

## STUDIO DEI GRAFICI DI FUNZIONE NELLA SCUOLA PRIMARIA

Maria Lucia Lo Cicero\*  
locicero@math.unipa.it

Fiorella Rallo\*\*  
rallofiorella@libero.it

\*Dipartimento di Matematica, Università di Palermo, Italia

\*\* Scienze della Formazione Primaria, Università di Palermo, Italia

**Riassunto.** *Il seguente articolo mostra i risultati di una sperimentazione didattica condotta in una quarta classe di Scuola Primaria relativa alla lettura e comprensione di grafici di funzioni. Le lezioni si sono svolte in assetto laboratoriale, facendo uso di un sensore di movimento. La nostra ricerca corrobora i precedenti lavori sugli strumenti MBL, secondo cui l'uso del sensore di movimento permette agli studenti di migliorare le competenze riguardanti la lettura, comprensione e interpretazione di grafici cinematici; inoltre mostra che l'utilizzo del sensore di movimento migliora tali competenze rispetto ad altri tipi di grafici, e in particolare, grafici di funzioni rappresentati fenomeni statistici. Questi risultati sono emersi dall'analisi statistica implicativa e qualitativa dei pre- e post-test e dall'analisi qualitativa delle lezioni in classe.*

**Parole chiave:** *insegnamento, apprendimento, grafico di funzione, sensore di moto, Scuola Primaria.*

**Abstract.** *This paper shows the results of a didactical experimentation conducted in a fourth class of Primary School using motion sensor concerning reading and understanding of function graphs. The lessons were developed in laboratory, using a motion sensor. Our research corroborates previous works about the use of MBL-tools, according to which the use of motion sensor allows the students to reading, understanding and interpreting kinematics graphs; besides it shows the use of the motion sensor improves such competences respect to other type of graphs, and in particular, graphs of functions representing statistical phenomena. These results emerged from the implicative statistical and qualitative analysis of the pre- and post-test and from the qualitative analysis of the lessons in classroom.*

**Key words:** *teaching, learning, Cartesian graph, motion sensor, Primary School.*

### **INTRODUZIONE E CONSIDERAZIONI DIDATTICHE**

Il seguente lavoro di ricerca ha avuto come scopo quello di introdurre gli allievi di una quarta classe della Scuola Primaria allo studio di grafici di funzioni. A tal fine, considerata la teoria dell'Embodiment della mente e l'analisi storico/epistemologica del concetto di funzione e delle sue rappresentazioni (Youschkevitch, 1976; Kline 1991), si è scelto di introdurre tali grafici mediante l'approccio cinematico che facesse uso del sensore di movimento. Tale strumento ha permesso di studiare il moto dei corpi passando dall'osservazione dell'esperienza concreta alla comprensione del linguaggio simbolico: il grafico Cartesiano.

Il sensore di movimento è uno strumento che, interfacciato con un computer, rileva istante dopo istante, tramite l'emissione e la ricezione di ultrasuoni, le distanze dei corpi di fronte ad esso e trasmette le misurazioni al computer che facendo uso di un opportuno software (*Data Logger*<sup>1</sup>) visualizza i dati in tabelle ed in grafico Cartesiano.

Il seguente articolo è stato estrapolato dalla tesi di Laurea in Scienze della Formazione Primaria di Fiorella Rallo, e costituisce parte della tesi di Dottorato di Ricerca in Didattica della Matematica, in corso d'opera, di Maria Lucia Lo Cicero riguardante, l'insegnamento/apprendimento del concetto di funzione e delle sue rappresentazioni (Lo Cicero, 2008).

La scelta di tale argomento di ricerca nasce dalla considerazione che le competenze relative alla lettura e comprensione di grafici sono parte integrante dei curricula di ogni ordine di scuola. Inoltre tali competenze occupano un ruolo centrale nella comunicazione e nell'impresa scientifica e hanno varie applicazioni nella vita quotidiana (Roth 2004 p.2). Esse possono anche costituire prerequisiti per altri oggetti matematici, come il concetto di funzione. Infatti, se ci riferiamo alla *Teoria dei Registri di Rappresentazione Semiotica* di Duval (Duval 1993), tale concetto può essere appreso solo attraverso l'acquisizione, la conversione e il trattamento dei suoi registri semiotici. Se ci ispiriamo alle matematiche moderne, non possiamo escludere gli studenti della scuola Primaria dalla conoscenza del concetto di funzione, che può considerarsi fondamentale per queste matematiche e filo conduttore di varie teorie. Il non portare questi argomenti nella scuola, il non parlare di corrispondenza, di relazione, di funzione, tiene lontani gli studenti dalle nozioni di base delle matematiche moderne e ciò significa estraniarli dagli interessi vivi di esse. Fino a pochi anni fa, si pensava che il concetto di funzione, portando il pensiero su ciò che varia, sullo studio delle operazioni e delle trasformazioni, potesse turbare la coscienza del bambino a cui si preferiva presentare un mondo perfetto ed immutabile. Oggi tali idee cadono inevitabilmente, poiché vi è una stretta collaborazione fra il corso di matematica e quello di osservazioni scientifiche, in cui i fenomeni naturali vengo studiati anche dal punto di vista quantitativo. Tuttavia, considerando le competenze algebriche possedute dagli studenti di una quarta classe della scuola Primaria, in questa sperimentazione didattica ci siamo limitati all'introduzione del concetto di funzione da un punto di vista grafico, rimandando un approccio analitico agli ordini di scuola superiori.

---

<sup>1</sup> In questo lavoro di ricerca abbiamo utilizzato strumenti e *Data Logger* della Venier Software & Technologies. Allo stesso modo avremmo potuto utilizzare strumenti e software di altre compagnie ugualmente valide.

Per chiarire le proposte didattiche dei libri di testo relative alla rappresentazione grafica delle funzioni nella Scuola Primaria, sono stati analizzati i seguenti libri di quarta classe:

- Allevi, C., & Fontolan A. (2007). *Passaporto per...* Milano: Mondadori Scuola.
- Lucaroni I., & Mosconi E. (2008). *Galileo*. Ancona: I Saperi.
- Pellegrini G., Grassi L., Sassi A., & PRATI E. (2007). *Perché?!* Firenze: Giunti Scuola.
- Redazione CETEM, (2005). *Focus*. Milano: Cetem.

Nei libri di testo analizzati non viene affrontato in maniera esplicita il concetto di funzione, bensì viene presentato l'*istogramma* ed il *grafico cartesiano*, fornendo agli alunni nel primo caso, la possibilità di mettere in relazione due variabili e nel secondo caso di poter leggere ed interpretare dati. Tuttavia, è stato osservato che, nella maggior parte dei casi, i libri di testo riservano uno spazio meramente esiguo allo studio di tali rappresentazioni, sottovalutandone il ruolo all'interno dei curricula.

Un'ulteriore riflessione didattica sul lavoro di ricerca condotto ci permette di affermare che l'attività proposta, essendo interdisciplinare, consente all'insegnante di ottimizzare il tempo disponibile in classe per la costruzione della conoscenza e agli studenti di incrementare la propria motivazione attuando una riflessione metacognitiva sulle competenze acquisite in ambito matematico, raggiunte operando in laboratorio di fisica. In accordo con le indicazioni ministeriali (2007), il laboratorio, viene inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute ed argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

### **QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO**

Il sensore di movimento, adoperato nell'ambito della nostra ricerca, è uno degli strumenti *MBL (Microcomputer Based Laboratory)* utilizzati in didattica della fisica a partire dagli anni '90 al fine di migliorare la comprensione e l'apprendimento di concetti fisici. Tali strumenti permettono di adoperare il computer come strumento di misura e analisi nello studio di fenomeni naturali. I dati vengono acquisiti attraverso sensori interfacciati al computer e un software visualizza in tempo reale tali dati in forma tabulare e grafica (Thornton & Sokoloff, 1990). Per tali ragioni gli strumenti *MBL* possono facilitare la comprensione di rappresentazioni astratte di un fenomeno fisico e renderne duraturo l'apprendimento (Bernhard, 2001). Inoltre il software permette di manipolare, analizzare e fittare i dati acquisiti, favorendo lo studio delle caratteristiche dei fenomeni e delle relazioni analitiche tra le variabili in esame. In particolare, durante l'attività di ricerca, gli alunni si sono mossi lungo traiettorie rettilinee in direzione di un sensore di movimento e contemporaneamente hanno visto costruirsi sullo schermo il grafico e la tabella distanza-tempo che rappresentavano il loro moto.

Vista la funzionalità degli strumenti *MBL* possiamo affermare che essi supportano e facilitano il processo di modellizzazione di fenomeni naturali. Tale processo si può suddividere in fasi, così descritte da Gilbert (1998):

1. identificare le variabili che possono essere rilevate nella descrizione del fenomeno;
2. dare una descrizione verbale e schematica del fenomeno;
3. determinare le relazioni esistenti tra le variabili;

4. esprimere tali relazioni attraverso equazioni e/o regole che diano al modello un valore predittivo.

Nel contesto di una quarta classe di Scuola Primaria abbiamo ritenuto sufficiente sviluppare le prime tra fasi del processo di modellizzazione, in accordo con le competenze matematiche indicate dal curriculum. Mentre, in ordini di scuola superiori tali strumenti possono essere utilizzati per una modellizzazione completa del fenomeno. Nell'attività laboratoriale descritta in questo articolo la modellizzazione costituisce un obiettivo trasversale, raggiunto attraverso lo studio di altri argomenti del curriculum (Lingefjård, 2006). Blum e Niss (1989) hanno definito cinque ragioni per cui il processo di modellizzazione dovrebbe appartenere al curriculum, che possono essere sintetizzati con la seguente terminologia scelta da Lingefjård (2006): formativo, critico, pratico, culturale e strumentale. Il processo di modellizzazione può accrescere e sviluppare *teste pensanti* che utilizzano le loro conoscenze matematiche per se stessi e per gli sviluppi della società (Burkhardt, 2006). Al fine di raggiungere la devoluzione (Brousseau, 1997) e la completa acquisizione del processo di modellizzazione, al termine della lezione è proficuo che l'insegnante conduca gli studenti verso una riflessione metacognitiva circa il processo di modellizzazione nel quale è stata coinvolta la classe, stimolando una discussione sulle fasi dell'attività laboratoriale svolta.

Gli strumenti MBL, ed in particolare il sensore di moto, in quanto *artefatti* sono *strumenti di mediazione semiotica*. Gli studenti usano gli artefatti per portare a termine un compito, l'insegnante li usa con l'intenzione didattica di sviluppare significati (Bartolini Bussi & Mariotti 2008). Le potenzialità educative dell'uso di tali strumenti vanno ricercate nella possibilità di modificare l'ambiente di apprendimento che si realizza in classe spostando il centro dell'azione educativa dall'istruzione alla costruzione diretta di conoscenza da parte dell'allievo. Il *costruttivismo* (Carletti & Varani, 2005), vede l'apprendimento come un processo attivo di costruzione delle conoscenze piuttosto che un processo di acquisizione del sapere. Non esiste un apprendimento oggettivo bensì, ognuno crea le proprie interpretazioni. L'insegnamento assume la forma di sostegno a questo processo e l'insegnante guida l'allievo verso la propria ricerca di senso. Il controllo di ipotesi formulate dallo studente può essere fatto dallo studente stesso e dalla classe, tramite l'analisi di dati sperimentali riguardanti il fenomeno in esame. Si può affermare che l'autorità è spostata dall'insegnante alla natura, che può essere efficacemente esplorata con i dispositivi MBL. L'insegnante deve assumere il ruolo di “facilitatore” e di guida discreta per gli studenti. Dovrà ascoltarli, capirne le concezioni relative all'argomento proposto per lo studio, fornire le informazioni necessarie per l'uso degli strumenti e soprattutto porre domande appropriate conducendo gli studenti verso la costruzione della loro conoscenza. In questo caso l'intervento didattico favorisce la partecipazione attiva degli studenti alle attività sperimentali e la loro collaborazione in fasi decisive dello studio di un fenomeno quali sono l'osservazione, la schematizzazione e la formalizzazione. Nel laboratorio si abbandona la logica della ri-produzione del sapere per fare spazio alla ri-costruzione, re-invenzione delle conoscenze (Frabboni, 2004).

L'utilizzo del sensore di movimento per migliorare le competenze grafiche trova un forte supporto teorico nelle teorie cognitive dell'*Embodiment della mente*. Secondo l'*Embodiment Philosophy*, conosciuta anche come *Embodied Mind Thesis* o *Embodied Cognition Thesis*, la mente e il corpo sono *embodied*, cioè l'una incarnata nell'altra. Secondo questa teoria, corpo e cervello si sarebbero evoluti in modo interconnesso e la mente sarebbe un prodotto di questo percorso evolutivo, una facoltà emergente del

sistema neurocerebrale. Un soggetto risulta essere una fusione tra la mente e il corpo e tale fusione è inserita in un contesto ambientale e sociale con il quale agisce ed interagisce. Il corpo e la mente gli permetteranno di agire ed il linguaggio di interagire. Il termine *Embodiment* fa riferimento alle idee di Lakoff e Núñez, che scrivono: *La matematica, così come noi la conosciamo, dipende dalla natura del nostro cervello e dalla nostra esperienza corporea* (Lakoff & Núñez, 1998). Con ciò si intende, più in generale, che la costruzione dei concetti non è un'attività che riflette qualche realtà esterna, trascendente la natura umana, ma è intrinsecamente dimensionata dalla natura del nostro corpo e del nostro cervello attraverso il sistema senso motorio. Insomma, le nostre idee, le nostre teorie sono inevitabilmente legate alla nostra natura biologica, nel senso che nascono dal modo in cui percepiamo il mondo attraverso il nostro sistema senso motorio. Inoltre, Gallese e Lakoff (2005) scrivono: *La conoscenza concettuale è embodied, cioè è mappata nel nostro sistema senso-motorio... questo non solo fornisce la struttura al contenuto concettuale, ma caratterizza il contenuto semantico dei concetti conformemente al modo con cui noi funzioniamo nel mondo col nostro corpo*. Il quadro teorico proposto da Lakoff e Núñez (2005) dedica particolare attenzione alla *metafora concettuale*, come modalità di strutturarsi del pensiero astratto. Secondo i due autori, la conoscenza astratta, quella matematica in particolare, è largamente metaforica e le metafore utilizzate hanno la loro origine nelle nostre percezioni, nell'interazione del nostro sistema senso motorio con il mondo. *Gli esseri umani concettualizzano i concetti astratti in termini concreti, utilizzando idee e modelli di ragionamento fondati sul sistema senso motorio* (Lakoff & Núñez, 2005). Le metafore concettuali possono essere collegate non solo all'esperienza sensibile diretta, ma anche all'esperienza mediata dalla cultura, dalla tecnologia. L'importanza dell'uso degli strumenti nell'apprendimento e nello sviluppo cognitivo è stato argomento della ricerca di Vygotskij (1974) nell'ambito della teoria della mediazione semiotica. Secondo tale teoria, il fatto che uno strumento incorpori un sapere lo rende fruibile secondo due aspetti: da un lato il suo uso permette di portare a termine un particolare compito di carattere pratico, dall'altro offre la possibilità di accedere al sapere che è in esso incorporato. Tall (2000) ritiene valido l'apporto della tecnologia per lo sviluppo del processo di simbolizzazione, in quanto dal punto di vista di un approccio embodied teso alla manipolazione ed al "fare" concreto, la tecnologia consente, per esempio, di visualizzare sul monitor concetti o oggetti. Lakoff e Núñez (2005) si sono occupati di analizzare le metafore concettuali che caratterizzano il pensiero matematico, sottolineando che per qualsiasi essere umano la matematica è embodied, poiché l'unica matematica che si può conoscere è quella che ci permette di comprendere i nostri corpi ed i nostri cervelli. In particolare, riguardo alle funzioni matematiche, loro asseriscono che *le funzioni nel piano cartesiano sono spesso concettualizzate in termini di moto lungo un percorso, come per esempio quando una funzione viene descritta con le parole: <sale>, <raggiunge> un massimo, e <scende> di nuovo*. Il senso di moto induce questo tipo di concettualizzazione poiché gli studenti vedono il grafico costruirsi sotto i loro occhi, come *moto di un punto che lascia una scia*. Una didattica che condivida tali idee deve prestare particolare attenzione a favorire approcci che siano fortemente basati sugli aspetti percettivi ed empirici e che inibiscano la memorizzazione di procedure rigide, fondate sulla memorizzazione e l'addestramento. Questo tipo di didattica deve consentire la diffusione e la comunicazione di una varietà di strategie risolutive e mettere a disposizione ambienti di apprendimento che favoriscano l'interazione sociale tra pari, la gestualità e l'utilizzo di artefatti.

