Università degli Studi di Palermo

Facoltà di Scienze della Formazione

Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria

Indirizzo “Scuola Primaria"

LE UNITA’DI MISURE LOCALI E IL SISTEMA METRICO DECIMALE NELLA SCUOLA ELEMENTARE

Cannella Maria Concetta

Matr. 0403267

Relatore:

Ch.mo Prof. Filippo Spagnolo

Anno accademico 2004-2005

Indice generale

1.1 PREMESSA

Oggetto di studio di questo mio lavoro è l'insegnamento/apprendimento della misura. Il mio interesse per tale argomento è nato dall'avere osservato che l'operazione del misurare spesso, per quanto considerata più che elementare, del tutto banale è, invece, fonte di grandi difficoltà. Infatti, spesso, mi è capitato di osservare molta confusione, quando ho visto qualcuno posto di fronte a qualche semplice misurazione. Quale strumento si adopera? Cosa si legge sullo strumento? Per quale ragione sì è scelta una certa unità di misura? Quante volte si deve ripetere la stessa misurazione? Siamo sicuri di misurare proprio la grandezza che ci interessa? Spesso queste domande danno luogo alle risposte più strane. Purtroppo questo stato di confusione si trascina fino all'università e non è raro trovare studenti che conoscono anche le teorie più complesse, ma si trovano in imbarazzo davanti ad un "conticino". I "conticini" però fanno parte della vita quotidiana; saperli eseguire è un puro fatto tecnico, ma conoscere quali vie seguire per determinare i numeri che appaiono nei "conticini" stessi, quale è il loro significato, quali precauzioni occorra tenere, è una conquista molto importante per tutti gli esseri umani. Il mio interesse per l'argomento è nato dal fatto che la misura è importante a causa della sua applicabilità e diffusione in tanti aspetti della vita di ogni giorno e pertanto, credo che la Scuola Primaria debba dare ampio spazio ai problemi riguardanti la misura. Forse non ci abbiamo mai fatto caso, ma un atto comune della nostra vita di ogni giorno è quello di "misurare". Cominciamo al mattino, appena alzati, con il misurare, osservando l'orologio, quanto tempo abbiamo a disposizione prima di iniziare il nostro lavoro e continuiamo, tutti quanti, a fare, durante la giornata una serie di misure di vario tipo. Il macellaio misura con la bilancia la quantità di carne che gli è richiesta; il muratore misura con il metro l'altezza del muro che ha costruito e così via. Ognuno di noi può trovare esempi di misure che ogni giorno si devono effettuare. Alcune di queste misure si compiono incosciamente, quasi senza pensarci, ma sono il risultato di precedenti esperienze. Per esempio il macellaio giudica con una sola occhiata, e con buona precisione, quanti chilogrammi pesa un pezzo di carne e altrettanto bene un falegname giudica la lunghezza di una tavola. Ciò accade perché ognuno dei due ha una grande esperienza nel proprio campo. È evidente però che un'informazione più precisa e più generale la otterremmo, per quanto riguarda il peso del pezzo di carne, ponendolo su una bilancia, e, per quanto riguarda la lunghezza della tavola, misurandola con un metro. Ma come si effettua una misura? Supponiamo che ci si chieda quanto è largo il cassetto della mia scrivania. Che cosa faremmo? E' evidente che prenderemmo un metro ne appoggeremmo un estremo al bordo A e andremmo a leggere quale suddivisione del metro vada a coincidere con l'altro bordo B del cassetto. Ecco, così leggeremmo centimetri: 48. La nostra risposta sarà: il cassetto è largo 48 centimetri. Confesseremo però che siamo stati ben fortunati. Il bordo B del cassetto coincideva con la suddivisione del metro relativa al centimetro 48. Quale risposta, invece, avremmo dato, se il nostro cassetto fosse stato un po' più largo di 48 centimetri, ma un po' più stretto di 49? Che cosa significa ciò? Significa semplicemente che un centimetro è contenuto 48 volte nel tratto AB. Per misurare quindi la distanza tra i bordi A e B del cassetto abbiamo dovuto prendere un'unità di misura (nel nostro caso il centimetro) e contare quante volte essa è contenuta nel tratto stesso. Il numero ottenuto è la "misura" della larghezza AB, in centimetri. Osserviamo però che non abbiamo contato nulla, ma solo letto 48. In realtà il conto c'è stato. Solo che, per brevità, era inciso sul nostro metro e a noi sono bastate le

ultime cifre per ottenerlo. Se avessimo avuto un metro “muto”, con le sole suddivisioni in centimetri, ma senza i numeri corrispondenti, saremmo stati costretti, con notevole perdita di tempo, a contare quanti centimetri stavano tra A e B. Alla base, quindi, di questo tipo di misurazione (così possiamo chiamare l'operazione del misurare) c’è un’unità di misura e un conteggio. La scelta dell’unità di misura è in questo caso è arbitraria: abbiamo scelto il centimetro per semplice comodità. Il fissare i criteri di misura per ogni singola grandezza fisica costituisce, infatti, la definizione della grandezza stessa. Occorre quindi determinare, per ogni grandezza fisica, un procedimento attraverso il quale sia possibile ottenere un numero il quale rappresenti la misura della grandezza stessa. Proviamo a pensare per un momento alle difficoltà che potrebbero nascere nelle comunicazioni tra due individui, uno dei quali misurasse i pesi in chilogrammi e l’altro in libbre; per ottenere ciò occorrerebbero, per ogni grandezza, degli strumenti e un’unità di misura; da qui l’importanza della conoscenza del sistema metrico decimale. Questo accade perché gli strumenti possono essere di tipo e di concezione diversi, ma l’unità di misura deve essere unica e facilmente riproducibile. Usando uno strumento, l’osservazione acquisisce un carattere oggettivo (ossia indipendente dall’osservatore) e quantitativo.
La temperatura, la lunghezza, la durata, la velocità, l’intensità, della corrente elettrica sono parole che fanno parte del linguaggio della Fisica. Si chiamano grandezze fisiche e si riferiscono a concetti che hanno la caratteristica di potere essere misurati con degli strumenti. Per definire una grandezza fisica è necessario specificare come si fa a misurarla. In generale: misurare una grandezza vuol dire fissare una unità di misura e stabilire quante volte questa unità è contenuta nella grandezza data. Infatti esprimendoci con una stessa unità di misura renderemo la nostra informazione accessibile a tutti, facilitando quindi quello scambio di risultati che altrimenti riuscirebbe difficile usando unità di misura diverse. Il risultato della misura è espresso da un numero, il quale dice quante volte la grandezza data è più grande (o eventualmente più piccola) dell’unità di misura che è stata scelta. Naturalmente, per ogni tipo di grandezza bisogna fissare una diversa unità di misura: si ha, perciò, una unità di lunghezza, una unità di durata, ecc…
La Matematica ha sempre avuto un ruolo molto importante nella Fisica, una delle ragioni di questa profonda alleanza è dovuta al fatto che la Fisica si serve delle grandezze e quindi ha bisogno di trattare dei numeri, che sono il risultato delle misure. Ma la Matematica mette a disposizione della Fisica anche altri strumenti, oltre a quello che i numeri consentono di elaborare.

1.2 INTRODUZIONE

Nel secondo capitolo del presente lavoro sono raccolte le mie motivazioni e riflessioni sulla scelta dell’argomento da me effettuata, con particolare riferimento all’analisi comparativa del Sistema Metrico Decimale nei libri di testo della scuola Primaria.
Nel terzo capitolo ho analizzato l’importanza della didattica metacognitiva in matematica con particolare attenzione all’insegnamento/apprendimento del concetto di misura e del Sistema Metrico Decimale. Per molti studenti le difficoltà in matematica sono spesso causa di fallimenti scolastici e ansia. L’importanza di migliorare la qualità dell'insegnamento agli studenti con difficoltà in matematica è quindi evidente: senza un insegnamento più efficace della matematica questi studenti continueranno a dover affrontare frustrazioni e insuccessi. Per risolvere determinati

problemi in matematica possiamo, anzi dobbiamo, utilizzare le strategie metacognitive di cui parlerò nel terzo capitolo. Come per esempio sviluppare la motivazione a imparare: si ritiene, infatti, che la motivazione aiuti gli studenti a sentirsi responsabili del loro apprendimento e a raggiungere l'autonomia necessaria per applicare la nuova abilità in contesti diversi e senza l' aiuto dell'insegnante. Per esempio discutere regolarmente con gli studenti i motivi reali per cui è importante imparare una certa abilità matematica e in quali situazioni si possa applicare (come fare la spesa ecc..). A tal proposito credo che qualsiasi indagine debba scaturire dall'osservazione diretta dell'alunno, il quale con la guida dell'insegnante analizza, misura, verifica, acquista la conoscenza e, soprattutto, conquista il metodo per conseguirla. Occorre infine riconoscere che, solo attraverso le esperienze, i bambini potranno essere veramente introdotti alla conoscenza della misura. Infine è molto importante insegnare ai bambini a risolvere problemi attinenti alla vita di ogni giorno: in questo modo si evidenziano gli usi funzionali dell'abilità e si promuovono la motivazione e la necessità di generalizzare.

In sintesi, gli insegnanti per l'apprendimento della matematica, dovranno usare contenuti autentici, fare la dimostrazione esplicita di strategie metacognitive e mettere in pratica i dialoghi interattivi, il *feedback* ragionato e le tecniche di generalizzazione dell'apprendimento.

Nel quarto capitolo del lavoro ho condotto una ricerca storica sulle più antiche unità di misura, con particolare attenzione per le misure locali del mio paese: Marineo. Dopo alcuni cenni storici sui sistemi di misura passati, soprattutto il Sistema Metrico Siculo, ho analizzato la nascita e la diffusione del Sistema Metrico Decimale e quindi, di conseguenza la relativa conversione delle antiche unità di misurazione in quelle del Sistema Metrico Decimale. Nessuno si meravigli se affermo con certezza che, sebbene ormai si adotti il Sistema Metrico Decimale, ricorrono ancora oggi nel linguaggio comune termini riferiti a queste antiche unità di misura come il "Tumulu", il "Cafisu" e la "Sarma".

Il mio interesse per l'approfondimento dello studio delle unità di misura locali è nato, oltre che da una profonda curiosità, dalla certezza che il loro uso possa produrre diversi vantaggi dal punto di vista didattico. Poter valutare aree di superfici non poligonali (ad esempio, un appezzamento di terreno) aiuta sicuramente ad acquisire il valore relativo del concetto di unità di misura e la possibilità di un concreto legame con la cultura popolare da parte degli insegnanti ed in generale della scuola.

Ma ciò che, da un punto di vista didattico, favorisce questa scelta è la possibilità di programmare un lavoro interdisciplinare: nella poesia popolare, per esempio, ci sono tanti brani che richiamano le unità di misura, brani che potrebbero essere funzionali allo svolgimento di tale lavoro o comunque costituirne un buon punto di partenza.

Il contadino, quando deve valutare la misura della superficie di un appezzamento di terreno, non ha assolutamente dubbi nello scegliere l'unità di misura locale, che conosce meglio di quella metrico-decimale e fa parte delle sue conoscenze e della sua cultura; inoltre la sua stima sarà abbastanza vicina al reale. All'inizio di questa ricerca mi sono posta l'interrogativo di indagare se questo livello di conoscenze "tradizionali-popolari" abbia subito, da parte della scuola, una notevole involuzione: ovvero se la scuola abbia operato una forma di regressione culturale su tutte queste nozioni che fanno parte del patrimonio culturale-popolare. Dall'analisi dei dati sperimentali è evidente una certa forma d'involuzione culturale causata, secondo me, dal fenomeno per il quale tutte quelle che sono forme di acculturazione "originarie" tendono ad essere, più o meno volutamente e consapevolmente, emarginate dal contesto della "cultura" scolastica. L'acculturazione scolastica svolge una funzione d'incremento o di regressione delle forme di conoscenza popolari-tradizionali? Si tratta secondo me, di un rapporto analogo a quello esistente tra uso del dialetto ed uso della lingua nazionale. In una popolazione che usa quasi esclusivamente il dialetto l'introduzione forzata della lingua nazionale non farà altro che ritardare lo sviluppo culturale complessivo degli studenti; mentre una corretta maniera di introdurre lo studio della lingua nazionale dovrebbe essere, invece, fondata sull'approfondimento degli studi dialettali e su un successivo passaggio allo studio della lingua nazionale. Un fenomeno analogo è quello che avviene per quanto riguarda le relazioni esistenti tra le unità di misura locali e le unità di misura fondante sul sistema metrico-decimale; nelle nostre scuole, infatti, si trascura completamente il sistema di misura "popolare", privilegiando lo studio del sistema metrico-decimale. Risultato di quest'operazione è che gli studenti vanno progressivamente dimenticando le unità di misura popolari.

Il quinto ed ultimo capitolo della mia tesi raccoglie i risultati della ricerca sperimentale condotta presso la Scuola Elementare "San Ciro" di Marineo, attraverso la somministrazione di un questionario a risposta aperta sull'uso appropriato di unità di misura, di tre problemi sulle equivalenze, e infine di tre domande a risposta aperta sulle unità di misure locali. Il presente lavoro si pone il fine di indagare sulle concezioni degli alunni rispetto al Sistema Metrico Decimale e al suo relativo uso a conclusione del ciclo della Scuola Primaria.

CAPITOLO 2: L’ESSENZA DELLA MISURA

2.1 PERCHE’ UNA TESI DI MATEMATICA?

Affermare che la matematica abbia avuto un ruolo determinante nell’influenzare la cultura moderna sembra alla maggior parte delle persone incredibile o quanto meno esagerato. Non è infatti facile, neanche per chi ha un buon livello di cultura, rendersi conto dell’importanza che la matematica ha avuto in ambiti che possono sembrare del tutto estranei ai suoi contenuti e al suo linguaggio. In realtà essa ha svolto un ruolo essenziale nello sviluppo del pensiero scientifico e filosofico; nella costruzione dell’atteggiamento critico nei confronti dell’autorità religiosa e politica; nella nascita delle moderne teorie economiche; nello sviluppo dell’informatica; per non dimenticare il contributo dato alla costruzione dei principali stili architettonici e musicali ed infine si deve ricordare quanto la moderna arte grafica le sia debitrice. Nonostante ciò, essa è stata in passato spesso (e per molti versi lo è ancora oggi) rifiutata dalla maggioranza degli studenti ed ignorata anche dalle persone di cultura superiore alla media, al punto che ad un certo livello della scala sociale “non capire niente di matematica” viene considerato un fatto positivo. Di questo atteggiamento è stata in gran parte responsabile la scuola che ha ridotto la matematica a definizioni e tecniche di calcolo la cui significatività dipende esclusivamente dalla loro applicazione ai problemi della vita reale che, nella maggior parte dei casi, non corrisponde agli interessi degli alunni.

2.1.1 IL RUOLO DELLA SCUOLA PRIMARIA

Per evitare che questo atteggiamento permanga e si consolidi nel tempo, la scuola deve promuovere un processo di apprendimento/insegnamento significativo e formativo finalizzato alla costruzione di strutture cognitive, concettuali e logiche che interagiscano e modifichino le esperienze degli alunni, i quali diventeranno così protagonisti attivi del proprio processo di apprendimento. Per tale motivo, secondo me, la costruzione di competenze matematiche va perseguita in contesti culturalmente ricchi e motivanti che permettano agli allievi esperienze cognitive significative e consonanti con quelle condotte in altri ambiti -siano essi scientifici, linguistici, motori, figurativi ecc. In molti casi è fondamentale l’attivazione di esperienze cognitivamente ricche in campi di esperienza significativi per l’allievo, in sinergia con esperienze parallele condotte nei vari ambiti disciplinari. Per fare un esempio, il percorso d’alfabetizzazione matematica nei primi anni di scuola dovrebbe prendere l’avvio da esperienze e situazioni concrete che vengano rielaborate in prima istanza con il linguaggio naturale e solo in un secondo momento si dovrebbe procedere alla loro rappresentazione usando “oggetti simbolo” al posto degli oggetti reali, per arrivare alla rappresentazione grafica sempre più schematica fino all’uso di simboli matematici. Per esempio, prima di usare i sistemi di notazione simbolica propri della matematica, sarebbe necessario che i bambini avessero la possibilità di lavorare in campi di esperienza diversi, utilizzando strumenti e sistemi di rappresentazione propri del campo cui si fa riferimento. E’ necessario comunque tener conto del fatto che lo sviluppo del pensiero matematico e l’acquisizione delle relative competenze si realizza sempre attraverso un percorso che, partendo dalla problematizzazione della realtà, giunge all’astrazione e alla simbolizzazione di concetti e di regole attraverso attività ludiche, senso-percettive, motorie, manipolative e grafiche. Particolare attenzione dovrà essere data all’impostazione metodologica propria del problem solving che consente ad ogni alunno di individuare possibili strategie di intervento, di applicare attività di calcolo, di cercare soluzioni diverse e verificarle confrontandole con altre ipotesi e soluzioni, attivando la socializzazione delle scoperte e sviluppando la capacità di riflessione e di pensiero critico. E' infine necessario rilevare l'importanza che nella didattica della matematica viene ad assumere la competenza linguistica che, spesso, è alla base di difficoltà di comprensione e di applicazione dei procedimenti risolutivi. Perciò particolare cura dovrà essere rivolta alla capacità di esprimersi oralmente in modo chiaro e comprensibile e all'acquisizione di una terminologia specifica e appropriata per indicare e comunicare operazioni e attività svolte. Secondo me, il primo passo da compiere per progettare qualsiasi itinerario formativo e didattico è la conoscenza dei bambini ai quali si vuole insegnare e tale itinerario risulterà efficace solo se partirà dai bisogni e dalle capacità di ciascun alunno. Nell' insegnamento della matematica non bisognerà sottovalutare il senso ed il valore della valutazione, che consiste nel raccogliere elementi informativi per apportare alle attività didattiche le modifiche necessarie a compensare le difficoltà incontrate dai nostri alunni. La valutazione infatti, assume rilevanza didattica, se persegue l'intento di incrementare la qualità del nostro intervento formativo e didattico. La disciplina matematica segue una struttura ipotetico-deduttiva ed è pertanto importante che il bambino si abitui a riflettere sui contenuti, affinché sia in grado di effettuare semplici dimostrazioni di proposizioni date. Qualsiasi sia l'argomento da affrontare, bisogna tenere presente che il punto di partenza è il suo vissuto, l'esplorazione e la problematizzazione d'ogni situazione. Il "piccolo matematico" dovrà abituarsi a guardare ogni aspetto della sua quotidianità con atteggiamento critico e problematico. Pertanto sarà compito dell'insegnante munire l'alunno di molteplici strumenti di conoscenza, osservazione e analisi della realtà, evitando la somministrazione di esercizi ripetitivi. Ogni insegnante dovrà sapere che la matematica bene si adatta ai laboratori di musica, arte ed immagine; la matematica è strumento operativo della Geografia, delle Educazioni, delle Scienze perché ne problematizza i contenuti che diventano l'oggetto nelle sue applicazioni. La matematica ben si coniuga con l'educazione stradale per quanto concerne la conoscenza della segnaletica e il concetto di misura dei percorsi; ben si coniuga anche con le altre educazioni e discipline perché essa fa riferimento a contesti reali di vita quotidiana da problematizzare e tradurre nelle più svariate applicazioni.

2.2 ELEMENTI DI TEORIA DISCIPLINARE E DI TEORIA DELLA DIDATTICA

Innanzitutto è necessario precisare che la misura in matematica è un numero. Ma cosa significa esattamente misurare? Dovendo stabilire se una certa proprietà (spessore; peso; estensione di qualcosa) ha maggiore "intensità" in un oggetto A rispetto a un oggetto B, abbiamo a disposizione due possibilità: la prima è quella che ci permette di effettuare un confronto diretto, quando è possibile mettere direttamente a confronto le due proprietà; oppure possiamo effettuare il confronto tramite un "elemento" intermediario che può essere o un terzo oggetto C o un numero.

Nel primo caso intanto confrontiamo A con C e B con C (grazie anche alla proprietà transitiva) e poi possiamo decidere sul confronto fra A e B, ma questo procedimento non è sempre realizzabile (dipende dalla grandezza considerata) e richiede una scelta attenta di C, nel secondo caso, cioè quando l'intermediario è un numero, si confronta una grandezza A con un'altra U dello stesso tipo, presa come unità alla quale viene attribuito il valore 1. Il rapporto fra A e U, solitamente indicato con m(A), è un numero detto misura di A. Per poter attribuire a m(A) il valore di misura occorre che il procedimento per stabilire U sia univoco e condiviso. La grandezza in matematica e in fisica è la quantità definibile o commensurabile di un ente. Da un punto di vista generale la grandezza permette la classificazione degli enti matematici e fisici in classi. Una classe di grandezza è, per esempio, quella formata dagli oggetti che è possibile pesare con una bilancia. Le grandezze appartenenti a una classe si dicono omogenee e si suddividono ulteriormente in classi di equivalenza, raggruppando, per esempio, gli oggetti con la stessa area o lo stesso peso. Tra due grandezze A e B omogenee si può definire un rapporto p = A/B, che è un numero reale che dice quante volte occorre moltiplicare B per ottenere A. A e B si dicono grandezze commensurabili se p è razionale, incommensurabili se p è irrazionale. Due gruppi di grandezze di due classi diverse si dicono proporzionali quando elementi corrispondenti hanno lo stesso rapporto (i prezzi L_1 e L_2 e i pesi P_1 e P_2 di una merce: $L_1/L_2 = P_1/P_2$), mentre sono dette inversamente proporzionali se, prese due coppie di elementi corrispondenti, il rapporto è costante invertendo la corrispondenza. È possibile dare una misura della grandezza A facendone il rapporto con una grandezza U di riferimento, che viene detta unità di misura . Per ogni grandezza esistono diverse unità di misura; universalmente accettate sono quelle del Sistema Internazionale.

Una delle esigenze della vita quotidiana è quella di dover descrivere oggetti o fenomeni appartenenti alla nostra realtà per poi comunicare, in qualche modo, i risultati di queste nostre osservazioni. La descrizione di oggetti e fenomeni può essere suddivisa in due momenti: un primo momento in cui operiamo una descrizione mediante l'uso del linguaggio parlato e cioè il momento del "confronto qualitativo"; un secondo in cui operiamo una descrizione mediante l'uso dei numeri e che consiste nel momento della "misurazione" vera e propria. Come tutti possiamo immaginare nel primo caso si tratta di un'attività più immediata rispetto alla seconda, ma anche più limitata, in quanto permette di descrivere aspetti "qualitativi" e solo in parte aspetti "quantitativi". Per esempio, per descrivere la statura di una persona si possono usare termini quali altissimo, alto, di statura media, piuttosto basso, ecc... E'evidente come il vocabolario fornisca una serie limitata di termini i quali, inoltre, sono assai approssimativi. Il passaggio dal primo momento al secondo momento avviene quando si presenta la necessità di descrivere con una certa precisione "l'intensità" di un fenomeno o la caratteristica di un oggetto attraverso l'atto della misura.

2.3 QUALE SISTEMA DI MISURA?

Una grandezza misurabile è una caratteristica di un oggetto che può essere quantificata. I segmenti possiedono una lunghezza, le regioni del piano possiedono un'area e gli oggetti fisici possiedono una massa. Per i bambini certi attributi degli oggetti sono più evidenti di altri. Ad esempio, la lunghezza di una matita è percepita in modo più immediato rispetto all'area della sua sezione o al suo volume. Aiutare i bambini a comprendere le caratteristiche degli oggetti è un passo fondamentale nel favorire la loro comprensione della misura. La misura comincia nel momento in cui l'insegnante fa riflettere i bambini attraverso il confronto e la classificazione degli oggetti utilizzando espressioni come "più lungo" o "più corto". Esistono molti modi

con cui si può richiamare l'attenzione dei bambini sulle caratteristiche da misurare. Uno dei tanti modi potrebbe essere quello di confrontare le lunghezze di due oggetti ponendo la domanda "Sai trovare nella tua classe qualcosa che sia più piccolo di te?" i bambini, infatti, dovrebbero avere molte esperienze informali nella comprensione delle grandezze prima di utilizzare strumenti per misurarle. Inizialmente essi devono essere stimolati ad usare misure arbitrarie, inventate da loro- per esempio stabilire la lunghezza di una matita muovendo un fermaglio per la carta ecc...- solo in seguito avverrà la "standardizzazione" dell'unità, quando i bambini osserveranno che, se si utilizza il piede di Giuseppe per misurare la lunghezza, si ottiene una lunghezza completamente diversa da quella che si trova utilizzando il piede di Federica e che, quindi, è importante decidere quale piede sarà utilizzato come unità. Quindi le unità che fanno parte dei sistemi di misura convenzionali possono essere utilizzate dai bambini dopo che hanno utilizzato come unità dei materiali comuni.
I bambini, alla fine della Scuola Primaria, dovrebbero aver acquisito una ragionevole conoscenza del ruolo delle unità nella misura, perché imparare come scegliere un'unità appropriata rappresenta un aspetto fondamentale della comprensione del concetto di misura. Il processo di misura comporta la scelta di un'unità, il confronto di questa unità con la grandezza da misurare per arrivare, infine, a un numero. Appena gli studenti cominceranno a sviluppare un senso del significato delle grandezze misurabili e del modo in cui le unità intervengono nella misura, potranno applicare tecniche, strumenti e formule per determinare le misure. E' quindi importante saper scegliere lo strumento appropriato per la grandezza che si deve misurare. La misura si presta particolarmente bene all'uso di materiali concreti. Infatti, è poco probabile che i bambini possano acquisire una profonda comprensione dei concetti relativi alla misura senza maneggiare materiali, senza effettuare fisicamente dei confronti e misurare con degli strumenti. Infine, la misura è un importante veicolo per evidenziare collegamenti all'interno della stessa matematica e verso aree esterne come gli studi sociali, la scienza, l'arte, l'educazione fisica, gli interessi e le esperienze propri dello studente.

2.4 NODI EPISTEMOLOGICI NELL'INSEGNAMENTO/APPRENDIMENTO DELLE MATEMATICHE.

Per scendere ad un dettaglio maggiore, i nodi epistemologici legati al nucleo misurare sono identificabili nei seguenti:
1. Il passaggio da una percezione soggettiva della grandezza in esame ad una sua valutazione oggettiva (si pensi, per esempio, alla sensazione di caldo o freddo, alle percezioni di lungo o corto, di pesante o leggero in contrapposizione alla misura di temperature, lunghezze, masse);
2. Il discreto e il continuo: per esempio, se si individuano tra un gruppo di palline, tutte quelle rosse, si tratta di effettuare un conteggio delle palline rosse, il quale costituisce una misura di una grandezza discreta. Invece, se si contano le piastrelle del pavimento che coprono una distanza, si effettua un'operazione di misura di una grandezza continua: la lunghezza, tramite un'unità di misura ad essa omogenea, la lunghezza di una piastrella;
3. L'assegnazione di un numero ad una grandezza come risultato di un'operazione di misura comporta sia la scelta di una unità di misura convenzionale (metro, centimetro cubo, …) o non convenzionale (passi, tazze, …), sia l'espressione della grandezza con un numero seguito dall'unità di misura utilizzata (bisognerebbe

evitare, a qualunque età scolare, di proporre agli allievi frasi come: “il peso specifico dell’acqua è…”, che non hanno alcun significato, se non è specificata l’unità di misura);
4. Il passaggio da un’unità di misura non convenzionale ad una convenzionale. Per esempio, si consideri l’utilizzo di parti del corpo o gesti tipo (mani, piedi, altezza, passi, spanne, …) per esprimere lunghezze, per poi passare a unità di misura ancora non convenzionali, come per esempio il lato della piastrella, ma condivisibili e oggettive all’interno di un gruppo classe, per giungere infine alle unità di misura condivisibili all’esterno del gruppo-classe, come il metro o il grado. Non è indispensabile, nei primi anni di scuola primaria, utilizzare solo unità di misura convenzionali, ma è molto più importante curare i passaggi descritti, nel senso di far sorgere l’esigenza, negli allievi, di poter comunicare all’esterno della classe i risultati delle loro misure. Se si affiancano unità di misura non convenzionali ad altre convenzionali, è utile sempre che gli allievi abbiano coscienza della loro differenza. Un altro problema, che potrebbe sorgere nel trattare un contesto, è quello di esprimere grandezze con unità di misura di altri tipi di grandezze, come per esempio esprimere uno spazio in termini di tempo: “Un percorso in montagna è di due ore di cammino” oppure “La distanza da casa a scuola è di 10 minuti in automobile e di 30 minuti a piedi”;
5. La distinzione tra “intervallo di misura” e “misura” è un nodo epistemologico di fondamentale importanza; esso va fondato nei primi anni della scuola primaria e deve essere sviluppato nel tempo attraverso una didattica lunga, che vi ritorna più volte, a livelli di approfondimento diverso. Questo nodo è fondamentale perché porta gli allievi, per esempio, a distinguere tra un intervallo di tempo e un istante; oppure tra una distanza e una posizione spaziale rispetto a un punto di riferimento; o ancora tra una temperatura e una variazione di temperatura. Coinvolge la comprensione del ruolo dello zero in una scala graduata il fatto che, per esempio, contando 5 tacche gli intervalli contati sono 4 e mette in gioco le varie distinzioni tra il discreto (tacche, punti) e il continuo (intervalli, distanze tra tacche sullo strumento di misura). E’ il nodo che, se sciolto, insegna ai bambini a passare dalla misura per conteggio alla misura nel continuo, con tutte le implicazioni da affrontare nel tempo, come per esempio il passaggio a sottomultipli dell’unità di misura, l’utilizzo di numeri decimali, l’espressione della misura accompagnata da un’incertezza ecc. Uno strumento che offre grandi opportunità di mediazione per affrontare questo nodo è il termometro, perché i bambini possono sperimentare essi stessi tenendolo in mano le variazioni che subisce la temperatura, determinare temperature e calcolare intervalli. Tale strumento risulta essere più semplice del metro nell’affrontare per la prima volta questa problematica;
6. Individuare le grandezze che godono della proprietà di additività, ossia del fatto che la grandezza che rappresenta entrambe ha come misura la somma delle misure delle due grandezze di partenza. Se per molte grandezze, con cui il bambino ha a che fare fin dai primi anni della scuola per l’infanzia, tale proprietà viene soddisfatta (pensiamo per esempio alla lunghezza, all’area o al volume, alla massa o al tempo), non è così per la temperatura, che non gode della proprietà di additività. Infatti, due corpi messi insieme non hanno una temperatura totale che è la somma delle temperature dei due corpi. In questo fenomeno fisico, due corpi messi a contatto, aventi inizialmente due temperature diverse, si stabilizzano dopo un certo intervallo di tempo a una temperatura che è compresa fra le due temperature iniziali.

