

Il Pallimetro: uno strumento per lavorare con i numeri e le operazioni

Marta Minestrini, Irene Stella and Emanuela Ughi
University of Perugia, Italy
ughi@dipmat.unipg.it

Sommario

Gli autori presentano e discutono un’esperienza didattica sperimentale sull’aritmetica nella Scuola Primaria e Media Inferiore. Si farà riferimento alle attività con il “Pallimetro” svolte nell’arco di quattro mesi da allievi normodotati, discalculici e con ritardo mentale delle Elementari e delle Medie presso il Laboratorio di Scienze Sperimentali di Foligno (Pg) per illustrarne le potenzialità nella costruzione dell’apprendimento logico-matematico di base.

Abstract

In this paper the experience gathered from a didactic experiment conducted in primary school on the subject of arithmetic is presented and discussed. The activity was centered around the “Pallimetro”, a didactic tool, and had a duration of four months at the “Laboratory for experimental sciences”, Foligno, Italy. The aim was to find out about, and illustrate, the benefits of the tool to mathematical/logical thinking for non-disabled and mentally challenged pupils, and such with dyscalculia.

Introduzione

Il pieno possesso delle tecniche di calcolo e ancor di più la comprensione e la consapevolezza del significato delle operazioni aritmetiche sono obiettivi fondamentali della formazione matematica a livello elementare, e non solo, in quanto le operazioni aritmetiche costituiscono uno strumento necessario per un’interpretazione critica della realtà e quindi per uno sviluppo del pensiero razionale [19].

Numerosi studi [6] riconoscono ormai che l’elaborazione numerica emerge nei primi mesi di vita di un bambino, indipendentemente da altre capacità. Il bambino, cioè, “non è una tabula rasa che acquisisce i concetti matematici per pura astrazione” [1]. Dehaene in [10] evidenzia come la capacità numerica del calcolo esatto sia legata al linguaggio e come invece quella del calcolo approssimato non risieda nel campo verbale, quanto piuttosto in quello visuo-spaziale. Inoltre le esperienze che il bambino compie hanno un ruolo fondamentale nell’attivazione dei circuiti cerebrali di cui l’essere umano già dispone. E sempre Dehaene [11] suggerisce che le regioni del cervello coinvolte nei processi quantitativi che determinano lo sviluppo del senso del numero siano solo parzialmente sotto il controllo genetico.

In questo contesto diventa essenziale chiedersi quale tipo di attività didattica sia in grado di promuovere e favorire la comprensione dell’aritmetica [20]. L’obiettivo ci sembra debba essere quello di “condurre i bambini da un’operatività concreta, legata alla percezione, ad un’attività sulla rappresentazione mentale, da un apprendimento prevalentemente pratico ad uno mediato dal linguaggio, con la formazione del pensiero logico” [3], cioè il passaggio da quello che Devlin [12] chiama primo livello di astrazione, in cui gli oggetti del pensiero sono reali e presenti, al quarto, in cui questi sono oggetti matematici ovvero entità astratte.

In questo articolo presentiamo e discutiamo un possibile percorso didattico da noi sperimentato nell’arco di quattro mesi (a.s. 2006-2007) presso il Laboratorio di Scienze Sperimentali di Foligno (Perugia) con alunni delle Elementari e Medie, anche in situazioni di difficoltà e disabilità. Le attività proposte sono state pensate tenendo conto del fatto che “le capacità di ragionamento variano in funzione del materiale impiegato, del contesto e del tipo di istruzioni fornite” [16].

1 Il laboratorio di matematica

La nostra esperienza didattica può essere inquadrata nell’ambito delle attività di un laboratorio di matematica, così com’è inteso dall’UMI¹, cioè come [1] “un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati di oggetti matematici”, con un approccio che si potrebbe definire *hands on*², ovvero “mani in pasta” [27]. La nostra idea era infatti quella [1] “di riscoprire, reinventare e ricostruire i concetti matematici in situazioni problematiche” attraverso l’uso del Pallimetro, strumento didattico ideato da Emanuela Ughi [24], consapevoli del fatto che l’operatività concreta è da considerarsi come supporto e base di un processo di apprendimento e che [21] “il prosieguo richiede assolutamente un continuo allontanamento dall’ovvietà dell’esperienza”. Infatti [17] “il lavoro di strutturazione delle conoscenze o di elaborazione dei concetti interviene solo dopo la manipolazione, stimolato dagli scambi e dai dibattiti avviati e seguiti dall’insegnante”.