L'attività didattica che fa uso del sensore di movimento trova altresì supporto nelle neuroscienze ed, in particolare, nell'esistenza dei *neuroni specchio*. Essi costituiscono una classe di neuroni specifici che si attiva nell'emisfero sinistro quando si compie un'azione o la si osserva mentre è compiuta da altri (Brandi & Bigagli, 2004). Nell'osservatore si assiste al fenomeno di *rispecchiamento neuronale* del comportamento dell'osservato, come se il primo stesse compiendo le azioni effettuate dal secondo. Tali argomenti supportano la nostra ricerca in quanto durante le attività in classe i tempi didattici non consentono l'utilizzo del sensore di movimento da parte di ciascun alunno. Grazie all'attivazione dei neuroni specchio possiamo affermare che negli studenti che osservano il moto compiuto dal compagno si attivano gli stessi processi mentali di chi fisicamente si sta muovendo. Le ipotesi sulla funzione dei neuroni specchio sono diverse: una teoria riguarda il processo di apprendimento mediante imitazione, in cui la comprensione delle azioni compiute da altre persone è di importanza fondamentale; un'altra teoria sostiene che le azioni osservate vengono riprodotte da un meccanismo di simulazione come il sistema specchio, mettendo in relazione i processi linguistici con la teoria della mente. Fu un gruppo di ricercatori dell'Università di Parma che nello studiare l'attività della corteccia premotoria, in particolare i neuroni deputati al controllo dei movimenti della mano di un macaco, registrarono l'attività di alcuni motoneuroni di esso, che, pur restando immobile, osservava uno dei ricercatori nell'intento di prendere una banana. I neuroni della scimmia che era rimasta immobile, avevano reagito alla vista dell'azione condotta dallo sperimentatore. I primi studi evidenziarono un gruppo di neuroni visuo-motori nella corteccia premotoria ventrale (area F5) e successivamente anche nella porzione rostrale del lobo parietale inferiore (area PF e PFG) in cui si trovano delle connessioni con l'area F5. L'insieme delle aree coinvolte fu chiamato *Mirror Neuron System* (MNR). Questo sistema chiamato dei neuroni specchio svolge un ruolo importante nei processi di comprensione del comportamento degli altri. Il sistema umano dei neuroni specchio codifica atti motori transitivi e intransitivi (codifica sia il tipo di azione sia la sequenza dei movimenti di cui essa è composta). Nell'uomo i neuroni specchio si attivano anche quando l'azione è semplicemente mimata e non vi è la necessità di un'effettiva interazione con gli oggetti. Molti ricercatori hanno attribuito a questo sistema un ruolo nella cognizione sociale e in vari processi di apprendimento fondamentali per lo sviluppo dell'individuo, come l'acquisizione di abilità procedurali, di memorie senso motorie e della stessa lingua verbale. La funzione dei neuroni specchio sarebbe quindi quella di rappresentare azioni a livello cerebrale affinché si abbia una comprensione delle stesse; in questo modo l'uomo sarà in grado di riconoscere che qualcun altro sta eseguendo una determinata azione, di distinguere l'azione osservata da un'altra azione e di usare le informazioni acquisite per agire nel modo appropriato. I neuroni specchio permettono una rappresentazione interna sia linguistica sia socio comportamentale, mappando le azioni osservate sugli stessi circuiti nervosi che controllano l'esecuzione attiva (Gallese, 2003).

### ***IPOTESI E DOMANDA DI RICERCA***

L'ipotesi che ha guidato la nostra ricerca è la seguente: *Il sensore di moto è uno strumento di apprendimento per la lettura, comprensione ed interpretazione di grafici cinematici.*

Tale ipotesi di ricerca è supportata da diversi lavori disponibili in letteratura sull'utilizzo degli strumenti MBL ed, in particolare, sull'uso didattico del sensore di movimento.

Alcuni esempi sono costituiti da: Thornton & Sokoloff (1990), (Tinker, 1996), (Thornton, 1997), Liljedahl (2002), Arzarello & Robutti (2004), (Krusberg, 2007).

Dalla precedente ipotesi di ricerca e dalle osservazioni sul comportamento degli studenti sorge la seguente domanda di ricerca: *utilizzando il sensore di movimento per leggere, comprendere ed interpretare grafici cinematici, gli studenti sono in grado di leggere, comprendere ed interpretare grafici cartesiani di altro tipo ed, in particolare, grafici di funzioni che rappresentino un fenomeno statistico?*

In particolare, i risultati di questo lavoro di ricerca hanno mostrato un completo recupero della lettura delle coordinate di un punto sul piano cartesiano. Si sono evidenziati progressi anche nella lettura dei massimi e minimi assoluti, dell'ampiezza degli intervalli e dei tratti con maggiore grado di crescita.

La nostra domanda di ricerca è frutto di una riflessione sul quadro teorico sopra esposto ed in particolare sulla teoria dell'Embodiment, che giustifica il processo di internalizzazione di competenze matematiche acquisite in laboratorio di fisica. Per chiarire la connessione tra le competenze sulla lettura e comprensione dei grafici di movimento e dei grafici di funzione in generale, proponiamo la seguente comparazione di competenze:

	MATEMATICHE	FISICHE
C1	Sa leggere le coordinate dei punti del grafico di una funzione, ovvero la corrispondenza tra i valori della variabile dipendente e indipendente	Sa leggere i valori della variabile spaziale in relazione ai valori della variabile temporale
C2	Sa leggere gli estremi e l'ampiezza di un intervallo	Sa leggere lo spazio e il tempo di partenza e di arrivo, lo spazio percorso e il tempo trascorso
C3	Sa leggere la corrispondenza tra intervalli delle variabili indipendenti e dipendenti	Sa leggere la corrispondenza tra intervalli spaziali e temporali
C4	Sa distinguere tra crescita, decrescita e costanza di una funzione	Sa distinguere tra moti di avvicinamento, allontanamento e corpi fermi
C5	Sa individuare e leggere i punti di massimo e minimo di una funzione	Sa leggere la distanza massima e minima raggiunta rispetto ad un sistema di riferimento
C6	Sa confrontare la rapidità di crescita e decrescita di differenti tratti di una curva	Sa confrontare la velocità di differenti tratti del moto
C7	Sa fare ipotesi e congetture	Sa fare inferenze sui dati sperimentali

### **LAVORO SPERIMENTALE E METODO DI RICERCA**

Il lavoro di ricerca è stato svolto in una quarta classe del Circolo Didattico “Francesco Paolo Perez” di Palermo. L'attività didattica, svolta dall'insegnante in formazione

Fiorella Rallo<sup>22</sup>, ha avuto una durata complessiva di 9 ore ed è stata contrassegnata da quattro momenti pratico-educativi:

1. Verifica dei prerequisiti (2 h) - momento in cui gli alunni hanno lavorato sull'ordinamento dei numeri interi e decimali positivi. Ciò ha permesso di rinforzare i seguenti prerequisiti:
  - stabilire relazioni d'ordine tra numeri decimali positivi;
  - rappresentare i numeri decimali positivi su una retta;
  - operare con tabelle a doppia entrata.
2. Pre-test (1,5 h) – somministrazione di un test (allegato n.1) costituito da cinque esercizi sulla lettura e comprensione di grafici cartesiani.
3. Due lezioni laboratoriali (2 h – 2 h) – attività didattica in cui gli alunni, utilizzando una scheda guida (allegato n.2 e 3) hanno confrontato le letture e le proprie predizioni di grafici spazio/tempo con quelli realizzati mediante l'ausilio del sensore di movimento.
4. Post-test (1,5 h) – somministrazione di un test (allegato n.4) costituito da quattro esercizi sulla lettura e comprensione di grafici cartesiani.

La classe originariamente era formata da 21 alunni, ma soltanto 12 di essi sono stati presenti in tutti i momenti della sperimentazione didattica ed è su di loro che si basa la nostra analisi. L'approccio metodologico utilizzato durante le attività didattiche è stato quello della lezione partecipata nel grande gruppo e dell'apprendimento per scoperta, in assetto laboratoriale. Sono stati utilizzati i seguenti strumenti: computer, sensore di movimento, fettuccia metrica, cronometro.

I test sono stati svolti su carta, mentre le lezioni laboratoriali sono state documentate da annotazioni dell'insegnante che ha condotto l'attività e dall'insegnante di classe. Si è scelto di non introdurre figura estranee all'interno dell'ambiente classe per non turbarne l'assetto.

Sia i test che le lezioni sono stati analizzati dal punto di vista qualitativo. Tale analisi è stata integrata dall'analisi statistica implicativa dei test, sui quali è maggiormente focalizzata la risposta alla nostra domanda di ricerca. Di seguito sono riportate alcune note relative ai metodi quantitativi utilizzati.

### ***Fasi delle lezioni laboratoriali***

Fasi della prima lezione laboratoriale (2 h):

- Individuazione delle grandezze cinematiche ed esplicitazione dei modelli spontanei posseduti dagli allievi sul concetto di moto, dovuti all'esperienza di vita comune e alle conoscenze scolastiche;
- Osservazione, rilevazione dati (intervallo spaziale e temporale), analisi e discussione del moto di una palla, con utilizzo di una fettuccia metrica, di un cronometro e di una scheda guida (allegato n.2, attività n.1);
- Visione e comprensione del funzionamento del sensore di movimento. Osservazione di un grafico prodotto dal moto rettilineo di un bambino.
- Predizione, lettura e riproduzione di grafici e tabelle rappresentanti moti rettilinei di alunni del tipo:
  - camminata di allontanamento dal sensore (allegato n.2, attività n.2);

---

<sup>22</sup> L'insegnante Fiorella Rallo aveva instaurato un rapporto professionale con la classe durante il periodo di tirocinio didattico, che si era svolto lo stesso anno scolastico della sperimentazione qui descritta



- camminata di avvicinamento al sensore (allegato n.2, attività n.3);
- corpo fermo davanti al sensore (allegato n.2, attività n.4);

Fasi della seconda lezione laboratoriale (2 h) (allegato n.2, attività n.5):

- Predizione, lettura e riproduzione di grafici e tabelle rappresentanti moti rettilinei di alunni di allontanamento e avvicinamento rispetto al sensore;
- Osservazioni sui tratti di maggiore e minore velocità.

### **Test**

Il pre-test (allegato n.1) è costituito da cinque esercizi. Il primo esercizio comprende un grafico che mostra l'andamento del denaro posseduto da una bambina in una settimana e di seguito viene chiesto di rispondere ad alcune domande relative alla lettura e comprensione del grafico. Il secondo esercizio è costituito da tre grafici spazio-tempo, rappresentati un corpo fermo e due moti rettilinei uniformi, uno di allontanamento e uno di avvicinamento. Viene richiesto di descrivere ciascun grafico ed evidenziare le differenze con gli altri grafici. Nel terzo esercizio vengono riportati due grafici spazio-tempo raffiguranti moti rettilinei uniformi di allontanamento, con uguale tempo trascorso e differente spazio percorso. Viene richiesto agli alunni di confrontarli e spiegare la differenza tra di essi. Il quarto esercizio richiede di esprimere liberamente cosa è la velocità di un corpo. Infine, nel quinto esercizio viene richiesto di riportare sul grafico le temperature indicate nel testo per ciascun giorno della settimana.

Il post-test (allegato n.4) è costituito da quattro esercizi. Il primo comprende un grafico che mostra l'andamento delle uova contenute nel frigorifero di una signora in una settimana e di seguito viene chiesto di rispondere ad alcune domande relative alla lettura e comprensione del grafico. Il secondo esercizio è costituito da tre grafici spazio-tempo, rappresentati un corpo fermo e due moti rettilinei uniformi, uno di allontanamento e uno di avvicinamento. Viene richiesto di rispondere ad alcune domande relative alla lettura e comprensione del grafico. Nel terzo esercizio vengono riportati due grafici spazio-tempo raffiguranti moti rettilinei uniformi di allontanamento, con uguale tempo trascorso e differente spazio percorso. Viene richiesto agli alunni di confrontarli e spiegare la differenza tra di essi. Infine, nel quarto esercizio viene richiesto di riportare sul grafico le temperature indicate nel testo per ciascun giorno della settimana.

Per quanto detto, sia nel pre-test che nel post-test sono stati proposti esercizi su grafici cinematici e non cinematici per verificare le competenze acquisite. Riguardo al primo esercizio, sono state verificate le stesse competenze in entrambi i test, anche se il contenuto era sviluppato su contesti differenti.

Di seguito, è riportata la connessione tra le domande del test e le competenze che si volevano verificare:

Domande	Competenze
a. b.	C1 (COORD)
c.	C5 (R-MAX)
d.	C2 (INT)
e.	C7 (HP)
f.	C4 (A-MAX)
g.	C4 (A-MIN)
h.	C6 (GROW)

Per quanto riguarda il secondo esercizio, nel pre-test si è scelto di lasciare gli alunni liberi di esprimere il loro pensiero poiché essi non avevano affrontato tali argomenti in

ambito scolastico, ma avevano potuto acquisire delle competenze in ambiente extrascolastico. Nel post-test agli alunni veniva richiesto di rispondere ad alcune domande espresse con linguaggio specifico che avrebbero dovuto acquisire durante la lezione laboratoriale.

***Analisi statistica implicativa***

L’analisi statistica implicativa di Gras (2000, 2008) è un tipo di analisi non parametrica e come tale utilizza piccoli campioni. Essa fornisce la misura di una relazione implicativa di due eventi. Utilizza il metodo di *implicazione* che stabilisce l’intensità di implicazione tra variabili e il metodo di *similarità*, che classifica le variabili e le raggruppa secondo livelli gerarchici.

R. Gras ha cercato di rispondere alla seguente domanda: *Date delle variabili binarie a e b, in quale misura posso assicurare che in una popolazione, da ogni osservazione di a segue necessariamente quella di b?* La risposta, in generale, non è possibile ed il ricercatore si deve accontentare di un’implicazione “quasi” vera.

Con l’analisi implicativa di R. Gras si cerca di misurare il grado di validità di una proposizione implicativa tra variabili binarie e non. Questo strumento statistico viene messo a punto su ricerche riguardanti la Didattica delle Matematiche.

La modellizzazione del caso binario è la seguente: siano date una popolazione  $E$  un insieme di variabili  $V$ , si vuole dare significato statistico all’implicazione larga  $a \rightarrow b$ . Siano  $A$  e  $B$  gli insiemi delle sotto popolazioni rispettive dove la variabile  $a$  e  $b$  prendono il valore 1 (vero). L’intensità dell’implicazione viene espressa formalmente:

$$\varphi(a, \bar{b}) = 1 - \text{Pr ob}[\text{card}(X \cap \bar{Y}) \leq \text{card}(A \cap \bar{B})]$$

dove  $X$  e  $Y$  sono due sotto insiemi di  $E$ , parti aleatorie di  $E$ , che hanno la stessa cardinalità rispettivamente di  $A$  e  $B$ .  $\bar{Y}$  é il complementare di  $Y$  rispetto ad  $E$ .  $\bar{B}$  é il complementare di  $B$  rispetto ad  $E$ .  $\bar{b}$  rappresenta *not b*.