Costituiscono nodi epistemologici di fondamentale importanza, da svilupparsi con continuità anche tra la fine della scuola media e la scuola superiore, i seguenti nodi, che sono tipici della misura nelle scienze sperimentali:
1. la scrittura della misura di una grandezza come numero, seguito da un'unità di misura e da un intervallo di incertezza, che ci dà indicazione su quanto affidabile sia la misura;
2. l'identificazione dell'intervallo di incertezza, che potrebbe basarsi semplicemente sulla sensibilità dello strumento di misura oppure su calcoli;
e i seguenti, che sono tipici della matematica:
3. le proprietà della misura (positività, additività, e relazione d'ordine…).

2.5 COME SI ARRIVA AL SISTEMA METRICO DECIMALE

La necessità di misurare nacque da bisogni pratici relativi ai commerci, all'agricoltura, ad esigenze di organizzazione sociale. Inizialmente l'uomo si servì di oggetti facilmente reperibili in natura e di talune parti del proprio corpo (dito, piede, palmo). La storia parla di una grande varietà di sistemi di misurazione applicati in passato nei vari paesi del mondo. Ogni Stato, anche ogni regione, ha avuto misure proprie, derivanti da costumi e tradizioni secolari: la conquista del sistema metrico decimale e la sua diffusione sono relativamente recenti . A Roma, per misurare le lunghezze, si usava il "cubitus" (corrispondente a circa 44 cm) suddiviso in 6 palme o 24 dita mentre l'unità di misura della superficie dei campi era lo "jugero" corrispondente all'estensione di un campo arato in un giorno da una coppia di buoi attaccata ad un giogo (jugum). La sua estensione era di circa 2500 metri. Nel medioevo in Francia si usava, tra le altre unità di misura, il "pied du roi" (circa 32 cm). Sembra che tale unità di misura corrispondesse alla lunghezza del piede di Carlo Magno[1]. Il "piede", si ritiene che possa risalire ad Enrico I di Inghilterra, che regnò tra il 1100 e il 1135 il quale decretò che "iarda" dovesse essere la distanza tra la punta del suo naso e il pollice della sua mano. Cento anni più tardi, Edoardo I fece costruire una "iarda" campione e stabilì che il piede fosse 1/3 di quella lunghezza. L'idea di creare un sistema di unità di misura adeguato alle necessità della scienza risale al XVII secolo. Più specificamente per il metro, l'astronomo Jean Picard [2](1620-1682) propose un sistema che aveva come unità fondamentale la lunghezza di un pendolo che batteva il secondo alla latitudine di 45° al livello del mare. Nel 1790, Talleyrand[3], vescovo di Autun, propose all'Assemblea Costituente di Francia di

---

1 Carlo Magno nacque nel 742 d. C. dal re dei franchi Pipino il Breve e dalla regina Bertrada. Un primo tentativo di mettere ordine alle diverse misure, con scarso successo, era stato compiuto da Carlo Magno il quale aveva fatto distribuire in tutto l'impero campioni del piede reale, corrispondente alla lunghezza del suo augusto piede.

2 Astronomo e geodeta francese (La Flèche 1620-Parigi 1682). Allievo di P. Gassendi, gli si deve l'applicazione dei cerchi graduati ai telescopi al fine di facilitarne il puntamento e di aumentarne la precisione. Ciò gli consentì di ottenere, attraverso la misura dell'arco di meridiano tra Amiens e Malvoisine, una determinazione più esatta delle dimensioni terrestri. Fu tra i membri fondatori dell'Accademia delle scienze di Parigi.

3 Talleyrand, Périgord Charles-Maurice (Parigi 1754-1838) Principe di Talleyrand-Périgord, politico francese. Vescovo di Autun, nel 1789 deputato agli stati generali, sostenne la rivoluzione promuovendo l'approvazione del decreto sulla nazionalizzazione dei beni ecclesiastici. Venne scomunicato nel 1791 per aver accettato la costituzione civile del clero. Ministro degli esteri dal 1797 al 1807, fu favorevole alla campagna d'Egitto e sostenne il colpo di stato che portò al potere Napoleone. Nominato da questi duca di Benevento, se ne distaccò e iniziò a cercare segretamente un accordo con lo zar Alessandro I e a tramare per la caduta di Napoleone e per la restaurazione dei Borboni dopo la sconfitta della campagna di Russia. Divenne poi ministro degli esteri sotto Luigi XVIII, utilizzando le sue doti di abile diplomatico per riportare la Francia al pari delle altre potenze europee nel congresso di Vienna. Inviso a re Carlo X, fu inviato a Londra come ambasciatore di Luigi Filippo (1830-1834) e si adoperò per rafforzare l'alleanza tra la Francia, la Spagna, il Portogallo e la Gran Bretagna. Scrisse le *Memorie* (postume, 1891-1892). Nel 1790, Talleyrand presentò all'Assemblea nazionale francese la sua proposta, appoggiata da tutti gli scienziati, di trovare una nuova unità di misura tratta dalla natura, tale da superare gli interessi particolari di ogni nazione e

realizzare un sistema che sostituisse tutte le numerosissime misure esistenti. Dello studio si occupò una commissione dell'Académie Royale des Sciences di Parigi formata dagli scienziati Ch. Borda, A. Condorcet, G.L. Lagrange, P.S. Laplace, G. Monge[4] che scelse come unità di misura di lunghezza il metro (definito come la quarantamilionesima parte del meridiano terrestre) con i suoi multipli e sottomultipli decimali. Negli archivi di Francia fu depositato un campione del metro, costruito con una sbarra di platino e iridio, di cui si doveva misurare la lunghezza alla temperatura del ghiaccio fondente. Tale campione si rivelò poi inadatto (impreciso e scomodo) e oggi il metro è definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto nel tempo di 1/299. 792 . 458 di secondo; misurazione che può essere riprodotta nei laboratori di fisica senza dover ricorrere ad un unico campione. La diffusione del sistema metrico decimale fu lenta e difficoltosa (vedi capitolo 4). Alla vigilia dell'unità d'Italia, nel 1860, vi erano in uso differenti unità di misura. Nel 1875 il sistema metrico divenne internazionale grazie alla costituzione di una Convenzione Metrica Internazionale. Quasi tutti i paesi latini e germanici l'avevano già adottato (la Lombardia nel 1803, l'ltalia nel 1871). Altri lo adottarono da quella data, mentre I'lnghilterra e gli Stati Uniti conservarono i vecchi sistemi.

2.6 MISURARE NELLA SCUOLA PRIMARIA

La misura fa parte della vita quotidiana di tutti gli uomini: usando strumenti di misura, si possono raccogliere dati allo scopo di descrivere quantitativamente il mondo che ci circonda. L'argomento della misura abbraccia diverse discipline, collegando ambiti matematici con altre discipline, nello sforzo di costruire strumenti interpretativi della realtà. La misura, infatti, ha profonde connessioni con importanti aree della matematica quali la geometria, i numeri, la statistica e con aree esterne alla matematica quali la fisica, le scienze, le scienze sociali, l'arte, la lingua. In queste aree la misura offre conoscenze, strumenti e metodi per affrontare e risolvere problemi e contribuisce alla costruzione di concetti che sono specifici di tali aree. Le competenze coinvolte nell'affrontare l'argomento grandezze e misura hanno pertanto una valenza trasversale; esse possono essere proficuamente mobilitate nello sviluppo di attività sia disciplinari che interdisciplinari, dove possono arricchirsi di significati che sono specifici dei diversi contesti in cui vengono applicate e usate.

Data l'importanza di tale concetto occorre costruire un approccio didattico alla misura che preveda dei veri e propri progetti con esperimenti di misura di diverse grandezze, in un processo che dovrà portare a comprendere le differenze tra la misura come procedimento pratico, tipico delle scienze sperimentali, e la misura come teoria, tipica della matematica, collegata con i grandi nodi concettuali che l'hanno contraddistinta storicamente e che riguardano i numeri reali, l'analisi, la probabilità. Gli insegnanti devono sviluppare la capacità di riconoscere le caratteristiche misurabili di un oggetto o di un fenomeno e di utilizzare unità, sistemi, strumenti, tecniche e processi per attribuire un valore numerico alle grandezze individuate. A mio parere, una effettiva comprensione del significato di misura è

passare, come disse, dall'era dei "due pesi e due misure", simbolo stesso di disuguaglianza, al mondo dell'unità e dell'uguaglianza

4 J.C. Borda, J.L. Lagrange, C. Monge, *Rapport fait a l'Académie des Sciences, Sur le Système Géneral des Poids et Mesures, Envoyé au Comité d'Instruction publique, le 29 mai 1793, l'an II de la Republique*, Paris, Impr. Nat., 1793.
J.C. Borda, J.L. Lagrange, P.S. Laplace, C. Monge and J.A.N. Condorcet, *Rapport sur le choix d'une unité de mesure, lu à l'Académie des Sciences, le 19 mars 1791. Imprimé par ordre de l'Assemblée Nationale. (19 mars 1791)*, Paris, Impr. Nat., 1791

perseguibile solo attraverso una ricca base sperimentale all'interno di contesti esperienziali problematici e significativi. Solo attraverso una pratica didattica di questo tipo gli alunni possono giungere ad appropriarsi della misura diretta come riporto di una unità di misura e comprendere che, scelta una unità di misura, il riporto dell'unità lascia un residuo che può essere misurato con una sotto unità, sino a produrre un risultato numerico che costituisce sempre un'approssimazione della grandezza in esame. Già nei primi anni del ciclo è opportuno, pertanto, introdurre l'esperienza con la misura sia in attività significative volte a quantificare aspetti della realtà fisica direttamente esperibile (lunghezze, tempi, pesi capacità, temperature, ...) sia aspetti della realtà economico e sociale (produzione, migrazione, variabilità delle crescite…).

Lo scopo ultimo di tutte queste attività è portare gli alunni a considerare il "misurare" come uno strumento conoscitivo che aumenta la possibilità di comprendere fatti e fenomeni perché consente di analizzarli e studiarli attraverso un approccio quantitativo basato sul confronto e l'elaborazione delle grandezze che li caratterizzano. L'insegnante cercherà di trovare un equilibrio tra le attività più costruttive e formative e quelle di consolidamento tecnico e operativo, limitando la proposta di esercizi ripetitivi che nel passato hanno caratterizzato una certa tradizione didattica (ad esempio calcolo di superfici e volumi di solidi sovrapposti, equivalenze…). I contesti di applicazione dovranno essere scelti in base alla loro potenzialità di consentire la costruzione di competenze e conoscenze importanti per la formazione del futuro cittadino.

Le abilità che si vogliono raggiungere in questo ambito sono quelle di essere in grado di compiere misure e di rielaborare dati (in contesti matematici e non), utilizzando diverse modalità rappresentative o di calcolo, riferite a contesti matematici o a contesti esterni.

La fase iniziale dello sviluppo delle attività collegate con l'acquisizione del concetto di misura consiste nell'osservare, toccare, manipolare "cose" da parte dei bambini, il più possibile diverse tra loro, in modo da acquisire l'abitudine di individuare le diverse caratteristiche delle "cose" che osservano, e successivamente distinguere quelle importanti per il misurare, come la lunghezza o la massa, da quelle che non si possono esprimere con numeri riferiti ad unità di misura e rilevabili con uno strumento, come la bellezza o il colore. In un'attività come questa bisogna comprendere quali sono le caratteristiche che si possono misurare, ossia le grandezze, e poi effettuare il confronto tra queste grandezze. Tale confronto permette di giungere ad espressioni del tipo: "Questo è più lungo di quello", "Questo è più pesante di quello", oppure "Questo è il più basso di tutti", e di conseguenza di poter ordinare gli oggetti. L'atto stesso del confronto, dunque, ad un primo passo sarà diretto, mentre in seguito potrà diventare indiretto, se si confronteranno rappresentazioni degli stessi oggetti (in scala). Quando si associano agli oggetti dei numeri, quindi si passa da un ordinamento qualitativo ad un ordinamento quantitativo, allora si sfruttano le misure per confrontare gli oggetti (confronto indiretto). In questa fase dovrebbe emergere non solo il confronto per scoprire quale oggetto viene prima o dopo di un altro, ma anche quali oggetti sono uguali. Per i bambini cogliere, in un ordinamento, l'uguaglianza fra oggetti non è spontaneo: tale processo andrà stimolato con attività che coinvolgano oggetti diversi tra cui compaiono coppie di oggetti uguali. Similmente queste abilità andranno controllate nelle verifiche. L'introduzione dei numeri come misura è il primo passo dell'attività

del misurare ed è reso possibile in qualunque contesto o in qualunque occasione, fin dall'inizio della scuola primaria. La prima attività del misurare è la misura per conteggio: contare gli oggetti di più collezioni per decidere dove ce ne sono di più o di meno; contare le caramelle di un sacchetto per vedere se tutti i bambini della classe potranno mangiarne almeno una; contare i quadretti della pagina del quaderno; contare le merendine che coprono completamente il banco o le piastrelle che occupano il pavimento della classe. In altre parole si dovrà partire da esperienze della quotidianità del bambino. Per parlare di lunghezze, per esempio, si potrà misurare la cattedra con la spanna: ogni bambino la misurerà e si scoprirà così che il risultato potrebbe essere diverso in termini numerici, perché non tutti i bambini hanno la spanna lunga uguale. In queste esperienze iniziali, occorrerà che l'insegnante gestisca l'attività suddividendola in diverse fasi: l'esperienza, fatta da ogni bambino della classe; la raccolta dati (quante spanne per ogni bambino); la registrazione dei dati sulla lavagna e sul quaderno; il confronto dei dati e la discussione collettiva, gestita dall'insegnante, che faccia emergere le peculiarità dell'esperienza, insieme con altre esperienze di vita vissuta che i bambini riportano, avendo partecipato a casa ad attività di misura con i genitori o altri membri della famiglia. L'obiettivo finale sarà, da una parte, quello di far emergere la necessità di pervenire ad un metodo di misura che minimizzi l'errore del riportare più volte l'unità di misura e dall'altra di utilizzare un'unità di misura convenzionale che rappresenti la misura della cattedra in modo inequivocabile.
L'insegnante interverrà con frasi del tipo: "Ma se scegliamo come unità di misura la spanna di Rosario, che è la più lunga di tutte, e una mattina vogliamo misurare la lunghezza del davanzale, ma Rosario è assente, come facciamo?" in modo che i bambini scelgano un oggetto (o anche subito uno strumento) facilmente reperibile nella classe in ogni momento. L'aspetto del misurare mette in gioco numerose relazioni e un altro passo molto importante è il fatto che l'insegnante dovrà costruire, insieme agli allievi, un significato di misura che faccia comprendere ai bambini l'opportunità di utilizzare una unità di misura piuttosto che un'altra, a seconda della grandezza che si vuole misurare. In termini di unità di misura convenzionale, per esempio, occorrerà utilizzare un metro per misurare la lunghezza del cortile, la cui misura si esprimerà in metri, mentre sarà sufficiente un righello per misurare un lato del libro, la cui misura si esprimerà in centimetri. Potrà capitare, in una osservazione per misurare la lunghezza del lato delle piastrelle del pavimento, che si ottengano misure uguali di piastrelle diverse. Le considerazioni opportune, appoggiate anche dalla sensazione visiva, riguarderanno il fatto che le piastrelle sono tutte uguali, dunque hanno la stessa misura. Nel caso, invece, di misure diverse occorrerà riflettere sull'atto del misurare e sullo strumento di misura che potrebbero entrambi introdurre "errori" (meglio chiamarli incertezze) nella misurazione. Il passaggio dal numero sotteso all'atto della misura (numero naturale), ovvero al numero decimale, è un salto epistemologico di fondamentale importanza per una giusta acquisizione del concetto di misura. Si presenta quando l'unità di misura scelta non è contenuta un numero intero di volte nella grandezza che si misura, e quindi ne avanza un pezzettino. In questo caso occorrerà far riflettere gli allievi sull'opportunità o meno di misurare il pezzettino e sul come farlo. Il primo passo dovrà consistere nell'approssimazione: si osserverà a quale tacca è più vicino il pezzettino e dunque si approssimerà per difetto o per eccesso la misura. Questo passaggio è fondamentale, perché insegnerà ai bambini che, se non hanno sottomultipli dell'unità di misura, non

possono inventarli, ed è molto meglio approssimarli che tirare a caso o indovinare: bisognerà utilizzare per esempio unità di misura più piccola per misurare il pezzettino, anche non sottomultipli dell'unità di partenza o anche non sottomultipli in base dieci. Per fare un esempio, se userò la larghezza del pugno per misurare la lunghezza del banco, potrò, per la parte che avanza, utilizzare le dita: in questo caso 4 dita faranno un pugno, ma introdurrò in ogni caso un sottomultiplo. L'altro aspetto connaturato con la misura di grandezze è la loro stima, in pratica la determinazione di una misura approssimata della grandezza, nell'impossibilità di misurarla direttamente o indirettamente. La stima comporta l'espressione della grandezza con una misura che spesso è costituita da un ordine di grandezza, nel senso che è sufficiente dire in quale potenza del dieci è contenuta la sua misura. Bisognerà che i bambini abbiano prima fatto esperienza con misure di base. Per esempio, se avranno misurato la distanza tra un banco e l'altro in classe e la lunghezza di un banco, sulla base di questi dati e con alcune considerazioni di tipo aritmetico (oppure a occhio), potranno dire quanto è approssimativamente la lunghezza dell'aula. Stimare significa utilizzare qualche grandezza o procedimento per eseguire la stima e quindi bisogna far riferimento a qualcos'altro, di cui si è fatta esperienza. Il significato profondo di stima è, infatti, utilizzare qualche cosa di noto, cioè una qualche misura nota, attraverso la quale determinare, per mezzo di una procedura specifica, la misura di una grandezza non nota. La determinazione dell'altezza di un palazzo di 8 piani può essere stimata conoscendo l'altezza approssimata di un piano. Nella stima entrano quindi in gioco due capacità: la capacità di richiamare alla mente una misura nota e la capacità di usare una qualche procedura per agire sulla misura conosciuta al fine di determinare la misura sconosciuta. Credo che sia fondamentale che il bambino acquisisca l'abitudine mentale a stimare grandezze, perché come cittadino di domani, ha bisogno di questa competenza per la vita di tutti i giorni. Anche nel suo percorso scolastico il bambino deve sviluppare la capacità della stima di grandezze per poter dominare i risultati ottenuti (a mano o con la calcolatrice) a seguito di calcoli che fanno riferimento a situazioni concrete.

2.7 ANALISI COMPARATIVA: IL SISTEMA METRICO DECIMALE NEI LIBRI DI TESTO DELLA SCUOLA PRIMARIA.

Per far raggiungere agli alunni le competenze relative all'utilizzo delle misure del Sistema Metrico Decimale i libri di testo, così come le guide didattiche per le insegnanti, sono soltanto sussidi che necessitano quindi di essere completati dall'insegnante in base alla sua esperienza didattica ed in relazione al vissuto degli alunni, alla loro situazione di partenza, alle loro capacità ed ai loro metodi di apprendimento. Per conoscere ed utilizzare le misure del sistema metrico decimale occorre molto tempo e soprattutto occorrono attività pratiche di misurazione, relative ad esperienze dirette degli alunni. Il percorso dovrà portare gli allievi a sapere compiere equivalenze con misure lineari nelle varie situazioni problematiche della loro vita quotidiana. Sin dal monoennio della Scuola Primaria il bambino deve essere stimolato a svolgere attività pratiche di misurazione con misure arbitrarie non convenzionali, tendenti a fargli acquisire proprio i concetti di unità di misura e di misurazione. Naturalmente all'inizio gli strumenti usati saranno costruiti dal bambino o, in ogni modo, saranno strumenti che fanno parte del vissuto dell'alunno. Quindi, inizialmente non verranno utilizzati testi scritti.

Il "sussidiario", inteso come libro di testo composto da argomenti relativi a diverse discipline, tra cui la matematica, comincia ad essere utilizzato con la recente riforma della scuola primaria dal primo biennio. Il Sistema Metrico Decimale convenzionalmente utilizzato in quasi tutti gli stati del mondo, introdotto nel 1800, è diffusamente illustrato nei libri " sussidiari" di testo a partire dalla classe terza della scuola primaria. Con il sistema metrico decimale sono definite le principali unità di misura di lunghezza, capacità, peso. I libri di testo a cui ho fatto riferimento per le mie riflessioni sono diversi, ma principalmente ho analizzato i seguenti: Gianfranco Bresich-Chiara Zanone 2003, Sito scuola 3, DeAGOSTINI Novara; Gianfranco Bresich Chiara-Zanone 2003, Sito scuola 4, DeAGOSTINI Novara; Gianfranco Bresich Chiara-Zanone 2003, Sito scuola 5, DeAGOSTINI Novara; Perché 3? 2004, Giunti scuola, Firenze; Perché 4? 2004, Giunti scuola Firenze; Perché 5? 2004, Giunti scuola Firenze; Moduli per analizzare 3 2003, Edizioni Il Capitello, Torino; Moduli per analizzare 4 2003, Edizioni Il Capitello Torino; Moduli per analizzare 5 2003, Edizioni Il Capitello Torino; A.M. Gandolfi, 2004, Passa parola Editrice Piccoli, Torino.

Dall'analisi accurata dei testi scolastici della scuola primaria si evince che nessuno è totalmente completo, chiaro, coinvolgente. Infatti, ognuno di loro ha dei difetti e dei pregi spesso complementari l'uno dell'altro. Penso che un libro di testo specialmente nella parte che riguarda la misurazione dovrebbe avere le seguenti caratteristiche:

1. lessico chiaro, fruibile anche in maniera autonoma da parte del bambino;
2. informazioni curiose che catturino l'interesse e stimolino il desiserio di apprendere;
3. illustrazioni calibrate sulle effettive capacità di comprensione dei bambini in modo tale che lo stimolo visivo diventi un "facilitatore" efficace per la comprensione e la capacità di memorizzazione;
4. esercizi di autoverifica per rendersi conto di eventuali difficoltà e adottare le strategie necessarie;
5. proposte per un "laboratorio" per esercitazioni pratiche che tengano alta la motivazione al fare e al pensare;
6. proposte di situazioni problematiche "vicine" alla vita del bambino la cui soluzione gli permetta di approfondire gli argomenti trattati.

Il percorso proposto dal libro di testo "Perché'?" edito dalla Giunti scuola per le classi terza, quarta e quinta, prevede delle tabelle, per la verità poco chiare, contenenti la marca, il nome e il valore espresso anche in termini di frazioni delle unità di misura di peso, capacità e lunghezza ed il metodo per il passaggio da ogni unità di misura alla precedente ed alla successiva. Le considero poco chiare perché credo che inizialmente dovrebbero essere illustrate le singole tabelle di ogni tipo di misurazione, preferibilmente utilizzando diversi e coinvolgenti colori e solo successivamente dovrebbe figurare una tabella comparativa dei tre sistemi di misurazione. Il testo spiega poi con chiarezza e riferendosi soprattutto ad attività pratiche di misura (per esempio la misurazione della lunghezza del banco con diverse unità di misura) cosa significa svolgere un'equivalenza ed in che modo farlo con veloce calcolo mentale, mancano però illustrazioni accattivanti.

Il percorso di apprendimento del testo "Moduli per analizzare" di terza, quarta e quinta propone inizialmente esercitazioni con lo scopo di motivare il bambino a conoscere le unità di misura usando attività di misurazione con misure arbitrarie. Le tabelle risultano più chiare, ma incomplete; mancano, infatti, il criterio del passaggio

da un'unità di misura alla precedente e alla successiva e i riferimenti frazionari relativi ai sottomultipli. Le illustrazioni, invece, sono abbastanza coinvolgenti.
I libri di testo "Sito scuola" di terza, quarta e quinta risultano maggiormente esaustivi. Infatti il percorso che propongono si basa su attività di sperimentazione di misura fatte dagli alunni con unità di misura arbitrarie, molto interessanti perché con essa i bambini possono leggere l'esempio nel testo e poi realizzarlo realmente. Subito dopo vengono presentate le tabelle chiare e complete, viene illustrato con altrettanta chiarezza e completezza, verbalmente e con disegni, il criterio su cui si basano le equivalenze tra due misure espresse con unità diverse e vengono evidenziate le differenze delle misure di peso odierne rispetto a quelle del recente passato. Le illustrazioni potrebbero essere maggiormente complete ed esaurienti.
Dal confronto dei vari testi, in generale, ho notato che l'argomento relativo ai cambiamenti introdotti col passare del tempo nel Sistema Metrico Decimale, per quanto riguarda le misure di peso e l'unità di misura fondamentale relativa, spesso non è trattato abbastanza chiaramente e potrebbe essere quindi motivo di confusione per i bambini. Inoltre, in molti testi i riferimenti alla vita pratica dell'alunno sono molto limitati. Deve quindi essere cura dell'insegnante porre rimedio a queste carenze proponendo stimolanti attività pratiche che conducano gradualmente il bambino ad acquisire i concetti relativi alla misurazione. Infatti, per acquisire il concetto di misura di lunghezza, è importante che il bambino sia stimolato a misurare oggetti e spazi conosciuti con strumenti costruiti da se stesso. Pochi testi danno però indicazioni vere e proprie su come costruire, per esempio, un metro con una striscia di stoffa. In tutti i testi esaminati si trovano tabelle che evidenziano le unità di misura di lunghezza, indicando per ognuna nome, simbolo e valore rispetto all'unità di misura fondamentale espresso per i sottomultipli sia con le frazioni che con i numeri decimali. Queste tabelle sono però, di solito, concise e risultano quindi confuse agli occhi di un bambino che vorrebbe trovarvi un punto di riferimento. Inoltre, in molti dei testi esaminati si riscontra la carenza di riferimenti ad attività pratiche e, subito dopo le tabelle, vengono proposti esercizi relativi alle equivalenze senza chiare spiegazioni sul loro metodo di svolgimento. Per quanto riguarda le misure di capacità, i libri di testo dovrebbero inserire immagini chiare ed interessanti che diano all'alunno un'idea precisa del valore di ogni unità di misura. Dovrebbero poi proporre, anche in questo caso, esercitazioni pratiche da eseguire in laboratorio o in mancanza di questo anche in classe con strumenti facenti parte del materiale didattico o costruiti dagli alunni. Dovrebbero proporre poi esercizi di equivalenza, ,dopo averne però descritto alcuni con illustrazioni coinvolgenti.
Per quel che concerne le misure di peso, i libri di testo, oltre a dover descrivere il valore delle unità di misura con adeguate e colorate illustrazioni, oltre a proporre attività pratiche di peso di oggetti con vari tipi di bilance, oltre a svolgere equivalenze "illustrate" dovrebbero motivare il bambino ad interessarsi di queste misure, la maggior parte delle quali non rientra nel vocabolario comunemente utilizzato dall'alunno, riferendosi di fatto a pesi di oggetti troppo grandi o troppo piccoli. In tal senso i testi dovrebbero proprio coinvolgere il bambino con diversi esempi relativi all'uso di unità di misura di oggetti molto pesanti (Mg megagrammo) o molto leggeri (dg decigrammo, cg centigrammo, mg milligrammo usati in oreficerie, farmacia, chimica, erboristeria).
Per concludere sono convinta che i libri di testo possano essere di aiuto nell'acquisizione del concetto di misura a condizione che rispecchino, almeno in

buona parte, le caratteristiche delle quali ho parlato e sempre se si tiene conto del fatto che sono solo uno dei sussidi di cui l'insegnante si deve avvalere per portare i propri alunni ad essere in grado di conoscere le misure del Sistema Metrico Decimale ed operare con esse nella vita quotidiana.
Riassumendo, secondo me, la caratteristica di un buon libro di matematica deve essere la presenza di esercizi non di routine: per esempio, per quanto riguarda il concetto di misura, la presenza di indicazioni per svolgere vere e proprie esperienze di misura o metodi per costruire strumenti di misurazione, il tutto in un linguaggio accessibile ai bambini. Tutto ciò per evidenziare che il testo deve essere un vero e proprio strumento di lavoro. Quindi è necessario svolgere delle vere e proprie attività sul significato di misura e sull'operazione del misurare. Vi sono alcuni luoghi comuni nella testa dei bambini, come ad esempio quello secondo cui per misurare una lunghezza è indispensabile il metro (o i suoi sottomultipli) e che una lunghezza non possa essere misurata, se l'unita di misura non gli è inferiore. Mi è capitato di sentire, durante una conversazione in una classe di quinta elementare, frasi come: " non posso misurare il bordo del quaderno con il metro perché il metro è più lungo". Altrettanto frequenti sono le affermazioni che dimostrano come, nei riguardi del Sistema Metrico Decimale, si sia talmente condizionati da non ricordare più né la sua convenzionalità (la sua scelta ha precisi motivi storico-economici) né la sua arbitrarietà. In questi casi, quindi, è molto importante scegliere insieme ai bambini unità di misura di lunghezza arbitrarie: come la spanna, palmo, il quadratino del foglio, ecc, per poi mettersi d'accordo (una volta constatato che il "mio"palmo non è proprio uguale al "tuo", stabilire quale spanna o quale palmo scegliere. Una ricerca fatta in classe potrà far capire ai bambini che il quadratino del foglio del quaderno di matematica è una praticissima misura di superficie.Questo significherà, per i ragazzi, portare con sé uno strumento di misura sufficientemente preciso per valutare ordini di grandezza di superficie e, in aggiunta, far loro capire perché mai gli anglosassoni siano andati avanti per secoli a misurare in pollici e piedi. Le misure arbitrarie più opportune sono inizialmente quelle che il bambino scopre sul suo stesso corpo. Si è soliti far misurare un corridoio a "bracciate" o a "passi"; una tavola a "palmi"o a "pugni"; un lato dell'aula a "quante volte la mia sagoma ci sta stesa" ecc. Si tratta di vere e proprie misure di lunghezza con unità di misure arbitraria che preparano il terreno a capire perchè sia necessario passare da unità di misura personali ad unità di misura convenzionali. Basterà prendere il bambino più piccolo e quello più grande; lo stesso tavolo misurerà 8 palmi dell'uno e 6 dell'altro. Errore di misura? No: diversa scelta dell'unità. Ma occorrerà trovare un'unità convenzionale rispetto alla quale la misura sia unica e perfettamente ripetibile. Ovviamente per arrivare al sistema metrico decimale c'è un lungo, attento, paziente lavoro da svolgere. Da alcune osservazioni da me svolte durante la sperimentazione, mi sono accorta che ci sono bambini che non hanno la minima idea di quanto valga un'unità di misura: nessun timore, le unità di misura sono scelte puramente convenzionali dell'uomo, connesse alla natura delle grandezze da misurare; il bambino all'inizio della Scuola Primaria non può capire convenzioni di misura perché, non c'è nulla da capire, ma solo da accettare! E' una forzatura alla quale, pian piano, si adatterà. Approfondito il concetto di misura, il libro di testo potrà venire in aiuto con una serie di esercizi applicativi per i quali le regole possono ridursi ad una tabella riassuntiva che nulla vieta di consultare ed il cui uso e la cui pratica porteranno a risultati di corretta tecnica formale. Dunque il libro di testo dovrebbe offrire innanzitutto situazioni di

"ricerca" (non esercizi di routine, ma vere e proprie proposte di lavoro ecc). Il libro dovrebbe essere considerato la fonte di consultazione primaria in assenza di un esperto che suggerisca o consigli, in modo da abituare il bambino al lavoro autonomo per il quale non è necessario che egli "sappia tutto", ma piuttosto che sappia come e dove trovare quanto gli serve.