Inoltre “uno strumento didattico è sempre il risultato di un’evoluzione culturale, incorpora idee, e conseguentemente, i significati matematici che si vogliono costruire... risiedono negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usarlo e mai unicamente nello strumento in sé” [23]. Come fa notare D’Amore in [7] “il problema non è tanto inventare materiali strutturati, ma vedere se funzionano, perché ogni strumento è buono o cattivo secondo l’uso che se ne fa e, nell’usarlo, bisogna essere ben consapevoli del motivo didattico per il quale è stato inventato.”

2 Il Pallimetro

Il Pallimetro è uno strumento legato al concetto di numero e consiste nel posizionare su barrette e piani di legno di varie dimensioni con incavi, un numero di palline pari a quello che si vuole rappresentare [figura 1].



Figura 1

Il presupposto psico-pedagogico del Pallimetro si fonda, come nel caso dei numeri in colore, “sull’interazione dei due momenti dell’apprendimento matematico: quello qualitativo e quello quantitativo” [18]. Ma a differenza dei numeri in colore, il Pallimetro, focalizzando l’attenzione sulle palline, non richiede il passaggio di astrazione dell’equivalenza tra tante palline, che rappresentano l’unità, e un regolo, ed eliminando l’associazione del numero con il colore, evita l’appesantimento dei registri semiotici dovuto all’introduzione dei colori e delle lunghezze dei regoli [7]. Inoltre, con la barretta da un incavo vuota permette di dare una rappresentazione fisica/visibile del numero zero, che così non è più identificato con qualcosa che non c’è, con il vuoto [7].

Come lo strumento didattico “Libro dei numeri” di Bortolato [5], il Pallimetro consente con il piano da cento incavi di riconoscere le analogie tra posizione e “nome del numero”, analogie che il bambino è in grado di cogliere direttamente con gli occhi senza passare per i concetti di unità,

¹ Unione Matematica Italiana.

² Termine coniato dallo psicologo inglese R.Gregory.

decine e centinaia. Ma a differenza del “Libro dei numeri” permette di lavorare con i numeri, le operazioni e le ripartizioni senza passare per la scrittura e di visualizzare le quantità disponendo delle palline sui piani e sulle barrette, così come la nostra immagine interiore del numero suggerisce. Questo può servire da stimolo iniziale per introdurre la notazione araba e per sviluppare la capacità di transcodifica del numero-parola e numero-simbolo. In proposito Butterworth scrive in [6] che tale attività presenta per molti bambini, in particolare per quelli discalcolici, una complessità difficile da gestire. Tale difficoltà, suggerisce Bortolato [5] può essere superata “dimenticando la scrittura” e stimolando il calcolo mentale, che l’autore descrive come il mondo interiore in cui l’intuizione prende forma. Questo tipo di approccio permette, infatti, ad ogni singolo alunno di sviluppare una propria strategia di calcolo e di avvicinarsi al temuto mondo dell’aritmetica con “l’atteggiamento dello stupore e della scoperta che genera felicità” [4].

Inoltre il Pallimetro consente di introdurre basi diverse di numerazione, e questo può risultare utile ed interessante [21] “non tanto per la conoscenza delle altre basi, quanto per una migliore comprensione della base dieci, delle operazioni aritmetiche, delle frazioni, dei numeri con virgola e dei concetti di raggruppamento e simbolizzazione, fondamentali nella scrittura posizionale del numero”.

3 Attività didattiche con il Pallimetro

Le attività da noi proposte sono di due tipi: quella da svolgere in 15 minuti, propedeutica alle altre, per iniziare a prendere confidenza con lo strumento; e quelle da 45 minuti, “in cui i ragazzi devono esplorare diverse idee matematiche e mettere a punto un piano che porti alla soluzione del problema dato” [20].

Attività da 15 minuti

1. Conosciamo il Pallimetro

Si divide la classe in piccoli gruppi e si assegna ad ognuno un Pallimetro (palline; barrette da uno, due e dieci incavi; piani da quattro e cento incavi), chiedendo loro di fare proposte sul suo possibile utilizzo.