Si dirà:

$$[a \Rightarrow b \text{ accettabile alla soglia } \varphi(a, \bar{b}) = 1 - \alpha \Leftrightarrow [\text{Pr ob}[\text{card}(X \cap \bar{Y}) \leq \text{card}(A \cap \bar{B})]] \leq \alpha$$

Da qui si ricava l’indice di implicazione, indicatore della non implicazione di  $a$  su  $b$ :

$$q(a, \bar{b}) = \frac{n_{a\bar{b}} - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{n}}}$$

dove  $n_a = \text{card}(A)$ ,  $n_b = \text{card}(B)$ ,  $n_{a\bar{b}} = \text{card}(A \cap \bar{B})$ .

L’indice di similarità classifica le variabili secondo ordini gerarchici. Segue la legge di Poisson ed è definito come segue:

$$s(a, b) = \frac{n_{a\bar{b}} - \frac{n_a n_b}{n}}{\sqrt{\frac{n_a n_b}{n}}}$$

L’indice di similarità è in relazione con l’indice di implicazione secondo la seguente formula:

$$\frac{q(a, \bar{b})}{s(a, b)} = -\sqrt{\frac{n_b}{n_{\bar{b}}}}$$

La rappresentazione di un grafo di relazione d'ordine parziale indotto dall'intensità d'implicazione dà la possibilità di visualizzare una situazione didattica dove intervengono più variabili (Spagnolo, 1998).

I trattamenti automatici dei calcoli e dei grafici sono eseguiti con l'aiuto del software C.H.I.C.<sup>3</sup> (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive) messo a punto dal gruppo IRMAR.

Questo programma su computer consente di fare l'analisi implicativa molto velocemente e permette diverse statistiche:

- statistiche elementari, come la media, la varianza e la correlazioni tra variabili;
- l'analisi delle similarità di Lerman;
- l'analisi implicativa secondo Gras, con le seguenti informazioni:
  1. grafico implicativo;
  2. gerarchia implicativa e nodi significativi dove si formano le classi della gerarchia;
  3. contribuzione degli individui nei cammini significativi del grafo e alle classi significative della gerarchia;
  4. comparazione tra il grafo implicativo ed il grafo inclusivo.

Nel caso della ricerca in didattica le variabili, in genere, sono costituite dai comportamenti degli allievi. Questi vengono evidenziati mediante l'*analisi a priori* (Brousseau, 1997) che costituisce il punto di contatto tra la situazione didattica e l'analisi dei dati sperimentali. L'*analisi a priori* è l'insieme di:

1. *rappresentazioni epistemologiche*: percorsi conoscitivi in un determinato periodo storico;
2. *rappresentazioni storico-epistemologiche*: percorsi conoscitivi sintattici, semantici e pragmatici;
3. *comportamenti ipotizzati*.

L'analisi a priori è uno strumento di cui l'insegnante può avvalersi per anticipare alcune reazioni degli allievi e quindi in base ad esse orientare le scelte didattiche. Essa rappresenta un lavoro di ipotesi svolto dall'insegnante, il quale mira ad individuare le strategie, i ragionamenti, le soluzioni che ogni discente potrebbe utilizzare nella situazione proposta tenendo conto delle conoscenze possedute. Inoltre, tale attività permette di prevedere le difficoltà in cui l'alunno può imbattersi, gli errori che può commettere e orienta verso le scelte di organizzazione della classe.

Mediante l'analisi statistica implicativa vengono analizzate le implicazioni tra i comportamenti degli allievi mettendole in relazione con l'analisi storico-epistemologica e didattica. Il grafico implicativo che si viene a creare contiene dei raggruppamenti ben definiti delle variabili sperimentali che si collegano direttamente o indirettamente e ad ogni raggruppamento corrisponde un tipo differente di strategia utilizzata dagli alunni.

Il software C.H.I.C. visualizza *grafici implicativi e alberi di similarità*, lavorando su tabelle Excel. Nell'analisi dei dati sperimentali di questo lavoro di ricerca sono state studiate le implicazioni tra le *variabili-comportamento degli studenti* mediante tabelle di questo tipo:

	Comportamento 1	...	Comportamento $n$
Studente 1			

<sup>3</sup> Information regarding the software can be found at the following site of the A.R.D.M. (Association de Recherche en Didactique des Mathématiques):  
<http://www.ardm.asso.fr/CHIC.html>

...			
Studente $m$			

I valori di questa tabella erano 0 o 1, a seconda se rispettivamente uno studente non segue o segue il corrispondente comportamento nella tabella.

È stata analizzata, inoltre, la similarità delle *variabili-studente* utilizzando il metodo delle variabili supplementari. (Spagnolo, 1998), (Fazio & Spagnolo, 2008). Le variabili supplementari rappresentano modelli di comportamento degli studenti, dunque i risultati della ricerca dipendono dalla similarità delle *variabili-studente* rispetto ai modelli corretti di comportamento.

Per l’analisi della similarità mediante lo C.H.I.C. sono state utilizzate tabelle<sup>4</sup> di questo tipo:

	Stud 1	...	Stud $m$	Modello di comport dello stud 1	...	Modello di comport dello stud $q$
Comport 1						
NOT Comport 1						
...						
Comport $n$						
NOT Comport $n$						

In tale tabella gli studenti vengono relazionati con i comportamenti corretti e le loro negazioni. I valori sono sempre di tipo binario. I modelli corretti di comportamento degli studenti sono stati selezionati combinando comportamenti corretti.

## **ANALISI DELL’ESPERIENZA DIDATTICA**

### **Analisi a priori dei test**

Per analizzare i test, sia qualitativamente che quantitativamente, è stata effettuata l’analisi a priori dei comportamenti degli studenti nello svolgimento degli esercizi del test, che classifica tali comportamenti. Essa viene riportata di seguito:

<b>ANALISI A PRIORI – ESERCIZIO N.1 pre-test</b>		
D. <sup>5</sup>	R.	COMPORAMENTI DEGLI STUDENTI
a.	9,6	1A1 <sup>6</sup> : Lettura corretta del valore dell’ordinata in corrispondenza dell’ascissa
b.	9 giorni, 6 giorni	1A2: Confusione tra ascissa e ordinata
	3,6	1A3: Lettura del grafico come icona: a ciascun giorno l’alunno fa corrispondere 1 euro, rappresentato graficamente dal punto geometrico
	20,35	1A4: Nessuna lettura del grafico e libera interpretazione dei dati del

<sup>4</sup> “Stud” sta per “studente”; “comport” sta per “comportamento”.

<sup>5</sup> D sta per *domanda*, R sta per *risposta*

<sup>6</sup> I comportamenti sono contrassegnati da una notazione del tipo:  $nLm$ , dove  $n$  indica il numero dell’esercizio,  $L$  indica la lettera della domanda,  $m$  indica il numero progressivo delle risposte alla domanda  $L$ .

		testo, moltiplicando il numero dei giorni per 5 (euro), come se il testo contenesse il dato “ogni giorno Sara prende un buon voto”
	5,5	1A5: Nessuna lettura del grafico e libera interpretazione dei dati del testo, attribuendo ad ogni giorno 5 (euro), come se il testo contenesse il dato “ogni giorno Sara prende un buon voto”
c.	1,3,5	1C1: Individuazione corretta dei giorni corrispondenti ai massimi relativi
	5	1C2: Confusione tra il concetto di massimo relativo e di massimo assoluto
	1,3,4,5	1C3: Confusione tra il concetto di massimo relativo ed il concetto di maggiore
	Tutti i giorni	1C4: Confusione tra il concetto di massimo relativo e di valore non nullo
	1,3,4,5,6,7	1C5: Confusione tra il concetto di massimo relativo e di non minimo assoluto
d.	2	1D1: Individuazione della corretta ampiezza dell’intervallo
	3	1D2: Confusione tra il concetto di intervallo e il concetto di valore della coordinata
e.	Sì, ...	1E1: Risposta affermativa alla domanda <i>e</i> , giustificata dall’affermazione “le avrebbe potuto spendere il denaro guadagnato”: corretta formulazione di ipotesi sulla base di dati sperimentali
	No, ...	1E2: Risposta negativa alla domanda <i>e</i> , giustificata dall’affermazione “lei spende 4 euro” or “altrimenti dovrebbe possedere 13 euro”: errata formulazione di ipotesi sulla base di dati sperimentali
	Sì, ...	1E3: Risposta affermativa alla domanda <i>e</i> , giustificata dall’affermazione “poiché il sesto giorno guadagna 8 euro”: lettura errata del grafico
f.	5	1F1: Corretta identificazione del Massimo assoluto
	1,2,3,4,5,7	1F2: Confusione tra non massimo e decrescenza
	7	1F3: Errata interpretazione dei dati ed identificazione dell’ultimo giorno come giorno in cui Sara possiede più denaro
	4	1F4: Confusione tra crescita e costanza
g.	2	1G1: Corretta identificazione del minimo assoluto
	6	1G2: Confusione tra minimo e decrescenza
	1 o 4 o 7	1G3: Confusione tra minimo assoluto e relativo
h.	2	1H1: Corretta identificazione del giorno in cui si ha maggiore incremento di denaro
	5	1H2: Confusione tra il giorno in cui si ha maggiore incremento di denaro e il massimo assoluto
	4	1H3: Confusione tra crescita e costanza

**ANALISI A PRIORI – ESERCIZIO N.1 post-test**

D.	R.	COMPORAMENTI DEGLI STUDENTI
a.	4,6	1°1: Lettura corretta del valore dell’ordinata in corrispondenza dell’ascissa
b.		

	4 giorni, 6 giorni	1°2: Confusione tra ascissa e ordinata
	0,4	1A3: Lettura del grafico come icona: a ciascun giorno l'alunno fa corrispondere 1 euro, rappresentato graficamente dal punto geometrico
		1A4: Nessuna lettura del grafico e libera interpretazione dei dati del testo, moltiplicando il numero dei giorni per 6 (uova), come se il testo contenesse il dato "ogni giorno la signora Maria compra una confezione di uova"
		1A5: Nessuna lettura del grafico e libera interpretazione dei dati del testo, attribuendo ad ogni giorno 6 (uova), come se il testo contenesse il dato "ogni giorno la signora Maria compra una confezione di uova"
c.	1,2,4,7	1C1: Individuazione corretta dei giorni corrispondenti ai massimi relativi
	2	1C2: Confusione tra il concetto di massimo relativo e di massimo assoluto
	1,2,4,5,7	1C3: Confusione tra il concetto di massimo relativo ed il concetto di maggiore
	Tutti i giorni	1C4: Confusione tra il concetto di massimo relativo e di valore non nullo
	1,2,3,4,5,7	1C5: Confusione tra il concetto di massimo relativo e di non minimo assoluto
d.	5	1D1: Individuazione della corretta ampiezza dell'intervallo
	1	1D2: Confusione tra il concetto di intervallo e il concetto di valore della coordinata
e.	Sì, ...	1E1: Affirmative answer to the question <i>d</i> , justifying with the affirmation "she could have spent the earned money": forming correct hypotheses on the base of experimental data
	No, ...	1E2: Risposta negativa alla domanda <i>d</i> , giustificata dall'affermazione "nella confezione ci sono 6 uova": non vengono formulate ipotesi corrette sui dati sperimentali
	Sì, ...	1E3: Risposta affermativa alla domanda <i>e</i> , giustificata dall'affermazione "poiché la signora Maria acquista 5 uova": errata interpretazione del grafico
f.	2	1F1: Corretta identificazione del Massimo assoluto
	-	1F2: Confusione tra non massimo e decrescenza
	7	1F3: Errata interpretazione dei dati ed identificazione dell'ultimo giorno come giorno in cui Sara possiede più denaro
	5	1F4: Confusione tra crescita e costanza
g.	6	1G1: Corretta identificazione del minimo assoluto
	-	1G2: Confusione tra minimo e decrescenza
	3 o 1	1G3: Confusione tra minimo assoluto e relativo
h.	7	1H1: Corretta identificazione del giorno in cui si ha maggiore incremento di denaro
	2	1H2: Confusione tra il giorno in cui si ha maggiore incremento di denaro e il massimo assoluto

5	1H3: Confusione tra crescita e costanza
---	---

<b>ANALISI A PRIORI – ESERCIZIO N.2</b>	
COMPORAMENTI DEGLI STUDENTI	
2A1: In ciascun grafico mette in relazione l'intervallo spaziale con l'intervallo temporale	
2A2: Legge solo lo spazio iniziale	
2A3: Visione del grafico simile alla rappresentazione delle latitudini e longitudini di Oresme (l'ordinata corrisponde alla longitudine, che è l'altezza di una latitudine)	
2A4: Confusione tra valore temporale e spaziale ( <i>confusione tra ascissa e ordinata</i> )	
2A5: Confusione nell'associazione numero-unità di misura	
2B1: Lettura corretta del tempo iniziale e finale ( <i>lettura corretta dell'ascissa del punto iniziale e finale</i> )	
2B2: Confusione tra tempo iniziale e tempo finale ( <i>confusione nella relazione d'ordine della variabile indipendente</i> )	
2C1: Lettura corretta della posizione di partenza e di arrivo ( <i>lettura corretta dell'ordinata del punto iniziale e finale</i> )	
2C2: Confusione tra spazio iniziale e spazio finale ( <i>confusione nella relazione d'ordine della variabile dipendente</i> )	
2C4: Confusione tra lo spazio finale e il massimo valore della scala dell'asse spaziale ( <i>Confusione tra l'ordinata del punto di ascissa maggiore e il massimo valore della scala delle ordinate</i> )	
2D1: Lettura corretta del tempo trascorso ( <i>lettura corretta dell'intervallo della variabile indipendente</i> )	
2E1: Lettura corretta della distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo nei grafici dei moti di allontanamento e avvicinamento ( <i>lettura corretta dell'intervallo non nullo della variabile dipendente</i> )	
2E2: Confusione tra lo spazio percorso e lo spazio iniziale o finale ( <i>confusione tra ampiezza dell'intervallo delle ordinate e un valore delle coordinate</i> )	
2E3: Confusione tra lo spazio percorso e l'ampiezza della scala spaziale ( <i>Confusione tra l'ampiezza dell'intervallo delle ordinate e il massimo valore della scala delle ordinate</i> )	
2F1: Lettura corretta della distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo nel grafico del corpo fermo ( <i>Riconoscimento dell'intervallo nullo della variabile dipendente</i> )	
2G1: Mette in relazione qualitativamente la velocità dei tre grafici	

<b>ANALISI A PRIORI – ESERCIZIO N.3</b>	
COMPORAMENTI DEGLI STUDENTI	
3A1: Confronto quantitativo corretto dello spazio percorso a parità di tempo trascorso ( <i>confronto dell'ampiezza dell'intervallo dell'ordinata in relazione a quello dell'ascissa</i> )	
3B1: Confronto quantitativo corretto dello spazio percorso, mancata relazione col tempo trascorso	
3C1: (13, 16) Confronto qualitativo corretto dello spazio percorso, inteso come “altezza del grafico” (Oresme)	
3D1: Confronto quantitativo corretto della “lunghezza” dei grafici	
3E1: Confronto qualitativo corretto della pendenza dei grafici	
3F1: Confronto qualitativo corretto della velocità dei grafici	

<b>ANALISI A PRIORI – ESERCIZIO N.4</b>
COMPORAMENTI DEGLI STUDENTI
4A1: Concezione della velocità di un corpo legata al concetto di “rapidità nei movimenti del corpo stesso”
4B1: Concezione della velocità messa in relazione allo spazio percorso e al tempo impiegato a percorrerlo
4B2: Concezione della velocità messa in relazione al solo spazio percorso
4B3: Concezione della velocità messa in relazione al solo tempo trascorso
4B4: Viene espressa la dipendenza della velocità da grandezze o entità fisiche, escluso spazio e tempo (potenza, energia, movimento, spinta, massa, forza)
4B5: Concezione della velocità non legata a grandezze fisiche
4B6: Viene scambiato il concetto di velocità con quello di tempo
4B7: Viene scambiato il concetto di velocità con quello di spostamento

<b>ANALISI A PRIORI – ESERCIZIO N.5</b>
COMPORAMENTI DEGLI STUDENTI
5A1: Segna i punti correttamente
5A2: Scrive i valori delle ordinate sull’asse delle ascisse, in corrispondenza delle relative ascisse, o viceversa
5A3: Mette in relazione l’ascissa con l’ordinata disegnando una linea di giunzione
5A4: Segna l’ordinata come altezza dell’ascissa (Oresme)

**Analisi del pre-test**

Dall’analisi qualitativa del pre-test è emerso che gli studenti incontravano difficoltà nella lettura dell’ordinata in corrispondenza dell’ascissa.