CAPITOLO 3: LA METACOGNIZIONE

3.1 LA DIDATTICA METACOGNITIVA PER UN APPRENDIMENTO SIGNIFICATIVO.

Con il termine metacognizione[5] in psicologia cognitiva s'indica in via generale la consapevolezza e il controllo del soggetto sui propri processi cognitivi, in particolare delle strategie più opportune per imparare, ricordare, conoscere, risolvere problemi. Accanto alla conoscenza c'è un'altra competenza importante legata alla metacognizione, in altre parole la capacità di controllo e di intervento per facilitare l'attività cognitiva.

La mia ricerca sperimentale sul Sistema Metrico Decimale mi ha indotto ad approfondire il metodo dell'insegnamento basato sulla metacognizione, inteso come quell'insegnamento che offre concrete possibilità, affinché si possano realizzare in tutti gli studenti apprendimenti espressivi accompagnati da un incremento di capacità a livello cognitivo.

L'utilizzo della metacognizione, intesa come capacità d'essere cosciente dei propri stati mentali ed anche emozionali, si fonda ormai su innumerevoli studi da parte della psicologia e delle neuroscienze. In una didattica metacognitiva gli alunni,nel loro percorso scolastico, si accorgono di riuscire ad imparare con maggiore facilità e soddisfazione personale, si dimostrano più responsabili e capaci di rielaborazione e riflessione personale, oltre che di pensiero critico. Oserei affermare che un insegnante perseguendo questo metodo fornisca veramente strumenti efficaci di pensiero che a loro volta diventano premesse ad un'educazione attiva e democratica. Le mie considerazioni a tal proposito sono confermate dagli studi di Bruner[6], e del neurologo John C. Eccles[7] e del filosofo K. Popper[8] .

Popper ed Eccles distinguono la coscienza dall'autocoscienza. La prima è quella che gli psicologi identificano con lo stato di veglia e con la consapevolezza di sé: il fatto di sapere di esistere in un determinato luogo e di essere sempre un unico individuo pur mutando le situazioni interne ed esterne (memoria dell'Io). Essi, ponendosi nella tradizione evoluzionistica, riconoscono che la conoscenza possa essere presente anche negli animali più intelligenti, allorché agiscono perseguendo degli scopi (l'esempio della scimmia che raggiunge il cibo utilizzando uno strumento). L'autocoscienza, invece, può essere solo dell'uomo. Essa è collegata alla costruzione del mondo (società, storia, cultura, scienze, tecnologia) e vi partecipa ricevendo da esso significati e collocazioni culturali, apportandovi a sua volta modifiche. Agisce come un processo di continua coordinazione e selezione di tutto il lavoro che il cervello compie attraverso la complessità delle organizzazioni neurali. Sarebbe proprio questa capacità di organizzare attivamente l'apprendimento, nell'autocoscienza, la base della metacognizione. Essa si svilupperebbe con il linguaggio, che permettendo di "vedere" il pensiero lo organizza secondo schemi logici e lo sviluppa con processi che implicano immaginazione, fantasia ed inventiva.

---

[5] Dario Ianes, Metacognizione e insegnamento, spunti teorici e applicativi, Erickson, 1996, Trento.

[6] J. Bruner "*La mente a più dimensioni*" Ed Laterza: Roma 2000, cap.V: L'intuizione di Vygotskij p. 84

[7] R. Popper- J. C. Eccles "*L'io e il suo cervello*" Armando Editore, Roma 1992.

[8] Cfr. Popper- Eccles op.cit. p. 578 e p.569

Bruner[9] afferma che la metacognizione si basa sulla capacità di uscire dall'egocentrismo, che non è per niente tipico della fanciullezza, come aveva sostenuto Piaget[10], ma può appartenere ad ogni stadio di sviluppo. Secondo J. Bruner l'attività metacognitiva compare nelle persone in modo disuguale, in rapporto al loro sfondo culturale, ma può essere insegnata con successo come altre abilità. Egli riprendendo il concetto di L. Vygotskij[11] di apprendimento positivo, come quello che anticipa lo sviluppo, operando entro la zona di sviluppo prossimale, ritiene che ciò sia possibile in quanto la persona più competente offre un prestito di coscienza. Per esempio, nell'apprendimento del linguaggio chi apprende, all'inizio, prende a prestito le conoscenze e la coscienza di chi lo educa. Inizialmente quindi l'insegnante fungerà da sostituto della consapevolezza, prevedendo le difficoltà e segmentando il lavoro per quantità e complessità. A lui spetterà il compito di mettere a fuoco l'attenzione, il dimostrare la fattibilità del compito, presentandolo con la gradualità necessaria e accompagnando le azioni al loro racconto. In seguito il discente subentrerà all'insegnante, riuscendo alla fine ad imparare da solo.
E' stato particolarmente interessante trovare come le osservazioni di J. Bruner sulla metacognizione ribaltino il concetto, dell'egocentrismo come proprio dell'infanzia sul quale sembrava non ci fosse più niente da dire.
Bruner afferma che tutti siamo, in misura più o meno grande, egocentrici, cioè incapaci di assumere la prospettiva di altre persone: si è egocentrici quando manca la metaconoscenza o, come dice Bruner, "la capacità di comprendere la struttura dell'evento entro il quale si opera" [12].
La metacognizione si deve considerare come obiettivo cognitivo trasversale all'apprendimento disciplinare e come strumento per il conseguimento d'altri obiettivi importanti, come l'acquisizione di abilità utili all'autonomia personale e alla capacità di collaborare alla costruzione delle conoscenze. In che modo sviluppare ciò nella didattica quotidiana? Prima di tutto attraverso l'intenzionalità delle proposte, con una "metadidattica", vale a dire una didattica consapevole e funzionale allo sviluppo del pensiero che si concentri più sul processo che sui risultati. Per questo si deve insegnare ad osservare da diversi punti di vista ed anche a cercare di osservare se stessi sia facendo esercitare l'osservazione che l'ascolto insieme. Appena sarà possibile si dovrà chiedere al bambino di raccontare come ha imparato qualcosa. Le domande diventeranno sempre più specifiche, adeguate allo stadio di sviluppo dell'alunno, ma tese al raggiungimento di quello successivo. Si faranno esercizi sul come si osserva, in rapporto ai diversi sensi, in rapporto ad uno scopo, su come si descrive ciò che si è osservato. La costruzione, l'ideazione di giochi e di attività sono da privilegiare, perché solamente quando si costruisce qualcosa si fanno i conti con gli strumenti del pensiero, con le regole di coerenza in rapporto ai fini e alla loro congruenza interna.
Un ragazzo attiva processi di metacognizione, nel momento in cui capisce come funzionano. L'insegnante può mediare la metacognizione in molteplici modi, ad esempio proponendo obiettivi e chiedendo agli alunni come si possono raggiungere. L'insegnante comunicherà ai ragazzi quello che ha in mente, perché ritiene

---

[9] Cfr. J. Bruner, *op. cit.*p. 90
[10] Piaget J., "*Lo sviluppo mentale del bambino*", Torino, Einaudi, 2000, pag.11.
[11] Vygotskij "*Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche ed altri scritti*", Firenze, Giunti-Barbera 1978.
[12] VEDI NOTA1.

importante proporre certi argomenti e certi esercizi, ma accetterà anche di ascoltare ed accogliere eventuali modifiche o nuove proposte. Porrà domande che suscitano una curiosità che spinga all'azione e alla rielaborazione personale. Non si dovrà mai lasciar sfuggire un dubbio, la possibilità di mettere in risalto una incongruenza. Chiederà il perché delle risposte, sia giuste che sbagliate ed utilizzerà al massimo la valenza positiva degli errori (il che farà anche venire meno anche la paura di intervenire a molti alunni che si sentono insicuri e temono il giudizio degli altri). Stimolerà, attraverso l'analogia, la ricerca di strutture concettuali comuni a situazioni diverse. Farà in modo che gli alunni partecipino attivamente alla costruzione delle conoscenze. Altri tipi di attività avranno per oggetto: l'attenzione, la concentrazione, ma anche la distrazione (cause, occasioni, come organizzarsi per evitarla); la memoria (tipi e tecniche: cosa o come si memorizza bene? In quali situazioni? Quali "trucchi" utilizzare? La comunicazione (parlare, ascoltare, codici, canali, interferenze), la comprensione (individuare segni e significati, parole chiave, sequenze, ecc); la lettura (leggere per trovare un'informazione, capire di cosa tratta in modo globale e veloce, per capire una storia, ecc); la soluzione dei problemi (rappresentazioni mediante disegni, simboli, grafi; traduzione della situazione nel linguaggio dei numeri e delle operazioni e discussioni su quali altre soluzioni possono essere ammesse e/o quali sono più vantaggiose?). Tutte queste attività didattiche si possono configurare come costruzione, in tempi lunghi, di un metodo di studio, da intendersi come un insieme di corrette abitudini di pensiero, supportate da una forte dose di motivazione personale, in quanto l'efficacia dei risultati rafforzerebbe la stima personale e quindi il desiderio di apprendere. Insegnare un metodo di studio " metacognitivo" significa attivare strumenti di consapevolezza e quindi di costruzione delle conoscenze sia personale sia collettiva. All'interno di ogni disciplina sarà utile accostarsi al metodo che le è peculiare, ai nuclei concettuali e agli strumenti che le sono propri, applicando durante ciascuna fase i processi precedenti a quello specifico, che in tal modo saranno consolidati e renderanno significative le nuove proposte. Nello studio disciplinare insegnare a trovare, individualmente o per gruppi, le mappe concettuali di un contenuto di studio è utile perché esse rappresentano graficamente un reticolo di concetti che, partendo da un "nodo", vengono collegati tra loro, mediante parole "legame", che a loro volta individuano rapporti logici. In questo modo l'insegnante partirà dall'esperienza degli alunni, come contesto di apprendimento, per promuovere ed affinare competenze e padronanze.

3.2 MATEMATICA E METACOGNIZIONE: PERCHE'?

Ci siamo mai chiesti perché tanta gente, "anche buoni pensatori", sostiene di essere negata in matematica oppure perché gli insuccessi evidenziati nell'ambito dell'apprendimento di tale disciplina sono quelli più frequenti tra gli studenti di qualsiasi ordine e grado di scuola?
Forse sì e magari abbiamo cercato di giustificare tale fenomeno ricorrendo al diffuso mito della "predisposizione genetica", coloritamente indicato con l'espressione "il bernoccolo della matematica". Ma è davvero tutta colpa del "gene della matematica" oppure la ragione di tutto ciò può essere ricercata altrove? Studi recenti condotti nell'ambito dell'apprendimento della Matematica (R. Zan[13], P. Di Martino, B.

[13] Zan R., *"Il ruolo delle convinzioni nella risoluzione di problemi"*, La Matematica e la sua Didattica n. 4 1996

D'Amore[14], C. Cornoldi[15], D. Lucangeli[16]) hanno dimostrato l'inadeguatezza di un simile "credo popolare", puntando l'attenzione su altri aspetti. Si tratta di aspetti legati fortemente alle emozioni (affettivi), ma anche di aspetti connessi ai processi metacognitivi di controllo, quali: la capacità di predire il proprio livello di prestazione in un compito o di stimarne il grado di difficoltà; la capacità di pianificare ossia di organizzare le azioni che conducono all'obiettivo prefissato; la capacità di monitorare un'attività cognitiva intrapresa, in particolare la soluzione di un problema; la capacità di valutare la propria prestazione. L'attenzione rivolta alla sfera affettiva e metacognitiva, nell'ambito dell'insegnamento/apprendimento della matematica trova la sua ragion d'essere nella convinzione che le difficoltà che un allievo manifesta possono dipendere da carenze di vario tipo e non necessariamente ed esclusivamente dall'assenza di conoscenze o abilità. Se così non fosse, sarebbe difficile, o impossibile, comprendere e spiegare il successo di un alunno nelle altre discipline scolastiche tranne che nella matematica, dato che "La saggezza umana - scrive Rene Descartes[17]- rimane sempre la stessa anche se applicata agli oggetti più disparati e non viene cambiata dalla loro diversità più di quanto la luce del sole venga cambiata dalla varietà degli oggetti che illumina".
È molto interessante a tal proposito sintetizzare i risultati di una indagine empirica condotta da alcuni ricercatori come R. Zan[18], sull'interpretazione delle difficoltà in matematica. La ricerca empirica, volta allo studio dell'influenza esercitata dalle componenti affettive e metacognitive nel processo insegnamento/apprendimento della matematica della scuola primaria è stata realizzata tenendo conto del punto di vista degli alunni. Gli argomenti specifici di indagine sono stati: le convinzioni che gli alunni costruiscono sulla matematica; le emozioni che tale disciplina suscita negli allievi; i processi metacognitivi di controllo implicati nell'attività di risoluzione di compiti matematici (predizione, pianificazione, monitoraggio e valutazione). Tali aspetti sono stati studiati attraverso l'uso dei seguenti strumenti di indagine: questionari da distribuire ad alunni del campione scelto, interviste, osservazioni e attività condotte in aula e analisi dei dati raccolti. Dall'analisi dei risultati del questionario somministrato agli alunni della scuola Primaria, con l'intento di porre in luce le loro convinzioni sui fattori ritenuti responsabili del successo in matematica, emerge una convinzione molto diffusa tra gli studenti che non riescono in matematica, e cioè: "per riuscire in matematica non basta impegnarsi, ma occorre essere intelligenti e avere tanta memoria (il mito della predisposizione genetica)". Inoltre, per quelli che manifestano difficoltà rilevanti, occorre "una dose di fortuna". Ma come può influire questa convinzione sul livello di prestazione di un alunno in matematica? Secondo R. Zan una simile concezione distorta dei fattori responsabili del successo in matematica condurrebbe l'allievo a considerare la disciplina come qualcosa d'incontrollabile e ad assumere un atteggiamento di "fatalismo" caratterizzato dalla rinuncia a priori, da parte del soggetto, ad impiegare le proprie

14 D'Amore B. "*Elementi di Didattica della Matematica*". Pitagora Editrice. Bologna. 1999, p. 291

15 Cornoldi C. "*Metacognizione e apprendimento*" Il Mulino 1995

16 Lucangeli D. Cacciò L, Salerni C. Cornoldi C., *"Atteggiamento metacognitivo e problem-solving*". In "Studi di Psicologia dell'Educazione", 1-2/1996.

17 (Renè Descartes,Oeuvres, Regola I, vol. X).

18 *Zan R.*. "Emozioni e matematica", in D'AMORE B.(a cura di). Didattica della matematica e realtà scolastica. Pitagora Editrice, Bologna, 1997.

risorse. Ciò spiegherebbe le tante risposte casuali e prive di senso che la maggior parte degli allievi con difficoltà in matematica fornisce all'insegnante. Le convinzioni che gli alunni costruiscono sulla matematica sono numerose ed è impossibile scoprirle tutte; essi, infatti, elaborano convinzioni sulla disciplina in sé, sugli argomenti, sugli obiettivi dell'insegnamento della matematica. Ma ciò non è un problema, perché l'importante come rileva R. Zan, è prendere consapevolezza dell'esistenza di tali fattori che influenzano l'allievo nella scelta e adozione di strategie e comportamenti risolutivi.
Dalla somministrazione di due problemi con le stesse caratteristiche ma posti in maniera diversa emerge che per i bambini esistono due tipi di problemi: i problemi scolastici e i problemi extrascolastici, cioè quelli legati alla vita quotidiana; questi ultimi non hanno nulla a che vedere con i primi. La convinzione dell'esistenza di una duplice categoria di problemi determina negli allievi una scissione quasi totale tra l'abitudine tutta formale desunta dalla prassi scolastica a risolvere problemi e l'abitudine dedotta dalla prassi quotidiana, con la conseguenza che alcuni comportamenti risolutivi possono essere applicati solo in contesti extrascolastici.
I dati raccolti in questa ricerca evidenziano uno scivolamento delle emozioni positive verso le emozioni negative. Man mano che si passa dalla prima alla quinta classe della scuola Primaria, infatti, durante i primi due anni della scuola Primaria prevale nettamente l'entusiasmo (emozione "positiva"), mentre le emozioni "negative" sono del tutto assenti, proseguendo, invece, attraverso i vari gradi scolastici, si nota la comparsa e l'aumento di sentimenti negativi (ansia, paura e rabbia). Ciò che sorprende è che non solo aumenta la percentuale delle emozioni negative, man mano che si passa dalla I alla V, ma aumenta anche l'intensità di tali sentimenti, fino a provocare reazioni fisiche (sudorazione), complessi di inferiorità (sentirsi "ignoranti") o blocco dei processi cognitivi. L'analisi dei dati raccolti dimostra che il successo in matematica non dipende solo da quel "famoso gene", ma è anche una "questione di emozioni", proprio perché dimensione affettiva e dimensione cognitiva sono profondamente intrecciate tra loro. I sentimenti, come insegnano Damasio (1995) e Goleman (1997)[19], sono solitamente indispensabili nei processi decisori della mente razionale; essi ci orientano nella giusta direzione dove poi la pura logica si dimostrerà utile.
Ma cosa sono i processi metacognitivi di controllo in matematica?
II controllo metacognitivo riguarda, in modo particolare, quei casi in cui una *routine* non può essere definita in modo definitivo, quindi interessa anche il *problem-solving*. Le ricerche sulla metacognizione in matematica hanno evidenziato che ad un'elevata capacità di controllo corrispondono buone abilità cognitive di risoluzione. La psicologia cognitiva ci offre un ampio elenco dei processi di controllo che l'individuo attiva nell'esecuzione di attività che richiedono un certo impegno cognitivo, ma l'attenzione sembra essere concentrata su quattro processi, ritenuti fondamentali per il successo nella risoluzione di un problema: predizione, pianificazione, monitoraggio, valutazione. Prevedere in modo appropriato le difficoltà di un compito consente di affrontarlo in modo ottimale, poiché la predizione incide sulla scelta delle strategie da adottare per la risoluzione del compito. L'abilità di pianificazione sembra incidere direttamente sulla capacità di

[19] Damasio A. R., "*L'errore di Cartesio. Emozione. ragione e cervello umano*",Adelphì, Milano. 1995. Goleman D. "*L'intelligenza Emotiva. Che cos'è, perché può renderci felici",* Rizzoli, 1997.

soluzione. Gli studenti che non mostrano difficoltà nell'affrontare un problema di matematica, infatti, sono caratterizzati da una buona capacità di organizzazione delle azioni che conducono alla soluzione. Il monitoraggio è importante in matematica in quanto consente di modificare il nostro percorso, qualora ci si accorga di incorrere in errore o di deviare dal procedimento corretto. La valutazione in matematica è fondamentale per una prestazione soddisfacente. Ma, affinché l'alunno giunga a valutare la propria prestazione, è necessario che l'insegnante renda esplicito ciò che si attende nei vari momenti di lavoro e di verifica, in altre parole i criteri di valutazione che si possono applicare al lavoro. Spesso gli allievi, come evidenziano molte ricerche, sbagliano, oppure non valutano la propria prestazione, perché ignorano i criteri a cui devono far riferimento. Ma allora come intervenire?
Dai risultati della ricerca che ho sintetizzato si evince che ogni insegnante deve compiere un attento lavoro di indagine, finalizzato a far emergere il profondo intreccio di componenti psicologiche che si attivano nel momento in cui l'alunno si impegna in attività di apprendimento concernenti il sapere matematico, nonché a puntare l'attenzione sui processi piuttosto che sui prodotti. Orientare l'attenzione ai processi, significa esortare l'alunno a verbalizzare ad alta voce i "ragionamenti" che fa; la descrizione a parole di un processo cognitivo si presenta, infatti, come efficace strumento di osservazione e monitoraggio, non solo dei fattori metacognitivi, ma anche affettivi. L'insegnante di matematica deve, pertanto, agire con la consapevolezza che esiste una capacità di risolvere i problemi che, in qualche modo, va oltre la conoscenza di concetti matematici e si appoggia su intricati meccanismi psicologici.

3.3 METACOGNIZIONE E MISURA

In questo paragrafo cercherò di individuare il collegamento logico tra la metacognizione e l'insegnamento/apprendimento del sistema metrico decimale e del concetto di misura in generale per i bambini di Scuola Primaria. Innanzi tutto, qualunque sia l'argomento da affrontare, bisogna sempre partire dall'esperienza personale dei bambini. Leinhardt (1988) ha descritto lo sviluppo della conoscenza matematica come un progresso attraverso quattro fasi: conoscenza intuitiva o empirica, conoscenza concreta, (che implica oggetti raffigurati o manipolati), conoscenza procedurale, conoscenza concettuale o principi matematici astratti. Queste fasi, a mio parere, ben si adattano all'insegnamento del Sistema Metrico Decimale, credo, infatti, che per ottenere dei buoni risultati siano necessari:
1) conoscenza intuitiva o empirica: partire dall'esperienza personale e cioè dalle situazioni di misurazione che tutti possiamo incontrare nella vita quotidiana per esempio proponendo esperienze di misurazione che spingano a stabilire confronti di grandezze oppure proponendo giochi e attività di osservazione di oggetti per individuarne le proprietà (grandezze);
2) conoscenza concreta: effettuare delle vere e proprie esperienze di misurazione sia manipolando gli strumenti di misura (la misurazione del percorso da casa e scuola; la misurazione dei prodotti acquistati al supermercato ecc…) sia effettuando un confronto di alcune misure di oggetti presenti nell'aula; gli alunni in tal modo scoprirebbero che non è sempre possibile far un confronto diretto;
3) conoscenza procedurale: conoscere la procedura da applicare per effettuare le equivalenze con i multipli e i sottomultipli delle unità di misura;

4) conoscenza concettuale o dei principi astratti: il bambino si rende conto che bisognerà usare uno strumento che, riportato uno o più volte sulla grandezza da misurare, consentirà di effettuarne la misurazione; e quindi è necessario conoscere il sistema metrico decimale (le tabelle con le unità di misura).

Inoltre credo che per ottenere un apprendimento efficace, sia è necessario più tempo di quello che generalmente viene assegnato a questo argomento in modo da progettare con più attenzione questo progetto di insegnamento. Quindi bisogna definire un approccio sistematico all'insegnamento delle abilità matematiche basato su una sequenza che parta dalle rappresentazioni concrete (uso di oggetti manipolativi), passi alle rappresentazioni semiastratte (uso di figure e grafici) e soltanto a questo punto arrivi alle rappresentazioni astratte. Potrebbe essere molto utile, affinché l'insegnamento sia veramente efficace, fornire agli alunni un "organizzatore anticipato" cioè dimostrare e verbalizzare il processo che è alla base, per esempio, delle equivalenze quindi fornire una specie di pratica guidata. In sintesi, alla base dell'insegnamento ci sarebbero la riflessione, la dimostrazione e la pratica guidata le quali insegnano a fare uso delle abilità metacognitive per selezionare e valutare le strategie matematiche più adeguate. Un'altra strategia metacognitiva per l'insegnamento/apprendimento del Sistema Metrico Decimale, allo scopo di ridurre al minimo la passività, è aiutare i bambini ad acquisire il gergo matematico incoraggiandoli a definire i termini con parole proprie e a far verbalizzare a loro stessi i passaggi compiuti per svolgere, ad esempio, un'equivalenza; il fatto di verbalizzare è molto importante perché aiuta il bambino a identificare autonomamente gli errori e favorisce la comprensione del processo. Ovviamente l'insegnante aiuterà il bambino nel processo di verbalizzazione, ponendogli una serie di domande stimolo: "Come ci si deve accostare a questo esercizio? Cosa bisogna fare per prima cosa? ecc. In caso di risposte errate l'insegnante deve chiarire il processo e correggere gli errori.

Riassumendo, l'insegnante metacognitivo dovrà aiutare gli studenti facendo la dimostrazione di una strategia di *problem solving*, aiutarli a capire il gergo matematico, assisterli nello sviluppo e nella verbalizzazione della loro strategia.

