eseguire varie azioni immaginate; l'Agente è una versione idealizzata di se che esegue gli imperativi come un automa operando solo con segni senza significato. Nel passaggio dalla Persona al Soggetto si dimenticano gli indicali, nel passaggio dal Soggetto all'Agente si dimenticano senso e significato.”³³ Questo modello triadico del Soggetto che fa matematica può essere utilizzato anche per il Soggetto che apprende la matematica? Il passaggio dai Campi Semantici alla sintassi non è stato descritto sufficientemente o, a volte, è stato sorvolato. Forse è nella Teoria delle Situazioni che si ritrovano dei modelli controllabili e riproducibili per un ritorno al “senso”. Nella comunità di matematici vi sono oggi molti Agenti dichiarati e poche Persone.

³³G. Lolli, *Capire la matematica*, ed. Il Mulino, 1996, Bologna.

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

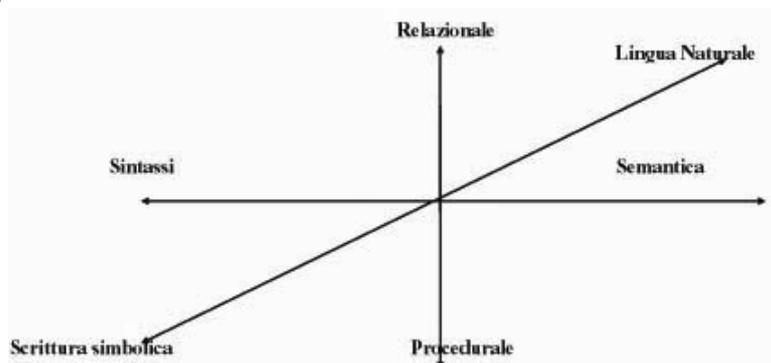
Questo schema di riferimento può essere letto in una **situazione di Comunicazione didattica** e tenendo conto della dimensione **Tempo** dai seguenti punti di vista:

- Dal punto di vista del “Sapere”: Itinerari storico-epistemologici. L’analisi della semantica estensionale: Evoluzione storico-culturale. L’analisi della semantica intenzionale: epistemologia dei mondi possibili.
- Dal punto di vista dell’Allievo: Evoluzioni delle Concezioni (in senso semiotico che tenga conto cioè del riferimento del piano dei 4 quadranti) in funzione di un contesto (Situazione Didattica). La semantica intenzionale interviene nella ricerca del referente (2° quadrante) e nella ricerca delle condizioni di verità.
- Dal punto di vista dell’Insegnante: Evoluzione della sua stessa epistemologia e controllo di quella relativa alla relazione allievo-sapere.
- Dal punto di vista del Ricercatore: L’evoluzione della situazione didattica. Gli Ostacoli epistemologici si inquadrano in questa prospettiva. La semantica intenzionale interviene nel momento in cui si analizzano i comportamenti attesi in una analisi a-priori di una situazione didattica (Condizioni di significazioni).

Ci sembra interessante riferire su un modello riguardante il linguaggio Algebrico³⁴ che considera tre dimensioni del linguaggio algebrico:

- Asse x: linguaggio naturale-scrittura simbolica;
- Asse y: Sintassi semantica;
- Asse z: Relazionale-procedurale.

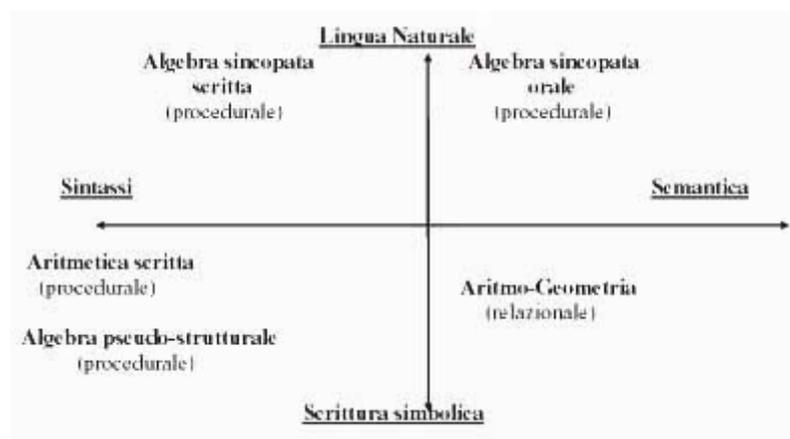
Le tre dimensioni mettono in evidenza lo sfondo nel quale si svolgono i processi del pensiero algebrico. Il seguente schema mette in evidenza le relazioni esistenti tra le dimensioni.