- a) Quanti euro Sara possedeva il 4° giorno? *Sara possedeva il 4° giorno 20.€*
- b) Quanti euro Sara possedeva il 7° giorno? *Sara possedeva il 7° giorno 35.€*
- c) In quali giorni Sara sicuramente ha preso un buon voto?.....
- d) Sapendo che Sara nel 2° giorno non ha preso un buon voto, in quel giorno quanti soldi ha speso?.....
- e) Potrebbe aver preso un buon voto il 6° giorno? (motiva la risposta).....
- f) In quale giorno Sara possiede più denaro?.....
- g) In quale giorno Sara possiede meno denaro? .....
- h) In quale giorno Sara ha accumulato più denaro rispetto al precedente?.....

Tali difficoltà, descritte nell’analisi a priori, hanno inibito la lettura corretta dei massimi e minimi, dell’ampiezza degli intervalli, del grado di crescenza e la formulazione di ipotesi sulla base di dati sperimentali. È stata riscontrata una diffusa confusione tra il concetto di massimo relativo e di massimo assoluto.

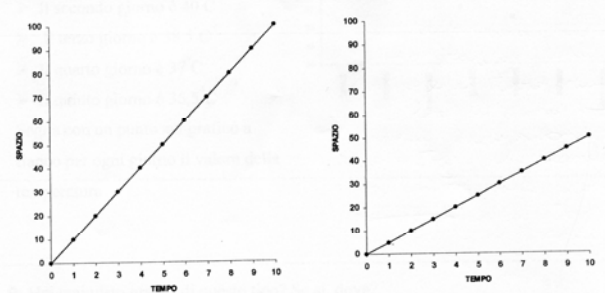
- c) In quali giorni Sara sicuramente ha preso un buon voto? *Sara sicuramente ha preso un buon voto il quinto giorno*

Negli esercizi successivi al primo alcuni alunni hanno letto l’ordinata come “altezza” dell’ascissa, analogamente alle rappresentazioni di Oresme (latitudini e forme). A volte



il linguaggio utilizzato non era appropriato alla lettura di grafici, ma veniva recuperato dal vocabolario acquisito operando in ambito matematico:

3. Di seguito sono riportati due grafici, in cui sull'asse verticale è riportato lo spazio percorso da un'automobile e sull'asse orizzontale è riportato il tempo impiegato. Confrontali e spiega, secondo te, qual è la differenza.



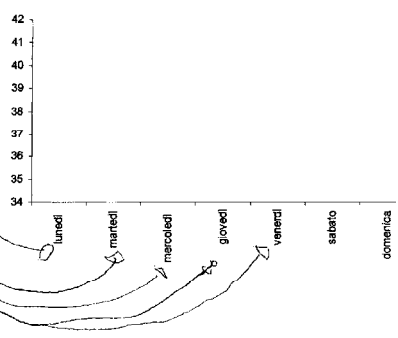
*La differenza dei 2 grafici è che il primo grafico è più lungo del secondo grafico perché il primo grafico è lungo 9 centimetri e il secondo grafico ~~è lungo~~ è lungo 4 centimetri.*

Nello svolgimento dell'ultimo esercizio la maggior parte degli alunni non aveva idea di come si segnasse un punto sul piano cartesiano e collegavano i dati del testo ai giorni sull'asse delle ascisse mediante una linea.

5. Matteo si è ammalato e sua madre ogni giorno gli misura la temperatura:

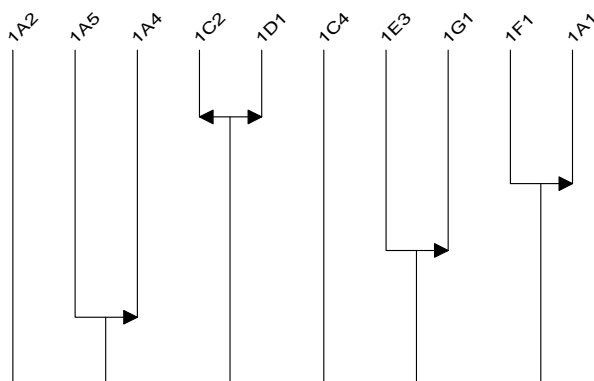
- Il primo giorno è 39°C
- Il secondo giorno è 40°C
- Il terzo giorno è 38,5°C
- Il quarto giorno è 37°C
- Il quinto giorno è 36,5°C

Segna con un punto sul grafico a fianco per ogni giorno il valore della temperatura



La varietà delle risposte è riportata nell'analisi a priori. Complessivamente possiamo affermare che la maggior parte degli studenti nello svolgimento del pre-test ha mostrato di non possedere le competenze base di lettura, comprensione e produzione di grafici cartesiani.

Per quanto riguarda l'analisi quantitativa essa si è concentrata maggiormente sullo studio dei risultati del primo esercizio, che maggiormente risponde alla nostra domanda di ricerca. È stato studiato il seguente grafo implicativo, in cui le variabili analizzate rappresentano i comportamenti degli allievi:

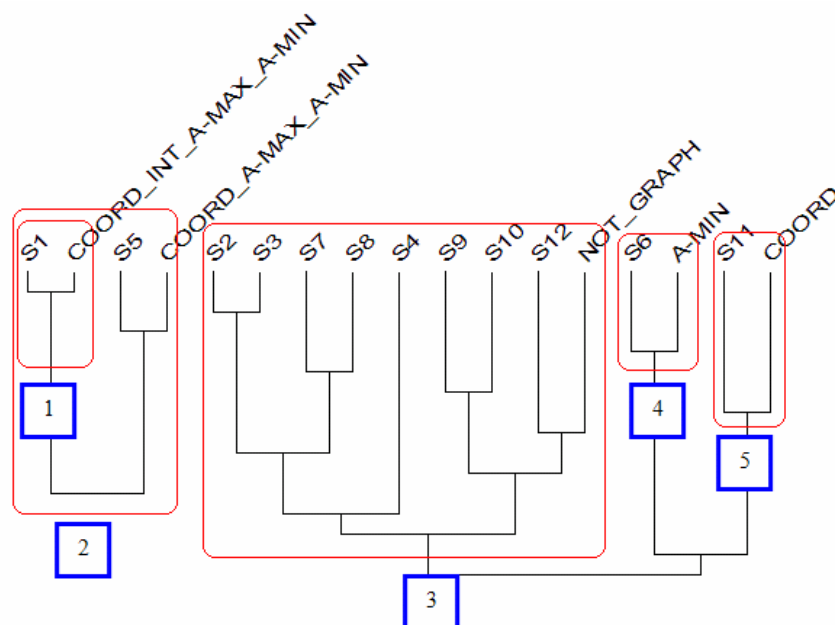


Tale grafo evidenzia che esiste una doppia implicazione forte tra le variabili 1C2 e 1D1, ovvero, tra *confusione tra il concetto di massimo relativo e di massimo assoluto e individuazione della corretta ampiezza dell'intervallo*. Dunque, la competenza relativa alla lettura di massimi assoluti non costituisce prerequisito per la lettura dell'ampiezza degli intervalli.

Una seconda implicazione si ha da 1F1 a 1A1, ovvero, tra la *corretta identificazione del Massimo assoluto* e la *lettura corretta del valore dell'ordinata in corrispondenza dell'ascissa*. Ciò mostra che la lettura delle coordinate è un prerequisito per la lettura del massimo assoluto.

Dall'implicazione tra 1E3 e 1G1 si ricava che l'errata interpretazione del grafico come denaro “guadagnato” e non “posseduto” non ha inciso nella corretta determinazione del minimo assoluto.

È stato altresì studiato l'albero di similarità delle variabili *studenti* rispetto alle variabili *modelli di comportamento degli studenti*, che ne rappresentano il loro comportamento nello svolgimento dell'esercizio.



In questo albero di similarità compaiono 5 gruppi di variabili, che possono essere così descritti:

- Il gruppo 1, di cui fa parte soltanto lo studente S1, rappresenta gli studenti che hanno letto correttamente le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo, il massimo e il minimo assoluto;
- Il gruppo 2, di cui fanno parte gli studenti S1 ed S5, rappresenta gli studenti che hanno letto correttamente coordinate cartesiane, il massimo e il minimo assoluto.
- Il gruppo 4, di cui fa parte lo studente S6, rappresenta gli studenti che hanno letto correttamente il minimo assoluto;
- Il gruppo 5, di cui fa parte lo studente S11, rappresenta gli studenti che hanno letto correttamente le coordinate cartesiane;
- Il gruppo 3, di cui fanno parte i restanti studenti, rappresenta gli studenti che non posseggono alcune competenza nella lettura dei grafici.

Il vantaggio di utilizzare grafici di similarità nella ricerca in didattica risiede anche nel fatto che essi forniscono molteplici informazioni perché possono essere letti da punti di vista differenti. Si può osservare il comportamento di gruppi di studenti, del singolo studente o la situazione complessiva del campione analizzato, nel nostro caso costituito da 12 studenti. Dal precedente albero di similarità possiamo ricavare le seguenti occorrenze delle competenze possedute dagli studenti prima dello svolgimento delle lezioni laboratoriali:

	COORD	INT	A-MAX	A-MIN
N° studenti, pre-test	3	1	2	3

#### ***Analisi qualitativa della lezione laboratoriale***

Il primo intervento ha avuto inizio chiedendo agli allievi cosa significasse per loro il termine “movimento”. Ognuno ha cercato di rispondere oralmente con parole proprie o rifacendosi ad un esempio. La maggior parte degli alunni ha risposto: “*Quando qualcosa si muove*”, oppure “*La macchina che cammina*” e solamente un bambino ha associato al *movimento* la parola *velocità*. Rievocando nella loro mente la gara delle automobili di Formula 1, sono state elencate le grandezze cinematiche:

- le macchine si muovono sulla strada e quindi dentro uno *spazio*;
- solo una di esse può vincere perché impiega meno *tempo* per raggiungere il traguardo;
- una sola automobile possiede maggiore *velocità* rispetto alle altre;
- una macchina può andare meno veloce e poi più velocemente a seconda della sua *accelerazione*.

Successivamente è stato chiesto agli studenti come si misura lo spazio ed il tempo. Tutti hanno risposto che occorre il *metro* per misurare lo spazio. Per quanto riguarda il tempo, molti di loro hanno risposto l'*orologio* e solamente dopo che si è chiesto quale strumento misura il tempo in modo preciso calcolando minuti, secondi e millesimi, due allievi hanno risposto il *cronometro*.

Successivamente è stata distribuita una scheda a supporto della prima attività (allegato n.2). Sono state attaccate sul pavimento strisce di nastro rosso poste alla distanza di 20 cm per una lunghezza complessiva di 3 metri ed un bambino ha fatto un'osservazione dicendo che il nastro adesivo si sarebbe potuto posizionare alla distanza di 50 cm. Si è fatta scivolare una palla lungo la striscia per due volte, la seconda con velocità maggiore rispetto alla prima. Si è chiesto agli allievi di osservare tale fenomeno, di schematizzarlo sulla scheda guida e di spiegare quali grandezze si

potevano studiare. La maggior parte di essi ha risposto: *spazio* e *tempo*. Dopo aver fatto ciò, si è chiesto agli allievi di disegnare una tabella in cui ad ogni lancio si facesse corrispondere lo spazio percorso e il tempo trascorso. Si è passati dunque alla fase delle misure. Un bambino lanciava la palla lungo la striscia rossa, un bambino la fermava a 3 metri e un altro cronometrava il tempo che la palla impiegava per percorrere lo spazio. L'esperimento è stato ripetuto tre volte con alunni diversi. Sono stati ottenuti i seguenti risultati:

	SPAZIO	TEMPO
1° lancio	3 metri	1,42 secondi
2° lancio	3 metri	4,35 secondi
3° lancio	3 metri	1,94 secondi

Successivamente, si è chiesto agli alunni di esprimere le loro opinioni in merito ai 3 lanci effettuati. In particolare, un'alunna ha dichiarato che: *Il tempo non è uguale e lo spazio sì*, mentre un'altra ha sottolineato che: *È così in base al movimento e alla velocità*.

Obiettivo dell'esperimento: Analizzare il moto dei corpi

**MATERIALE OCCORRENTE**

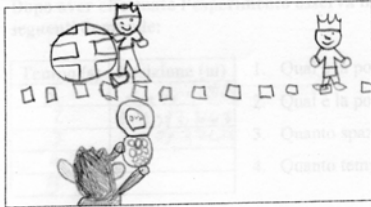
- Palla
- Nastro adesivo colorato
- Computer
- Proiettore

**STRUMENTI:**

- Cronometro
- Metro
- Sensore di movimento

**ATTIVITÀ N° 1: MOTO DELLA PALLA**

Disegna lo studio del moto della palla sul pavimento



Osserva il fenomeno, quali grandezze studiamo in questo esperimento?

1 spazio
2 tempo
3
4

Riporta le misure che sono state rilevate in una tabella:

	SPAZIO	TEMPO
1° lancio	3 m	1,42 s
2° lancio	3 m	4,35 s
3° lancio	3 m	1,94 s

Osservazioni:

*Il tempo non è uguale ma i metri sono sempre 3 m  
 1°, 2°, 3° lancio hanno velocità diverse e spazio uguale*

Obiettivo dell'esperimento: Analizzare il moto dei corpi

**MATERIALE OCCORRENTE**

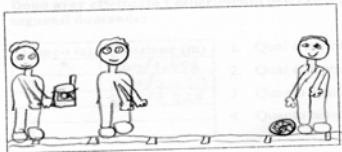
- Palla
- Nastro adesivo colorato
- Computer
- Proiettore

**STRUMENTI:**

- Cronometro
- Metro
- Sensore di movimento

**ATTIVITÀ N° 1: MOTO DELLA PALLA**

Disegna lo studio del moto della palla sul pavimento



Osserva il fenomeno, quali grandezze studiamo in questo esperimento?

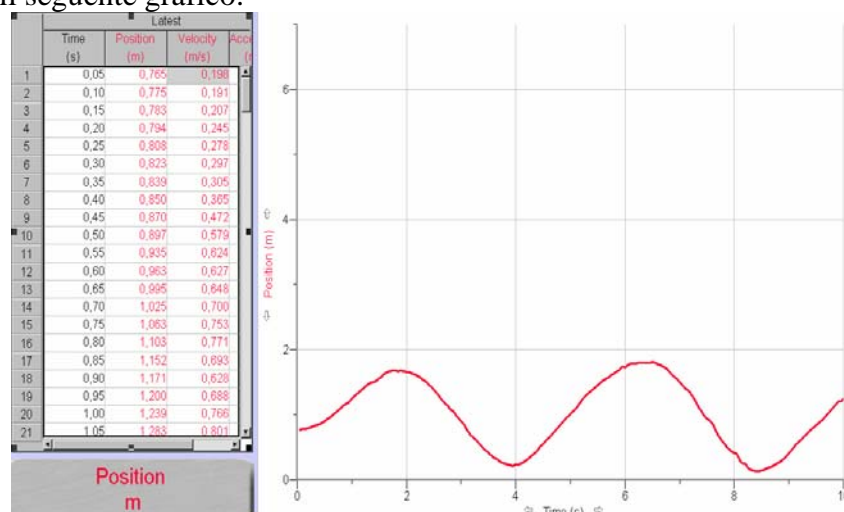
1	spazio
2	tempo
3	
4	

Riporta le misure che sono state rilevate in una tabella:

	spazio	tempo
1° lancio	3 m	1,147 sec
2° lancio	3 m	1,235 sec
3° lancio	3 m	1,942 sec

Osservazioni:  
 Il tempo non è uguale invece lo spazio è uguale.