Il comportamento dell'insegnante e i suoi effetti sull'apprendimento degli studenti sono stati per lungo tempo oggetto di studio, dal momento che questi comportamenti incidono sull'apprendimento. Per esempio, mi chiedo: " E' opportuno che l'insegnante fornisca esplicitamente in qualsiasi argomento le nuove informazioni? Oppure vi sono argomenti che si possono invece presentare allo studente attraverso stimoli meno diretti? Incoraggiandolo in questo modo alla scoperta autonoma e creativa delle nuove informazioni? Io credo fermamente che in matematica l'insegnamento per scoperta sia sicuramente molto efficace: per esempio, nell'apprendimento del sistema metrico decimale è indispensabile operare delle esperienze di misurazioni vere e proprie all'inizio con strumenti di misura arbitrari. Le idee non mancheranno se noi impariamo a considerare ogni bambino come una persona che apprende attivamente e che si costruisce una sua conoscenza personalizzata collegando i nuovi contenuti a quelli che già possiede. L'insegnante che terrà conto di questi aspetti, è un insegnante metacognitivo, perché baserà il suo insegnamento su alcune pratiche didattiche fondamentali come la dimostrazione dei processi cognitivi, l'incoraggiamento della riflessione metacognitiva sul pensiero, il *feedback* e lo sviluppo generalizzazione. Nella didattica metacognitiva lo studente è protagonista attivo nel suo apprendimento, non un soggetto che assorbe

passivamente: egli collega alle conoscenze che già possiede quelle nuove, costruendosi una nuova conoscenza personale che è caratterizzata da un senso profondo di possesso e di comprensione (Pressiey Harris e Marks, 1992)[20].
In una didattica metacognitiva i contenuti dell'insegnamento dovrebbero emergere da contesti, autentici e utili. Per esempio, nel mio caso anziché limitarsi a insegnare subito le operazioni delle equivalenze, si dovrebbero svolgere delle esperienze significative che facciano comprendere al bambino l'utilità della nuova conoscenza e l'importanza del concetto di misurazione nella vita quotidiana.
In un insegnamento che vuole essere efficace si dovrà fare uso di strategie metacognitive che servono per facilitare la prestazione di chi apprende, infatti, lo scopo delle strategie metacognitive di apprendimento è proprio quello di insegnare allo studente come imparare e come dimostrare la padronanza delle conoscenze acquisite nell'esecuzione dei compiti scolastici. Tutto questo sarà possibile se l'insegnante metacognitivo strutturerà il suo insegnamento attraverso descrizioni, spiegazioni, dimostrazioni offrendo, ad esempio, spiegazioni metacognitive, facendo la dimostrazione, facendo domande, dando incoraggiamento in modo da guidare la scoperta dello studente.
All'interno di una didattica metacognitiva è molto importante l'acquisizione delle abilità di autoregolazione. Infatti, tali abilità di autoregolazione sono fondamentali per un apprendimento concreto, utile, organizzato e riflessivo che permetta allo studente di capire e risolvere i problemi in tutte le materie scolastiche. Inizialmente, le abilità di autoregolazione aiutano lo studente ad analizzare i compiti e a scegliere una sequenza di *problem solving* appropriata. Inoltre, questi processi cognitivi aumentano la motivazione dello studente. Harris e Pressley (1991)[21] hanno osservato che la motivazione ad imparare nasceva anche dal bisogno intrinseco di riflettere su di sé, sul proprio comportamento e sulla propria conoscenza migliorando il senso positivo di autoefficacia. All'interno di tutto questo la valutazione diventa un processo continuo e dinamico; durante le interazioni con lo studente, infatti, l'insegnante ne monitora le strategie l'atteggiamento e i progressi. Ogni volta che uno studente avrà bisogno di assistenza, l'insegnante lo guiderà con domande, aiuti e indicazioni, fornendo *feedback*; inoltre, facendo la dimostrazione dei processi cognitivi e strategici, l'insegnante potrà chiedere allo studente di mostrare i suoi processi di pensiero durante le operazioni di *problem solving* (pensare ad alta voce) o di riflettere sul pensiero (dialoghi metacognitivi) (Garnett, 1992)[22]. In questo modo, la valutazione sarà immediata e spontanea in tutte le interazioni insegnante-studente.
Le Procedure didattiche basate sulle strategie di apprendimento metacognitivo sono:
1) Fare la dimostrazione della strategia che dovrà essere appresa.
2) Stabilire un dialogo interattivo.
3) Incoraggiare la riflessione metacognitiva e l'autoregolazione.
4) Fornire aiuti e guida
5) Concentrarsi sull'apprendimento autentico e sui motivi per imparare.
6) Usare dei sistemi oggettivi per controllare i progressi e fornire *feedback*.

---

20 Pressley M., Harris K. R., Marks M. B., "*But good strategy instructors are constructivists*!" <Educational Psychology Review>, vol. 4, pp.3-33, 1992.
21 VEDI NOTA 17.
22 Garnett K., "*Developing fluency with basic number fact: Intervention for students with learning disabilites*", < Learning Disabilities Research and Practice>, vol.7, pp. 210-216, 1992.

7) Insegnare fino alla padronanza e, dove serve, all'automatizzazione.
8) Fissare obiettivi chiari e nella "zona di sviluppo prossimale".
9) Insegnare la generalizzazione.
10) Aiutare lo studente a capire i nuovi contenuti e a collegarli alle conoscenze che già possiede
11) Fornire insegnamento esplicito
12) Insegnare tecniche mnemoniche.
13) Incoraggiare la riflessione e la discussione.
14) Incoraggiare lo studente a pensare ad alta voce.
15) Prima di iniziare l'insegnamento, verificare il livello delle abilità prerequisite.
16) Favorire la collaborazione tra compagni.

3.4 IL RAPPORTO INSEGNANTE-STUDENTE NELLA DIDATTICA METACOGNITIVA

(con particolare attenzione all'insegnamento/apprendimento del concetto di misura)

Il dialogo insegnante-alunno è uno degli elementi fondamentali della didattica metacognitiva, soprattutto per l'insegnamento della matematica. Gli insegnanti devono intervenire in modo mirato, valutando i momenti opportuni per fornire insegnamento diretto o guidato; fare domande; dare *feedback* correttivo; incoraggiare; lasciare che il bambino lavori autonomamente; riflettere con lui; fissare gli obiettivi; fare la dimostrazione di strategie cognitive o metacognitive; discutere le ragioni per acquisire nuove conoscenze esplicative o procedurali o per generalizzare. Appunto per questo ho riflettuto sull'insegnamento metacognitivo della matematica, proponendo un parallelismo tra le fasi di un processo d'apprendimento metacognitivo e gli aspetti pratici riguardanti l'acquisizione del concetto di misura e del Sistema Metrico Decimale. Le fasi che dovrà seguire un insegnante che vuole utilizzare strategie metacognitive in matematica sono le seguenti:

Fase 1: Fornire un "organizzatore anticipato" e cioè collegare la lezione ai contenuti già acquisiti o alle lezioni precedenti; identificare l'abilità che dovrà essere appresa; spiegare le ragioni dell'apprendimento dell'abilità o della strategia e discutere l'importanza della nuova conoscenza. Nella pratica: collegare la lezione sul concetto di misura alle misurazioni con unità di misura arbitrarie utilizzate negli anni scolastici precedenti. Proporre una situazione problematica relativa alla vita quotidiana di ogni alunno (per esempio: comprare un etto di prosciutto quando il prezzo si conosce al Kg) e definire, tramite la domanda del problema, l'abilità relativa alle equivalenze che dovrà essere appresa spiegando la necessità dell'acquisizione della nuova conoscenza.

Fase 2: Descrivere e fare una dimostrazione dell'abilità o della strategia; per esempio l'insegnante farà una domanda e fornirà la risposta, mentre gli studenti ascolteranno e osserveranno l'insegnante che pensa ad alta voce. Nella pratica: proporre semplici situazioni problematiche contenenti le unità di misura del Sistema Metrico Decimale, risolte in un primo momento solo dall'insegnante (che evidenzierà le unità di misura fondamentali con i multipli e i sottomultipli relativi alla lunghezza, alla capacità ed al peso ed alle strategie delle equivalenze) ed in un secondo momento da insegnante ed alunni insieme.

Fase3: condurre la pratica guidata e il dialogo interattivo ovvero l'insegnante guiderà gli studenti nelle strategie di *problem solving* senza fare dimostrazioni, se non quelle indispensabili; la guida dovrebbe essere fornita in base ai bisogni e si useranno le

seguenti tecniche di aiuto: l’insegnante farà domande specifiche e, se necessario, farà dimostrazioni oppure fornirà degli aiuti sulla conoscenza esplicativa, o ancora fornirà indicazioni sulla conoscenza procedurale e di controllo. In pratica: risolvere situazioni problematiche relative a misurazioni effettive della lunghezza, del peso e della capacità di elementi presenti nella classe e completare equivalenze sugli esperimenti di misurazioni effettuate. L’insegnante evidenzierà il criterio per risolvere i problemi e, se necessario, fornirà successive spiegazioni sulla procedura di risoluzione delle equivalenze.
Fase4: Condurre la pratica autonoma per l’acquisizione della padronanza cioè quando il bambino viene incoraggiato a riflettere (ossia a valutare, predire, controllare, costruire) e a lavorare senza l’assistenza dell'insegnante. In pratica: eseguire, senza l’aiuto dell’insegnante, individualmente e/o con lavori di gruppo, con giochi didattici e con l’uso del computer, esercitazioni su misurazioni virtuali e/o reali su equivalenze tra misure lineari. L’alunno verificherà poi autonomamente, utilizzando test per l’autocorrezione, le conoscenze acquisite.
Fase5: Fornire *feedback* ragionato: questa procedura guiderà l’insegnante nel fornire *feedback* sulle risposte corrette e nell’uso di quelle errate come opportunità di insegnamento e apprendimento. a) Calcolare e spiegare il risultato; b) Registrare il risultato; c) Valutare il risultato con riferimento agli obiettivi; d) Determinare l’errore esaminando il modello corretto; e) Iniziare la correzione; f) Chiedere allo studente di applicare la procedura di correzione; g) Concludere dando *feedback* positivo sulla correzione. In pratica: utilizzare le risposte corrette ed errate per analizzare i procedimenti di risoluzione dei problemi non corretti. Confrontando, infatti, le risoluzioni problematiche e le equivalenze corrette e non, ed analizzando i percorsi che hanno portato a tali soluzioni, gli alunni potranno capire perché certe abilità non sono state acquisite e potranno rafforzare quelle già acquisite. L’insegnante utilizzando tabelle sulle unità di misura e grafici che evidenziano l’obiettivo che la situazione problematica deve raggiungere (“la domanda”) confronterà il modello corretto del problema con il procedimento errato utilizzato da alcuni alunni per la risoluzione dello stesso ed evidenzierà gli errori, fornendo la dimostrazione di una situazione problematica analoga avente lo stesso tipo di domanda, puntualizzando il valore delle unità di misura del Sistema Metrico Decimale e la proporzione esistente tra l’una e l’altra. Stimolerà, poi, gli alunni ad eseguire la correzione della procedura scorretta.

Fase 6. Insegnare la generalizzazione equivale a dire riflettere sull’applicazione delle nuove conoscenze in situazioni e contesti diversi oppure incoraggiare gli studenti a inventare problemi matematici significativi connessi alle nuove conoscenze.

Per quanto riguarda i contenuti dell’insegnamento della matematica, l’insegnante dovrà focalizzare tale insegnamento sul *problem solving* in un contesto autentico. Se il contenuto matematico deve essere efficace, è fondamentale che sia presentato in una situazione reale. In pratica: applicare le conoscenze relative al Sistema Metrico Decimale nel campo del calcolo geometrico per calcolare, per esempio, perimetri di figure - per quanto riguarda misure di lunghezza - e nell’ambito delle situazioni problematiche relative alla compravendita ed al calcolo del peso lordo- peso netto-tara per quanto riguarda le misure di peso e di capacità.

In ogni caso, per sviluppare la sensibilità metacognitiva, si deve migliorare la propria consapevolezza cioè avere la coscienza della modalità cognitiva utilizzata nell'apprendimento e nella soluzione dei problemi. Ognuno di noi, infatti, si approccia al compito e lo risolve in modo diverso. Questa modalità è chiamata dagli studiosi dell'apprendimento stile cognitivo. Per stile cognitivo s'intende una modalità d'elaborazione dell'informazione che si manifesta in compiti diversi e addirittura in settori diversi del comportamento. Legato al concetto di stile cognitivo vi è quello di strategia, intesa come procedura la cui messa in opera facilita o permette di raggiungere lo scopo richiesto da un determinato compito. Ogni stile cognitivo predilige l'uso di un determinato tipo di strategie. Tuttavia, l'inclinazione ad utilizzare una strategia piuttosto che un'altra dipende anche dall'esito derivato dall'utilizzazione della stessa; ovvero, il soggetto dovrebbe utilizzare di nuovo quelle strategie che si sono rivelate utili ed efficaci, indipendentemente dallo stile cognitivo di appartenenza. Emerge, dunque, sempre di più l'importanza del compito: avere consapevolezza di quello che esso richiede permette di selezionare in modo flessibile le strategie più efficaci. Molto spesso alcuni bambini non riescono a mantenere a lungo l'attenzione sui compiti matematici e non riescono a concentrarsi sul compito per un tempo sufficiente a completare il processo. L'insegnante metacognitivo in questo caso dovrà utilizzare alcune strategie per favorire il più possibile la concentrazione sul compito. Per esempio, l'insegnante può ridurre al minimo gli elementi di distrazione, fornire aiuti e coinvolgere attivamente lo studente nel processo di apprendimento. Il ruolo dell'insegnante è fondamentale per l'apprendimento (Feuerstein, 1980)[23]: il docente s'interpone tra il discente e il compito, struttura il compito (Bruner, 1985)[24], fa la dimostrazione delle strategie per il *problem-solving* (Portes, 1985)[25], orienta le *routine* e le *sottoroutine*, fornisce *feedback* rinforzo, aiuta a combinare le *sottoroutine* e controlla i processi d'apprendimento dell'alunno finché questo ultimo non è in grado di farlo autonomamente (Kaye, 1982)[26]. Ogni insegnante che utilizza strategie metacognitive deve conoscere le quattro fasi del processo di apprendimento: acquisizione, in cui lo studente non conosce il compito; primo consolidamento, in cui lo studente è in grado di eseguire parte del compito; consolidamento avanzato, in cui lo studente padroneggia la maggior parte del compito; padronanza, in cui lo studente è in grado di eseguire il compito autonomamente. Nel mio caso, e cioè quello inerente all'insegnamento del Sistema Metrico Decimale, è ovvio che al primo contatto il bambino non sappia risolvere le equivalenze; l'insegnamento, pertanto, è necessario che parta dalla spiegazione e dimostrazione di come risolvere un esempio di equivalenza: l'insegnante si troverà a svolgere in questo caso la maggior parte del lavoro la maggior parte del lavoro. Durante la fase di primo consolidamento, il bambino potrà essere in grado di risolvere con l'aiuto delle insegnanti equivalenze

---

23 Feuerstein R., "*nstrumental enrichment: An intervention program for cognitive modifiability*", Baltimore, University Park Press, 1980.

24 Bruner J., Vygotskij: " *historical and conceptual perspective. In J. Wertsch (a cura di) , Culture communication and cognition: Vygotskian perspectives*" Cambridge, MA, Harvard University Press, 1985.

25 Portes p r , "*he role of language in the development of intelligence: Vygotskij revisted, >journal of Research and Development in Education>*" vol. 18, n.4, pp.1-10, 1985.

26 Kaye K., The apprentice. In K. Kaye (a cura di), The mental and social life of babies, Chicago, University of Chicago Press, pp. 54-69, 1982.

semplici, per poi in seguito comprendere e padroneggiare l'intero processo. Appare evidente, in questo contesto l'importanza che riveste la motivazione, cioè la forza che spinge il soggetto a fare e ad essere coinvolto nella situazione. La motivazione dipende sicuramente dall'importanza che il soggetto attribuisce al compito che deve affrontare perché essa dà energia, dirige il comportamento, in quanto ne regola l'intensità, lo sforzo e la persistenza. E' chiara quindi l'enorme influenza della motivazione in un determinato compito, soprattutto la motivazione intrinseca cioè quando l'alunno riconosce l'importanza che ha per lui quel tipo di apprendimento e, di conseguenza, investe spontaneamente energie e comportamenti diretti allo scopo. Voglio terminare questo paragrafo riflettendo proprio sul fatto che, se riusciamo a trovare in noi stessi lo stimolo ad agire, saremo in grado di insistere nell'impegno e di raggiungere esiti corretti in matematica come nella vita.

3.5 PROBLEM SOLVING

Nell'ambito di una didattica metacognitiva in matematica svolgono un ruolo molto importante le dimostrazioni dell'insegnante, le quali devono essere strategie di *problem solving* di processi di pensiero matematici. Per insegnare strategie di *problem solving* bisogna tenere conto delle seguenti strategie cognitive:

- leggere per capire
- parafrasare con parole proprie
- visualizzare un'immagine o un diagramma
- ipotizzare un piano per risolvere il problema
- stimare o predire la risposta
- eseguire i calcoli
- controllare per assicurarsi che sia tutto giusto

Il *problem solving* è una tecnica essenziale per capire la matematica: essa, infatti, consente a tutti quelli che ne fanno uso di sviluppare l'attitudine a formulare, rappresentare, astrarre e generalizzare controllare e riflettere il pensiero matematico nella risoluzione dei problemi, applicando un'ampia varietà di strategie. Infatti, il *problem solving* rappresenta una situazione quasi ideale per aiutare il bambino ad acquisire un ben preciso metodo di lavoro. In sintesi, esso richiede al soggetto di ricercare strategie, cioè modi efficaci di affrontare e risolvere situazioni problema, e nello stesso tempo di esercitare un graduale controllo sui propri pensieri, sulle procedure adottate e sugli apprendimenti che egli sta maturando. Inoltre credo che, cercare di mettere in ordine una situazione che viene vissuta come incompleta, non in equilibrio, dovrebbe destare l'interesse e l'attenzione del soggetto e mantenerli vivi fino all'individuazione della soluzione finale. Secondo me, la capacità di risolvere problemi non è solo un obiettivo nell'apprendere la matematica, ma anche uno degli strumenti più importanti per farla. Quando gli studenti utilizzano la tecnica del *problem solving* per approfondire i contenuti matematici, sono in grado di acquisire una nuova comprensione della matematica e rafforzare la loro capacità di utilizzare la matematica che conoscono. *Problem solving* vuol dire impegnarsi in un compito per il quale non si conosce in anticipo il metodo risolutivo. Per individuare una soluzione, gli studenti devono utilizzare la loro conoscenza in modi diversi e, attraverso questo processo, possono sviluppare una nuova conoscenza. Inoltre nel *problem solving* matematico è sicuramente implicito un forte aspetto di creatività che, però deve condurre ad un risultato matematicamente corretto. Come può il *problem solving* aiutare gli studenti ad apprendere la matematica? Attraverso le

situazioni problematiche le quali forniscono il contesto all'interno del quale gli studenti possono consolidare ed estendere quello che già conoscono. Problemi ben scelti possono stimolare profonde indagini matematiche.
Le persone che hanno sviluppato una visione matematica del mondo, sono portate ad agire in modo matematicamente produttivo. Che comportamento ci si aspetta da chi ha attitudine matematica? I buoni risolutori di problemi tendono ad analizzare accuratamente le situazioni in termini matematici, sono inclini a vedere, se possibile, una soluzione semplice prima di cercarne una più complicata; inoltre ne faranno un'analisi più raffinata. Le persone con una predisposizione verso la matematica tendono ad esplorare la struttura del problema per vedere cosa fa funzionare le cose in modo matematico e sono in grado di astrarre e generalizzare. Queste persone tendono a cercare più di un modo per affrontare un problema, facendo in tal modo nuovi collegamenti, vedendo nuovi componenti e rivelando differenti aspetti della matematica. Gli studenti che sono bravi risolutori di problemi cercano di verificare le loro congetture, tentano di sostenerle attraverso il ragionamento e le abbandonano solo sulla base dell'evidenza contraria.
L'insegnante gioca un ruolo importante nel favorire l'attitudine al *problem solving* attraverso la creazione di un ambiente in cui gli studenti sono incoraggiati ad esplorare, a correre dei rischi, a condividere successi e insuccessi e a porsi domande uno con l'altro. Le strategie per il *problem solving* fanno parte del bagaglio di strumenti matematici dello studente. Quando non è facilmente disponibile una soluzione di un problema, gli studenti possono trovare beneficio dall'avere a disposizione un repertorio di strategie che li aiuta a fare progressi. Agli studenti si dovrebbe insegnare una varietà di strategie, con relativa applicazione pratica, in modo tale da permettere loro di utilizzarle. Ma soprattutto si dovrebbe insegnare la capacità di riconoscere quando è opportuno impiegare le diverse strategie e come utilizzarle. In ogni modo, nessuna strategia s'impara una volta per tutte, a differenza degli algoritmi, piuttosto si imparano nel corso del tempo e diventano sempre più complesse al crescere della complessità dei problemi.
Alcune ricerche (Lester 1985, Schoenfeld 1987)[27], mostrano come gli insuccessi nel *problem solving* non nascano dalla mancanza di conoscenze, ma da un loro uso insufficiente. I bravi solutori controllano e assestano continuamente il proprio operato: si assicurano di aver capito bene il problema (se è scritto, leggendolo attentamente, altrimenti ponendo domande fino alla completa comprensione); fanno piani; verificano periodicamente di essere sulla buona strada; se si accorgono di non fare progressi, si fermano per prendere in considerazione delle alternative e non esitano a cambiare completamente percorso. Per far diventare gli studenti dei bravi risolutori di problemi, sono assolutamente essenziali la consapevolezza di sé e l'autovalutazione. Una capacità di riflessione di questo tipo, cioè la "metacognizione" è molto più probabile che si sviluppi in un ambiente scolastico che la sostenga. Gli insegnanti giocano un ruolo importante nell'aiutare a strutturare queste abitudini alla riflessione ponendo domande del tipo: "prima di proseguire, siamo sicuri di aver capito questo concetto?", "quali sono le nostre scelte?", "abbiamo un piano di lavoro?", "stiamo facendo progressi o dobbiamo riesaminare ciò che stiamo facendo?", "perché pensiamo che questo sia vero?" Domande come

27 Lester F. K. "*eflections about mathematical problem- solving research*."In R. I. Charkes e E. A. Silver (a cura di), The teaching of mathematical problem-solving, vol. 3, Hillsdale, N J, Erlbaum, pp. 115-124, 1988.

queste aiutano gli studenti a prendere l'abitudine di verificare ciò che hanno capito man mano che procedono.
Imparare attraverso la risoluzione di problemi è un forte messaggio; le classi in cui gli studenti imparano a risolvere problemi sono quelle che danno agli studenti l'opportunità di approfondire i vari aspetti del *problem solving* – sistemazione, strategie, controllo e adattamenti. In un contesto di matematica concreta, in questo modo, si creerà in classe un'atmosfera di esplorazione mirata.

CAPITOLO 4: PESI E MISURE NELLA STORIA DELLA SOCIETA' CON PARTICOLARE RIFERIMENTO ALLA SICILIA E AL PAESE DI MARINEO.

4.0 PREMESSA.

Il mio interesse per le misure antiche è nato dal desiderio di chiarire la questione dell'esistenza, in Sicilia, di un'infinita varietà di misure. Nell'approfondire questo argomento, ho capito che questa varietà di misure non soltanto coinvolge, la sfera economica e commerciale di un territorio, ma risponde a specifiche esigenze sociali, storiche ed umane, e perfino a sentimenti religiosi. È sotto tutti questi aspetti che un complesso sistema di misure, in una data epoca, deve interessarci al di là dell'accezione scientifica dell'argomento.

4.1 RIFERIMENTI STORICI SUI SISTEMI DI MISURA IN SICILIA.

Per illustrare alcuni aspetti politici e sociali dei sistemi metrici ho scelto un "capitolo" siciliano riportante la data del 1508, scritto da Angelo Agnello[28] e conservato nell'Archivio di Stato di Palermo.

"Item, in lo dicto regno è una grandi abusioni di mensuri perchì in omni loco tènino diversi misuri, di chi si causa (dal che deriva) gran detrimento ali regnicoli. Ala qual cosa è provisto per li capitoli di lo regno, maxime per unu edìto di la divina memoria del rey don Alfonso, lu quali capitulo non si ha in tucto observato, perchi alcuni citàti [città] et terri di lo regno non hanno voluto justari (aggiustare) loro mensuri secundo la forma di dicto capitulo, pretendendo privilegii, consuetudini oy possessioni di potìrisi loro videsmi (di poter loro stessi) ajustari loro mensuri. Pertanto si supplica si hàgiano di servari (si abbiano ad osservare) dicti capituli, et quilli citati, terri et lochi di lo regno chi su (che sono) in possessioni di justàrisi li mensuri non siano ammessi di loro possessioni, ma dìgiano (debbano) loro mensuri fari tucti equali juxta la forma di dicto capitulo, nullo prejudicio generato ali parti che pretendine tali citati, terri et lochi di lo regno non si potiri ajustari li mensuri predicti ma divìrili (doverle) fari ajustari in li citati juxta (secondo) la forma di dicto capitulo. Et cui (chi) contravvenissi ala presenti ordinacioni sia in pena di ducati milli pro qualibet contravencione et altri peni reservati in lo arbitrio di lo viceré di lo dicto regno; et li persùni vili, comu su (come sono) fundacàri, tavernari et altri simili, che tenissiro loro mensuri altramenti chi (che) secundo la forma di lo presenti capitulo siano in pena di la frusta et stari dui anni in galera. (Il rè decreta: il viceré provveda, uditi gli interessati)". [29]

Dall'analisi del "capitolo" si capisce, molto chiaramente, che nel viceregno le misure variavano di paese in paese, nonostante l'editto di Alfonso il Magnanimo[30] del 1416-

---

[28] ANGELO AGNELLO Naque a Palermo il 17 Novembre 1824. Iniziò la carriera, in qualità di alunno, presso l'Osservatorio Astronomico di Palermo nel 1845, sotto la prima direzione di Gaetano Cacciatore, continuandola dal 1854 come assistente Piazzi, sotto la direzione di Domenico Ragona Scinà e sotto la seconda direzione di Gaetano Cacciatore, sino al 1864. Nel 1862 fu nominato "Ispettore di Prima Classe di Pesi e Misure" a Palermo. Angelo Agnello, "*Tavole Prontuarie officiali della reciproca riduzione di Misure Pesi e Monete del sistema metrico legale antico di Sicilia",* redatte da Angelo Agnello, assistente Piazzi nel Reale Osservatorio di Palermo, stamperia Piola e Tamburello via Spedaletto n. 68, Palermo, 1862.

[29] F. Zagar, "*Pubblicazioni del R. Osservatorio Astronomico di Palerm",* n.s., VIII, 1939.

[30] Re di Aragona e Navarra, (nato nel 1396 e morto a Napoli 1458). Figlio di Ferdinando I gli succedette sul trono di Aragona Sicilia e Sardegna nel 1416. Combatté in Italia contro gli Angiò, il papa e altri principi italiani. Prigioniero e poi alleato di Filippo Maria Visconti, riuscì con l'aiuto di questi a conquistare Napoli (1442) e a proclamarsene re col nome di come Alfonso I.

58, che stabiliva che, per gli aridi, nella val di Mazara si utilizzasse la "sarma" di Palermo e nelle valli Demone e Noto la misura di Catania. Comunque, alcune città si erano rifiutate d'applicarlo, regolando le misure in modo autonomo per ricavare privilegi, ma successivamente il parlamento chiese che l'editto col quale si parificavano le misure fosse osservato ovunque e pertanto erano previste pene per i trasgressori: infatti, chi fosse stato colto con misure non prescritte, sarebbe stato frustato e condannato a due anni di galera. La proposta, approvata dal re nel 1509, non ebbe seguito, nonostante le severe sanzioni, perché la Sicilia era divisa in una miriade di giurisdizioni e di mercati chiusi. Per avere un sistema uniforme di pesi e di misure in Sicilia bisognerà, infatti, aspettare la legge del 1809.
In questa occasione Padre Giuseppe Piazzi,[31] presidente della deputazione incaricata della preparazione di questa legge, scriveva che molte misure presenti nell'isola, così incerte e grossolane, rappresentavano una vera vergogna; un esempio è il fatto che, fino al 1809, trecentoquarantotto comunità siciliane adoperavano quattrocentodieci sistemi di misura per liquidi.
Il Sistema Metrico Decimale[32], adottato in Piemonte con una legge di 1845, accompagnò puntualmente i progressi dell'unificazione italiana perché venne man mano esteso a tutti i territori annessi. Comunque in nessun luogo il sistema decimale s'era insediato abbastanza solidamente da resistere al ritorno delle istituzioni precedenti. Infatti con la Restaurazione[33] tutto era tornato ad essere più o meno come prima, anche se alcuni governi non avevano decretato un esplicito divieto d'impiegare le misure "francesi". E'ovvio che i provvedimenti legislativi, che rendevano obbligatorio nelle nuove province il Sistema Metrico Decimale,

---

[31]Giuseppe Piazzi NAQUE a Ponte di Valtellina il 16 Luglio 1746 E MORì a Napoli il 22 Luglio 1826. Piazzi nel 1781 venne chiamato a Palermo come lettore di Matematica presso l'Accademia de' Regj Studi, incarico che avrebbe mantenuto fino al momento della sua nomina, il 19 gennaio 1787, a professore di Astronomia. A Palermo intanto, re Ferdinando IV di Borbone, nel 1786 acconsentì l'istituzione di una cattedra di astronomia e la costruzione di un nuovo Osservatorio Astronomico e gli ordinò di recarsi per due anni a Parigi ed a Londra per istruirsi nella pratica dell'astronomia. Partito da Palermo il 13 marzo del 1787, Piazzi vi rientrò sul finire del 1789 dopo aver ottenuto dalle officine Ramsden a Londra la costruzione del celebre Cerchio altazimutale, il principale degli strumenti dell'Osservatorio di Palermo, che sarebbe stato fondato il 1° luglio 1790. E' da ricordare l'avversione di Giuseppe Piazzi all'introduzione del sistema metrico decimale,decretato il giorno 8 maggio 1790 dall'Assemblea Nazionale di Francia.Anzi,Piazzi pubblicò diversi lavori intorno al sistema e codice metrico siculo. Piazzi lasciò definitivamente Palermo nell'agosto del 1825, per mai più farvi ritorno. I suoi principali risultati scientifici sono costituiti dal Catalogo stellare che egli pubblicò nel 1803.
Cfr. G. Piazzi, "Sulle vicende dell'Astronomia in Sicilia" (a cura di G. Foderà Serio), Sellerio, Palermo, 1990 (con elenco pubblicazioni e biografie).

[32] Angelo Agnello, "*Tavole Prontuarie officiali della reciproca riduzione di Misure Pesi e Monete del sistema metrico legale antico di Sicilia"*, redatte da Angelo Agnello, assistente Piazzi nel Reale Osservatorio di Palermo, stamperia Piola e Tamburello via Spedaletto n. 68, Palermo, 1862.