Aspetti qualitativi

Questa attività consiste nel “prendere contatto” [20] con lo strumento, e la divisione in piccoli gruppi della classe ci sembra possa stimolare la comunicazione tra alunno e alunno e tra alunno e insegnante [22] [23], ed “esercitare la loro attitudine a vedere problemi nelle situazioni più varie della realtà, facendo leva sulla loro naturale propensione a porre domande e a cercare risposte” [22]. Con domande del tipo “Dove e come mettere le palline per scrivere il numero cinque? Dopo aver messo quattro palline su una barretta da dieci e sei su un’altra, quale delle barrette contiene più palline, cioè quale numero è maggiore? Se si mettono insieme le palline delle due barrette cosa succede (somma e differenza di numeri naturali)?...” i bambini delle Elementari possono essere guidati alla scrittura decimale dei numeri naturali, ad un loro confronto e al modo in cui usare lo strumento per eseguire operazioni da loro stessi proposte.

Attività da 45 minuti

1. Il Pallimetro e la retta dei numeri

Si divide la classe in piccoli gruppi e si assegna ad ognuno un Pallimetro. Si prendono delle barrette³ da dieci incavi e si riempiono con le palline, lasciandole sparse sul tavolo da lavoro. Si propone un confronto con altre barrette da dieci, in numero uguale al precedente, anch’esse riempite ma disposte in un ordine differente. Si riproducono su carta le barrette da dieci incavi e si chiede di numerare, sulle strisce così ottenute, le posizioni occupate dalle palline. Si domanda infine ai bambini se riescono ad immaginare un modo per rendere minimo lo spazio occupato dalle barrette di carta.

Aspetti qualitativi

Obiettivo di questa attività è “visualizzare” la retta dei numeri e in particolare di individuare su tale retta la posizione dei numeri naturali. Questioni del tipo “Quante palline ci sono? Come possiamo dare un ordine alle barrette?” e la riproduzione su carta delle barrette possono aiutare i bambini a svolgere quest’attività.

³ Il numero delle barrette utilizzate nell’attività è scelto in base alle conoscenze dei bambini.

2. Il Pallimetro e il cambio di base

Si divide la classe in piccoli gruppi e si assegna ad ognuno un Pallimetro. Si sceglie un numero e lo si rappresenta utilizzando le barrette da dieci incavi. Si prendono le barrette da uno e due incavi e il piano da quattro e si cerca il modo per trasferire le palline che rappresentano il numero scelto.

Aspetti qualitativi

L'attività consiste nel passaggio dalla scrittura in base dieci a quella in base due. Permette di osservare che con il cambio di base non muta la natura dei numeri, ma solo la loro rappresentazione mediante cifre. Infatti, ciò che è differente, non è il numero di palline usato per “scrivere” il numero, ma il tipo di barrette [7].

3. Il Pallimetro e le successioni numeriche

Si divide la classe in piccoli gruppi e si assegna ad ognuno un Pallimetro. Si dispongono a quinconce⁴ sul piano da lavoro le barrette da dieci incavi [figura 2]. Si mette sulla prima barretta in alto un certo numero di palline. Si chiede ai bambini di collocare due palline sotto ad ogni pallina partendo dalla seconda, poi tre palline sotto ad ogni mucchietto partendo dal terzo..., ottenendo così dei mucchietti triangolari [14]. Si chiede di osservare la successione di palline e di individuarne, se ci sono, le proprietà.

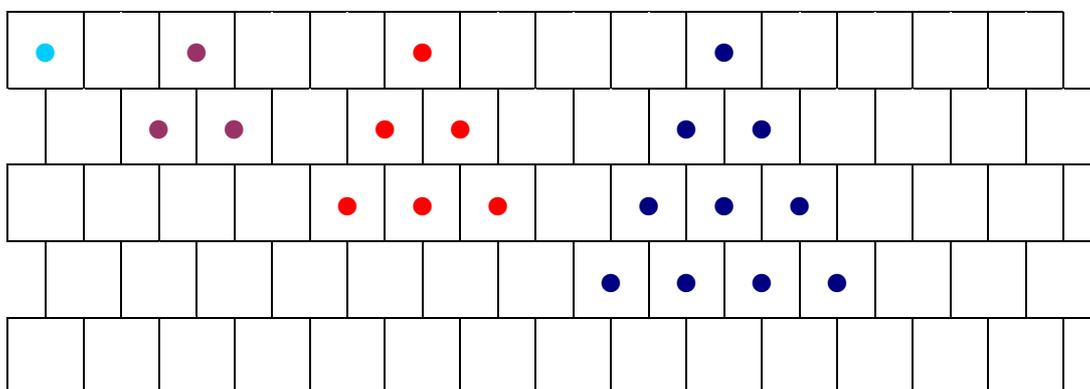


Figura 2

Aspetti qualitativi

L'attività consente di introdurre in modo “concreto” alcune successioni numeriche e di studiarne le proprietà.