Quindi è stato introdotto il sensore di movimento per studiare il moto della palla, ottenendo il seguente grafico:

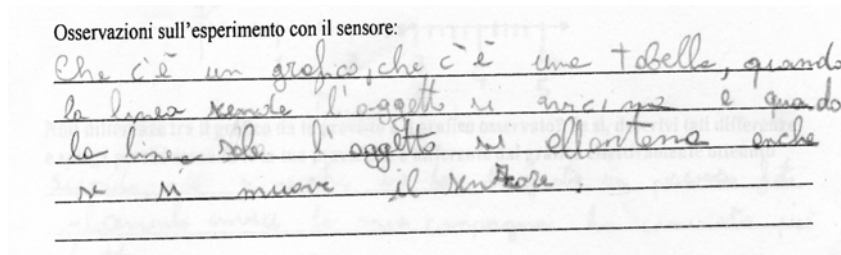


Il gruppo classe non era a conoscenza di cosa fosse un grafico cartesiano, dunque è stato spiegato che esso è costituito da due assi, l'asse delle ascisse e l'asse delle ordinate. Si è cercato di focalizzare l'attenzione degli studenti sulle grandezze rappresentate nel grafico. Pochi di loro hanno risposto correttamente, spiegando che lo spazio viene riportato sull'asse verticale e il tempo sull'asse orizzontale.

Gli alunni si sono chiesti cosa potesse essere “la linea rossa”. Osservando la produzione in tempo reale di altri grafici gli alunni hanno notato che questa linea rossa cresceva o decresceva, ma avendo effettuato i movimenti in maniera casuale, non capivano secondo quale criterio la linea potesse cambiare l'andamento.

Successivamente, gli allievi sono stati lasciati liberi di comprendere il funzionamento del sensore e di sperimentare in modo diretto. Una bambina ha osservato che allontanando la mano dal sensore la linea del grafico “saliva” e quando la avvicinava la linea “scendeva”. Hanno anche osservato che quando il corpo rimane fermo la linea è dritta. Per fare notare agli alunni che tale osservazione era corretta, sono stati prodotti

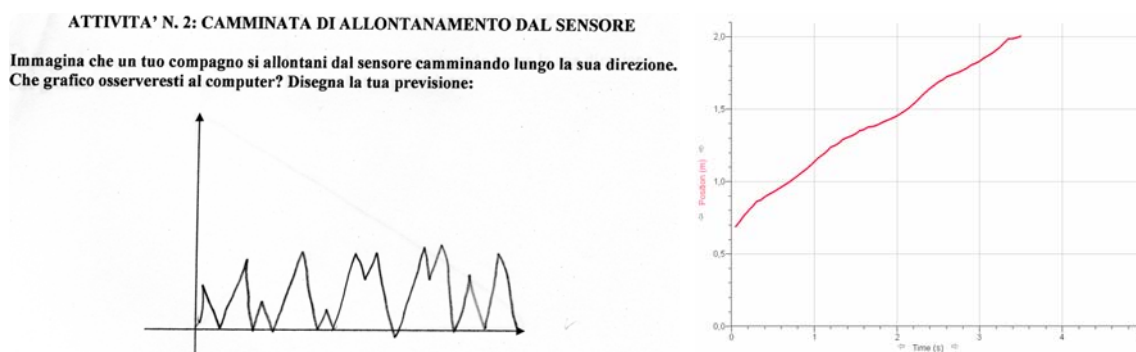
grafici allontanato ed avvicinato il sensore dal pavimento, facendo rilevare che l'andamento del grafico era lo stesso e che quindi nonostante cambiasse il corpo in movimento rispetto al sensore, cioè prima la mano e poi il pavimento, il risultato rimaneva invariato. Per avvalorare la tesi che l'andamento della linea non cambiava, anche se il corpo era diverso, due allievi hanno ripetuto l'esperimento della palla con il sensore facendola allontanare ed avvicinare da esso. Ogni alunno ha messo per iscritto le osservazioni in merito all'esperimento sul sensore. La maggior parte degli allievi hanno scritto che era presente un grafico e una tabella, tale che quando la *linea scende* l'oggetto si avvicina e quando la *linea sale* l'oggetto si allontana (si veda Lakoff & Núñez).



A tal proposito, si è ritenuto opportuno ridefinire i termini da loro formulati, introducendo i concetti di *crescita*, *decrescita* e *costanza*.

È stato chiesto agli alunni di esprimere la propria opinione su come potesse funzionare lo strumento e come esso potesse percepire il movimento. Le ipotesi formulate dagli alunni sono state varie: alcuni hanno detto che funzionava ad infrarossi, altri che lavora perché collegato al computer. Una bambina ha affermato che il sensore *emetteva lo spazio dell'aria*. È stato spiegato che il sensore ha un funzionamento analogo a quello dei radar che si trovano sulle navi. Esso emette ultrasuoni che se trovano un ostacolo rimbalzano e la misura della distanza viene fatta in relazione al tempo impiegato dall'ultrasuono a tornare indietro.

Si è passati alla seconda attività, ovvero allo studio della camminata di solo allontanamento dal sensore. Ognuno ha disegnato la propria previsione, che nella maggior parte dei casi si è rivelata errata, nonostante la verbalizzazione dell'attività precedente.



L'esperimento è stato ripetuto per tre volte con tre alunni diversi, per sottolineare il fatto che anche se il soggetto cambia l'andamento del grafico rimane lo stesso, cioè *crescente*.

Gli alunni hanno risposto alle seguenti domande:

Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico, completa la tabella e rispondi alle seguenti domande:

Tempo (s)	Posizione (m)
1	1,40 / 1,478
2	2,60 / 2,443
3	3,10 / 3,249
4	
5	

1. Qual è la posizione di partenza? *60 Km 60 m / 0,617*
2. Qual è la posizione di arrivo? *3,420 / 3,420*
3. Quanto spazio è stato percorso? *3,420 - 0,617 = 2,803*
4. Quanto tempo è trascorso? *3,30 sec*

Alcuni studenti hanno notato che in uno dei tre esperimenti un compagno, essendosi mosso più lentamente, ha generato una linea meno ripida e quindi hanno dedotto che il grado di pendenza della linea variava a seconda della velocità del movimento del compagno. Successivamente, gli allievi hanno disegnato sulla loro scheda il grafico che osservavano al computer e nella parte sottostante dovevano scrivere se vi erano differenze tra il grafico previsto precedentemente e quello effettivamente ottenuto. Molti allievi hanno risposto sinteticamente che le differenze tra i due grafici erano *molte*. Da ciò si deduce che non erano pienamente consapevoli di quanto osservato. Un bambino ha scritto:

Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto  
*Non so se di questa cosa ma noto qualche differenza perché non lo so fare ma poi lo capito e lo so fare.*

Mentre, una bambina che aveva disegnato l'andamento corretto, ha risposto:

Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto  
*Secondo me sì perché io ho disegnato un percorso <sup>Tempo</sup> più veloce invece la mia compagna ha camminato più dritta*

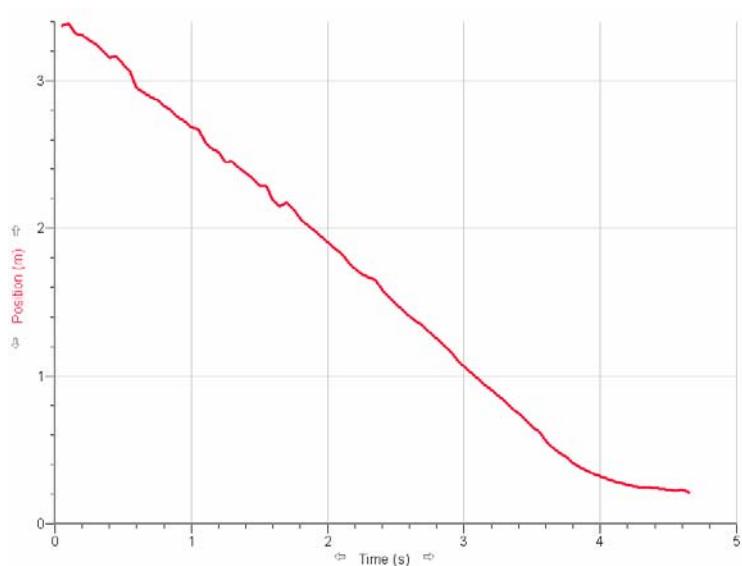
Dunque questa alunna ha messo a confronto la pendenza dei due grafici.

Per la terza attività, cioè la camminata di avvicinamento al sensore, gli alunni hanno disegnato la loro previsione che, al contrario dell'esperimento precedente, nella maggior parte dei casi è risultata corretta.

**ATTIVITA' N. 3: CAMMINATA DI AVVICINAMENTO AL SENSORE**

Immagina che un tuo compagno si avvicini al sensore camminando lungo la sua direzione.  
 Che grafico osserveresti al computer? Disegna la tua previsione:

Successivamente alcuni di loro hanno effettuato l'esperimento. Tutti hanno osservato che la linea riportata sul grafico decresceva.



Prendendo in considerazione un grafico gli alunni hanno risposto alle stesse domande dell'attività precedente:

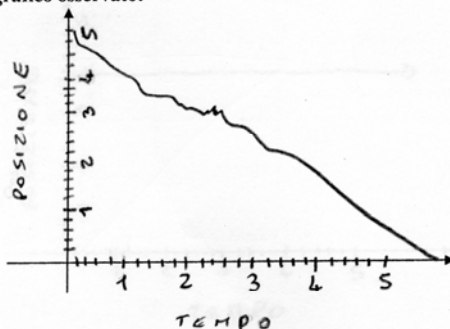
Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico, completa la tabella e rispondi alle seguenti domande:

Tempo (s)	Posizione (m)
1	2,80   2,683
2	1,95   1,906
3	1,09   1,068
4	0,30   0,221
5	

- Qual è la posizione di partenza? 3,40 | 3,369
- Qual è la posizione di arrivo? 0,19 | 0,212
- Quanto spazio è stato percorso? 3,369 | 0,212
- Quanto tempo è trascorso? 4,93 | 4,65

Si è chiesto agli allievi di riportare sulla scheda il grafico osservato. Per fare ciò l'insegnante ha suggerito di utilizzare un righello, al fine di ottenere una riproduzione del grafico più fedele possibile e far confrontare gli allievi con l'*unità di misura*. È stato richiesto di commentare eventuali differenze tra il grafico previsto e quello osservato. La maggior parte della classe ha scritto che *non vi erano differenze* e ciò avvalorava l'ipotesi che gli alunni avevano in parte acquisito il concetto di grafico che *cresce e decresce*.

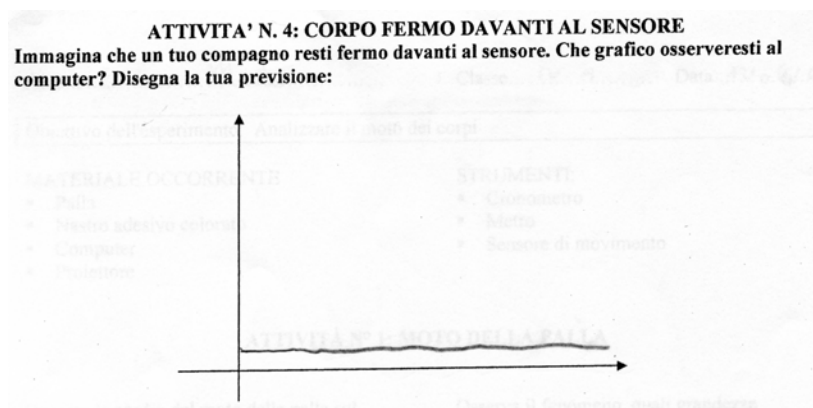
Disegna il grafico osservato:



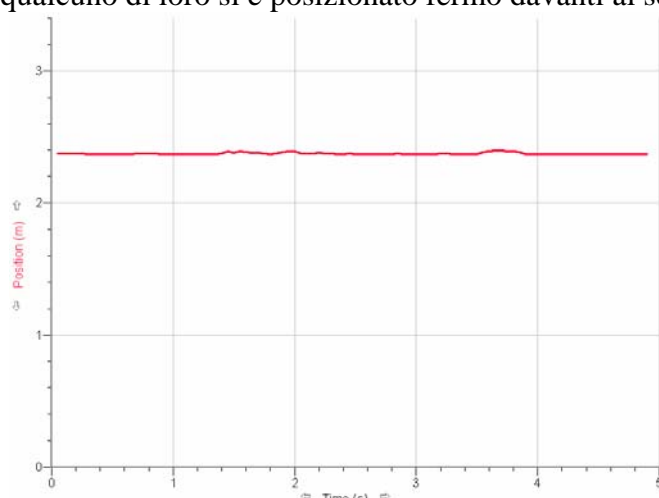
Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto  
No non ci sono differenze.

La quarta attività consisteva nel posizionare davanti il sensore un corpo fermo. Si è chiesto agli allievi di formulare le loro previsioni.





Successivamente qualcuno di loro si è posizionato fermo davanti al sensore.



Gli allievi, come avevano ben previsto, hanno osservato che la linea era orizzontale, però alcuni di loro si sono chiesti perché alcune volte la linea era più bassa e altre volte era più alta. In riferimento a ciò, si evidenzia che nel gruppo classe il grafico viene visualizzato in termini di altezza. Facendo ripetere l'esperimento a due allievi, si è fatto notare che se il compagno si fosse posizionato più lontano rispetto al sensore la linea sarebbe stata rappresentata nella parte più alta del grafico, perché c'era maggiore spazio tra il corpo del compagno e lo strumento; viceversa, se il compagno si fosse collocato più vicino al sensore, la linea sarebbe stata più bassa, perché c'è meno spazio tra il soggetto e lo strumento. Una bambina ha notato che nonostante cambiasse la distanza dallo strumento la linea tracciata era sempre *dritta*, nel senso di orizzontale. Prendendo in esame uno dei grafici risultanti dall'esperimento, gli allievi hanno risposto alle stesse domande degli esercizi precedenti relativi allo spazio e al tempo.

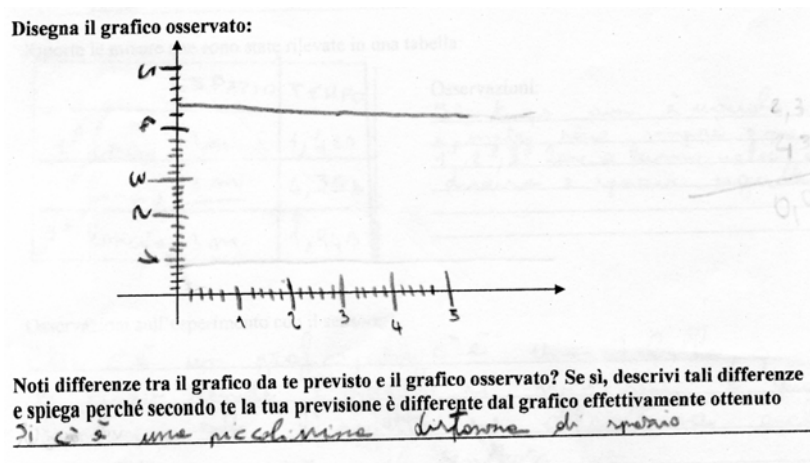
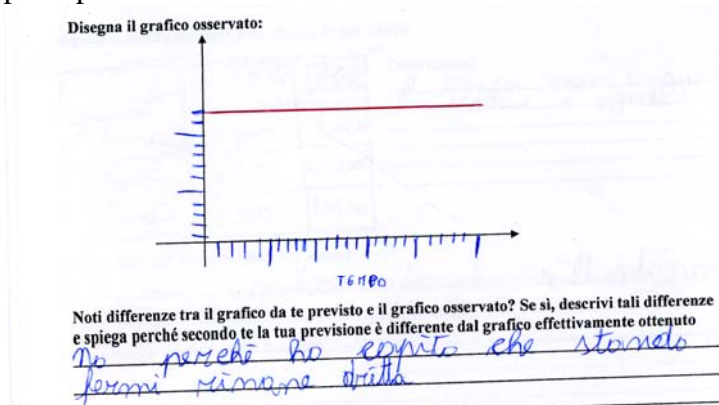
Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico, completa la tabella e rispondi alle seguenti domande:

Tempo (s)	Posizione (m)
1	2,40 / 2,370
2	2,370 / 2,389
3	2,365 / 2,366
4	2,398 / 2,366
5	2,377 / 2,369

9. Qual è la posizione di partenza? ... 2,20 / 2,375
10. Qual è la posizione di arrivo? ... 1,20 / 2,369
11. Quanto spazio è stato percorso? ... 0,996
12. Quanto tempo è trascorso? ... 5(2) / 4,90(5)

Infine, gli studenti hanno riportato sulla scheda il grafico osservato, hanno scritto le differenze tra le loro previsioni ed esso. La maggior parte affermato che non vi erano

differenze, ad eccezione di qualcuno che ha precisato che la differenza consisteva nelle distanze del corpo rispetto al sensore.