[6]La Restaurazione indica il periodo storico europeo che va dal 1815 (anno del congresso di Vienna) al 1830, che vide il ripristino in Francia della dinastia borbonica dopo la rivoluzione francese e l'avventura napoleonica: in pratica fu il tentativo di annullare gli effetti delle due precedenti esperienze. Il termine applicato all'inizio alla sola Francia, si allargò poi a tutta l'Europa per definire il ritorno agli antichi regimi, un ritorno al passato che però non fu integrale, ma dovette tenere conto degli avvenimenti e dei cambiamenti legislativi, di costume, amministrativi, introdotti dai regimi rivoluzionari e napoleonico. Le monarchie della restaurazione rafforzarono la loro struttura a favore dei privilegi giuridici della nobiltà e della chiesa e in alcuni casi, come quello francese, consentirono l'introduzione di un regime costituzionale di tipo inglese.

s'ispiravano al proposito di consolidare l'unificazione dell'Italia[34]. Da un punto di vista pratico, anche se gli scambi internazionali ne guadagnarono indubbiamente in semplicità e anche se ne furono facilitati gli scambi nell'ambito del territorio, la scarsa ricettività di larghi strati della popolazione ad un'innovazione che invadeva l'area di antichissime consuetudini determinò, per molti decenni, una frattura tra minoranze evolute e arretratezza delle masse. Del resto, anche chi vedeva l'adozione ufficiale del nuovo sistema come uno strumento d'affratellamento dei popoli, non nascondeva quanto si sentiva lontano dalla gente che abitava le campagne. Infatti, gli abitanti delle campagne continuarono a lungo ad esprimere le grandezze con le unità tradizionali, -e si sa che l'usanza non è scomparsa neppure oggi, specie, quando si parla di misure di superficie,- anche se le scuole tentarono di diffondere il nuovo sistema che si voleva imporre, tentativo al quale rimanevano estranei larghissimi strati della popolazione attiva. Tutto sommato non erano intervenute trasformazioni così sostanziali da giustificare il bisogno di misurare e di pesare secondo moduli differenti da quelli che erano sempre serviti in passato. Infatti, se la nozione sociale e tecnica che si aveva dei rapporti di misura rimaneva immutata e se i consumatori erano restati i medesimi, non c'era nessuna ragione perché non si potesse tirare avanti ancora facendone a meno! Credo che l'elemento che ostacolava di più la diffusione del sistema decimale fosse il concepire in termini puramente matematici rapporti che erano nati nella sfera dell'economia e del commercio e che possedevano ora, col nuovo sistema di misurazione, un'astrattezza che mal si conciliava con le esigenze di materialità e di praticità proprie dell'attività della misurazione. Per esempio, le cinque differenti misure siciliane per liquidi in cui s'articolavano i sistemi in uso prima della riforma di Ferdinando III (nel 1809)[35] derivavano da recipienti usati nel trasporto o nella manipolazione del vino: il quartuccio doveva esprimere la quantità di vino che una persona o una famiglia consumava in un pasto o in un giorno; la quartara era un vaso di limitata capacità adatto ad essere trasportato a breve distanza, a mano o sulla testa; il barile poteva essere trasportato a spalla per breve distanza e perciò si prestava all'estrazione del prodotto dalle cantine; la salma era la quantità di vino che poteva essere portata da una bestia da soma e perciò rifletteva in origine la robustezza degli animali impiegati; la botte poteva essere trasportata su carri di varia grandezza e, quindi, era anch'essa influenzata dal tipo di mezzo impiegato e dalla qualità delle strade. Proprio per tutti questi ed altri motivi era così difficile convertire queste misure, così aderenti alle realtà della vita siciliana, in valori del sistema metrico decimale. A rendere ancora più difficile tale riduzione era il fatto che bisognava tener conto della variabilità delle misure e della loro applicazione nei vari contesti sociali. Intorno al 1800, in Sicilia, accadde qualcosa di strano, perché alcuni sistemi di misurazione come il tomolo, col quale i baroni misuravano il grano che ricevevano dai contadini, era sensibilmente più grande di

---

[34] Dopo il fallimento della prima guerra d'indipendenza contro l'Austria (1848-1849), il processo di unificazione dell'Italia proseguì a partire dal 1859, anno in cui scoppiò la seconda guerra d'indipendenza, e si concluse nel 1870 con la conquista di Roma. Il 17 marzo 1861 il Parlamento, riunito a Torino, sanciva la nascita del Regno d'Italia proclamando re Vittorio Emanuele II. Il termine "risorgimento", utilizzato dalla fine del XIX secolo, indica l'affermarsi del sentimento nazionale e la conseguente formazione dello stato unitario

[35] Granduca di Toscana (Firenze 1769-1824). Figlio secondogenito di Pietro Leopoldo, ne raccolse la successione quando questi salì al trono imperiale (1790). Spodestato dai Francesi nel 1800, ebbe (1801) il Principato di Salisburgo che nel 1805 cedette per ottenere il Granducato di Würzburg. Il Congresso di Vienna gli restituì la Toscana.

quello che serviva poi per rivenderlo. È vero che la documentazione su questi abusi è relativamente scarsa, a causa della convinzione che le proteste e i ricorsi non servivano a niente, senza contare che chi ne faceva le spese sapeva di rado maneggiare la penna e quindi non aveva molte occasioni per fissare le sue lamentele, in modo che si trasmettessero ai posteri.
In poche parole il tomolo signorile tendeva ad aumentare di volume al momento della percezione delle rendite e, al contrario, a diminuire in uscita. Comunque, nella maggior parte dei casi, si trattava di un elementare accorgimento pratico, e cioè quello di scegliere fra gli esemplari disponibili quello più o meno deformato dall'uso che, soprattutto, apparisse più vantaggioso nel caso specifico. Nel passato vi era quindi l'esistenza della "doppia misura" che persino Carlo Magno[36] aveva tentato invano d'estirpare nel 789, ordinando che tutti, chierici e laici, città e monasteri, usassero pesi e misure uguali. E san Bernardino da Siena ammoniva nelle sue prediche che questo era il secondo dei quattro modi di cadere in peccato mortale nell'esercizio della mercatura e cioè avere una canna per vendere e una per comprare, e similmente vendere il grano usando uno staio più piccolo di quello utilizzato per comprare. Era solito dire, infatti: "*Timete Deum*" (abbiate Timore di Dio) e affermava che le misure "dieno essare uguali, cosi quando tu hai a vendere, come quando tu hai a comprare".[37] Del resto, era molto diffuso l'accorgimento di manovrare i recipienti, per esempio battendoli bene a terra al fine di ottenere una capienza maggiore. Un altro accorgimento era quello che derivava dalla precisa differenza di peso che correva fra la misura riempita lentamente oppure premendo sul contenuto in modo da comprimerlo. Così Paolo da Certaldo, autore di un trattato morale, ricco di sentenze e di ammaestramenti, raccomanda: "Quando comperi biada, guarda che non ti sia empiuta la misura a uno tratto, che sempre ti calerà due o tre per cento". Ma qui si entra in un altro discorso, quello della malafede individuale, cui l'imprecisione degli strumenti di misura può sempre fornire le occasioni più propizie. Comunque Paolo, trattatista toscano, aggiunge che nella circostanza da lui indicata "meglio è la via del mezzo e la ragione". La difficoltà, però, era proprio nello stabilire dove fosse esattamente la "ragione", vale a dire il limite fra diligenza e frode, individuandolo in modo meno generico di quello della "via del mezzo". La concezione di misure determinate con certezza e che danno valori assoluti

---

[36] Carlo Magno nacque nel 742 d. C. dal re dei franchi Pipino il Breve e dalla regina Bertrada. Fu re dei franchi (771-814), e fondatore e imperatore del Sacro Romano Impero (800-814); estese il suo regno su gran parte dell'Europa continentale e fu il sovrano più potente di tutto il Medioevo. Carlo Magno fu il capo unico e assoluto del regno dei Franchi; legislatore e giudice supremo, decideva della pace e della guerra, comandava l'esercito, nominava e revocava i funzionari. Fu un sovrano assoluto, certo dei suoi diritti e doveri. Il suo carattere, la sua cultura, l'ampiezza di vedute, la sua personalità eccezionale lasciarono un'impronta così importante che spesso il medioevo è visto come diviso in due periodi: dalla caduta dell'impero romano alla proclamazione dell'impero di Carlo Magno e da questo fino al rinascimento del XVI secolo. Il suo avvento determinò una nuova configurazione dell'Occidente in tutte le sue realtà, dall'esercizio del governo, all'amministrazione, all'economia, alla chiesa, all'esercito e alla guerra, alla civiltà e alla vita culturale. Nell'814 Carlo Magno morì, e venne sepolto nella Cattedrale di Aquisgrana; gli succedette l'unico figlio sopravvissuto, Ludovico il Pio, che egli stesso aveva incoronato imperatore nell'813. Un primo tentativo di mettere ordine, con scarso successo, era stato compiuto da Carlo Magno il quale aveva fatto distribuire in tutto l'impero campioni del piede reale, corrispondente alla lunghezza del suo augusto piede.

[37] Fonti: Economic Thought Before Adam Smith by Murray N. Rothbard (Edward Elgar, 1995), Christians for Freedom by Alejandro A. Chafuen (Ignatius, 1986), and The Lives of the Saints by S. Baring-Gould (John Grant, 1914).

appartiene, infatti, al mondo moderno e non può essere in alcun modo trasferita a secoli che furono animati da un bisogno di precisione molto meno sentito del nostro. L'Italia medievale aveva ricevuto in eredità le misure romane, coordinate in un sistema che aveva per base il piede, dal quale si ricavavano, con i relativi sottomultipli: l'anfora, che ne rappresentava il cubo, e la libbra, un'antica unità che s'era allineata al peso di un ottantesimo del contenuto della misura di capacità. Col piede si formavano anche le misure itinerarie e quelle di superficie, in primo luogo lo iugero, che con criterio più soggettivo corrispondeva alla quantità di terreno che si poteva arare in una giornata con una coppia di buoi. Il campione del piede romano era custodito nel tempio di Giunone Moneta in Campidoglio; anche nel periodo Romano sopravvivevano misure private o locali. La spiegazione di questo può essere il fatto che non si distribuirono nelle varie circoscrizioni amministrative i campioni delle nuove misure. Ogni provincia si serviva di proprie misure. Comunque a questo si accompagnò la mancanza di una mentalità razionale che impedisse, nell'applicazione delle misure tradizionali, disorientamenti e confusioni. Come i campioni delle misure romane erano affidate ai sacerdoti del tempio capitolino, allo stesso modo quelli delle misure medievali si trovavano nelle chiese. I campioni delle misure erano entrati nelle chiese con una legge fatta da Giustiniano[38], e in una società cristiana nessun altro luogo meglio di una chiesa avrebbe potuto conferire valore assoluto e indiscutibile a misure come palmi, cubiti, piedi, ecc. che, per il fatto di derivare in gran parte, da quelle del corpo umano o anche dalle sue capacità di lavoro, stentavano ad affrancarsene, continuando a subirne l'impronta con la sua estrema variabilità individuale. Anche se tutti sapevano che le misure fornite da madre natura cambiavano da persona a persona, si continuarono ad usare fino a tutto il XIX secolo, in molti rapporti nei quali non era richiesta precisione assoluta. Infatti, uno dei metodi raccomandati per rendere familiare il Sistema Metrico Decimale era quello di cercare delle relazioni semplici fra il metro e le parti del corpo; per esempio, la larghezza dell'unghia del mignolo era uguale ad un centimetro; la larghezza, della mano ottenuta facendo combaciare le dita di entrambe le mani compresi i pollici, era corrispondente ad un decimetro, dieci mani facevano un metro. Nel 1147 i campioni dei pesi e delle misure, che fino a quel momento erano conservate nelle facciate delle chiese, furono esposti nelle facciate dei nei palazzi comunali. Per esempio, i campioni delle misure che Ferdinando I d'Aragona[39] avrebbe fatto scolpire (1480) nel grande parallelepipedo marmoreo che si trova nel cortile della Vicaria, sarebbero dovuti servire a tutto il reame, ma l'unificazione metrologica non sarebbe stata operante se lo avessero consentito le economie locali.

---

38 Nipote di Giustino I gli succedette nel 527, regnando con la moglie. Riportò una serie interminabile di vittorie, contro i vandali in Africa (533), i goti in Italia (535-532) e i visigoti in Spagna (554). Viene ricordato comunque per l'importantissima opera di codificazione del diritto romano, che porta il suo nome, per la quale tutte le leggi furono riunite nel *Corpus iuris civilis*, fondamento del diritto moderno.

39 Ferdinando I d'Aragona Detto Ferrante (1431-1494), re di Napoli (1458-1494). Figlio illegittimo di Alfonso V d'Aragona e di Sicilia, venne da questi designato a succedergli sul trono di Napoli. La sua ascesa al potere venne però ostacolata dal pontefice Callisto III, che considerava Napoli un feudo della Chiesa, e dagli Angioini: Giovanni d'Angiò gli mosse una prima guerra nel 1458, sostenuto dai baroni dell'Italia meridionale, contrari all'incoronazione di Ferdinando. Il re riuscì però ad assicurarsi la vittoria (1462) e per alcuni anni, con un'accorta politica matrimoniale che legò la sua famiglia ai più importanti casati nobiliari della penisola, si meritò l'appellativo di "giudice d'Italia". Nel 1482, però, i francesi tornarono a impugnare le armi, alleandosi con Venezia e con il papa Innocenzo VIII. Per condurre la guerra Ferdinando fu costretto ad aumentare le tasse, provocando un forte malcontento fra i sudditi, e a ricorrere all'aiuto di truppe mercenarie, per tener testa anche alla rinnovata opposizione dei baroni (vedi Congiura dei baroni), duramente repressa nel 1486. La guerra si protrasse fino al 1487, con gravi perdite per i napoletani e la distruzione di molte città sulla costa adriatica da parte dei veneziani. Ferdinando morì prima che gli Angioini con Carlo VIII occupassero Napoli. Durante il suo regno, a Napoli venne introdotta la stampa e furono incoraggiate le lettere e le arti.

Comunque è importante sottolineare che le istruzioni di Ferdinando I non accennavano per niente alle misure di superficie agraria, perché la proprietà del suolo rimaneva estranea ai comandamenti regi, infatti, ad essi si opponevano i vincoli feudali. Il livellamento dei pesi e delle misure rappresenta uno dei modi per far sì che avvenga un processo d'unificazione territoriale; non a caso è uno degli strumenti preferiti del consolidamento del potere ed è raro vederlo assente dagli sforzi per dare coesione ed organizzazione amministrativa efficiente ai territori sui quali esso si estende. Non penso che sia molto utile fare qui una rassegna di come si provvide, nei vari tempi e luoghi, all'unificazione metrologica e di come e perché molti tentativi fallirono. La sorte di queste operazioni dipende da numerosi fattori, ma nei luoghi dove vi era una salda unione politica o territoriale esse ottenevano buon effetto; quando queste condizioni mancavano, le misure locali erano destinate ad aver la meglio.

4.2 UNITA' DI LUNGHEZZA AGRARIE

Alla vigilia della riforma del sistema di misure decretata nel 1840, molti sindaci risposero ad un'inchiesta delle autorità di Napoli che nei loro comuni non si faceva uso di alcuna misura agraria; infatti, quando occorreva valutare un appezzamento i periti calcolavano per un "tumulu" la superficie media nella quale si poteva seminare un tomolo di grano; altrove un "tumulu" era la quantità di terra dalla quale un tomolo di grano si poteva raccogliere. Anche in Sicilia la "sarma" e il "tumulu", con i loro sottomultipli (che sono la bisaccia, il carrozzo, il mondello), esprimevano tanto la misura di superficie quanto quella di capacità, rivelando gli stretti legami che esistono fra l'estensione del suolo e la sua produttività, legami suscettibili di estimazioni soggettive, soprattutto a scapito dei più deboli. Nessuna meraviglia, dunque, che, nel regno delle Due Sicilie, le misure agrarie di superficie -con diversi nomi e grandezze e mutando secondo i luoghi la qualità, l'esposizione o i sistemi di coltura- erano quasi duecento e non pochi erano i comuni che ne adoperavano fino a tre o quattro.
Ma allora, come si rilevava l'estensione di un terreno? Nella prima parte del secolo la misurazione era praticata da gente di campagna, assolutamente priva di nozioni tecniche che utilizzava come strumento soltanto l'occhio dell'esperto. Negli anni successivi in Sicilia si procedeva alle rilevazioni dividendo il terreno in tanti quadrati con l'ausilio di una corda di canapa o di paglia che aveva la lunghezza del lato di un "tumulu" e, opportunamente ripiegata, quella dei sottomultipli. Comunque, o perché fossero troppo complesse o perché il prodotto della misurazione era abbastanza approssimativo, nei passaggi di proprietà si preferiva trascurare le misure contrattate "a corpo", bastando per la determinazione del fondo quella dei confini ai quattro punti cardinali o qualche accenno all'estensione perimetrale. I rilevamenti sistematici dei terreni per accertare l'imposta fondiaria sono compiuti solamente in epoca moderna. Quindi le misure erano sottratte ad ogni possibilità di controllo da parte del potere pubblico, determinando i rapporti di forza fra chi da'e chi riceve, chi paga e chi riscuote, chi compra e chi vende. La documentazione è immensa e una ricerca specifica sarebbe largamente ripagata dalla ricchezza d'aspetti e di motivi che rivelerebbe. È difficile, infatti, incontrare una misura che non è inserita in un contesto particolare e per tale motivo bisogna qualificarla ovvero parlarne e indicarne le caratteristiche come per esempio: peso grosso, peso sottili, misura colma, misura rasa, o di piazza, doganale, di fondaco, di molino, di affitto, di bilancia, di stadera, e

inoltre da pancotto, da oro filato, da lana, da tela, da seta, da fabbrica… I problemi si presentano ancora più complessi quando sul fronte delle misure vediamo cimentarsi padrone e contadino, produttore e mercante, mercante e consumatore, datore di lavoro e prestatore d'opera, debitore e creditore. Ci troviamo di fronte a conflitti che vanno colti nell'ambito della fenomenologia sociale e la scelta di un particolare metodo di misurazione piuttosto che un altro può offrirci testimonianze quanto mai dense di significato. Parliamo, per esempio, della misura rasa e di quella colma nel volume degli aridi. La misura genuina era certamente la rasa, cioè quella che si otteneva pareggiando il contenuto ai bordi del vaso; la colmatura era la parte soprabbondante, cioè qualche cosa di aggiunto. La disparità fra raso e colmo si pensa sia sorta a Napoli nel 1840, quando la riforma metrica mise al bando ogni metodo di misurazione degli aridi che non fosse al raso. Infatti, si era evidenziata la differenza tra i due volumi che erano nel rapporto di un sesto, e in alcune zone arrivava persino ad un terzo. La colmatura si applicava anche alla misurazione delle castagne, delle noci, dei legumi, dell'orzo, dell'avena e in genere di tutti i cereali, ma qui aveva la funzione di risarcire il compratore dei rivestimenti. Al produttore si faceva dunque obbligo di misurare al colmo, ma sul mercato si vendeva al raso, anche se, in effetti, non si sottoponeva "la derrata a nessuna mondatura, trasferendone così l'onere sul consumatore"[40]. Il commercio all'ingrosso cercava perciò di evitare le misure di capacità oppure ricorrendo al peso. I colmi furono aboliti nel 1645; in seguito riammessi nel 1701, fino all'arrivo dei francesi. La colmatura dava origine ad interminabili discussioni sulla larghezza del vaso che il venditore cercava di ridurre al massimo. Questioni del genere, in concreto senza soluzione sul piano tecnico, sorgevano ovunque e poiché ne era turbato soprattutto l'ordine del piccolo commercio, l'autorità pubblica, specie quella comunale, tendeva a sopprimere le misure colme, usando magari il rimedio di incorporare la colmatura in una nuova misura rasa di maggior grandezza. Ma la misura rasa non risolveva tutti i problemi, infatti, non riusciva ad evitare attriti, quando non fosse ben determinato il modo di "radere" e cioè di spianare la derrata alla bocca del recipiente.

4.3 IL SISTEMA METRICO SICULO ALLA VIGILIA DELL'UNIFICAZIONE DELL'ITALIA.

Voglio iniziare questa sezione con le parole di Angelo Agnello[41], assistente Piazzi nel Reale osservatorio di Palermo:

"*Non vi ha chi ignori esser precipuo elemento di civile società un uniforme sistema di misure, pesi o monete presso quei popoli, che stretti dal sentimento di nazionalità sono orgogliosi essersi raccolti, e per propri sacrifici, e per virtù di principe, sotto la stessa bandiera. Oggi che l'Italia esiste, oggi che le sue più luminose città, deponendo le municipali ma storiche preeminenze con seppellirle tra lo gloriose ceneri ancor fumanti dei loro martiri, e le sue popolose metropoli volenterosamente detronizzandosi, tutte unanimamente l' acclamano loro regina, e dei loro scettri e*

---

[40] Angelo Agnello, "*Tavole Prontuarie officiali della reciproca riduzione di Misure Pesi e Monete del sistema metrico legale antico di Sicilia",* redatte da Angelo Agnello, assistente Piazzi nel Reale Osservatorio di Palermo, stamperia Piola e Tamburello via Spedaletto n. 68, Palermo, 1862.

[41] AGNELLO ANGELO Nato a Palermo il 17 Novembre 1824. Iniziò la carriera in qualità di alunno presso l'Osservatorio Astronomico di Palermo nel 1845, sotto la prima direzione di Gaetano Cacciatore, continuandola dal 1854 come assistente Piazzi sotto la direzione di Domenico Ragona Scinà e sotto la seconda direzione di Gaetano Cacciatore, sino al 1864. Nel 1862 fu nominato "Ispettore di Prima Classe di Pesi e Misure" a Palermo.

corone amorosamente si disfanno per vederla imperante al Campidoglio, è saggio divisamente del suo civile governo lo adottar quelle leggi, che la sapienza del Nazionale consesso guidata dall'opportuntà delle circostanze, farà giudicare cosa prudente che convenissero ugualmente a tutti i suoi Stati".
Con questo discorso l'Agnello voleva sottolineare il fatto che uno dei primi bisogni di un popolo è la garanzia che esistano delle leggi per lo svolgimento delle proprie risorse, per la valutazone delle proprie ricchezze, per la sicurezza dei suoi commerci, cose tutte, non a caso, rappresentate dalle misure, dai pesi, dalle monete; il problema è però stabilirne l'uniformità per tutta una nazione, per garantire quella stessa garanzia.
Infatti, come ho già narrato nei paragrafi precedenti, in ogni paese d'Italia esistevano diversi sistemi metrici e pertanto questa situazione era, per così dire, scandalosa per esser tollerata in pieno secolo decimonono, e fra Italiani ormai uniti; di conseguenza da Torino a Marsala non dovevano esistere mille espressioni numeriche per denotare la stessa quantità. A tal proposito il nostro celebre Giuseppe Piazzi[42], in una sua relazione del 1° febbraio 1809 sul Codice metrico siculo manifestava, la sua preoccupazione per il fatto che le misure non avrebbero potuto mai in modo facile e sicuro conseguire l'oggetto, a cui erano destinate, se l'unità, l'uniformità, 1'immutabilità non ne avessero costituito i principali caratteri. Da ciò ne consegue che una sola deve esser la misura per ogni specie di lunghezza, una sola per ogni specie di superficie, una sola per ogni specie di volume o capacità, ed una sola per ogni specie di peso. Il discorso di Giuseppe Piazzi procedeva sottolineando che queste misure uniche e sole dovevano essere semplici, precise, sempre le stesse, costanti, invariabili in tutti i luoghi, o almeno presso tutti quei popoli, che formavano una sola nazione, un solo regno e che erano soprattutto legati da frequenti relazioni commerciali. Senza queste condizioni di unità e d'uniformità, si sarebbe caduti sempre nell' errore, nella frode, nell' inganno. Le attività commerciali sarebbero risultate sempre difficili e complicate, perchè in poche parole il venditore sarebbe sempre stato nell'incertezza sul giusto prezzo delle sue merci, ed il compratore sulla quantità che doveva riceverne. Conseguenza ancora più grave di tutto questo sarebbe stata che le misure, lungi dall'essere il primo tribunale di giustizia e di pace, sarebbero diventate anzi la principale causa di liti.

4.4 LA NASCITA DEL SISTEMA METRICO DECIMALE, IN SEGUITO ALLA RIVOLUZIONE FRANCESE.

E' con la legge del 28 luglio 1861, proposta dal Ministro di Agricoltura Industria e Commercio Cavaliere Filippo Cordova[43] ed approvata dal primo Parlamento d'Italia,

---

[42] VEDI NOTA 4.
[43] Filippo Cordova, dal 13 giugno ministro per l'Agricoltura, Industria e Commercio nel governo Ricasoli. Le più importanti iniziative che egli portò a compimento furono: la riforma dell'insegnamento nelle scuole agrarie dipendenti dal ministero; l'eventualità di istituire a Messina una Università Commerciale; l'avvio degli studi necessari per realizzare una carta geologica del Regno d'Italia; la traduzione italiana di un manuale per le analisi chimiche tecniche; la modernizzazione dell'estrazione dello zolfo in Sicilia. A ciò fanno riscontro varie decisioni politiche: l'introduzione nelle scuole siciliane e napoletane dell'insegnamento del sistema metrico decimale, l'istituzione di una Giunta per il miglioramento dell'industria solfifera siciliana.

sanzionata e promulgala dal Re Vittorio Emanuele II,[44] che si diffonde il **SISTEMA METRICO DECIMALE** e si proclama valido in tutte le attuali province italiane.
Il Sistema Metrico Decimale, dichiarato universale, è uno dei risultati della rivoluzione francese. In ogni modo, l'idea di avere una misura universale si deve attribuire alla più alta antichità, perchè antichissimo è stato il bisogno di riconoscerla, ma la sua concreta attuazione si deve attribuire in tutto all'opera della possente Accademia di Francia ed all'impegno dei suoi astronomi. A mio avviso, è molto interessante conoscere le fasi che portarono alla nascita e alla successiva diffusione del sistema metrico decimale.
La questione della grandezza della Terra aveva sempre suscitato enorme interesse fra gli astronomi d'ogni tempo e di ogni Scuola tanto da intraprendere la misurazione di lunghi archi di meridiano terrestre, allo scopo di dedurne una misura universale. Fu attraverso il decreto, proposto dal Talleyrand,[45] del 8 maggio 1790, che si propose la radicale riforma per fissare l'unità naturale delle misure e dei pesi. Il gigantesco progetto fu portato a termine dai commissari nominati dall'Accademia delle Scienze[46] e cioè Borda, La Grange, La Place, Monge e Condorcet ,[47]i quali

---

44 Ultimo re di Sardegna, primo re d'Italia (Torino 1820-Roma 1878). Figlio di Carlo Alberto, sposò (1842) Maria Adelaide d'Asburgo e, in seguito, con matrimonio morganatico, Rosina Vercellana, che nominò contessa di Mirafiori. Salì al trono nel 1849 in seguito all'abdicazione del padre. Mantenuto in vigore lo Statuto, restò sempre nei limiti concessi ad un sovrano costituzionale, meritando l'appellativo di Re galantuomo. Superati alcuni contrasti iniziali, approvò costantemente le iniziative politiche cavouriane che dovevano portarlo ad assumere la funzione di guida del Risorgimento italiano. Assunse il titolo di re d'Italia nel 1861. Dopo la morte del Cavour, gli avvenimenti più importanti del suo regno furono l'acquisto del Veneto con la III guerra d'indipendenza (1866), la presa di Roma (1870) e l'avvento della Sinistra al potere (1876) da lui avversato.

45 Talleyrand, Périgord Charles-Maurice (Parigi 1754-1838) Principe di Talleyrand-Périgord, politico francese. Vescovo di Autun, nel 1789 deputato agli stati generali, sostenne la rivoluzione promuovendo l'approvazione del decreto sulla nazionalizzazione dei beni ecclesiastici. Venne scomunicato nel 1791 per aver accettato la costituzione civile del clero. Ministro degli esteri dal 1797 al 1807, fu favorevole alla campagna d'Egitto e sostenne il colpo di stato che portò al potere Napoleone. Nominato da questi duca di Benevento, se ne distaccò e iniziò a cercare segretamente un accordo con lo zar Alessandro I e a tramare per la caduta di Napoleone e per la restaurazione dei Borboni dopo la sconfitta della campagna di Russia. Divenne poi ministro degli esteri sotto Luigi XVIII, utilizzando le sue doti di abile diplomatico per riportare la Francia al pari delle altre potenze europee nel congresso di Vienna. Inviso a re Carlo X, fu inviato a Londra come ambasciatore di Luigi Filippo (1830-1834) e si adoperò per rafforzare l'alleanza tra la Francia, la Spagna, il Portogallo e la Gran Bretagna. Scrisse le *Memorie* (postume, 1891-1892). Nel 1790, Talleyrand presentò all'Assemblea nazionale francese la sua proposta, appoggiata da tutti gli scienziati, di trovare una nuova unità di misura tratta dalla natura, tale da superare gli interessi particolari di ogni nazione e passare, come disse, dall'era dei "due pesi e due misure", simbolo stesso di disuguaglianza, al mondo dell'unità e dell'uguaglianza

46L'Accademia delle Scienze formò una commissione a cui parteciparono studiosi quali Jean Charles Borda, Pierre Simon de Laplace, Joseph Louis Lagrange, Gaspard Monge, Antoine-Nicolas Caritat de Condorcet che avrebbe dovuto scegliere l'unità di lunghezza. Le commissione dopo aver effettuato numerose ricerche presentò i risultati il 27 ottobre 1790 e il 19 marzo 1791. Nel primo di essi si sollecitava l'adozione di un sistema decimale. Nel secondo veniva consigliata unità equivalente a un decimilionesimo della distanza tra il Polo Nord e l'Equator

47J.C. Borda, J.L. Lagrange, C. Monge, *Rapport fait a l'Académie des Sciences, Sur le Système Géneral des Poids et Mesures, Envoyé au Comité d'Instruction publique, le 29 mai 1793, l'an II de la Republique*, Paris, Impr. Nat., 1793.