4 Risultati

La sperimentazione nella Scuola Elementare

L'attività breve ha permesso di consolidare nei bambini delle Elementari i concetti di numero naturale, di maggiore, minore, uguale, di relazione d'ordine. Il dispositivo, poi, usato per eseguire alcune operazioni, ha consentito di verificarne alcune proprietà (ad esempio la commutatività della somma e del prodotto).

Come attività “lunga” si è scelto di svolgere “Il Pallimetro e la retta dei numeri”. I bambini, guidati dal nostro intervento, contando le palline ed osservando le barrette, hanno capito che la quantità (la numerosità) delle palline è una proprietà, l'unica, che non varia con il variare della disposizione delle barrette, ma anche che l'ordine dispositivo, cioè la qualità degli oggetti, può essere determinante per la risoluzione di un problema [4]. In questo caso, infatti, si sono resi conto di come la disposizione in fila delle barrette, secondo una linea retta, permetteva loro non solo di “dare ordine” alle palline, ma anche di associare ad ognuna un numero, senza bisogno di contare. I

⁴ Quinconce è il simbolo con cui i Romani rappresentavano la frazione di $5/12$ dell'unità, pari a cinque onces, simile alla figura del “cinque” nei dadi; da qui, per estensione, s'intende la disposizione a file parallele e sfasate di mezzo passo.

bambini, cioè, sono riusciti ad individuare la corrispondenza biunivoca tra le palline sulla linea delle barrette e i numeri sulla “linea dei numeri”.

Quando però si è trattato di riprodurre su carta le barrette e di scrivere i numeri corrispondenti alle posizioni delle palline, solo alcuni bambini hanno “riprodotto” sulla carta l’equidistanza tra le palline. Questo può dipendere da vari fattori, ad esempio problemi di orientamento, una certa difficoltà nell’ottimizzare lo spazio a disposizione, o, come suggerisce Bortolato in [4] dal fatto che per i bambini “tutti i numeri hanno una colorazione emotiva che dipende dalla loro posizione su una linea dei numeri fatta di sole palline dislocate su impronta delle mani”. In base a questa percezione, anche se nella linea dei numeri realizzata con le barrette lo spazio tra i numeri è sempre uguale, “tra il numero cinque e il sei c’è uno spazio maggiore che tra il sei e il sette”, in quanto il cinque e il sei appartengono a cinque diverse, mentre il sei e il sette alla stessa.

E a queste stesse cause possiamo ascrivere il fatto che alla richiesta di rendere minimo, se possibile, lo spazio occupato dalle strisce di carta, i bambini abbiano proposto di piegarle a zigzag, creando così un *orihon*⁵, ma solo alcuni (quelli che avevano riprodotto l’equidistanza tra i numeri) siano poi riusciti a “realizzare” l’equidistribuzione dei numeri sulle strisce con le piegature.

Registriamo infine il fatto che nessuno di loro abbia proposto di “arrotolare” la carta. Questo possiamo ipotizzare derivi dal fatto che [8] i bambini tendono a visualizzare i numeri lungo una linea retta, orientata concordemente al verso di lettura. L’arrotolamento, allora, altererebbe l’ordine “naturale” dei numeri che si sono formati nella mente.

La sperimentazione nella Scuola Media

Con i ragazzi della scuola Media, dopo l’attività breve, necessaria anche a questo livello di istruzione per conoscere lo strumento, sono state sperimentate le attività “Il Pallimetro e il cambio di base” e “Il Pallimetro e le successioni numeriche”.

Per quanto riguarda la prima, i ragazzi hanno dimostrato qualche difficoltà ed è stato necessario aiutarli con un esempio. Scelto il numero sei, dopo un po’ di tentativi, sono riusciti a concludere che servono una barretta da due incavi e un piano da quattro per rappresentare il numero sei in base due, e che quindi nella nuova base è dato dalla sequenza 110. A partire da questo esempio sono stati poi in grado di rappresentare altri numeri, anche proposti da loro, in base due.