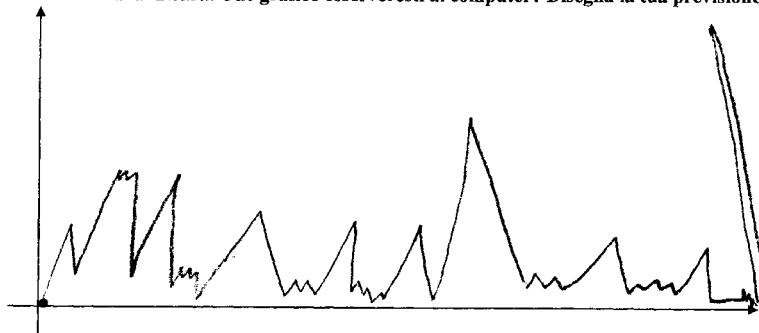


Si è così conclusa la prima lezione laboratoriale.

Durante il secondo intervento didattico è stata effettuata la camminata di allontanamento e avvicinamento davanti al sensore, mettendo maggiormente in evidenza la differenza di velocità nei vari tratti. Si è chiesto agli allievi di tracciare il grafico di previsione.

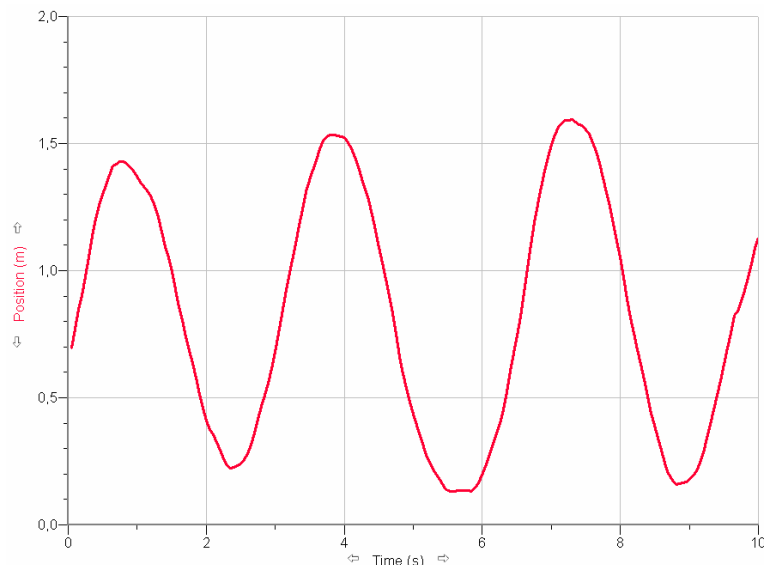
#### ATTIVITA' N. 5: CAMMINATA DI ALLONTANAMENTO E AVVICINAMENTO

Immagina che un tuo compagno, partendo da una posizione vicina al sensore, cammini lungo la direzione del sensore allontanandoti e avvicinandoti rispetto ad esso, fino a quando non viene interrotta la misura. Che grafico osserveresti al computer? Disegna la tua previsione:



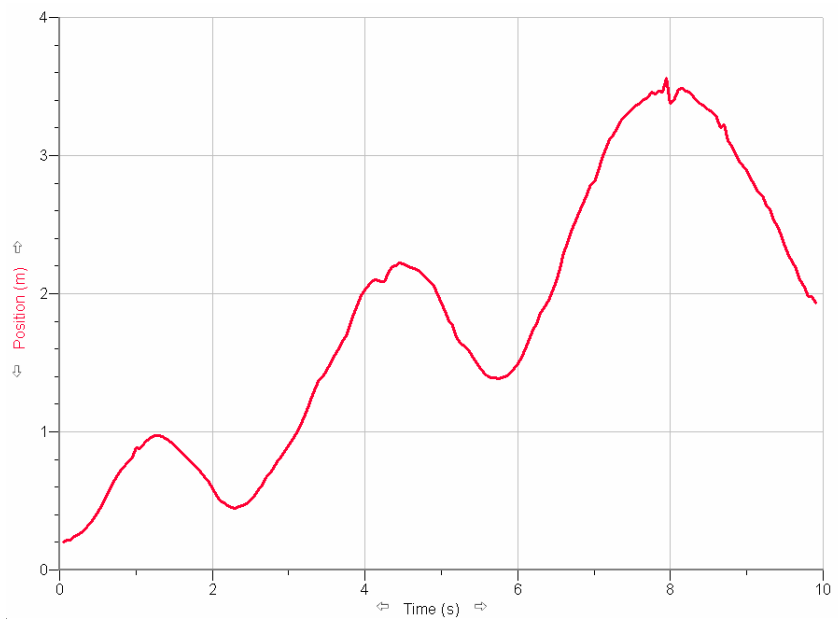
Successivamente, è stato effettuato l’esperimento in cui una bambina si è mossa allontanandosi e avvicinandosi dallo strumento. La stessa bambina ha chiesto cosa sarebbe accaduto se a un tratto lei si fosse fermata. È stato verificato che si sarebbe visualizzata una linea orizzontale, in accordo con le previsioni fatte. Riteniamo che la bambina abbia posto questa domanda non perché non avesse assimilato quanto studiato precedentemente, ma perché aveva difficoltà a connettere le conoscenze acquisite, trattandosi in questo caso di moto misto.

Successivamente si è fatto ripetere l’esperimento ad altri bambini, chiedendo di allontanarsi e avvicinarsi dal sensore con velocità diverse.



Durante l’esecuzione dell’esperimento si è fatto notare che nei momenti in cui il compagno si muoveva con velocità maggiore la linea sul grafico aveva maggiore pendenza. L’intervallo di tempo era minore, proprio perché era più veloce nel compiere il movimento.

Prendendo in esame un esperimento effettuato da un bambino davanti al sensore, gli alunni hanno osservato ogni tratto di allontanamento e avvicinamento, per un totale di 3 allontanamenti e di 3 avvicinamenti. Per ognuno di essi hanno riportato il tempo iniziale, lo spazio iniziale, il tempo finale, lo spazio finale, il tempo impiegato e lo spazio percorso.

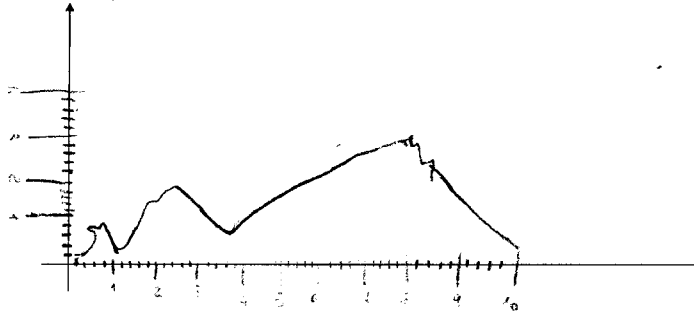


Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico e completa la seguente tabella:

TRATTO	Tempo iniziale	Spazio iniziale	Tempo finale	Spazio finale	Tempo impiegato	Spazio percorso
Allontanamento 1	0,05 sec	0,20 m	1,25 sec	0,97 m	1,20 sec	0,77 m
Avvicinamento 1	1,26 sec	0,98 m	2,15 sec	0,45 m	0,89 sec	0,53 m
Allontanamento 2	2,16 sec	0,46 m	4,80 sec	2,20 m	2,64 sec	1,74 m
Avvicinamento 2	4,81 sec	2,21 m	5,85 sec	1,40 m	1,04 sec	0,81 m
Allontanamento 3	5,86 sec	1,40 m	8,20 sec	3,5 m	2,34 sec	2,09 m
Avvicinamento 3	8,21 sec	3,6 m	9,90 sec	1,90 m	1,69 sec	1,7 m

Successivamente hanno riportato sulla scheda il grafico osservato.

Disegna il grafico osservato:



Dopo, hanno scritto se vi erano differenze con quello previsto e la maggior parte degli allievi ha risposto che non vi erano differenze tra i due grafici, mentre alcuni hanno precisato che c'erano alcune differenze relative alla velocità della camminata.

Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto  
*no non c'è una differenza che ho notato ho detto una come quello del computer*

Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto

Il grafico del computer è una parabola che comincia  
più in alto al mio è una parabola che  
comincia più in basso un po' di differenza c'è

Di seguito, gli alunni hanno risposto alle seguenti domande:

Rispondi alle seguenti domande:

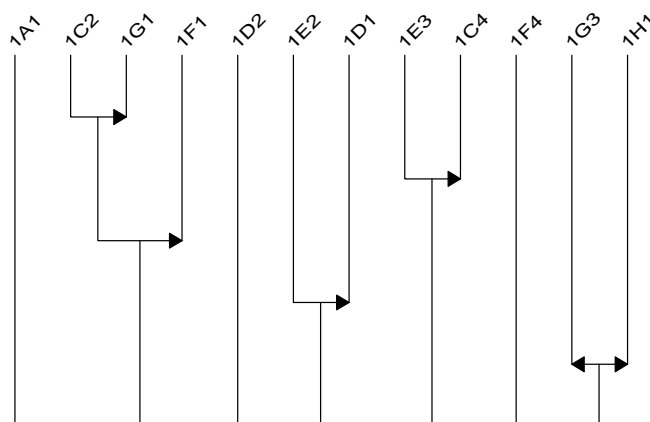
1. Quanto tempo è trascorso in totale? 10 secondi
2. Qual è la posizione di partenza? 0,20 metri
3. Qual è la posizione di arrivo? 1,90 metri
4. Qual è la distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo? 1,70 metri
5. Quando ha raggiunto la massima distanza rispetto al sensore? 8 secondi
6. Qual è la massima distanza raggiunta? 3,5 metri
7. Quando ha raggiunto la minima distanza rispetto al sensore? 2,5 secondi
8. Qual è la minima distanza raggiunta? 0,42 metri
9. Osservando il grafico, secondo te, in quale tratto di allontanamento la velocità è maggiore e perché? nel terzo allontanamento Giuseppe comincia forte e la linea in mano ha salite
10. Osservando il grafico, secondo te, in quale tratto di avvicinamento la velocità è maggiore e perché? nel primo tratto perché impiega meno tempo

Queste domande hanno guidato gli alunni nella lettura del grafico e hanno permesso loro di capire che la velocità maggiore era osservabile prendendo in considerazione la maggiore pendenza o il minor tempo impiegato per effettuare il movimento. In quest'ultima attività, gli alunni non hanno mostrato difficoltà nel capire che l'andamento del grafico sarebbe stato rappresentato da una linea che cresceva e decresceva. Piuttosto, hanno avuto qualche perplessità iniziale nel comprendere la velocità espressa nel grafico tramite la pendenza o il minor tempo trascorso. Dopo i vari esempi, gli allievi hanno capito in quali tratti la velocità era maggiore usando nella maggioranza dei casi il concetto di pendenza. Si è notato anche come gli studenti al concetto di *velocità maggiore* associassero solamente la *distanza massima* raggiunta, indicandola tramite l'espressione “il punto più alto del grafico”.

### Analisi del post-test

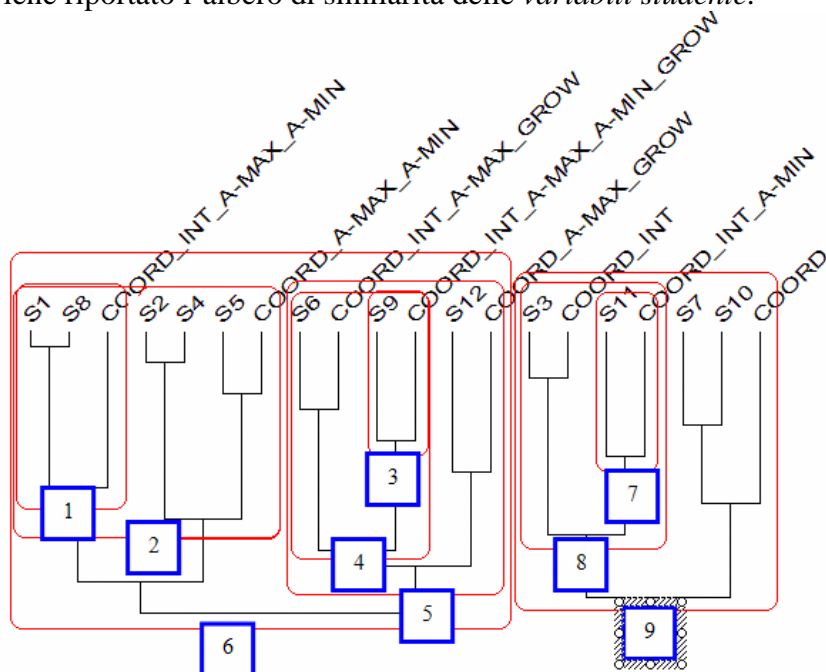
Nel post-test sono emersi molti cambiamenti e buoni risultati rispetto al pre-test, poiché tutti gli alunni sono stati in grado di rispondere correttamente alla maggior parte delle domande, superando le difficoltà incontrate precedentemente e mostrando una padronanza ed acquisizione del linguaggio specifico richiesto dai vari esercizi. Infatti, tutti gli alunni successivamente all'intervento didattico sono stati in grado di leggere le coordinate in un piano cartesiano. La maggior parte ha compreso cosa si intendesse per tempo iniziale e finale, posizione di partenza e di arrivo, tempo trascorso in totale e distanza tra la posizione di partenza e quella di arrivo. Naturalmente, ogni bambino ha risposto in maniera personale e anche tra le varie risposte esatte si evidenziavano risposte migliori e più complete rispetto ad altre altrettanto corrette. La varietà delle risposte è riportata nell'analisi a priori. Dunque, i risultati sperimentali hanno confermato le precedenti ricerche sull'utilizzo del sensore di moto in attività laboratoriali sulla lettura, comprensione di grafici cinematici, corroborando la validità di tale strumento.

Per quanto riguarda il primo esercizio, il cui svolgimento costituisce una risposta alla domanda di ricerca, è stato ottenuto il seguente grafo implicativo:



In esso compare un'implicazione forte della variabile 1C2 verso 1G1. Questo evidenzia che la competenza relativa alla lettura dei massimi relativi non costituisce un prerequisito per la corretta identificazione del minimo assoluto. Tale coppia di variabili implica 1F1, ovvero, la corretta identificazione del massimo assoluto. L'implicazione tra 1E3 e 1C4 si riferisce a due comportamenti di errata interpretazione del grafico. L'implicazione tra 1E2 e 1D1 mostra che la competenza di *formulare ipotesi sulla base di dati sperimentali* non costituisce prerequisito per la lettura dell'ampiezza degli intervalli.