J.C. Borda, J.L. Lagrange, P.S. Laplace, C. Monge and J.A.N. Condorcet, *Rapport sur le choix d'une unité de mesure, lu à l'Académie des Sciences, le 19 mars 1791. Imprimé par ordre de l'Assemblée Nationale. (19 mars 1791)*, Paris, Impr. Nat., 1791

fondarono il modello invariabile di tutte le misure. Essi abbandonarono il principio di doverlo ricavare direttamente dalla lunghezza del pendolo, ma pensarono bene di determinarlo dalla Terra stessa derivandolo precisamente dalla diecimilionesima parte del quadrante terrestre, interposto tra l'Equatore e il Polo. Pertanto i commisari misurarono l'arco del meridiano terrestre tra Dunkerque a Barcellona[48] e, nello stesso tempo, intrapesero le ricerche per constatare il numero delle vibrazioni che un pendolo semplice, della lunghezza progettata, avrebbe fatto in un giorno alla latitudine media di 45 gradi, posto nel vuoto, al livello del mare, perché questo numero, una volta conosciuto, sarebbe bastato a scoprire la misura universale. Oltre a queste esperienze, se ne fecero altre per determinare il peso dell'acqua distillata contenuta in un dato volume, in una determinata dimensione e nel grado di sua maggiore densità, perché in tal modo si potesse ricavare l'unità dei pesi.
Il gran sistema di misura fu pertanto progettato da questi filosofi matematici che coordinarono uniformemente fra loro le varie specie di misure e pesi, derivate tutte dalle unità proposte e dalle loro divisioni decimali. Ma perché era importante la presenza del calcolo decimale? La risposta è molto semplice: perchè le divisioni decimali erano necessarie per bandire in quell'epoca, e in quella radicale riforma, le strane suddivisioni delle misure dei vari paesi. Cosa altrettanto importante fu che gli Accademici commissari dimostrarono che non era per nulla necessario il concorso di altre nazioni per la scelta dell'unità di misura, perché dimostrarono che i principi su cui si basavano erano elementi appartenenti ad ogni popolo.
A Delambre e Mechain[49] fu affidata la parte più importante dell'impresa, la misurazione cioè del meridiano tra Dunkerque e Barcellona. Soppressa l'Accademia delle scienze nello agosto 1793, fu creata una Commissione temporanea per intensificare i lavori per la creazione del novello sistema di misure e pesi, ma la natura delle operazioni intraprese richiedeva del tempo perché il tutto fosse portato a compimento. Il 7 aprile 1795 la Convenzione aveva proclamato il Sistema Metrico Decimale e aveva già adottato una nuova nomenclatura, più sistematica, di tutte le parti del Sistema Metrico Decimale, quella stessa nomenclatura che regge ai giorni nostri, ma ancora non aveva determinato il metro definitivo. Le operazioni furono portate a compimento con esattezza e precisione nel novembre del 1798. Per rendere utili a tutti i vantaggi di quel lavoro, l'Istituto Nazionale della Francia invitò tutti i dotti di Europa per esaminarne le parti e quindi verificare i calcoli e i metodi.

---

48 La città di Barcellona si trova in Spagna e Dunkerque sul Canale della Manica.

49 Il compito, affidato a Méchain e a Delambre, tra il 1792 e il 1798 , era quello di misurare, con la massima precisione possibile, la lunghezza dell'arco di meridiano fra Dunkerque e Barcellona, al fine di determinare la lunghezza del metro campione, partirono nelle due direzioni opposte, Méchain verso il Sud e Delambre a Nord, il loro viaggio durò sette anni. Il lavoro pratico consisteva in effetti nella misura di un gran numero di angoli, che avrebbero permesso di ricostruire le distanze tramite il metodo della triangolazione: l'area intorno alla distanza da misurare veniva suddivisa in tanti triangoli adiacenti; partendo da una linea base, corrispondente al lato del primo triangolo, e misurando tutti gli angoli di quelli successivi, se ne potevano ricavare i lati, che sommati opportunamente avrebbero dato la distanza complessiva. Nel 1799, dopo tante disavventure, tra guerre e rivoluzioni, i due astronomi consegnarono all'Assemblea i risultati del loro lavoro, in base al quale venne costruito un regolo in platino, della lunghezza prestabilita, denominato successivamente metro legale. Napoleone dichiarò: "Le conquiste militari vanno e vengono, ma questo lavoro durerà per sempre. Reputo interessante l'appendice *Una misura universale*, dove sono raccolti documenti d'archivio, quali, ad esempio, il "Rapporto presentato all'Accademia delle Scienze, *Sulla scelta di una unità di misura* dai signori Borda, Lagrange, Laplace, Monge e Condorcet", "*I registri di Méchain*" e le lettere di Mèchain a Delambre.

Questi “dotti” arrivarono dalla Spagna, dall’Olanda, dalla Danimarca, dalla Svizzera e dall’Italia. L’ Italia spedì, con orgoglio, sei italiani (Vassalli-Eandi, inviato del governo provvisorio di Piemonte; Fabbroni, deputato di Toscana; Franchini, deputato della Repubblica Romana; Mascheroni, deputato della Repubblica Cisalpina; e Multedo, deputato della Repubblica Ligure).[50]
In quella occasione furono esaminate tutte le operazioni astronomiche sulla misura dell’arco terrestre, le ricerche sulla lunghezza del pendolo, e le esperienze sulla scoperta del peso dell’acqua distillata. Dopo lunghi mesi di esame, di discussione e di confronto, di calcoli, l’Istituto Nazionale di Francia potè finalmente il 22 giugno 1799 presentare al Corpo Legislativo i campioni prototipi del Metro e del Chilogrammo definitivamente determinati.

4.5 IL SISTEMA METRICO DECIMALE

A questo punto è importante che io esponga, anche se brevemente, come si sono determinate le varie parti di questo sistema. Per prima cosa fu stabilito il metro come l’unità fondamentale delle misure di lunghezza, è da esso infatti che derivano le unità delle varie misure. Per le misure di superficie agraria l’unità è l’ara: essa risulta dal quadrato costruito sopra una lunghezza di dieci metri, quindi l’ara è eguale a cento metri quadrati. Per i volumi o solidi l’unità è lo stero, o metro cubo: è questo il cubo costruito sopra la lunghezza di un metro. Per le capacità l’unità è il litro: è questo il cubo costruito sopra la decima parte del metro ed è, quindi, la millesima parte del metro cubo. Per i pesi l’unità è il gramma,[51] ed è il peso dell’acqua distillata nel grado della sua maggior densità contenuta in un cubo costruito sulla centesima parte del metro; il gramma quindi è compreso mille volte in un cubo ripieno di quella acqua, è costruito sulla decima parte del metro, è un milione di volte in quello costruito sul metro. Sopra queste cinque unità principali, cioè metro, ara, stero, litro e gramma s’innalza l’intero edificio del sistema metrico decimale. Inoltre, è importante sottolineare che i multipli di ogni specie di misura, e dei pesi, si deducono preponendo all’unità di essa le parole deca (dieci), etto (cento),chilo (mille) e miria (diecimila); e i sottomultipli si deducono preponendo all’unità le parole deci (decima parte), centi (centesima parte) e milli (millesima parte). Attraverso la tabella che riporto qui di seguito si comprende l’andamento delle varie misure e dei pesi in base alla legge del 28 luglio 1861.

Tabella delle Misure e dei Pesi metrici decimali loro multipli e sottomultipli.

<u>MISURA LINEARE</u>

Unità **Metro**, unità fondamentale del sistema metrico-decimale eguale alla diecimilionesima parte del quarto del meridiano terrestre o della distanza dal polo all'equatore.

Multipli **Decametro**, eguale a dieci metri.

---

50 Per la definitiva approvazione del sistema metrico venne convocato a Parigi un congresso di scienziati in rappresentanza di vari paesi, tra cui gli italiani Mascheroni, Franchini, Fabbroni Vassalli e Multedo. La legge del 10 dicembre 1799 stabiliva in modo definitivo la misura del metro. Cfr . “Gli scienziati italiani dall’inizio del Medioevo ai nostri giorni”, a cura di A. Mieli, Roma, Nardecchia, 1923, v. I p. II, p. 376-382; Mètre et système métrique, edited by S. Debarbat and A. E. Ten, Valencia, Soler, 1993.

51Il Gramma che noi, oggi, comunemente chiamiamo Grammo. Cfr. Angelo Agnello, “*Tavole Prontuarie officiali della reciproca riduzione di Misure Pesi e Monete del sistema metrico legale antico di Sicilia”,* redatte da Angelo Agnello, assistente Piazzi nel Reale Osservatorio di Palermo, stamperia Piola e Tamburello via Spedaletto n. 68, Palermo, 1862, pag. VIII.

Multipli	**Ettometro**, eguale a cento metri.
Multipli	**Chilometro**, eguale a mille metri.
Multipli	**Miriametro**, eguale a diecimila metri.
Sottomultipli	**Decimetro**, eguale alla decima parte del metro.
Sottomultipli	**Centimetro**, eguale alla centesima parte del metro.
Sottomultipli	**Millimetro**, eguale alla millesima parte del metro.

MISURA SUPERFICIALE

Unità	**Metro quadrato**.
Multipli	**Decametro quadrato**, eguale a metri quadrati 100
Multipli	**Ettometro quadrato**, eguale a metri quadrati 10 000
Multipli	**Chilometro quadrato**, eguale a metri quadrati 1000000
Multipli	**Miriametro quadrato**, eguale a metri 100000000
Sottomultlipli	**Decimetro quadrato**, eguale a metri quadrati 0,01
Sottomultlipli	**Centimetro quadrato**, eguale a metri quadrati 0,0001
Sottomultipli	**Millimetro quadrato**,eguale a metri quadrati 0,000001

MISURA SPECIALE AGRARIA

Unità	**ara**, decametro quadrato o cento metri quadrati.
Multipli	**Ettaro**, ettometro quadrato o diecimila metri quadrati.
Summultipli	**Centiara**, o metro quadrato**.**

MISURE DI SOLIDITÀ O VOLUME

Unità **Metro cubo**, i multipli e sottomultipli non si usano con denominazioni speciali.

M I S U R A SPECIALE DI SOLIDITÀ PER IL LEGNO

Unità	**Stero**, metro cubo.
Multipli	**Decastero**, dieci metri cubi.
Summultipli	**Decistero**, decimo di un metro cubo.

MISURA DI CAPACITA'

Unità	**Litro**, o decimetro cubo.
Multipli	**Decalitro**, dieci litri.
Multipli	**Ettolitro**, cento litri.
Multipli	**Chilolitro**, millelitri o metrocubo.
Sottomultipli	**Decilitro**, decimo del litro.
Sottomultipli	**Centilitro**, centesimo del litro.
Sottomultipli	**Millilitro**, millesimo del litro, o centimetro cubo.

PESI

Unità **Gramma**, peso nel vuoto di un centimetro cubo di acqua distillata alla temperatura di quattro gradi centigradi.

Multipli	**Decagramma**, dieci grammi.
Multipli	**Ettogramma**, cento grammi o dieci decagrammi.
Multipli	**Chilogramma**, mille grammi o dieci ettogrammi.
Multipli	**Miriagramma**, diecimila grammi o dieci chilogrammi.
Multipli	**Quintale metrico**, dieci miriagrammi o cento chilogrammi.
Multipli	**Tonnellata di mare**, dieci quintali o mille chilogrammi.
Sottomultipli	**Decigramma**, decimo di un gramma.
Sottomultipli	**Centigramma**, centesimo di un gramma.
Sottomultipli	**Milligramma**, millesimo di un gramma.

4.6 LE UNITA' DI MISURA IN SICILIA
La Sicilia, alla vigilia della diffusione in tutta Italia del sistema metrico decimale francese, godeva di un sistema metrico che si poteva considerare il più pregevole tra i tanti altri presenti in altre nazioni. Il sistema metrico dell'isola, che stabiliva le varie misure dalla sola lineare, è stato tramandato alla posterità col nome di sistema metrico-siculo. Mi sembra opportuno dare qualche cenno sulla storia di questo sistema. Conservato nella sua integrità per vari secoli, cominciò ad esser modificato sotto i Normanni, [52] i quali vi apportarono alcune modifiche; in seguito emblematica fu la legge di Federigo d'Aragona,[53] il quale ordinava che dovevano esserci solo due "tumuli" : stabilivano che dovevano esistere solo due "tumuli"; uno a norma di quello della città di Siracusa, da usarsi "citra flumen Salsum"; l' altro modellato su quello della città di Palermo, da usarsi "ultra flumen Salsum"!
Ma, con l'andar del tempo e col variar dei costumi si alternavano sempreppiù le misure in Sicilia, infatti, poche leggi e inefficaci, molte riforme progettate e nessuna effettuata, al posto di arrecare rimedio ne centuplicavano la diversità. Tutto questo fin quando, sentito il necessario bisogno di provvedervi realmente, il general Parlamento del 10 luglio 1806 stabiliva che doveva essere uno il peso ed una la misura, fissa ed uguale per tutto il regno. Tuttavia non si riuscì a proporre nessuna soluzione e quindi fu nominata, il 19 febbraio 1808, una Deputazione riformatrice composta dai benemeriti professori Giuseppe Piazzi[54], Domenico Marabitti[55] e Paolo Balsamo[56]. Dopo un lungo anno di ricerche, di analisi e di confronti l'uno febbraio 1809 i Deputati riformatori presentarono il Codice Metrico-Siculo, che voglio presentare con le stesse parole della Deputazione medesima:
"Esisteva in Sicilia un sistema metrico comune a tutta l'Isola: noi ne abbiamo a parte a parte rintracciati, esaminati e discussi i suoi diversi rami : abbiamo

[52] Popolazione marinara e guerriera della Scandinavia, che compì invasioni e scorrerie piratesche in Europa fin dall'VIII sec. Designati originariamente con il nome di Vichinghi, si spinsero, a ovest, verso l'Islanda e il Labrador e a est verso le steppe della Russia. In Europa, dopo lunghe scorrerie che si protrassero per tutto il IX sec., alcuni gruppi di Normanni si stabilirono nella Francia nordoccidentale e nel 911 il loro capo Rollone ottenne il titolo di duca di Normandia. Nel 1066, il duca Guglielmo (detto " il Conquistatore") diede inizio al dominio dei Normanni in Inghilterra. Nell'XI sec. i Normanni intrapresero spedizioni nell'Italia meridionale. Nel 1059 Roberto il Guiscardo ebbe, con il trattato di Melfi, il ducato di Puglia e Calabria. Sotto il nipote Ruggero II si costituì il Regno di Sicilia e di Puglia. Il dominio dei Normanni nell'italia meridionale ebbe termine nel 1194, quando Enrico VI, in virtù del suo matrimonio con Costanza di Altavilla, unì alla corona imperiale quella di re di Sicilia.
[53] Federico II d'Aragona (1272-1337), re di Sicilia (1296-1337), capostipite, sull'isola, di una dinastia di sovrani indipendenti. Terzogenito di Pietro III il Grande, il re aragonese a cui i siciliani avevano offerto la corona dopo la sollevazione anitangioina dei Vespri siciliani, Federico, in qualità di luogotenente generale, fu tra i protagonisti della lunga contesa contro i francesi e contro il pontefice, loro alleato, per il dominio dell'isola. Nel 1295, quando gli aragonesi furono costretti a cedere l'isola al papato, i siciliani si ribellarono, scegliendo come loro sovrano Federico e incoronandolo nel 1296 con il titolo di "re di Trinacria". Carlo II d'Angiò, re di Napoli, vassallo del papa, tentò invano di riconquistare la Sicilia e nel 1302, con la pace di Caltabellotta, venne sancito che Federico mantenesse il possesso dell'isola fino alla morte e che in quella data la Sicilia passasse sotto il governo napoletano. In seguito Federico intraprese un'altra guerra contro Napoli; alla sua morte il figlio Pietro, violando il trattato, si impadronì della Sicilia e regnò dal 1337 al 1342. I suoi successori governarono l'isola come un regno indipendente fino al 1412, anno in cui essa venne nuovamente unita alla corona d'Aragona.
[54] VEDI NOTA 4.
[55]Sistema metrico per la Sicilia presentato a Sua Maestà dalla deputazione dei pesi e delle misure, con Giuseppe Piazzi e Domenico Marabbiti, R. Stamperia, Palermo 1809.
[56] Paolo Balsamo, "*Memorie economiche e agrarie riguardanti il regno di Sicilia lette nella Real Accademia di Palermo*", R. Stamperia, Palermo 1803.

restituito il palmo nella sua integrità, rinvenuta la corda originale per la misura delle terre, tolte alcune lacune, verificate e riordinate le altre misure, in miglior forma ristabiliti i campioni, e tutto raccolto in un solo corpo. Perché la Sicilia rientri nel possedimento di questo suo antico pregevolissimo retaggio altro non manca che una legge ferma, severa, durevole, da cui le venga stabilmente assicurato".

Questa legge fu promulgala a 31 dicembre 1809, in virtù di essa il nuovo sistema metrico venne posto in vigore all'1 gennaio 1811. Ma è doloroso, però, affermare che i Deputati dell'opera di riforma definirono le unità fondamentali, che allora sussistevano a Palermo, senza averle scientificamente determinate, cioè senza che si potesse ragguagliare queste misure ad altre misure ben determinate. Infatti, il palmo non fu nella legge rapportato né al metro né ad altra misura allora ben conosciuta, e non si può fare a meno di notare che il campione originale era rozzamente lavorato e, soprattutto, non indicava il grado di temperatura a cui doveva essere ridotto per esprimere la sua legale lunghezza. Soprattutto ciò che manca in questa ricerca è il rapporto tra il palmo siculo ed il metro: solo in una breve annotazione, dell'architetto Giuseppe Caldara, si dice che si dava il valore del metro in misura legale siciliana in palmi 3,8732 esattamente. Questa annotazione fu però presa poco seriamente, dato che in seguito furono date altre determinazioni del metro tutte differenti fra loro: infatti, è noto che mentre il professor Marabitti[57] ragguagliava il metro a palmi 3,872639 il padre Piazzi[58] lo ricavava in palmi 3,87323 e il cav. Niccolo Cacciatore[59] lo adottava in palmi 3,87322 e in seguito Cacciatore[60] figlio in palmi 3,873120. E' strano pensare che questi differenti rapporti siano stati tramandati dagli autori rispettivi senza essere accompagnati da una descrizione di esperimenti, un'esposizione di metodi, una indicazione di circostanze che li abbiano prodotti. Fu il brigadiere Ferdinando Visconti, [61]insigne matematico di Napoli, dopo un maturo esame, che ricercò il rapporto tra il palmo siculo ed il metro e arrivò finalmente a dedurre che 40 palmi legali napoletani eguagliavano precisamente 41 palmi legali di Sicilia; e siccome, in virtù dell'anzidetta legge del 6 aprile1840, 100 metri erano uguali a 378 palmi napoletani, così il metro fu ragguagliato dal Visconti a 3,8745 palmi siciliani. Questa ricerca fu poi esaminata da Fedele Amante, professore di geodesia nel collegio militare di Napoli. Egli si procurò il campione originale del palmo siciliano, che sottomise agli accurati esperimenti da lui eseguiti dal 1° e al 4 luglio 1843, paragonandolo col campione del palmo napoletano: è questo l'unico lavoro che ci testimonia passo passo i procedimenti messi in atto dal nostro studioso per giungere a tali conclusioni.

Anche per quanto riguarda l'unità di peso, il rotolo, fu data una definizione un po' vaga; la definizione nella legge del 31 dicembre 1809, infatti, stabiliva che era uguale

---

[57] VEDI NOTA 27

[58] VEDI NOTA4

[59] Nato a Casteltermini (Agrigento) il 26 gennaio 1780, morto a Palermo il 28 gennaio 1841, fu nominato Direttore dell'Osservatorio di Palermo nel 1817.

[60] Alla morte di Nicolo Cacciatore, il 27 gennaio 1841, la direzione fu assunta per incarico dal figlio secondogenito Gaetano (1814-1889) che nel 1835, appena ventunenne, era stato nominato secondo assistente alla Specola e, nel 1839, primo assistente. Nel 1843 Gaetano Cacciatore ottenne la nomina definitiva alla direzione dell'Osservatorio, carica che mantenne fino al 1849 quando fu destituito per avere partecipato ai moti antiborbonici del '48.

[61] Ferdinando Visconti (1772-1847), scrisse Del sistema metrico uniforme che meglio si conviene ai domini al di qua del faro del regno delle Due Sicilie..., Napoli, stamperia Reale, 1829

al peso della quantità d'olio di oliva comune, e alla temperatura media di 64° Fahrenheit, compresa nella capacità del quartuccio, cioè nella ventesima parte del palmo cubo. Anche questa definizione non fu stata rapportata scientificamente ad un altro peso ben determinato. Tra gli esperimenti finora conosciuti sul campione officiale del rotolo devo ricordare quello fatto col campione del chilogrammo di Napoli, per opera del Visconti attraverso una sensibilissima bilancia, dalla quale risultò che il rotolo legale siciliano è uguale esattamente a chilogrammi 0,793420. E, volendo legare il rotolo al palmo, il Visconti trovò che il rotolo siciliano è uguale esattamente al peso di ottanta once cube siciliane di acqua distillata, pesata in Palermo alla latitudine di 38° 8' ed alla riva del mare sotto la pressione barometrica di 760 millimetri, ed alla temperatura di 22° 275 del termometro centigrado. Questi esperimenti servirono da base per la reciproca riduzione delle misure siciliane con quelle decimali. Infatti, le basi che costituirono il fondamento delle tavole di riduzione redatte dall'assistente Piazzi, Angelo Agnello,[62] sono le seguenti:

Palmo siciliano legale uguale a Metri 10000/38745

e

Rotolo siciliano legale uguale a Chilogrammi 0,793420

Il 4 novembre 1861 furono dichiarate ufficiali, in seguito all'approvazione del signor Ministro, le Tavole prontuarie, [63]che riguardano la riduzione delle antiche abolite misure siciliane nelle metriche decimali, e viceversa. Esse sono divise in cinque parti: la prima parte comprende le misure di lunghezza; la seconda le misure di superficie; la terza le misure di solidità; la quarta le misure di capacità; la quinta i pesi. La mia intenzione è quella di rilevare, attraverso una rapida rassegna, un pratico mezzo per ridurre una data misura di un sistema nell'equivalente misura dell'altro. Le suddette Tavole sono tratte dalla pubblicazione "Tavole prontuarie della reciproca riduzione di misure pesi e monete del Sistema Metrico Decimale e del Sistema Metrico legale Antico di Sicilia ai termini della Legge del 29 Luglio 1861 e del programma del Signor Ministro di Agricoltura Industria e Commercio del 14 Agosto 1861, redatte da Angelo Agnello Antico Assistente Piazzi nel R. Osservatorio di Palermo" terza edizione officiale edita in Palermo dall'Officio Tipografico di Camillo Tamburello nel 1875.

4.7 MISURE DI LUNGHEZZA

Dall'analisi delle tavole che riguardano le misure lineari è evidente che queste misure nel sistema siciliano sono spinte sino all'ultima specie, cioè sino al punto, e quelle del sistema decimale sino ai diecimillimetri. Le due cifre decimali, che seguono i punti e i diecimillimetri, sono state calcolate allo scopo di ottenere esattamente le quantità di ogni specie in base alla riduzione da farsi; queste, infatti, hanno lo scopo di arrotondare convenientemente l'ultima cifra della minima specie, cioè aumentandola di 1 quando le due cifre decimali della addizione supereranno il 50 o di trascurarle semplicemente quando queste cifre decimali non arrivano a 50. Affinché il mio discorso non rimanga pura astrazione ritengo utile dare conoscenza della seguente tabella:

---

62 VEDI NOTA 1

63 Angelo Agnello pubblicò nel 1875 un volume di *Tavole Prontuarie Officiali* per la riduzione di misure di pesi e monete siciliane nel sistema metrico decimale, nel 1877 *Il Codice Metrico Siculo ridotto nel Sistema Metrico Decimale* in 2 voll.

Tabella delle Misure lineari esclusivamente autorizzate per gli usi del commercio, giusta il Regolamento che fa seguito alla legge del 28 luglio 1861, e ridotte in misure Siciliane.

Il doppio Decametro eguale a metri	**20**	eguale a	Palmi **77**	Once **5**	Linee **10**	Punti **6,72**	eguale	Palmi **77,49000**
Il Decametro eguale a metri	**10**	eguale a	Palmi **38**	Once **8**	Linee **11**	Punti **3,36**	eguale	Palmi **38,74500**
Il Mezzo Decametro eguale a metri	**5**	eguale a	Palmi **19**	Once **4**	Linee **5**	Punti **7,68**	eguale	Palmi **19,37250**
Il Doppio Metro eguale a metri	**2**	eguale a	Palmi **7**	Once **8**	Linee **11**	Punti **10,27**	eguale	Palmi **7,74900**
Il Metro eguale a metri	**1**	eguale a	Palmi **3**	Once **10**	Linee **5**	Punti **11,14**	eguale	Palmi **3,87450**
Il Mezzo Metro eguale a metri	**0,5**	eguale a	Palmi **1**	Once **11**	Linee **2**	Punti **11,57**	eguale	Palmi **1,93725**
Il Doppio Decimetro eguale a metri	**0,2**	eguale a	Palmi **0**	Once **9**	Linee **3**	Punti **7,03**	eguale	Palmi **0,77490**
Il Decimetro eguale a metri	**0,1**	eguale a	Palmi **0**	Once **4**	Linee **7**	Punti **9,51**	eguale	Palmi **0,38745**

4.8 MISURE DI SUPERFICIE

Nelle tavole che raccolgono le misure di superficie sono date le misure destinate alle estensioni che si possono esprimere in canne quadrate, o in metri quadrati, come una piazza, un pavimento, un muro ecc.

Così come per le misure di lunghezza anche quelle di superficie sono spinte sino ai millesimi delle rispettive unità; dall'analisi di queste tavole è lampante il fatto che che le frazioni sono espresse in decimali: basta, quindi, sapere che la canna quadrata si compone di 64 palmi quadrati, ed il palmo quadrato di 144 once quadrate, in modo tale da tradurre le frazioni decimali delle unità siciliane nei rispettivi denominati.

Le misure decimali sono spinte sino ai centesimi quindi i centesimi di metro quadrato altro non sono che i decimetri quadrati, e cento centimetri quadrati equivalgono ad un decimetro quadrato, e infine cento decimetri quadrati sono eguali ad un metro quadrato.

Le misure agrarie siciliane, (quelle cioè che si riferiscono alla estensione dei terreni), hanno per unità la "Sarma", cioè il quadrato costruito sopra una lunghezza di 64 canne che risulta eguale a 4096 canne quadrate o quartigli, sono suddivise nei due seguenti modi, cioè: procedono di 4 in 4, come prevede il Codice Metrico-Siculo, e sono generalmente in uso in Sicilia, mentre le misure decimali procedono secondo la loro natura, cioè di 100 in 100, e sono spinte sino alla centiara o metro quadrato; 100 centiare compongono un'Ara, e 100 are un Ettara. Finalmente (per quei tempi) per le misure topografiche, quelle cioè destinate a rappresentare le estensioni di uno Stato, di una provincia, di un circondario ecc, furono sufficienti i due seguenti rapporti:

Miglio quadrato eguale a Chilometri quadrati 2,210107.

e

Chilometro quadrato eguale a miglia quadrate 0,452466.

Moltiplicando quindi un numero dato di miglia quadrate per 2,210107, si otterranno i chilometri quadrati equivalenti; mentre moltiplicandosi un numero dato di chilometri quadrati per 0,452466, il prodotto che si ottiene rappresenterà le miglia quadrate che si richiedono.

4.9 MISURE DI SOLIDITÀ O VOLUME

Le misure destinate ad esprimere la solidità o il volume dei corpi, come gli ammassi di pietre, o i legnami da costruzione sono uguali a quelle delle superficie. Le misure siciliane sono spinte sino ai diecimillesimi delle rispettive unità e si è creduto più opportuno esprimerne in decimali le frazioni: basta poi la conoscenza che la canna cuba si compone di 512 palmi cubi, ed il palmo cubo di 1728 once cube, perché si possano tradurre le frazioni decimali delle unità siciliane nei rispettivi denominati. Le misure decimali sono spinte sino ai millesimi, cioè secondo l'ordine della cubatura dei decimali; però i millesimi di metro cubo altro non sono che i decimetri cubi, e i millesimi di questi i centimetri cubi: o in altro modo mille centimetri cubi equivalgono ad un decimetro cubo, e mille decimetri cubi sono eguali ad un metro cubo. Per la solidità, o volume, non esistono misure effettive, esse si ricavano dalle dimensioni lineari con i noti metodi della cubatura.