Più interessante è risultata essere l’attività sulle successioni numeriche. I ragazzi hanno riconosciuto senza difficoltà che i “mucchiotti” di palline disposti sul piano da cento incavi vanno a formare dei triangoli, i cui lati hanno lo stesso numero di palline, identificando poi questa caratteristica con il triangolo equilatero. E’ stato fatto notare loro che nonostante il numero di palline sia lo stesso, la lunghezza dei lati del triangolo non lo è. Infatti la lunghezza del lato, nel passaggio da un triangolo al successivo, aumenta di un’unità. Contando poi le palline che li costituiscono hanno ottenuto una particolare successione numerica, cioè la successione {1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55...}, detta dei numeri triangolari. Inoltre, dopo avergli fatto osservare che il primo triangolo è costituito da una pallina, che il secondo ne ha due di più ($1+2=3$), che il terzo ne ha esattamente tre in più ($3+3=6$), il quarto quattro in più del precedente ($6+4=10$)..., hanno intuito che l’*i*-esimo numero triangolare si ottiene aggiungendo *i* al numero triangolare che lo precede, trovando quindi la regola che permette di calcolare un elemento qualsiasi della successione una volta che si conosce il precedente. Sommando due numeri triangolari adiacenti è stata costruita invece la successione dei numeri quadrati: { $1+3=4, 3+6=9, 6+10=16, 10+15=25...$ } [26]. L’attività si è conclusa illustrando ai ragazzi altre proprietà di queste successioni numeriche. Ad esempio, calcolando, la differenza tra due numeri triangolari adiacenti [26] è stata ottenuta la successione dei numeri naturali { $3-1=2, 6-3=3, 10-6=4, 15-10=5...$ }.

La sperimentazione in caso di discalculia e disabilità

Nell’ambito della stessa esperienza sperimentale il Pallimetro è stato introdotto nelle attività che hanno visti coinvolti due gruppi di ragazzi discalcolici: il gruppo A di otto alunni della Scuola Primaria e il gruppo B di quattro alunni della Scuola Media Inferiore.

In entrambi i gruppi si è cominciato con l’attività breve, tenendo conto delle loro conoscenze e lacune. Nel gruppo A l’approccio allo strumento è stato prevalentemente ludico: le barrette sono

⁵ Termine giapponese composto da *ori* che significa piegare e *hon* che significa libro.

diventate case o barche, le palline animali o persone. Nel gruppo B invece è stato usato soprattutto il piano da cento incavi per realizzare con le palline delle configurazioni simmetriche. I ragazzi hanno poi cercato di effettuare una stima precisa del numero di palline utilizzate applicando strategie personali. Tali strategie sono state poi condivise, discusse e confrontate.

Nella fase successiva del lavoro, si è scelto di non svolgere nessuna delle attività illustrate prima e di usare il Pallimetro per eseguire delle operazioni e chiarire alcuni concetti ad esse collegati, noti solo da un punto di vista teorico. Il fatto di dover prendere in mano le palline per sommare/“aggiungere”, sottrarre/“levare”, moltiplicare/“replicare” o dividere si è rivelato un passaggio molto utile per la visualizzazione dei calcoli e delle loro proprietà [4], “dando origine ad una comprensione per “ragionamento” e non per regole formali” [25]. Come Fazio [15], crediamo “sia necessario aiutare i bambini a rappresentare le operazioni attraverso immagini o altro materiale concreto, ... opportuno suggerire strategie per sopperire alle difficoltà nei fatti aritmetici e per promuovere l’uso della calcolatrice”, e anche della Tavola Pitagorica (completa o parziale con solo i quadrati dei numeri), “una volta che siano state ben apprese le componenti concettuali e procedurali di una determinata operazione”. Infatti, poiché, come spiega brillantemente Dehaene in [9], la capacità del nostro cervello di riconoscere modelli e lavorare con la memoria associativa interferisce con l’apprendimento delle tabelline, ricco di somiglianze con i modelli linguistici, la calcolatrice e la Tavola Pitagorica, usate con criterio, possono aiutare a gestire la difficoltà nel tenere separate le somiglianze linguistiche che presenta la loro memorizzazione.