Di seguito viene riportato l'albero di similarità delle *variabili studente*:



In tale grafico sono evidenti 9 raggruppamenti di variabili simili:

- Il gruppo 1, di cui fanno parte S1 e S8, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo, il massimo e minimo assoluto;
- Il gruppo 2, di cui fanno parte S2, S4, S5 e il gruppo 1, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo, il massimo e minimo assoluto;
- Il gruppo 3, di cui fa parte S9, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo, il massimo e minimo assoluto e la crescita;
- Il gruppo 3, di cui fa parte S9, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo, il massimo e minimo assoluto e la crescita;
- Il gruppo 4, di cui fa parte S3 e il gruppo 3, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo, il massimo assoluto e la crescita;
- Il gruppo 5, di cui fa parte S12 e il gruppo 4, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, il massimo assoluto e la crescita;
- Il gruppo 6, di cui fanno parte i gruppi 2 e 5, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane e il massimo assoluto;
- Il gruppo 7, di cui fa parte S11, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane, l'ampiezza dell'intervallo e il minimo assoluto;
- Il gruppo 8, di cui fanno parte S3 e il gruppo 7, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane e l'ampiezza dell'intervallo;
- Il gruppo 9, di cui fanno parte S7, S10 e il gruppo 8, è costituito dagli studenti che sono stati in grado di leggere le coordinate cartesiane.

Dal precedente albero di similarità possiamo ricavare le seguenti occorrenze delle competenze possedute dagli studenti prima dello svolgimento delle lezioni laboratoriali:

	COORD	INT	A-MAX	A-MIN	GROW
N° studenti, post-test	12	6	8	7	3

### **CONCLUSIONI**

I risultati sperimentali mostrano che l'uso del sensore di movimento sviluppa le competenze di lettura, comprensione e predizione di grafici cinematici, corroborando l'ipotesi di ricerca. Questo strumento permette di studiare i passi del processo di modellizzazione del fenomeno reale “moto rettilineo” e fornirne rappresentazioni matematiche in tempo reale. Tramite l'esperienza diretta con il proprio corpo gli alunni hanno avuto la possibilità di formulare ipotesi, confrontarsi con le loro previsioni e poterle correggere o confermarle, creando momenti di discussione e di risoluzione collettiva. Durante l'intervento didattico si è notato come l'utilizzo del sensore di movimento sia stato un utile mezzo per accrescere la motivazione ad apprendere degli alunni, poiché attratti da questo strumento erano maggiormente coinvolti dall'attività didattica ed erano maggiormente spinti nello sperimentare nuovi fenomeni e trovare soluzioni ai vari problemi.

La validità di questo strumento è supportata dalla teoria cognitiva dell'*Embodiment* poiché secondo tale teoria la nostra mente concettualizza una funzione come un punto

che si muove su un piano e l'uso del sensore di movimento induce questo tipo di concettualizzazione. Tale dispositivo ha catalizzato il processo di *Embodiment*, dando la possibilità a tutti gli alunni di sperimentare attraverso il proprio corpo concetti fisici e matematici astratti. Usando il sensore gli studenti internalizzano le competenze di lettura, comprensione e predizione di grafici cinematici e diventano in grado di applicare tali competenze in altri contesti.

In particolare la nostra ricerca mostra maggiori miglioramenti nella lettura di un grafico di funzione che rappresenta un fenomeno statistico. Dal confronto tra dell'analisi del pre- e post-test emerge che buona parte degli studenti ha raggiunto le competenze fissate, relative a funzioni di questo tipo. Il dato più significativo è sicuramente quello relativo alla lettura delle coordinate, infatti l'analisi fatta mostra che tutti gli studenti in seguito all'attività laboratoriale hanno acquisito tale competenza. Vi sono stati miglioramenti nella lettura dell'ampiezza di un intervallo, di un massimo o minimo assoluto e del grado di crescita. Non vi sono stati miglioramenti per quanto riguarda la formulazione di ipotesi sulla base di dati sperimentali e la lettura dei massimi relativi. Questo probabilmente è dovuto al fatto che tali competenze presentano un livello di difficoltà superiore rispetto alle precedenti, pertanto necessitano di tempi più lunghi di apprendimento, che purtroppo non sono stati disponibili in fase sperimentale.



## BIBLIOGRAFIA

- Allevi, C., & Fontolan A. (2007). *Passaporto per...* Milano: Mondadori Scuola.
- Arzarello, F., Robutti O. (2004) *Approaching functions thought motion experiments*, Educational Studies in Mathematics, vol.57-3.
- Arzarello F., Robutti O. (2008). *Framing the embodiment mind approach within a multimodal paradigm*. In: L. English. Handbook Of International Research In Mathematics Education. (pp 720-749). ISBN: 10:0-8058-5875-X. NEW YORK: Routledge.
- Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2008). *Semiotic Mediation in the Mathematics classroom: Artefacts and Signs after a Vygotskian Perspective*. In L. English et al. (eds.), Handbook of International Research in Mathematics Education, LEA, USA
- Bernhard J., (2001), *Physics Learning and Microcomputer Based Laboratory (MBL) - Learning effects of using MBL as a technological and as a cognitive tool*. Proceedings of ESERA2001, Science Education Research in the Knowledge Based Society, Thessaloniki, 21 - 25 August.
- Blum, W., & Niss, M. (1989). Mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. In W. Blum, M. Niss, & I. Huntley (Eds.), *Modelling, applications and applied problem solving: Teaching mathematics in a real context* (pp. 1- 21). London: Ellis Horwood.
- Brandi, L., & Bigagli, A. (2004). *Neuroni specchio, linguaggio e autismo*. Quaderni del Dipartimento di Linguistica dell’Università di Firenze 14: 153-162.
- Brousseau, G. (1997) *Theory of Didactical Situations in Mathematics*, Editorial Kluwer Academic Publishers.
- Burkhardt H., (2006), *Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future*. ZDM. Vol. (38)2, 178-195)
- Carletti A. & Varani A., (2005), *Didattica costruttivista. Dalla teoria alla pratica in classe*, Erickson, Trento
- Castelnuovo, E. (1963). *Didattica della matematica*. Firenze: La Nuova Italia.
- Colosio G., & Giliani T. (2001). *Impariamo matematica*. Brescia: Editrice La Scuola.
- D’Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Di Maria F, Sprini, G., & Vaccina, F. (1973). *Influenza delle attitudini sull’apprendimento della fisica realizzato con una metodologia attiva*. Palermo: STASS.
- Duval, R. (1993). *Registres de Representation Semiotique et Fonctionnement Cognitif de la Pensee*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 37-65. IREM de Strasbourg
- Fantauzzo, G., & Roccella, M. (2008). *Acquisizione e sviluppo del linguaggio nel bambino bilingue. Aspetti dell’apprendimento in una prospettiva interculturale e plurilingue*. Palermo: Carbone Editore.
- Fazio C., & Spagnolo F. (2008). *Conceptions on Modelling Processes in Italian High School Mathematics and Physics Prospective Teachers*, South African Journal of Education, Vol 28:469-487.
- Frabboni, F. & Pinto Minerva F. (1994). *Manuale di pedagogia generale*. Roma-Bari: Laterza.

- Frabboni, F. (2004). *Tecnologia e informatica dai tre anni all'età adulta*. Napoli: Tecnodid.
- Gallese, V., et all. (1996). *G. Action recognition in the premotor cortex*. Brain 119: 593-609.
- Gallese, V. (2003). *The roots of empathy: the shared manifold hypothesis and the neural basis of intersubjectivity*. Psychopathology, Vol. 36, No. 4, 171-180.
- Gallese, V. & Lakoff, G. (2005). *The Brain's Concepts: the Role of the Sensory-Motor System in Conceptual Knowledge*. Cognitive Neuropsychology.
- Gilbert J.K., Boulter C. and Rutherford M. (1998), *Models in explanations: part 1, horses for courses?*. International Journal of Science Education, 20, 83-97.
- Gras, R. (2000). *I fondamenti dell'analisi statistica implicativa*. Quaderni di Ricerca in Didattica, 9, pp.189-209.
- Gras R., Suzuki E., Guillet F., & Spagnolo F. (2008). *Statistical Implicative Analysis*, Springer, Verlag Berlin Heidelberg.
- Kline, M. (1991). *Storia del pensiero matematico*. Torino: Einaudi.
- Krusberg, Z. A. C. (2007). Emerging Technologies in Physics Education, J Sci Educ Technol, 16:401–411
- Lakoff, G., & Núñez, R. (1998). *Conceptual Metaphor in Mathematics*. In J.P. Koenig (Ed.), *Discourse and Cognition: Bridging the Gap*. Stanford, CA: CSLI/Cambridge University Press.
- Lakoff G., Núñez R.E. (2005). *Da dove viene la matematica*. Torino: Bollati Boringhieri.
- Liberman I.Y., & Mattingly I.G. (1985): *The motor theory of speech perception revised*. Cognition, Vol. 21, 1-36.
- Liberman, A.M.; Mattingly (1989).I.G.: *A specialization for speech perception*. Reply. Science. 244: 1530–1531.
- Lingefjärd T., (2006), *Faces of mathematical modelling*. ZDM, Vol. 38(2), 96-112.
- Lo Cicero, M.L. (2008). *Under standing a cartesian graph using the motion sensor*. Acta Didactica. Nitra.
- Lucaroni I., & Mosconi E. (2008). *Galileo*. Ancona: I Saperi.
- Ministero della Pubblica Istruzione, (2007). *Indicazioni per il Curricolo*. Napoli: Tecnodid.
- Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Nunez, R. (2000). *Mathematical Idea Analysis: What Embodied Cognitive Science Can Say about the Human Nature of Mathematics*. Proceedings of PME-XXIV, Hiroshima, vol. I, pp. 3-21.
- Pellegrini G., Grassi L., Sassi A., & PRATI E. (2007). *Perché?!* Firenze: Giunti Scuola.
- Redazione CETEM, (2005). *Focus*. Milano: Cetem.
- Roth, W.M., (2004) *Toward an anthropology of graphing: Semiotic and activity-theoretic perspective*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer
- Scimone, A., & Spagnolo, F. (2005). *Argomentare e congetturare*. Palermo: Palumbo.
- Spagnolo, F. (1998). *Insegnare le Matematiche nella scuola secondaria*. Firenze: La Nuova Italia.
- Spagnolo, F. (2002). *L'analisi quantitativa e qualitativa dei dati sperimentali*. Quaderni di Ricerca in Didattica. Supplemento al n.10. Palermo: Pubblicazione on-

line nel sito [http://dipmath.unipa.it/~grim/quaderno\\_10.htm](http://dipmath.unipa.it/~grim/quaderno_10.htm) – ISSN on-line 1592-4424.

- Steels, L. (2000). *Language as a Complex Adaptive System*. In Schoenauer, M., editor, Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- Tall, D. (2000). *Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning)*. In Wei-Chi Yang, Sung-Chi Chu, Jen-Chung Chuan (Eds), Proceedings of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics, Chiang Mai, Thailand (pp. 3–20). ATCM Inc, Blackwood VA. ISBN 974-657-362-4.
- Tinker R. F. (1996), *Microcomputer-Based Labs: Educational Research and Standards*. NATO ASI Series F vol 156, Springer, Berlin.
- Thornton, R. K., & Sokoloff D. R. (1990) *Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools*, American J. of Physics, Vol. 58, 858-867
- Thornton R. K. (1997). *Learning Physics Concepts in the Introductory Course: Microcomputer-based Labs and Interactive Lecture Demonstrations*, in J Wilson (ed.) *Proc Conf on Intro Physics Course*, Wiley, New York, pp. 69–86.
- Vygotskij, L. S. (1974). *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori e altri scritti*. Giunti, Firenze
- Youshkevitch A.P. (1976). *The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century*. Archive for History of Exact Sciences, 16:37-85.
- Zadou-Näisky, G. (1965). *L'insegnamento delle scienze fisico-matematiche*. Bologna: La Nuova Italia Editrice.

**ALLEGATO N.1**

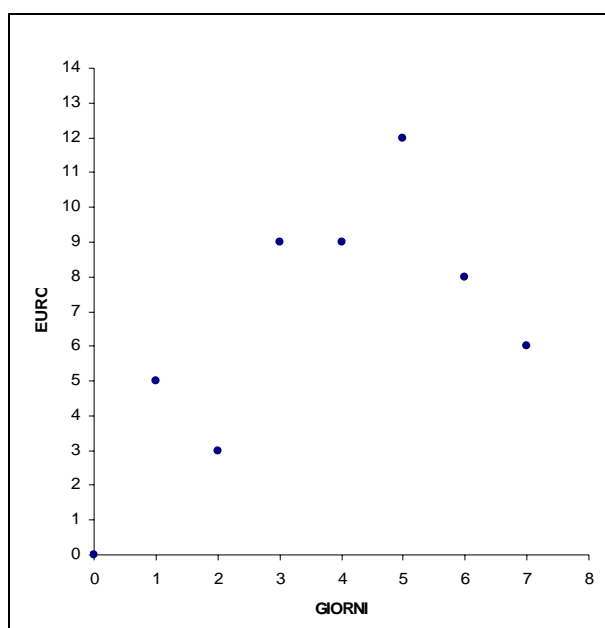
**PRE-TEST**

CLASSE:

SCUOLA:

DATA:

1. Il padre di Sara ha deciso di premiare la figlia ogni volta che prende un buon voto a scuola regalándole 5 euro, che lei può decidere di spendere o conservare, ma questa sarà la sua unica fonte di guadagno. Il grafico mostra l'andamento del denaro posseduto da Sara in una settimana. Osservalo e rispondi alle seguenti domande:

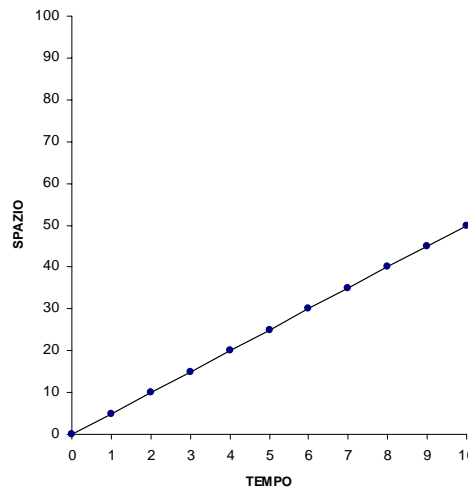
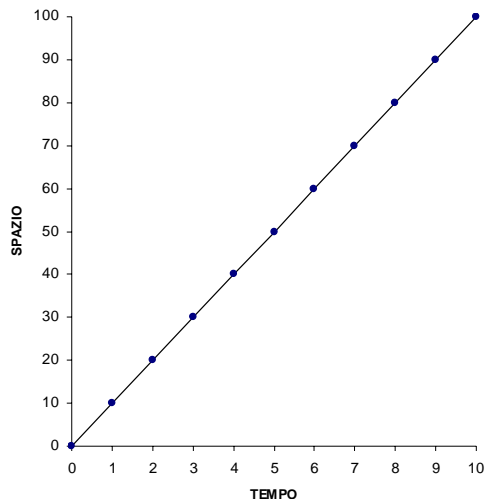


- a) Quanti euro Sara possedeva il 4° giorno?.....  
.....
- b) Quanti euro Sara possedeva il 7° giorno?.....  
.....
- c) In quali giorni Sara sicuramente ha preso un buon voto?.....  
.....
- d) Sapendo che Sara nel 2° giorno non ha preso un buon voto, in quel giorno quanti soldi ha speso?.....  
.....
- e) Potrebbe aver preso un buon voto il 6° giorno? (motiva la risposta).....  
.....
- f) In quale giorno Sara possiede più denaro?.....  
.....
- g) In quale giorno Sara possiede meno denaro? .....  
.....
- h) In quale giorno Sara ha accumulato più denaro rispetto al precedente?.....  
.....

2. Di seguito sono riportati tre grafici, in cui sull'asse verticale è riportato lo spazio percorso da un'automobile e sull'asse orizzontale è riportato il tempo impiegato.