4.10 MISURE DI CAPACITÀ

E' molto interessante il fatto che nel sistema metrico siciliano l'unità fondamentale che serve a misurare la capacità degli aridi e dei liquidi è la stessa, cioè il palmo cubo, che si chiama "tumulu" per gli aridi, e quartara per i liquidi,e quindi anche i multipli e sottomultipli si differenziano nel valutare le due diverse materie :è pur vero, però, che nelle misure siciliane esistono due differenti specie di capacità, che non esistono nel sistema metrico decimale, infatti in quest'ultimo il litro coi suoi multipli e sottomultipli serve egualmente a valutare tanto le materie aride quanto le liquide.
Per quanto riguarda le misure di capacità per gli aridi, nel sistema metrico siculo sono spinte sino al quartiglio e nel Sistema Metrico Decimale sino al decilitro, perché questa ultima misura decimale è quella che si avvicina di più alla minima misura siciliana, cioè al quartiglio. Le capacità per i liquidi, nelle misure siciliane sono spinte sino al bicchiere, e le decimali sino al decilitro. Se le misure decimali si volessero esprimere in centilitri, allora non bisognerebbe fare altro che trasportare per un posto a destra la virgola che segue i decilitri; quindi 3 tumoli di frumento sono eguali per esempio a litri 51 e 58 centilitri, invece di litri 51 e 6 decilitri; e 7 barili di vino equivalgono ad 2 ettolitri, 40 litri e 70 centilitri.
Le misure effettive delle due specie di capacità sono date nella seguente Tabella:

Tabella delle Misure di Capacità esclusivamente autorizzate per gli usi del commercio giusta il Regolamento che fa seguito alla legge del 28 luglio 1861, e ridotte in Pesi siciliane.

			PEGLI ARIDI						PE' LIQUIDI						
			tumuli	**mondelli**	**carrozzi**	**quarti**	**quartigli**		**barili**	**quartare**	**quartucci**	**caraffe**	**bicchieri**		**quartucci**
Il Doppio Ettolitro o Litri	200	=	11	2	2	0	1,95	=	5	1	12	1	0,61	=	232,65211
Ettolitro	100	=	5	3	1	0	0,97	=	2	1	16	0	1,30	=	116,32605
Il Mezzo Ettolitro	50	=	2	3	2	2	0,49	=	1	0	18	0	0,65	=	58,16303
Il Doppio Decalitro	20	=	1	0	2	2	1,79	=	0	1	3	0	1,06	=	23,26521
IlDecalitro	10	=	0	2	1	1	0,90	=	0	0	11	1	0,53	=	11,63261
Il Mezzo Decalitro	5	=	0	1	0	2	2,45	=	0	0	5	1	1,26	=	5,81630
Il Doppio Litro	2	=	0	0	1	3	1,78	=	0	0	2	0	1,31	=	2,32652
Il Litro	1	=	0	0	0	3	2,89	=	0	0	1	0	0,65	=	1,16326
Il Mezzo Litro	0,5	=	0	0	0	1	3,44	=	0	0	0	1	0,33	=	0,58163
Il Doppio Decilitro	0,2	=	0	0	0	0	2,98	=	0	0	0	0	0,93	=	0,23265
Il Decilitro	0,1	=	0	0	0	0	1,49	=	0	0	0	0	0,47	=	0,11633
Il Mezzo Decilitro	0,05	=	0	0	0	0	0,74	=	0	0	0	0	0,23	=	0,05816
Il Doppio Centilitro	0,02	=						=	0	0	0	0	0,009	=	0,02327
IlCentilitro	0,01	=						=	0	0	0	0	0,05	=	0,01163

4.11 PESI

Per quanto riguarda i Pesi si è ritenuto opportuno dividerli in due classi, cioè come è abitudine presso il popolo siciliano che li ha sempre divisi secondo l'uso e i bisogni a cui esso li impiega. I cosiddetti pesi alla grossa erano utilizzati per le materie più pesanti, come il ferro, lo zolfo, le paste ecc, e per le quali il rotolo, unità fondamentale, era diviso comunemente in 12 once, e l'oncia in 4 quarte. Le misure che comprendono questa classe di pesi, nel sistema siciliano, sono spinti sino alla quarta, e nel decimale sino al decagrammo, cioè al centesimo del chilogrammo. Invece per valutare il peso delle materie leggere come le sete, i metalli preziosi, i farmaci ecc, si usa il rotolo che era diviso in 30 once, 12 delle quali costituiscono la Libbra, unità principale dei pesi cosiddetti alla sottile, i quali procedono sino all'ottavo di coccio**,** come prevedeva la Legge del 1809.
I pesi effettivi sono raggruppati nella seguente Tabella.

Tabella dei Pesi esclusivamente autorizzati per gli usi del commercio giusta il Regolamento che fa seguito alia Legge del *28* luglio 1861, e ridotti in Pesi Siciliani.

				ALLA GROSSA										
				Rotoli	Once	Quarte								
5 Miriagrammi	= Chilog	50	=	63	0	0,88								
2 Miriagrammi	= Chilog	20	=	25	2	1,95								
1 Miriagrammi	= Chilog	10	=	12	7	0,98	**ALLA SOTTILE**							
5 Chilogrammi	= Chilog	5	=	6	3	2,49		Libbre	Once	Quarte	Dramme	Scrupoli	Cocci	Ottavi
2 Chilogrammi	= Chilog	2	=	2	6	1,00								
1 Chilogramma	= Chilog	1	=	1	3	0,50	=	3 +	1	3	0	1	9	2,22
5 Ettogrammi	= Chilog	0,5	=	0	7	2,25	=	1	6	3	1	0	14	5,11
2 Ettogrammi	= Chilog	0,2	=	0	3	0,10	=	0	7	2	0	0	9	6,84

1 Ettogramma	= Chilog	0,1	=	0	1	2,05	=	0	3	3	0	1	14	7,42
5 Dacagrammi	= Chilog	0,05	=	0	0	3,02	=	0	1	3	1	0	7	3,71
2 Decagrammi	= Chilog	0,02	=	0	0	1,21	=	0	0	3	0	0	2	7,88
1 Decagramma	= Chilog	0,01	=	0	0	0,60	=	0	0	1	1	0	1	3,94
5 Grammi	= Chilog	0,005	=				=	0	0	0	1	0	10	5,97
2 Grammi	= Chilog	0,002	=				=	0	0	0	0	1	16	2,39
1 Gramma	= Chilog	0,001	=				=	0	0	0	0	1	18	1,19
5 Decigrammi	= Chilog	0,0005	=				=	0	0	0	0	0	9	0,60
2 Decigrammi	= Chilog	0,0002	=				=	0	0	0	0	0	3	5,04
1 Decigramma	= Chilog	0,0001	=				=	0	0	0	0	0	1	6,52
5 Centigrammi	= Chilog	0,00005	=				=	0	0	0	0	0	0	7,26
2 Centigrammi	= Chilog	0,00002	=				=	0	0	0	0	0	0	2,90
1 Centigramma	= Chilog	0,00001	=				=	0	0	0	0	0	0	1,45
5 Milligrammi	= Chilog	0,000005	=				=	0	0	0	0	0	0	0,73
2 Milligrammi	= Chilog	0,000002	=				=	0	0	0	0	0	0	0,29
1 Milligramma	= Chilog	0,000001	=				=	0	0	0	0	0	0	0,14

4.12 MARINEO: "SARMA", "TUMULU", "CAFISU".

All'interno della mia ricerca non potrebbe sicuramente mancare uno spazio dedicato interamente alle unità di misura locali della mia zona d'origine. Il luogo in cui vivo,

Marineo, è una piccola cittadina a circa trenta chilometri da Palermo e ad altrettanti da Corleone, che può definirsi il centro della nostra regione. Ma in questo contesto desidero occuparmi delle misure locali del paese e dei relativi usi. Per fare questo ho analizzato accuratamente la Raccolta Provinciale Degli Usi anno 1975 (approvata dalla Giunta Camerale con delibera del 27/02/1979, n.91) compiuta dalla camera di Commercio Industria Artigianato e Agricoltura di Palermo. In questa raccolta è posta particolare attenzione alla terminologia degli usi in tutti quei settori di attività legati all'agricoltura e, per quello che mi riguarda, in particolar modo alle misure locali. Per una più completa informazione allego la tavola di ragguaglio delle misure locali per superficie agrarie di Marineo e inoltre inserisco alcuni vocaboli e alcune clausole aventi significato commerciale, raccolti dalla Camera di Commercio Internazionale e usati nel linguaggio comune dei cittadini di Marineo all'epoca della diffusione del Sistema Metrico Decimale, ma ancora presenti soprattutto fra la popolazione rurale di età più o meno avanzata. Pertanto ho raccolto tutti quegli articoli commerciali che in un modo o nell'altro menzionano le misure locali. Tutto questo per conferire al mio discorso il pregio di una maggiore completezza, in quanto esso risulta così arricchito da più ampie fonti di informazione in materia di usi di misure locali.
Nell' Art. 63 è trattato l'argomento della vendita ad "aria e campo" a "colpo" a "corda tesa". Molte compravendite di terreni erano fatte non a misura, ma a "colpo" oppure ad " aria e campo" o a " corda tesa". La misurazione ad "aria e campo"è una misurazione che comprende tutto quanto esiste sulla superficie del fondo (tutto incluso, compresi rocce, trazzere, burroni, fabbricati, alvei).
La misurazione a "corda tesa" prevede l'esclusione di quanto non è coltivabile. La superficie è misurata sia in base alle abolite misure col ragguaglio in ettari, sia direttamente in ettari. L'abolita misura è espressa in "sarma" e sue suddivisioni. Come ho detto in precedenza la "sarma" variava secondo le diverse zone agricole, ed in questo articolo è definita come la misura legalmente esistente prima dell'unificazione del Regno, o, più spesso, quella allora applicata per consuetudine cosiddetta "abusiva".
Nell' Art. 114 si affronta l'argomento delle unità di misura dei canoni in natura (cioè le produzioni di un terreno). Nella granicoltura l'unità di misura si esprime con la salma e tomolo di grano, secondo l'abolito sistema; per ogni unità di superficie "sarma" e "tumulu" di terreno. Tale unità varia secondo la misura locale della "sarma" grano e della "sarma" terreno. Nei luoghi dove la "sarma" terreno della corda corrisponde a 18 canne e 2 palmi, il terratico è espresso col tomolo cosidetto alla sottile, del peso di circa kg. 14 di grano; dove vige, invece, la corda lunga di canne 22, il terratico si corrisponde col tomolo alla grossa del peso approssimativo di kg.17.
Interessante è ancora osservare come avveniva l'accordo tra le persone per la valutazione (nell'Art. 144) del prodotto degli olivi, soprattutto nel caso in cui il concedente non voleva occuparsi della raccolta, si procedeva alla stima del frutto: la cosiddetta stima fissa, il numero delle macine di prodotto (la macina è di sei tomoli di olive mature, di otto di olive verdi stimate sull'albero; il tomolo varia da kg. 14 a kg. 21,50, secondo i comuni e le località). Per le olive di minor resa in olio la macina è di tomoli da otto a dodici (secondo la località) di olive mature e di tomoli dieci di olive verdi. Ma come avveniva la ripartizione delll'olio? Nell'Art. 146 a tal proposito si dice che l'olio è determinato in rotoli 21,50 a macina, al netto di qualsiasi spesa di raccolta ed estrazione, e di questo quantitativo rotoli 14 ed once 4 vanno al

proprietario e rotoli 7 e once 2 al colono (rotolo = gr. 800), cioè due terzi al proprietario ed un terzo al colono. Nella zona delle Madonie per ogni salma (stimata all'albero) di 20 tomoli di olive vengono dati al proprietario quattro cafisi di olio e cioè kg. 42,665.
Nell'Art. 257 si affronta la misurazione delle olive per la vendita. Le olive si contrattano a "salma", a "tomolo" colmo, o a peso, e anche "a strasatto" o "all'albero".
L'Art. 350 parla di Frantumazione delle olive. II proprietario delle olive che le trasporti all'oleificio di terzi per ricavarne olio corrisponde un compenso di frantumazione proporzionale alla quantità delle olive. Il residuo della torchiatura è tutto di spettanza dell'oleificio, e negli antichi frantoi va conservato nel "purgatorio" o " inferno" per la separazione fisica dell'olio di scarto dalle acque di vegetazione e di lavaggio. La vendita delle olive ai proprietari dei frantoi che curano per conto loro l'estrazione dell'olio è fatta a misura o a peso.
Nell'Art. 352 si parla di variazione della resa: la resa in olio delle olive varia in relazione allo stato di maturazione delle olive e alla natura del terreno, e per ogni "tomolo"di olive oscilla da un minimo di kg. 3,500 a un massimo di kg. 5,500 di olio.
Molto interessante è anche l'Art. 353 che parla della gestione degli oleifici. L'oleificio è gestito di solito direttamente dal proprietario, ma la gestione talvolta è affidata a terzi, in affitto o in compartecipazione, secondo le seguenti principali modalità: il conducente affida l'esercizio in affitto al "frantoiano"(maestro di pala) per 1, 2, 3 o 4 anni, per un canone stabilito per ogni campagna olearia in base al numero degli antichi clienti e al quantitativo medio annuale di olive lavorate nelle annate decorse, calcolato in base alla produzione media degli oliveti locali. Il " frantoiano", che è il direttore tecnico e amministrativi "trappeto" o "oleificio", percepisce non solo il compenso in denaro corrisposto dai clienti per ogni macina di olive lavorate, ma anche tutto l'olio "d'inferno" e la parte di sansa lasciata dai clienti in dotazione del "tappeto", con esclusione della parte dei residui di lavorazione che spetta ai lavoratori del "tappeto", nonché di quanto, per ogni macina di olive lavorate, è pagato volta per volta o conteggiato alla fine della giornata dal "frantoiano" stesso ai predetti lavoratori. Gli "aiutanti" vengono retribuiti in denaro dall'affittuario del frantoio e percepiscono, inoltre, i diritti in natura di seguito menzionati.
Nell'art .354 si parla di condizioni nelle vendite di olio e di sanse. L'olio si vende a peso o a "cafisu", si vende anche a decalitro. Il "cafisu" è una misura di rotoli 13 e once 4, al Kg 10,666, il "cafisone" è di 20 rotoli, pari a Kg16.
Nell' Art. 229 si parla delle misure del grano. La vendita del grano avviene secondo misure di capacità o a peso. Nel primo caso, la vendita avviene in base all'abolita Salma alla sottile. La "sarma" è di "tumuli" 16 che alla grossa corrispondono ciascuno a litri 21,43, e, alla sottile corrispondono a litri 17,5 talvolta, a litri 17,2; qiundi la salma ha rispettivamente la capacità litri 343,861 e di litri 280.
Nell' Art. 230 si parla del Peso del grano in relazione al volume. Il peso del grano correlativo alle misure varia secondo il peso specifico, che dipende dalla varietà del grano. Ma per consuetudine il peso è considerato di kg. 28 per la "sarma alla grossa" (kg. 17,5 per "tumulo") e 224 kg per la "sarma" "alla sottile" (kg. 14a " tumulo"); vendite del grano anzichè al volume, si fa riferimento a tale peso presuntivo.
Anche per le fave (nell'art.244) le vendite si fanno in base all'abolita misura

"salma". La "sarma"dell'antica misura corrisponde, secondo le varie zone, a 16 " tumuli" rasi, o a 16 colmi, o a 20 rasi, o a 20 colmi, o a 25 rasi. Il peso corrispondente varia secondo i luoghi di produzione e la qualità della merce: in genere il peso di un "tumulu"raso è di kg. 11, quello della salma è di kg. 176-180. I mercati regolatori della provincia sono Termini Imerese e Corleone.
Nell' Art. 251 si parla di misure in generale. In questo articolo è specificato il fatto che le contrattazioni di grosse partite e le misurazioni sono riferite a misura legale (quintale); in quelle piccole si fa ancora riferimento alle antiche misure abolite, che sono varie secondo i prodotti e secondo i comuni (" sarma", "tumuli", rasi o colmi), con corrispondenza di diverso numero di decalitri o chilogrammi. Generalmente per l'orzo la vendita è a "sarma", di 20 "tumuli" rasi (kg. 210 circa); la stessa misura è adottata per l'avena (e corrisponde al peso di kg 160 circa).
Anche le mandorle (Art. 281) si contrattano a misura ("mondello" " tumulu" e " sarma"), rapportata a decalitro. Le varietà "a guscio duro" sono vendute più frequentemente sgusciate a peso; meno frequentemente, e per piccole partite non sgusciate, le vendite sono effettuate a misura di capacità anziché a peso.
Art. 291 viene spiegata la vendita di erbe da foraggio. La produzione dei terreni coltivati a sulla o ad altre erbe da fieno si cede sul posto a misura ("sarme", "tumuli", "mondelli" o ettari), e sono a carico del compratore tutte le spese di raccolta.
L'Art. 252 parla di misurazione dell'uva. L'uva da vino si vende a quintali o, prevalentemente, a "carrozzata"corrispondente al peso di kg. 560, che è quello medio presuntivamente ricavabile da una botte di litri 480 di mosto (ossia 12 barili: un barile contiene litri 34,38106, che commercialmente sono considerati litri 34). Il prezzo per ciascun quintale si stabilisce moltiplicando il numero che indica la gradazione zuccherina dell'uva per il prezzo stabilito per un grado-zucchero. La misurazione della gradazione zuccherina si fa generalmente immergendo il mostimetro "BABO" in un campione di succo di uva prelevato dal fondo del recipiente usato per il trasporto.

M A R I N E O

USO DELLE MISURE	MISURE LOCALI	VALORE DELLE MISURE LOCALI IN MISURE METRICHE			MISURE METRICHE	VALORE DELLE MISURE METRICHE IN MISURE LOCALI					
		Ettare	Are	Centiare		Tum.	Mond	Car.	Quar.	Quartigli	
Per le terre	Salma di 16 tumoli Tumolo della corda	2 0	23 13	10,91 94,43	Ettara Ara Centiara	7 0 0	0 0 0	2 1 0	2 0 0	3,87 2,36 0,18	
		Ettol.	Litri	Centilitri							Rasi alla generale
Pei Frumenti	Salma di 16 tumoli rasi, pari a	2	75	08,88	Ettolitro Decalitro Litro	5 0 0	3 2 0	1 1 0	0 1 3	0,97 0,90 2,89	

Pegli orzi e Pei	Salma di 20 tumoli rasi, pari a	3	43	86,11						
						Barili		Quartucci		
Pel vino	Botte di 12 barili Barile di	4 0	12 34	63,33 38,61	Ettolitro Decalitro Litro	2 0 0		36,33 11,63 1,16		
						Quartare		Quartucci		
Pel mosto	Botte di 32 quartare	4 0	40 13	14,22 75,44	Ettolitro Decalitro	7 0		4,33 11,63		
						Cafisi	Rotoli	Once	Quarte	
Per l'olio	Cafiso di rotoli 10 di once 12, ovvero di	0 0	08 10	59,65 74,57	Ettolitro Decalitro Litro	11,6326= 1,1633 = 0,1163 =	116 11 1	3 7 1	3,65 2,36 3,84	Legali alla grossa
		Chil.	Gram.	Centigr.						
Per il peso	Cantaro 100 rotoli	79 0	342 793	00 42	Quintale Chilogr.		126 1	0 3	1,76 0,50	

4.13 RIDUZIONE DEL SISTEMA METRICO DECIMALE E DEL SISTEMA METRICO LEGALE ANTICO DI SICILIA.

Quando furono definitivamente create le basi del nuovo sistema metrico era necessario, e soprattutto fondamentale, preparare la riduzione delle misure antiche in quelle moderne, in modo da non far rimanere questa riforma semplicemente un concetto astratto. Il primo obiettivo, ovviamente, era dimostrare i vantaggi del nuovo sistema, ma principalmente preparare i mezzi affinché dall'astrazione dell'idea si passasse alla realtà. La Commissione incaricata aveva un compito difficile e arduo da svolgere perché aveva di fronte un popolo che aveva in uso ben 145 misure lineari, 59 misure agrarie, 212 misure di capacità e 31 pesi.[64] In virtù della legge italiana del 28 luglio 1861 il Sistema Metrico Decimale fu proclamato dovere essere in vigore nelle province non più tardi del 1 gennaio 1863. Pertanto, il primo passo per la sua attuazione fu la reciproca riduzione delle nuove ed antiche misure, dei nuovi ed antichi pesi, da basarsi sull'esatto rapporto delle unità fondamentali dell'uno e l'altro sistema. Questo bisogno fece nascere, per opera di Angelo Agnello, la compilazione delle Tavole Prontuarie.

64 Il codice metrico siculo ridotto nel sistema metrico decimale e viceversa: "Riduzione di tutte le misure consuetudinarie di Sicilia nelle misure metrico decimali e viceversa" per Angelo Agnello, antico assistente Piazzi nel Reale Osservatorio di Palermo (verificatore capo di pesi e misure)

Questo paragrafo, quindi, è dedicato alla riduzione di tutte le misure consuetudinarie di Sicilia che si adoperavano prima; ma anche dopo della legge del 31 dicembre nelle misure metrico-decimali e viceversa, redatte e pubblicate da Angelo Agnello, antico assistente Piazzi nel Reale osservatorio di Palermo e Verificatore Capo di Pesi e misure di Palermo, nel Dicembre 1861[65]. Pertanto, ho ritenuto necessario osservare e analizzare queste tabelle che hanno lo scopo di presentare le misure e i pesi che entrano in vigore in sostituzione di tutti quelli che esistevano nell'Isola; sono talmente numerosi da potersi quasi affermare che in ogni comune Siciliano si aveva un proprio sistema metrico. La legge mirava a sostituire un solo sistema alla moltiplicità dei sistemi presenti, in modo da far sì che una determinata quantità fosse in ogni Comune misurata da una stessa unità metrica ed espressa da uno stesso linguaggio. Dalla documentazione che ho analizzato devo purtroppo affermare che il beneficio che derivò dalla compilazione di queste tabelle rimase nelle sfere ufficiali, per esempio nelle transazioni commerciali contrattate presso pubbliche amministrazioni, oppure presso i notai; fatto sta che dopo il lasso di circa mezzo secolo, ovvero da quando era stato proclamato il sistema metrico legale di Sicilia, si continuavano ad usare ancora proprie e differenti misure. Mi chiedo: "Qual è la causa che ha permesso di mantenere in vigore le svariate misure locali, in opposizione alla riforma proclamata nel 1809?". Secondo me, una probabile risposta potrebbe essere che non sempre a leggi utili fanno seguito disposizioni che ne rendano semplice, rigorosa e pratica l'attuazione; oppure, un'altra risposta potrebbe far pensare che ciò sia avvenuto per la naturale avversione dei popoli ad abbandonare antiche consuetudini per abbracciare nuove convenzioni, che riflettono il valutare con il peso e con la misura i propri prodotti.
Con la legge del 28 Luglio 1861 con la quale si estese a tutta l'Italia il Sistema Metrico Decimale, legge seguita da un'efficace e rigorosa sorveglianza, dal diffondersi della istruzione popolare, e di conseguenza dall'apprendersi universalmente con essa gli elementari principi dell'aritmetica decimale il cammino tanto atteso della riforma sembrava avanzare senza ostacoli. Proclamato, dunque, il Sistema Metrico Decimale come il solo legale per tutta Italia, era necessario uguagliarlo agli altri Sistemi Metrici esistenti nelle sue varie province. Era necessario redigere quindi apposite tavole di riduzione e pubblicarle per cura del Reale Governo.
In Sicilia, come per qualche altra regione del Regno, in cui erano in vigore svariati pesi e misure, che consuetudini antiche e tradizioni avevano saputo tenacemente custodire, il lavoro di ragguaglio doveva soddisfare i bisogni di ciascun comune. Nell'Agosto 1862 Angelo Agnello pubblicò le Tavole Prontuarie della reciproca riduzione delle diverse Misure Agrarie abolite di Sicilia e le Misure Agrarie Metrico-Decimali[66], perché erano considerate le più importanti e le più urgenti. Questo lavoro di riduzione fu alquanto difficile perché Angelo Agnello dovette, con paziente fatica, operare le numerosissime riduzioni. Fu reso ancor più complicato per il fatto che, con il passare degli anni, le misure locali si erano confuse con altre del Sistema Metrico Legale con la formazione di altri multipli e di altri sistemi differenti di misurazione. Il lavoro della redazione delle Tavole Ufficiali di riduzione per tutto il Regno fu assegnata per ogni regione d'Italia alle varie Giunte Metriche: quella di Palermo,

65 VEDI NOTA 1 E NOTA 37.

66 VEDI NOTA 37.

presieduta dal Prof. Dr. Nicolo Cervello, era composta dai professori Can. Salvatore Mancino, [67]Giuseppe Albeggiani[68] e Michele Zappulla, e in seguito alla morte del Mancino si aggiunse il Prof. Pietro Tacchini[69]. La redazione dei calcoli e la compilazione delle Tavole fu portata a compimento nel Novembre 1865. E'il risultato furono quattro grossi volumi di manoscritti.
Alla base delle riduzioni ovviamente vi era il nostro sistema si numerazione ma ciò nonostante, è abbastanza presumibile la difficoltà nel cercare di esprimere le misure consuetudinarie sotto una forma poco comprensibile per il popolo, e soprattutto in funzione di quantità incognite.
Angelo Agnello redasse quindi, tanti prospetti quanti erano i paesi dell'Isola, prospetti che furono poi trasmessi alle rispettive Giunte Municipali e costituirono così finalmente, quell'insieme, tanto desiderato, di una semplice esposizione e riduzione delle svariate misure consuetudinarie di Sicilia. Angelo Agnello preparò un prospetto per ogni sistema di misurazione locale e per tutte le categorie delle misure dei Comuni di Sicilia.
Ogni prospetto (come quello per il paese di Marineo) si compone di due parti: nella prima, a sinistra, ci sono le misure locali in funzione delle metrico decimali; viceversa nella seconda. Nella metà superiore di ogni parte stanno le riduzioni propriamente dette, in cui la minima specie è sempre seguita da due cifre decimali, o centesimi, e ciò allo scopo di ottenere con maggiore esattezza le riduzioni volute.
Esaminando attentamente tali prospetti è evidente la trasformazione di riforma delle varie misure locali. Nei seguenti specchietti sono riunite le unità principali delle misure consuetudinarie di Sicilia, esse sono disposte in ordine progressivo di grandezza e dalle reciproche riduzioni con le misure metrico-decimali.

NUMERO D'ORDINE	MISURA LOCALE O CANNA	VALORE DELLA CANNA LOCALE IN	VALORE DEL METRO IN CANNE LOCALI
1	Canna abolita di Palermo	2, 046142	0,488725
2	Canna abolita di Castrogiovanni	2,061915	0,484986
3	**Canna legale**	2,064783	0,484312
4	Canna abolita di Lipari	2,067456	0,483686
5	Canna abolita Acireale	2,074961	0,481937

67 Nacque a Palermo nel 1802. Studiò al Seminario palermitano e poi passò ad insegnare nell'Università. Tenne la cattedra di Logica e Metafisica. Rappresentò in Sicilia la prospettiva dell'Eclettismo di Cousin che si sforzò di conciliare con il cristianesimo. Morì a Palermo nel 1866.

68 Nacque a Palermo il 24 - 12 - 1818 e morì ivi il 16 - 9 - 1892. Laureato in Ingegneria a Palermo nel 1842, dal 1844 cominciò ad insegnare matematiche nell'Università di Palermo ove, nel 1860, divenne ordinario di Introduzione al Calcolo. Fu anche ingegnere del Genio Civile, optando poi per l'Università di cui fu ripetutamente rettore e preside della Facoltà di Scienze. Fu anche assessore comunale e presidente del Circolo Matematico di Palermo.

69 Nacque a Modena il 2 marzo 1838, morì a Spilamberto (Modena) il 24 marzo 1905. Nel 1857 venne nominato direttore del R.Osservatorio della città di Modena. Nel 1863 lasciò la direzione dell'Osservatorio della città emiliana per essere trasferito, in qualità di Astronomo Aggiunto, all'analogo Istituto di Palermo . Nei primi anni di attività scientifica nella città siciliana Tacchini introdusse e perfezionò le osservazioni spettroscopiche sulla radiazione solare, continuando le indagini sulle relazioni intercorrenti tra le macchie solari ed il magnetismo terrestre. I tratti fondamentali della sua opera furono incentrati sugli sforzi per dotare l'Italia di efficienti servizi di osservazione meteorologica e sismica

6	Canna abolita Girgenti	2,081665	0,480385
7	Canna abolita Caltagirone	2,088770	0,478751
8	Canna abolita Messina	2,090274	0,478406

Da questo specchietto si rileva chiaramente che la Canna *legale* fu utilizzata per le misure lineari in sostituzione delle 7 canne differenti, quante cioè ne esistevano in Sicilia, ma che furono poi realmente messe fuori d'uso. Questo fu possibile perché la nuova misura differiva di una piccola quantità rispetto a quella e quindi permetteva ad ogni classe di persone una facile adozione della misura legale.