Grazie al piano da cento incavi il gruppo A è stato in grado di figurare le tabelline prima, e di ricavare la proprietà commutativa della moltiplicazione poi. E’ stata ad esempio rappresentata la moltiplicazione $5 \cdot 2$ disponendo cinque palline su una barretta e cinque su quella successiva; ruotando il piano di novanta gradi i bambini hanno potuto vedere le palline disposte a gruppi di due in cinque linee e rendersi così conto che lo stesso numero di palline, e in qualche modo la stessa disposizione, rappresenta due distinte moltiplicazioni, cioè $5 \cdot 2$ e $2 \cdot 5$. E questo ha permesso poi di rileggere con i bambini la Tavola Pitagorica e di dimezzare le entrate da memorizzare [2], rendendone più semplice l’utilizzo nello svolgimento delle loro attività scolastiche.

Per quanto riguarda invece il gruppo B, il Pallimetro si è rivelato utile per (ri)presentare il concetto di pari/dispari e di ripartizione. I ragazzi hanno scoperto il legame tra l’alternanza pari/dispari e la ripartizione per due attraverso la disposizione sul piano da cento incavi di un numero prestabilito di palline, comprendendo così che “la divisione come algoritmo scritto è un conglomerato di svariate operazioni più piccole di diverso segno” [4].

Dei due gruppi di discalculici, quello più restio nell’usare il Pallimetro e nel richiedere la nostra collaborazione in caso di ostacoli o incomprensioni [17] è stato il gruppo B. Questo atteggiamento pensiamo sia riconducibile al timore di dire qualcosa di sbagliato, e al fatto che [13] nel secondo ciclo d’istruzione gli insegnanti tendono a lasciare quasi definitivamente un qualsivoglia approccio di tipo concreto, prediligendo l’astrazione. Ma superato questo primo momento, hanno poi partecipato con interesse alle attività proposte e alla fine hanno imparato, come i bambini dell’altro gruppo, a servirsi in modo autonomo del Pallimetro, sia per superare le difficoltà (oggettive) che incontrano nel calcolo e nella soluzione di problemi, sia per auto-correggersi e quindi stabilire se hanno effettivamente imparato, con un “feedback”⁶ notevole [22] [27]. Inoltre l’identificazione dei numeri con le palline “ordinate” sul piano da cento incavi, ha permesso loro di “disinteressarsi della scrittura dei numeri ..., percependo che essa è indipendente e indifferente rispetto al calcolo mentale che già sanno espletare” [4]. “Riflettendo sul fatto che per calcolare a mente non hanno avuto bisogno delle cifre scritte” [4] hanno concluso che queste sono “finalizzate solo al calcolo scritto, e servono solo ad eseguirlo quando la mente non ce la fa per eccessiva complessità... così che il ricorso a carta e inchiostro si configura come una protesi della nostra limitata memoria di lavoro” [4]. Questo crediamo possa essere un primo passo perché abbiano “successo” in matematica. Come scrive infatti Bortolato in [4] “hanno successo i bambini che quando calcolano non pensano ai numeri e non subiscono il richiamo della loro scrittura, e quando risolvono problemi aritmetici non pensano alle operazioni aritmetiche, ma ai fatti e alle azioni considerate in se stesse, come se la matematica non esistesse... con la consapevolezza che ognuno ha dentro di sé tutto ciò che serve per risolvere ogni situazione”.

⁶“Effetto di ritorno”.

Parallelamente all'attività con i due gruppi di discalculici, abbiamo utilizzato il Pallimetro con un ragazzino di seconda media con gravi ritardi mentali e difficoltà motorie, in tre incontri a distanza di tre settimane uno dall'altro.