Estraendo dallo schema precedente soltanto due assi otteniamo il seguente piano relazionale che ci consente di analizzare meglio alcuni aspetti del linguaggio algebrico secondo la nota classificazione degli storici della matematica: Algebra retorica, Algebra sincopata, Algebra simbolica.

³⁴Ferdinando Arzarello - Luciana Bazzini - Giampaolo Chiappini, *L'algebra come strumento di pensiero (Analisi teorica e considerazioni didattiche)*, Quaderno n.6 Progetto strategico C.N.R. Tecnologie e Innovazioni didattiche, Pavia, 1993.

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*



Questi due schemi sono ricavabili dallo schema della Fig. 1 della presente Appendice ed in particolare riguarda i primi due Quadranti. L’analisi della Pragmatica della comunicazione del pensiero algebrico viene poi gestita da una descrizione di situazioni didattiche su alcuni “casi” scelti opportunamente. L’analisi si basa su una utilizzazione del triangolo di Frege Senso (Sinn)-Denotazione(Bedeutung)-di un’espressione(Zeichen) applicato al linguaggio algebrico. La semantica è intenzionale. I cambiamenti di concezione vengono interpretati attraverso trasformazioni del triangolo di Frege.

Conclusioni

La presentazione di questo schema pone una serie di interrogativi riguardante il problema della distinzione tra una logica strutturale tipica di un utilizzo della semiotica come strumento interpretativo di fenomeni linguistici in una visione statica (ricerca di invarianti) ed una logica dialettica che tiene conto della evoluzione storica dei sistemi semiotici. In questo contesto l’utilizzo è del secondo tipo in quanto si cerca di analizzare ed interpretare i fenomeni didattici nella loro evoluzione diacronica e sincronica. In tutto ciò ha un posto rilevante il problema dell’adattamento all’ambiente sia neurofisiologico che culturale.

Questa interpretazione dei linguaggi Matematici visti nella loro evoluzione semantica-sintattica-semantica attraverso il sistema di riferimento della Semiotica da una maggiore possibilità di interpretazione dei “fenomeni didattici” in tutte le possibili dimensioni dai linguaggi formalizzati ai linguaggi non verbali (analisi dei comportamenti) e tutto questo tenendo in considerazione l’evoluzione storica dei linguaggi matematici. Evoluzione che ha diversi piani di lettura dal recupero dei “significati” alla ri-costruzione sintattica dei linguaggi.

Possiamo considerare questo approccio Costruttivista (Piaget, Bishop, Brousseau) o Logicista Pragmatico (Lolli) ?

Abbiamo già visto che i punti di vista della Filosofia della matematica classici possono essere inseriti in una visione più generale. Oggi il problema non è quello di riferirsi, almeno temporaneamente, ad una sola interpretazione teorica delle Matematiche e della Comunicazione delle Matematiche. Bisognerà forse essere più disponibili ad utilizzare, secondo le situazioni, sistemi di riferimento teorici diversi tentando le generalizzazioni senza però affezionarvici troppo. Nel ‘900 la Semiotica ha avuto ed in

*“Quaderni di Ricerca in Didattica” (Scienze Matematiche), n18, 2008.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)*

parte ancora ha come obiettivo quello della generalizzazione. Tutti i fenomeni dei Linguaggi Matematici e Comunicativi possono essere interpretati con la Semiotica?

Rimane aperto, ad esempio, il problema se i fenomeni genetici e neurofisiologici sono materia per il semiologo. La risposta di U. Eco è negativa mentre sono materia per il semiologo le teorie informazionali della genetica e della neurofisiologia. A questo punto i fenomeni neurofisiologici vanno affrontati servendosi di paradigmi di ricerca delle scienze sperimentali. E quale potrà essere il rapporto tra le teorie ed i paradigmi?

Ringrazio Pietro Nastasi, Benedetto Di Paola per aver discusso assieme alcuni aspetti del presente lavoro.