3. Di seguito sono riportati due grafici, in cui sull'asse verticale è riportato lo spazio percorso da un'automobile e sull'asse orizzontale è riportato il tempo impiegato. Confrontali e spiega, secondo te, qual è la differenza.




---



---



---



---



---

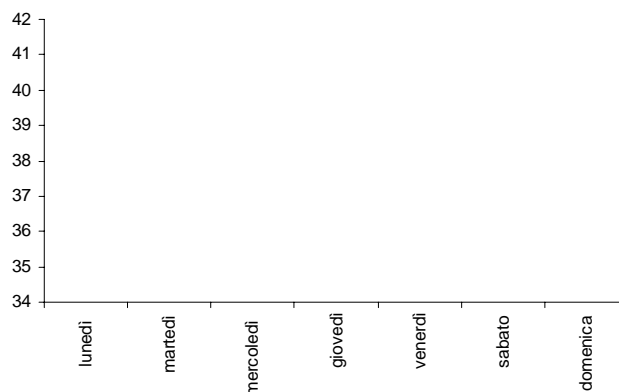
4. Spiega cosa è, secondo te, la *velocità* di un corpo:

---

5. Matteo si è ammalato e sua madre ogni giorno gli misura la temperatura:

- Il primo giorno è  $39^{\circ}\text{C}$
- Il secondo giorno è  $40^{\circ}\text{C}$
- Il terzo giorno è  $38,5^{\circ}\text{C}$
- Il quarto giorno è  $37^{\circ}\text{C}$
- Il quinto giorno è  $36,5^{\circ}\text{C}$

Segna con un punto sul grafico a fianco per ogni giorno il valore della temperatura



❖ Hai mai visto grafici di questo tipo? Se sì, dove?

---

**ALLEGATO N.2**

**1° SCHEDA DI LAVORO**

Alunno..... Classe..... Data  
.....

Obiettivo dell'esperimento: Analizzare il moto dei corpi

**MATERIALE OCCORRENTE**

- Palla
- Nastro adesivo colorato
- Computer
- Proiettore

**STRUMENTI:**

- Cronometro
- Metro
- Sensore di movimento

**ATTIVITÀ N° 1: MOTO DELLA PALLA**

Disegna lo studio del moto della palla  
sul pavimento



Osserva il fenomeno, quali grandezze  
studiamo in questo esperimento?

1
2
3
4

Riporta le misure che sono state rilevate in una tabella:

Osservazioni:

---

---

---

---

---

---

Osservazioni sull'esperimento con il sensore:

---

---

### ATTIVITA' N. 2: CAMMINATA DI ALLONTANAMENTO DAL SENSORE

**Immagina che un tuo compagno si allontani dal sensore camminando lungo la sua direzione. Che grafico osserveresti al computer? Disegna la tua previsione:**

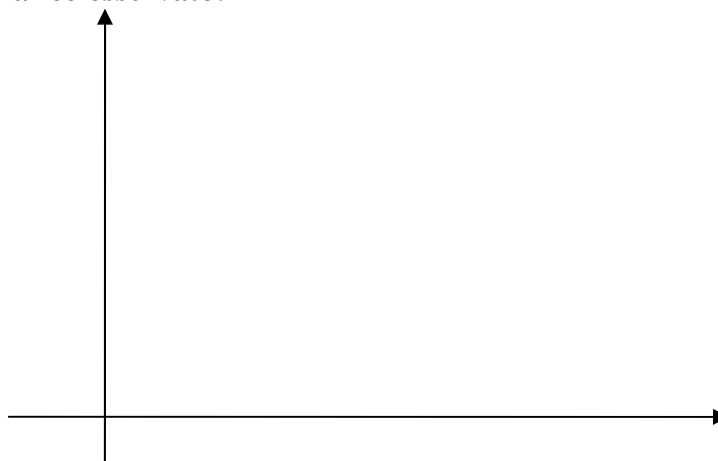


**Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico, completa la tabella e rispondi alle seguenti domande:**

<b>Tempo (s)</b>	<b>Posizione (m)</b>

1. Qual è la posizione di partenza?.....
2. Qual è la posizione di arrivo?.....
3. Quanto spazio è stato percorso?.....
4. Quanto tempo è trascorso?.....

**Disegna il grafico osservato:**



**Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto**

---

---



### ATTIVITA' N. 3: CAMMINATA DI AVVICINAMENTO AL SENSORE

Immagina che un tuo compagno si avvicini al sensore camminando lungo la sua direzione. Che grafico osserveresti al computer? Disegna la tua previsione:



Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico, completa la tabella e rispondi alle seguenti domande:

Tempo (s)	Posizione (m)

1. Qual è la posizione di partenza?.....
2. Qual è la posizione di arrivo?.....
3. Quanto spazio è stato percorso?.....
4. Quanto tempo è trascorso?.....

Disegna il grafico osservato:



Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto

---

---

**ATTIVITA' N. 4: CORPO FERMO DAVANTI AL SENSORE**

**Immagina che un tuo compagno resti fermo davanti al sensore. Che grafico osserveresti al computer? Disegna la tua previsione:**



**Dopo aver effettuato l'esperimento osserva il grafico, completa la tabella e rispondi alle seguenti domande:**

Tempo (s)	Posizione (m)

5. Qual è la posizione di partenza?.....
6. Qual è la posizione di arrivo?.....
7. Quanto spazio è stato percorso?.....
8. Quanto tempo è trascorso?.....

**Disegna il grafico osservato:**



**Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto**

---

---

**ALLEGATO N.3**

**2° SCHEDA DI LAVORO**

**ATTIVITA' N. 5: CAMMINATA DI ALLONTANAMENTO E  
AVVICINAMENTO**

**Immagina che un tuo compagno, partendo da una posizione vicina al sensore, cammini lungo la direzione del sensore allontanandosi e avvicinandosi rispetto ad esso, fino a quando non viene interrotta la misura. Che grafico osserveresti al computer? Disegna la tua previsione:**



**Dopo aver effettuato l'esperienza osserva il grafico e completa la seguente tabella:**

<b>TRATTO</b>	<b>Tempo iniziale</b>	<b>Spazio iniziale</b>	<b>Tempo finale</b>	<b>Spazio finale</b>	<b>Tempo impiegato</b>	<b>Spazio percorso</b>
Allontanamento 1						
Avvicinamento 1						
Allontanamento 2						
Avvicinamento 2						
Allontanamento 3						
Avvicinamento 3						

**Disegna il grafico osservato:**



**Noti differenze tra il grafico da te previsto e il grafico osservato? Se sì, descrivi tali differenze e spiega perché secondo te la tua previsione è differente dal grafico effettivamente ottenuto**

---

---

---

**Rispondi alle seguenti domande:**

1. Quanto tempo è trascorso in totale? \_\_\_\_\_
2. Qual è la posizione di partenza? \_\_\_\_\_
3. Qual è la posizione di arrivo? \_\_\_\_\_
4. Qual è la distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo? \_\_\_\_\_
5. Quando ha raggiunto la massima distanza rispetto al sensore? \_\_\_\_\_
6. Qual è la massima distanza raggiunta? \_\_\_\_\_
7. Quando ha raggiunto la minima distanza rispetto al sensore? \_\_\_\_\_
8. Qual è la minima distanza raggiunta? \_\_\_\_\_
9. Osservando il grafico, secondo te, in quale tratto di allontanamento la velocità è maggiore e perché? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
10. Osservando il grafico, secondo te, in quale tratto di avvicinamento la velocità è maggiore e perché? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## ALLEGATO N.4

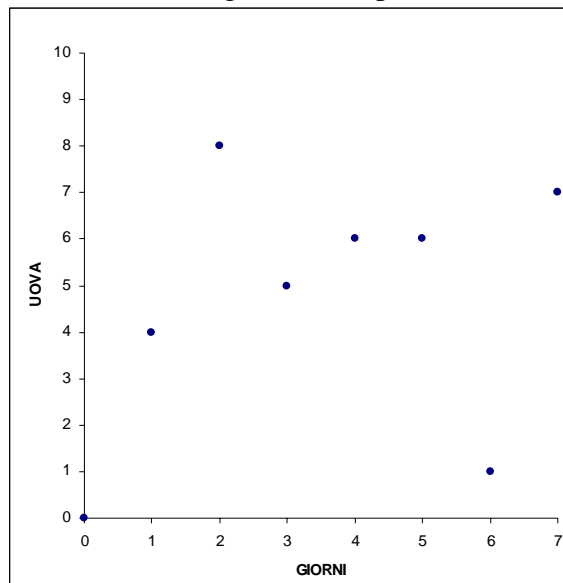
### POST-TEST

CLASSE:

SCUOLA:

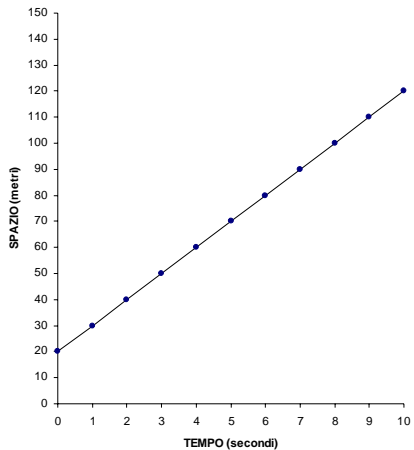
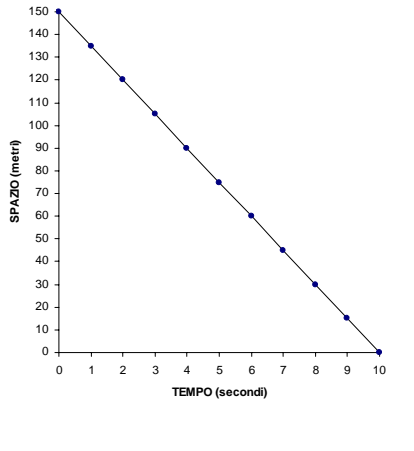
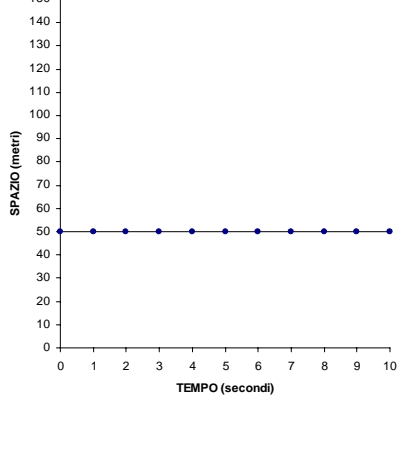
DATA:

La signora Maria vuole tenere sotto controllo il consumo di uova che si fa a casa sua in una settimana. Per fare ciò ogni sera, prima di andare a dormire, registra il numero di uova contenute nel frigorifero su un grafico, riportato di seguito. Ricorda che in casa della signora Maria soltanto lei si occupa di acquistare le uova e le acquista in confezioni da 6. Osserva attentamente il grafico e rispondi alle domande di seguito:

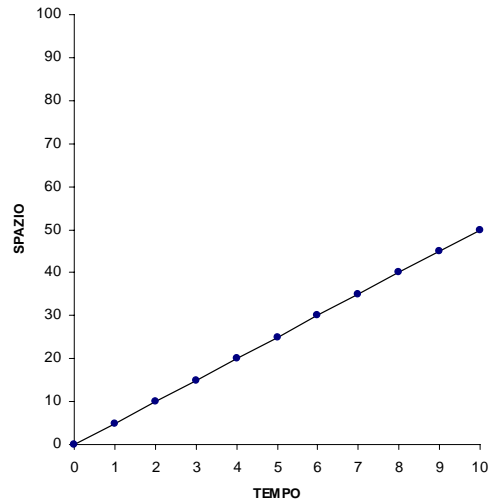
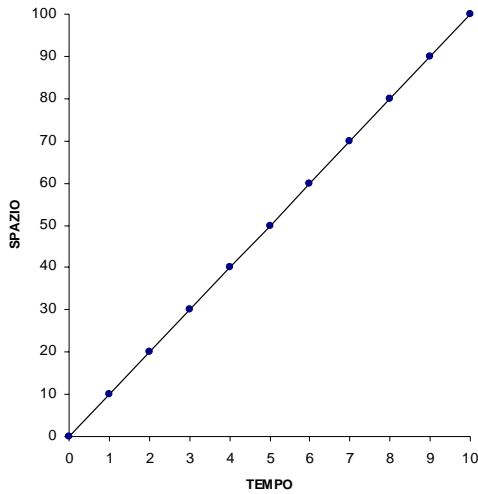


- a) Quante uova c'erano nel frigo della signora Maria il 1° giorno?.....  
.....
- b) Quante uova c'erano nel frigo della signora Maria il 5° giorno?.....  
.....
- c) In quali giorni la signora Maria sicuramente ha comprato delle uova?.....  
.....
- d) Sapendo che la signora Maria il 6° giorno non ha comprato uova, in quel giorno quante uova sono state consumate?.....  
.....
- e) La signora Maria potrebbe aver acquistato delle uova il 3° giorno? (motiva la risposta).....  
.....  
.....
- f) In quale giorno nel frigo della signora Maria ci sono state più uova?.....  
.....
- g) In quale giorno nel frigo della signora Maria ci sono state meno uova?.....  
.....
- h) In quale giorno nel frigo della signora Maria ci sono state più uova rispetto al giorno precedente?.....  
.....

2. Di seguito sono riportati tre grafici, in cui sull’asse verticale è riportato lo spazio percorso da un’automobile e sull’asse orizzontale è riportato il tempo impiegato. Rispondi alle seguenti domande

<p><b>A</b></p>  <p style="font-size: small;">SPAZIO (metri)</p> <p style="font-size: small;">TEMPO (secondi)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Qual è il tempo iniziale?.....</li> <li>.....</li> <li>2. Qual è la posizione di partenza?.....</li> <li>.....</li> <li>3. Qual è il tempo finale?.....</li> <li>.....</li> <li>4. Qual è la posizione di arrivo?.....</li> <li>.....</li> <li>5. Quanto tempo è trascorso in totale?.....</li> <li>.....</li> <li>6. Qual è la distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo?.....</li> <li>.....</li> </ol>
<p><b>B</b></p>  <p style="font-size: small;">SPAZIO (metri)</p> <p style="font-size: small;">TEMPO (secondi)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Qual è il tempo iniziale?.....</li> <li>.....</li> <li>2. Qual è la posizione di partenza?.....</li> <li>.....</li> <li>3. Qual è il tempo finale?.....</li> <li>.....</li> <li>4. Qual è la posizione di arrivo?.....</li> <li>.....</li> <li>5. Quanto tempo è trascorso in totale?.....</li> <li>.....</li> <li>6. Qual è la distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo?.....</li> <li>.....</li> </ol>
<p><b>C</b></p>  <p style="font-size: small;">SPAZIO (metri)</p> <p style="font-size: small;">TEMPO (secondi)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Qual è il tempo iniziale?.....</li> <li>.....</li> <li>2. Qual è la posizione di partenza?.....</li> <li>.....</li> <li>3. Qual è il tempo finale?.....</li> <li>.....</li> <li>4. Qual è la posizione di arrivo?.....</li> <li>.....</li> <li>5. Quanto tempo è trascorso in totale?.....</li> <li>.....</li> <li>6. Qual è la distanza tra la posizione di partenza e la posizione di arrivo?.....</li> <li>.....</li> </ol>

3. Di seguito sono riportati due grafici, in cui sull'asse verticale è riportato lo spazio percorso da un'automobile e sull'asse orizzontale è riportato il tempo impiegato. Confrontali e spiega, secondo te, qual è la differenza.



---

---

---

---

5. Matteo si è ammalato e sua madre ogni giorno gli misura la temperatura:

- Il lunedì è di  $39^{\circ}\text{C}$
- Il martedì è di  $40^{\circ}\text{C}$
- Il mercoledì è di  $38,5^{\circ}\text{C}$
- Il giovedì è di  $37^{\circ}\text{C}$
- Il venerdì è di  $36,5^{\circ}\text{C}$

Segna con un punto sul grafico a fianco per ogni giorno il valore della temperatura