Durante il primo incontro Mario⁷ ha conosciuto in libertà e con i suoi tempi il Pallimetro, dimostrando una certa curiosità. Ha iniziato con il prendere le palline e con lo spostarle una ad una da una barretta all'altra, con grande sorpresa dell'insegnante. Mario, infatti, fa fatica ad utilizzare le mani, soprattutto per movimenti di precisione, e l'attività si è rivelata quindi anche un modo per esercitare la sua manualità. Su indicazione della sua insegnante di sostegno, in un secondo momento è stato proposto un esercizio per verificare la conoscenza dei numeri da uno ad undici⁸. Questo esercizio consisteva nell'associare a dei cartellini con le cifre arabe dei numeri da uno a cinque, e da sei ad undici, mucchietti di palline poste sulle barrette, e poi di “ordinarli” dal più piccolo al più grande. Mario è riuscito senza troppi problemi a portare a termine la prima parte del compito assegnato, dimostrando quindi non solo di conoscere i primi cinque numeri e la loro posizione sulla “linea dei numeri”, ma anche di saperli associare alle giuste quantità. Con più fatica e con il nostro aiuto ha invece sistemato gli altri cartellini, mostrando quindi di non aver memorizzato e compreso i numeri da sei ad undici. Nell'incontro successivo gli è stato proposto lo stesso esercizio, ma Mario si è dimostrato meno ben disposto all'attività, riuscendo a lavorare solo con i primi cinque numeri. Tra le caratteristiche della sua disabilità c'è, infatti, una certa mancanza d'attenzione e la tendenza a bloccarsi e a voler passare a cose nuove quando si trova in difficoltà.

Durante il terzo e ultimo incontro abbiamo avuto a disposizione un'intera mattinata, che abbiamo suddiviso in tre parti intervallate da pause. Nella prima, abbiamo (ri)verificato la conoscenza dei numeri fino ad undici, come negli incontri precedenti, e questa volta Mario, avendo nel frattempo ripassato i numeri con la sua insegnante, è riuscito a completare l'esercizio fino al numero otto senza il nostro intervento. Poi, tenendo conto del fatto che per il momento conosce correttamente solo i numeri fino ad otto, abbiamo messo su una barretta delle palline ed abbiamo chiesto a Mario prima di contarle, e poi, dopo aver tolto o aggiunto una pallina, di dire quante ce n'erano senza ricontarle. Nell'ultima parte dell'incontro abbiamo invece lavorato con le barrette senza palline, chiedendogli di raggrupparle per colore e numero.

A sei settimane dal primo incontro, abbiamo potuto verificare che Mario è capace di contare e riconoscere quantità e cifre fino ad otto in modo autonomo, ma anche di fare addizioni e sottrazioni di una pallina con questi numeri senza passare per la forma scritta, di confrontare diverse quantità e, grazie ai colori delle barrette, di raggruppare per colore quantità assegnate.

Nel suo caso, quindi, il Pallimetro ci ha permesso, da un lato di verificare l'effettiva comprensione di quanto già fatto con l'insegnante di sostegno in classe, dall'altro di favorire tramite il gioco e la “manipolazione” l'insegnamento-apprendimento dell'aritmetica, pur nei limiti della sua condizione di disabilità [17].

Conclusione

Il percorso didattico da noi proposto con il Pallimetro sembra aver trovato un certo riscontro tra gli insegnanti delle classi partecipanti agli incontri, per i quali stimoli a questo livello di concretezza danno la possibilità di lavorare sia con gli alunni più piccoli, che in questo modo cominciano ad interiorizzare i significati matematici, partendo da esperienze vissute, sia con quelli di Scuola Media, i quali, operando in modo concreto, acquistano una maggiore consapevolezza di quello che hanno studiato in classe. Inoltre l'idea di far lavorare gli studenti in piccoli gruppi e di un primo approccio libero con lo strumento è stata da loro valutata come un valido e utile strumento di confronto, di socializzazione, di scambio d'idee per una “costruzione condivisa” di significati matematici, “esportabile” anche in altri ambiti d'insegnamento. Gli stessi ragazzi, nonostante qualche riluttanza iniziale [20], hanno dimostrato di seguire con partecipazione, curiosità e interesse le attività loro proposte e di cogliere il fatto che “imparare matematica significa anche (e soprattutto) apprendere a pensare, cioè sviluppare le capacità di intuire,

⁷ Nome di fantasia.

⁸ Mario riesce a contare solo fino ad undici.

immaginare, progettare, ipotizzare, dedurre, controllare e verificare, per ordinare, quantificare e misurare fatti e fenomeni della realtà” [22].

Siamo coscienti del fatto che siano necessari una ricerca e uno studio su scala più vasta per poter parlare d’efficacia del Pallimetro nell’insegnamento dell’aritmetica, ma l’esperienza con i bambini normodotati e i risultati ottenuti con i due gruppi di discalculici e Mario crediamo siano un primo indizio positivo sulle potenzialità di questo strumento.

Riferimenti bibliografici

- [1] Arzarello F.: “Il Laboratorio di Matematica: premessa”,
www.dm.unibo.it/UMI/italiano/Didattico/2003/secondaria.pdf
- [2] Biancardi A., Mariani E., Pieretti M.: “La discalculia evolutiva. Dai modelli neuropsicologici alla riabilitazione”, Franco Angeli
- [3] Bickel J., Bruschi A., Leporati M.: “Conto e ragion senza problemi: come costruire le basi di numero e logica”, Belforte & C. Editori, Livorno, 2000
- [4] Bortolato C.: “Una proposta per l’apprendimento non concettuale della matematica: il *metodo analogico*” (prima parte), *Difficoltà in matematica*, Edizioni Erickson Trento, vol. 1 n. 1 101-107 (2004)
- [5] Bortolato C.: “La linea del 20 e il libro dei numeri: due strumenti per l’apprendimento non concettuale dei numeri” (seconda parte), *Difficoltà in matematica*, Edizioni Erickson Trento, vol. 1 n. 2 91-99 (2005)
- [6] Butterworth B., Bevan A., Landerl K.: “Discalculia evolutiva e capacità numeriche di base”, *Difficoltà in matematica*, Edizioni Erickson Trento, vol. 2 n. 1 9-42 (2005)
- [7] D’Amore B.: “Basta con le cianfrusaglie”, *La vita scolastica*, n. 8 (2002b)
- [8] Dehaene S., Bossini S., Giraux P.: “The mental representation of parity and numerical magnitude”, *Journal of Experimental Psychology: General* 122: 371-396 (1993)
- [9] Dehaene S.: “The number sense: how the mind creates mathematics”, New Oxford University Press, 127 (1997)
- [10] Dehaene S., Spelke E., Pinel P., Stanescu R., Tsvkin S.: “Sources of Mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence”, *Science* 284:974-974 (1999)
- [11] Dehaene S., Molko N., Choen L., Wilson A.J.: “Arithmetic and the brain”, *Current Opinion in Neurobiology*, 14:218-224 (2004)
- [12] Devlin K.: “Il gene della matematica”, Longanesi (2002)
- [13] Davis P., Florian L.: “Teaching strategies and approaches for pupils with special educational need: a scoping study”, Research report Department for Education and Skills, London
- [14] Enzensberger H.M.: “Il mago dei numeri”, Einaudi, 1997
- [15] Fazio B.: “Arithmetic calculation, short-term memory and language performance in children with specific language impairment: a 5-year follow-up”, *Journal of speech, language and hearing research*, 42, 420-431 (1999)
- [16] Gardner H.: “La nuova scienza della mente”, Feltrinelli, 1988
- [17] Jaquet F.: “Aspetti didattici della risoluzione di problemi con materiale manipolativo”, *L’educazione Matematica*, n. 1 Febbraio 2007
- [18] Magon S.: “Guida all’insegnamento dell’aritmetica con i numeri in colore”, Edizioni Atlas, Bergamo, 1974
- [19] Rizzi R.: “Gruppi Materiali e Tecniche di Cooperazione Educativa”,
mce-fvg@mce-fimem.it
- [20] Santos-Trigo M.: “Enhancing students’ mathematical thinking through the use of qualitative tasks”, *L’educazione Matematica*, n.2 Giugno 2000
- [21] Tenuta U.: “La scrittura posizionale dei numeri”, ed. La Scuola, Brescia, ut1934@libero.it
- [22] Tenuta U.: “I principi metodologico-didattici dell’educazione matematica”, ed. La Scuola, Brescia
- [23] UMI: “Il Laboratorio di Matematica”,
www.dm.unibo.it/UMI/italiano/Didattico/2003/secondaria.pdf

- [24] Ughi E.: “ Una Mostra di oggetti matematici: giocare con le costruzioni, la matematica che esiste”, Induzioni n. 23, luglio-dicembre 2001, Istituti Editoriali e Poligrafici Internazionali
- [25] www.mat.uniroma2.it/LMM/BCD/SSIS/Neurosc/Logiche/Logich.htm
“Neuroscienze, apprendimento e didattica della matematica”
- [26] www.ulisse.bs.it/museo/storia/babbage/differenze.htm
- [27] Zuccheri L.: “Semitransparent mirrors as tools for geometry teaching”,
zuccheri@univ.trieste.it