4.14 MISURE DI SUPERFICIE AGRARIA IN SEGUITO ALLA RIDUZIONE SECONDO IL SISTEMA METRICO DECIMALE

L'unità principale della misura agraria era la "sarma", ma anche fondamentale era la sedicesima parte di questa ultima, cioè il "tumulu", quadrato di terra il cui lato si chiamava corda: cosicché la designazione di una salma era determinata dalla lunghezza della corda che si componeva di un dato numero di canne più o meno lunghe, secondo l'uso che se ne faceva, e da ciò l'origine delle seguenti 50 svariate misure agrarie per i soli terreni. Delle quali 48 sono quelle stesse registrate nel Codice Metrico Siculo, ed usate anteriormente al 1809; 2 furono introdotte dopo la promulgazione di quella legge, cioè: la legale, la cui corda si componeva di 16 canne legali, e il cui "tumulu" fu fatto uguale a 409 canne quadrate legali.

NUMERO D'ORDINE	CORDA, OVVERO LATO DEL TUMOLO	SALMA IN ETTARE	ETTARA IN SALME
1	Corda di Canne abolite 13 di Palermo	1,132083	0,883327
2	>> >>	1,312948	0,761645
3	>> >>	1,714871	0,583134
4	>> >>	1,746259	0,572653
5	>> >>	1,789642	0,558771
6	>> >>	1,935929	0,516548
7	>> >>	2,170384	0,460748
8	>> >>	2,231091	0,448211
9	>> >>	2,265016	0,441498
10	>> >>	2,328370	0,429485
11	>> >>	2,954134	0,338509
12	>> >>	2,355017	0,424625
13	>> >>	2,404336	0,415915
14	>> >>	2,482293	0,402853
15	Corda, o Radice di Canne quadr. abol. 375 ⅜	2,514531	0,397689
16	Corda di Canne abolite 20 di Palermo	2,679487	0,373206
17	>> >> 20 e palmi 2 di	2,746892	0,364048
18	>> >> 20 di Acireale	2,755497	0,362911
19	Corda, o Radice di Canne quadrate 409	2,789921	0,358433
20	>> >> di Canne quadrate abol. 416	2,790853	0,358313
21	Corda di Canne abolite 20 di Messina	2,796317	0,357613
22	>> >> 21 di Palermo	2,954134	0,338509
23	>> >> 21 e Palmi 2 di	3,024889	0,330591
24	Corda o Radice di Canne quadr. abol. 456 di	3,054615	0,327374
25	Corda di Canne abolite 21 e Palmi 4 di	3,0966482	0,322947

26	>> >> 22 di Palermo	3,242179	0,308435
27	>> >> 22 e Palmi 2 di	3,316283	0,301542
28	Corda o Radice di Canne quadr. abol. 500 di	3,349358	0,298565
29	Corda di Canne abolite 22 di Messina	3,383543	0,295548
30	Corda di Canne abolite 22 e Palmi 4 di	3,391225	0,294879
31	>> >> 22 e palmi 5 di	3,429010	0,291629
32	Corda o Radice di Canne quadr. abol. 512 di	3,429743	0,291567
33	Corda di Canne abolite 22 e Palmi 6 di	3,467004	0,288433
34	Corda o Radice di Canne quadr. abol. 512 di	3,482823	0,287123
35	>> >> 512 di	3,574137	0,279788
36	>> >> 562 ½	3,768028	0,265391
37	Corda di Canne abolite 23 e Palmi 6 di	3,778495	0,264656
38	>> >> 24 di Palermo	3,858461	0,259171
39	Corda o Radice di Canne quadr. abol. 562 ½	3,899998	0,256410
40	Corda di Canne abolite 23 e Palmi 6 di	3,910831	0,255700
41	>> >> 24 e Palmi 4 di	4,020904	0,248700
42	>> >> 24 di Messina	4,026695	0,248343
43	>> >> 25 di Palermo	4,186698	0,238852
44	>> >> 25 e Palmi 3 ⅝ di	4,339841	0,230423
45	>> >> 25 e Palmi 4 di	4,355840	0,229577
46	>> >> 25 e Palmi 5 di	4,398649	0,227343
47	>> >> 26 di Messina	4,725774	0,211606
48	>> >> 28 di Palermo	5,251794	0,190411
49	>> >> 28 di Acireale	5,400773	0,185159
50	Corda o lato della Giornata diArato 30	0,376803	2,653908

Osservando la tabella si capisce perché la classe agricola era restia ad abbandonare l'uso delle misure consetudinarie per abbracciar quello della salma legale: nelle documentazioni è evidente che dopo il 1809 non si parla più dell'uso di almeno 12 delle 48 antiche del Codice Metrico Siculo. Si deve osservare, comunque che, se dopo quell'epoca nel comune linguaggio delle contrattazioni o valutazioni di terreni vigeva il sistema locale, è pure vero che la materiale misurazione si eseguiva mediante la catena legale, che è la quarta parte della corda legale. Questo si spiega facilmente col fatto che la misurazione si otteneva attraverso la sola catena legale l'unica che effettivamente si adoperava e che offriva la garanzia della sua lunghezza; pertanto l'esistenza del sistema locale era solo una questione di linguaggio e di abitudine.

4.15 MISURE DI CAPACITA' PER GLI ARIDI IN SEGUITO ALLA RIDUZIONE SECONDO IL SISTEMA METRICO DECIMALE

Anche se l'unità fondamentale per la misurazione degli aridi era il "tumulu" alla generale, che poi fu detto "tumulu" legale o "tumulu" alla grossa, a costituire la "sarma", esistevano anche varie convenzioni sia sul numero dei "tumuli" sia sulla loro minore o maggiore colmatura. Con la legge del 1809 fu soppresso l'uso dei "tumulu" alla grossa e anche il "tumulu" colmo, mezzo colmo ecc., perché erano motivo di confusione, di liti e di equivoci. Fu prescritto quindi il solo "tumulu" alla generale e raso come base di una uniforme misurazione per tutte le materie aride, e la salma legale si compose di 16 "tumuli" legali rasi come rasi se ne stabilirono i sottomultipli, cioè: i mondelli, carrozzi ecc., quindi, per la misurazione degli aridi si contavano 46 svariate salme come si può individuare analizzando la tabella seguente.

NUMERO D’ORDINE	SALME LOCALI IN MISURE LOCALI	SALME LOCALI IN TUMULI	SALMI LOCASLI IN	ETTOLITRI IN SALME LOCALI
1	Salma di Tum. 8 alla	10. 0. 0. 0.	1,759305	0,581630
2	>> >> 10 legali			
3	>> >> 16 legali	16. 0.	2,750888	0,363519
4	>> >> 16 leagli	18. 0. 0. 0.	3,094750	0,323128
5	>> >> 18 legali			
6	>> >> 16 di	18. 0.	3,116241	0,320899
7	>> >> 16 legali	18. 2.	3,180715	0,314395
8	>> >> 15 alla	18. 3. 0. 0.	3,223697	0,310203
9	>> >> 18,3			
10	>> >> 16 legali	19. 0. 0. 0.	3,266680	0,306121
11	>> >> 18 legali			
12	>> >> 16 alla	20. 0. 0. 0.	3,438611	0,290815
13	>> >> 20 legali			
14	>> >> 16.3 ½	21. 0.	3,626660	0,275736
15	>> >> 10 colmi	21. 1. 0. 0. 0	3,653524	0,273708
16	>> >> 16 legali			
17	>> >> 17 legali			
18	>> >> 17.0.2	21. 1.	3,680388	0,271710
19	>> >> 16 alla	21. 2.	3,707252	0,269742
20	>> >> 16 alla	22. 0.	3,782472	0,264377
21	>> >> 16 alla	22. 1.	3,825454	0,261407
22	>> >> 16 alla	22. 2. 0. 0. 0.	3,868437	0,258502
23	>> >> 18 alla			
24	>> >> 20 legali			
25	>> >> 18.1 alla	22. 3. 1. 0.	3,922165	0,254961
26	>> >> 20 legali			
27	>> >> 20 legali	23. 0.	3,954402	0,252883
28	>> >> 20 legali	23. 2.	4,061859	0,246193
29	>> >> 16 alla	24. 0. 0. 0. 0.	4,126333	0,242346
30	>> >> 20 legali			
31	>> >> 24 legali			
32	>> >> 16 alla	25. 0. 0. 0. 0.	4,298263	0,232652
33	>> >> 20 alla			
34	>> >>20 legali			
35	>> di Tirzeroni 64	30. 0.	5,157916	0,193877
36	>> di Tum. 31	31. 0.	5,329846	0,187623
37	>> >> 16 di	31. 2.	5,415812	0,184645
38	>> >> 18 salla	31. 3.	5,469540	0,182831
39	>> >> 32	32. 0.	5,501777	0,181759
40	>> >> 24	34. 0.	5,845638	0,171068
41	>> >> 36	36. 0.	6,189499	0,161564
42	>> >> 24	36 1.	6,258450	0,159784
43	>> >> 18 di	37. 0.	6,382921	0,156668
44	>> >> 40	40. 0.	6,877221	0,145408
45	>> >> 40	45. 0.	7,736874	0,129251
46	>> >> 50	50. 0.	8,596527	0,116326

4.16 MISURE DI CAPACITÀ PER IL VINO IN SEGUITO ALLA RIDUZIONE SECONDO IL SISTEMA METRICO DECIMALE

Destano molto interesse le vicende cui furono soggette le misure per i liquidi, infatti, intorno a questo discorso vi era molta confusione. A tal proposito il discorso fatto dalla Commissione riformatrice preceduta dal celebre astronomo Padre Giuseppe Piazzi [70]è molto chiaro. In questo discorso, egli, manifesta la sua preoccupazione per il fatto che le misure dei liquidi, sono indipendenti dal peso e che i fluidi di diverso genere, come acqua, olio, vino, ecc. non pesano ugualmente, per tali differenze non si possono ottenere misure costanti e invariabili dei liquidi. A quei tempi la capacità dei quartucci veniva considerata , secondo un determinato numero di once, uguale sia per l'acqua, per l'olio, per il vino, o per ogni altro fluido. Pertanto è stato molto difficile attuare la riduzione di tanti e diversi quartucci perché non era chiaro a quale fluido si riferivano cioè all'acqua, al vino, o all'olio? Dopo molte e varie ricerche si è finalmente saputo, che il maggior numero di quartucci si riferiva per il peso dell'acqua.

Chiarite tali difficoltà, si è finalmente potuto affermare che l'unità fondamentale della misurazione del vino, cosiddetta quartuccio, era una quantità variabile, perchè equivaleva a quella capacità che ripiena di acqua, o di olio, doveva dare un determinato peso espresso in parti del rotolo, che era quello stesso che fu poi sanzionato come unità di peso dalla legge del 1809, e che in alcuni luoghi si divideva in 30 parti uguali dette once alla sottile, ed in taluni altri in 12 parti denominate once alla grossa. Cosicché per il differente peso specifico dei due liquidi, a pesi uguali il quartuccio ripieno d'olio era di maggior capacità dell'altro ripieno d'acqua, e viceversa; come ancora uno stesso quartuccio poteva esprimersi con due pesi differenti, riferendosi cioè al peso maggiore quando lo si riempiva d'acqua, ed al minore quando lo si riempiva d'olio. E' a tali variabili elementi, che si debbono le numerose specie differenti delle unità fondamentali nella misurazione per il vino, raccolte e distinte nella tabella seguente, secondo la classificazione cui si riferivano sia a peso d'acqua, sia a peso d'olio.

NUMERO D'ORDINE	QUARTUCCI IN PESO D'ACQUA	QUARTUCCI IN LITRI	LITRO IN QUARTUCCI	NUMERO D'ORDINE	QUARTUCCI IN PESO D'ACQUA	QUARTUCCI IN LITRI	LITRO IN QUARTUCCI
1	Di once	0,45428	2,20124	41	Di once	1,36286	0,73374
2	>>	0,47176	2,11971	42	>>	1,41528	0,70657
3	>>	0,49797	2,00815	43	>>	1,44149	0,69372
4	>>	0,51107	1,95922	44	>>	1,57253	0,63591
5	>>	0,52417	1,90774	45	>>	1,67737	0,59617
6	>>	0,53073	1,88419	46	>>	1,71930	0,58163
7	>>	0,53728	1,86121	47	>>	1,72978	0,57810
8	>>	0,57659	1,73431	48	>>	1,88704	0,52993
9	>>	0,58970	1,69577	49	>>	2,09671	0,47693

70 VEDI NOTA 4

10	>>	0,60280	1,65891	50	>>	2,20154	0,45422
11	>>	0,62901	1,58978	51	>>	2,48984	0,40162
12	>>	0,65522	1,52619	52	>>	2,62089	0,38154
13	>>	0,68143	1,46749		QUART UCCI		
14	>>	0,68798	1,45352				
15	>>	0,69016	1,44892	53	Di once	0,42982	2,32652
16	>>	0,69453	1,43980	54	>>	0,57310	1,74489
17	>>	0,70108	1,42635	55	>>	0,60175	1,66180
18	>>	0,72074	1,38745	56	>>	0,64473	1,55101
19	>>	0,73385	1,36267	57	>>	0,68055	1,46936
20	>>	0,78626	1,27183	58	>>	0,68772	1,45407
21	>>	0,85179	1,I73998	59	>>	0,76413	1,30866
22	>>	0,85965	1,16326	60	>>	0,80234	1,24635
23	>>	0,86489	1,15621	61	>>	0,85965	1,16326
24	>>	0,87363	1,14464.	62	>>	1,07456	0,93060
25	>>	0,88455	1,13051	63	>>	1,14620	0,87244
26	>>	0,91731	1,09014	64	>>	1,26082	0,79313
27	>>	0,94352	1,05986	65	>>	1,28947	0,77550
28	>>	0,96973	1,03121	66	>>	1,43275	0,69795
29	>>	0,97846	1,02200	67	>>	1,71930	0,58163
30	>>	0,98283	1,01746	68	>>	2,40702	0,41545
31	>>	0,99593	1,00407	69	>>	2,57895	0,38775
32	>>	1,04835	0,95387				
33	>>	1,10077	0,90845				
34	>>	1,11387	0,89776				
35	>>	1,13572	0,88049				
36	>>	1,15319	0,86715				
37	>>	1,17940	0,84788				
38	>>	1,20561	0,82945				
39	>>	1,25802	0,79489				
40	>>	1,31044	0,76309				

Dalla stessa legge del 1809 fu prescritto che il quartuccio doveva essere la ventesima parte del tumulo alla generale, perché corrispondeva all’antico quartuccio di once 30 alla sottile, o ad once 32, 8 alla sottile se pieno d’acqua. Su questo ultimo rapporto numerico, che deriva dal peso specifico dell'olio di oliva uguale a 0,915 prendendosi per unità il peso dell’acqua, si sono direttamente calcolate le riduzioni reciproche con le misure metrico-decimali. Come si può notare dalla tabella precedente 43 degli antichi quartucci non sono più adoperati, e ne sono rimasti in uso effettivo soli 17, ai quali furono aggiunti altri 7 nuovi in sostituzione a quelli abbandonati. Comunque dopo la sopressione di tanti quartucci, e dopo l’introduzione di quello legale in 269 comuni, si continuarono a contare in Sicilia 94 sistemi per misurare esclusivamente il vino, 147 per misurare il mosto e 67 pel vino e mosto insieme: in tutto 308 sistemi differenti.

4.17 MISURE DI CAPACITA' PER L'OLIO IN SEGUITO ALLA RIDUZIONE SECONDO IL SISTEMA METRICO DECIMALE

Tra le misure consuetudinarie di Sicilia quelle destinate al commercio dell'olio offrono la più strana, per non dir la più spaventosa, diversità! Vasi in latta, di speciali forme e dimensioni, cosiddetti "Cafisi", servivano per la misura dell'olio. Un foro praticato verso l'imboccatura, o collo, indicava il limite cui doveva giungere il liquido per ottenere la misura voluta, però questa era determinata ed espressa per ogni "cafiso" dalla quantità dell'olio che si aveva ad un dato peso. Cosicché mentre la denominazione dei "cafisi" si esprimeva in rapporto al peso dell'olio che vi si conteneva, era la loro capacità che poi col fatto determinava la quantità dell'olio: questo sistema misto di misura e peso era facile prestarsi alle frodi nelle compravendite. Altra circostanza era la scelta del rotolo come unità di peso, dal momento che se ne annoveravano ben 29 specie differenti che si componevano dalle 24 alle 120 once alla sottile, dal quale ebbero origine 82 cafisi di capacità differente, ma espressi in 105 modi diversi, come si può osservare dalla tabella seguente.

NUMERO D'ORDINE	CAPISI IN ROTOL	CAFISO IN ROTOL	CAF1SO IN CHILOGRAMMI	CAFISO IN LITRI	DECALlITRO 1N CAF'ISI	DECAILTRO IN ROTOLI
1	Di rot.	2. 4	1.692630	1.833926	5.452784	5.452784
2	»	2.24	2.221576	2.407027	4.154512	4.154502
3	»	3.10	2.644733	2.865509	3.489782	11.632605
4	»	5. »	3.967100	4.298263	2.326521	11.632605
5	»	6. 20	5.289467	5.731018	1.744891	8.724454
6	»	6. 28 3/5	5.516914	5.977471	1.672954	11.632605
7	»	7. 9 ⅜	5.801884	6.286210	1.590734	11.632605
8	»	7. 15	5.953650	6.447395	1.551014	7.755070
9	»	8. »	6.347360	6.877221	1.454076	11.632605
10	»	8. »	6.347360	6.877221	1.454076	7.270378
11	»	8. 24	6.982096	7.564943	1.341228	11.632605
12	»	10. »	7.934200	8.596527	1.163261	11.632605
13	»	10. »	7.934200	8.596527	1.163261	5.816303
14	»	10. 7 ½	8.132555	8.811440	1.134888	11.632605
15	»	10.2 1	8.330910	9.026353	1.107867	11.632605
16	»	10.25	8.489594	9.198283	1.087159	11.632605
17	»	11. »	8.595383	9.312904	1.073779	10.737789
18	»	11. »	8.727620	9.456179	1.0575:0	11.632605
19	»	11. 3	8.727620	9.456179	1.057510	10.575096
20	»	12 .»	8.806962	9.242145	1.047982	11.632605
21	»	12 . »	9.521040	10.31583	0.969384	11.632605
22	»	12.15	9.521040	10.31583	0.969384	9.693833
23	»	13.6	9.917750	10.74565	0.930608	11.63605
24	»	13.6	10.473144	11.34741	0.881258	11.632605
25	»	13.7¹	10.473144	11.34741	0.881258	10.57596
26	»	13.10	10.521146	11.39942	0.877237	11.579532
27	»	13.10	I0.578933	11.46203	0.872445	11.632605
28	»	13.10	10.578933	11.46203	0.872445	8.744544
29	»	13.15	10.578933	11.46203	0.872445	10.469345
30	» 6	13.18	10.711170	11.60531	0.86l674	5.816303
31	»	13.22½	10.790512	11.69127	0.855339	10.264063
32	»	13.22 ½	10.909525	11.82022	0.846008	11.632605
33	»	13.22 ½	10.909525	11.82022	0.846008	10.575096
34	»	13.24	10.939525	11.82022	0.846008	11.632605
35	»	13.26 ¼	10.949196	11.86320	0.842942	11.632605
36	»	13.26 ¼	11.008702	11.92768	0.838386	11.632605

37	»	13.26 ½	11.008702	11.92768	0.838386	11.632605
38	»	13.26 ½	11.008702	11.93484	0.837883	11.632605
39	»	13.26 ⅔	11.019722	11.93962	0.837548	10.469345
40	»	13.27^{1}/1	11.030742	11.95156	0.836711	10.458886
41	»	13.27¼	11.035150	11.95633	0.836377	11.632605
42	»	13.27	11.054159	11.97693	0.834938	10.436730
43	»	13.28 ½	11.68209	11.99215	0.833879	11.632605
44	»	14.28	11.107880	12.03513	0.830900	11.632605
45	»	14.6	11.266564	12.20706	0.819198	11.632605
46	»	14.7½	11.306235	12.25005	0.816323	11.632605
47	»	14.9	11.345906	12.29303	0.813469	11.632605
48	»	14.10	11.372353	12.32168	0.811577	11.632605
49	»	14.12	11.425248	12.37899	0.807820	6.462559
50	»	14.12	11.425248	12.37899	0.807820	9.693838
51	»	14.12	11.425248	12.37899	0.807820	14.540757
52	»	14.15	11. 504590	12.46496	0.802289	11.632605
53	»	14.16	11. 531037	12.49361	0.800409	9.604903

NUMERO D'ORDIN	CAPISI IN ROTO	CAFISO IN ROTOL	CAF1SO IN CHILOGRAMMI	CAFISO IN LITRI	DECALIITRO 1N CAF'ISI	DECAILTRO IN ROTOLI
54	Di rot.	14.18 ¾	11.603767	12.57242	0.795392	9.942398
55	»	14.22 ½	11.702945	12.67987	0.788651	11.632605
56	»	14.26 ¼	11.802122	12.78733	0.782024	11.632605
57	»	14.28	11.848405	12.83478	0.778969	9.347629
58	»	14.28 ¼	11.855017	12.84464	0.778535	11.632605
59	»	15	11.901300	12.89479	0.775507	11.632605
60	»	15	11.901300	12.89479	0.775507	9.693838
61	»	15. 4 /6	12.029129	12.89479	0.767266	11.632605
62	»	15.10	12.165773	13. 33290	0.758648	11.632605
63	»	15.12	12.218668	13.18134	0.755364	5.287548
64	»	15.15	12.298010	13.23865	0.750491	11.632605
65	»	15.25	12.562483	13.32461	0.734691	11.632605
66	»	16.25	12.694720	13.61116	0.727038	11.632605
67	»	16.25	12.694720	13.75444	0.727038	8.724454
68	»	16.25	12.694720	13.75444	0.727038	2.908151
69	»	16.15	13.091430	13.75444	0.705006	3.525032
70	»	16.18	13.170772	13.18426	0.700759	11.632605
71	»	16.18 ¾	13.190607	14.27023	0.699706	11.632605
72	»	16.18 ¾	13.190607	14.29172	0.699706	6.997050
73	»	16.20	13.223667	14.29172	0.697956	11.632605
74	»	16.20	13.223667	14.32754	0.697956	8.724454
75	»	16.24	13.329456	14.32754	0.692417	8.309004
76	»	17.3 ¾	13.587317	14.44216	0.679276	11.632605
77	»	17.10	13.752613	14.72157	0.671112	11.632605
78	»	17.15	13.884850	14.90064	0.664720	11.632605
79	»	17.22½	14.083205	15.04392	0.655358	11.632605
80	»	18.22½	14.281560	15.25883	0.646256	11.632605
81	»	18.22½	14.281560	15.47374	0.646256	7.755070
82	»	18.1⅔	14.325639	15.52150	0.644267	11.632605
83	»	18.6	14.440244	15.64567	0.639154	11.632605
84	»	18.10	14.546033	15.76029	0.634506	6.345057
85	»	18.15	14.678270	15.90357	0.628789	11.632605
86	»	18.20	14.810507	16.04685	0.623175	8.724454
87	»	18.22 ½	14.876625	16.11848	0.620406	9.306084
88	»	19.15	15.471690	16.76322	0.596544	11.632605
89	»	20.15	15.868400	17.19305	0.581630	11.632605

90	»	20.15	15.868400	17.19305	0.581630	8.724454
91	»	20.6	16.027084	17.36498	0.575871	11.632605
92	»	20.24	16.503136	17.88077	0.559260	6.711118
93	»	22.24	17.455240	18.91235	0.528755	10.575096
94	»	22.24	17.455240	18.91235	0.528755	6.345057
95	»	22.27 ½	18.182542	19.70037	0.507605	11.632605
96	»	24.27 ½	19.042080	20.63166	0.484692	11.632605
97	»	24.27 ½	19.042080	20.63166	0.484692	5.816303
98	»	25.27 ½	19.835500	21.49131	0.465304	11.632605
99	»	26.12	20.946288	22.69483	0.440629	5.287548
100	»	26.20	21.157867	22.92407	0.436223	5.452784
101	»	26.20	21.157867	22.92407	0.436223	5.234672
102	»	100. 20	79.342000	85.96526	0.116326	11.632605
103	»	100. 20	79.342000	85.96526	0.116326	5.816303
104	»	120.20	95.210400	103.1583	0.096938	5.816303
105	»	200.20	158.684000	171.9305	0.058163	5.816303

4.18 PESI

Su questa ultima categoria di misure, cioè il peso, si può dire che non c'è nulla da osservare, perché con la legge del 1809 fu sanzionato come unità di pesi l'antico rotolo e con le stesse suddivisioni di oncie 12 alla grossa o di once 30 alla sottile secondo le locali consuetudini.

3.20 CONCLUSIONI

All'inizio della mia ricerca non credevo che la diffusione del Sistema Metrico Decimale potesse essere stata così difficile e non pensavo che fossero stati tanti gli ostacoli da superare, affinché il nuovo sistema metrico venisse di fatto generalmente adottato, soprattutto in Sicilia. Il principale ostacolo fu sicuramente la tenacia di un popolo a conservare gelosamente i suoi usi e costumi; la sua ripugnanza ad abbracciare novità che tentassero di riformare le fondamentali unità dei suoi calcoli; il suo sospetto verso una legge che gli imponesse di valutare le sue sostanze differentemente da come aveva sempre praticato, questi furono i perenni ostacoli che resero difficilissima in ogni paese la pratica attuazione del nuovo sistema metrico. L'unico elemento che avrebbe potuto rendere sormontabili i suddetti ostacoli e la forza dell'abitudine, sarebbe stato senza dubbio la ragione. Infatti solo col principio della ragione si sarebbe potuto unificare il linguaggio del commercio e rendere più facili le relazioni di esso. A tal proposito mi sembra doveroso citare interamente le parole dell'assistente Piazzi del reale osservatorio di Palermo e cioè Angelo Agnello[71] il quale sostiene:

"l'Italia risorta a nazione, è chiamata sin dal suo inizio a discutere anch'essa sulle sorti d'Europa, come ha una la lingua una esser deve la misura delle sue ricchezze; epperò rigettando i suoi mille sistemi metrici, quante sono le inflessioni dei suoi dialetti, non poteva adottare se non quello in cui tanta parte luminosa vi ebbero i suoi Balbo, Multedo, Vassalli, Fabroni, Franchini e Mascheroni[72]. E la Sicilia rinunziando al suo secolare Sistema, retaggio prezioso dei suoi antenati, mostrerà non esser seconda fra le sorelle provincie all'appello della madre comune".

Con queste parole Angelo Agnello manifestava apertamente la sua sicurezza nei confronti dell'introduzione del novello sistema che, secondo lui, sarebbe riuscito a

71 VEDI NOTA 1 e 37.

72 VEDI NOTA 23.

superare gli ostacoli, che "l'ignoranza avrebbe potuto frapporvi, ma che la generale coltura sapeva necessariamente abbattere". Col senno di poi, oggi tutti noi possiamo affermare che quel sistema metrico tanto ostacolato al suo nascere e che molti pensavano destinato a rimanere, e per sempre, confinato nei libri dei dotti, è oramai pienamente inoltrato, come aveva profetizzato l'illustre marchese De La Place[73]. Egli sperava che un giorno questo sistema, che riduce tutte le misure e i loro calcoli alla scala ed alle operazioni più semplici dell'aritmetica decimale, sarebbe stato generalmente adottato come il sistema di numerazione. Tutto questo è stato possibile perché la ragione ha permesso di sormontare gli ostacoli come la forza dell'abitudine, "assicurando alle umani istituzioni durata eterna".

73 Pierre-Simon de Laplace nacque il 23 marzo 1749 a Beaumont-en-Auge, in Normandia. Nel 1791 prese parte alla creazione del sistema metrico decimale per fissare le unità di misura e i relativi campioni di lunghezza, tempo e massa. Pierre-Simon de Laplace morì a Parigi il 5 marzo 1827

TAVOLA FONDAMENTALE DEI RAPPORTI DELLE UNITA' DELLE MISURE E DEI PESI LEGALI ANTICHI DI SICILIA ALLE UNITA' DELLE MISURE E PESI METRICIDECIMALI				
SPECIE DELLE MISI'RE E PESI		UNITA'	RAPPORTO ESATTO	RAPPORTO A 6 CIFRE DECIMALI
I	Misure di lunghezza lineare	Palmo	=Metri $\frac{10000}{38745}$	=Metri 0,258098
II	Misure di lunghezza itineraria	Miglio	=Metri $\frac{57600000}{38745}$	=Chil. 1,486643
III	Misure di superficie semplice	Palmo quadrato	=Metri quadr. $\left(\frac{10000}{38745}\right)^2$	= Metri quad. 0,066614
IV	Misura di superficie agraria	Canna quadrata o quartiglio	=Metri quadr. $\left(\frac{80000}{38745}\right)^2$	=Are 0,042633
V	Misure di solidità o volume.	Palmo cubo	=Metri cubi $\left(\frac{10000}{38745}\right)^3$	=Metri cubi o steri 0,017193
	Misure di capacità pegli Aridi	Palmo cubo o *Tumulo*	=Metri cubi $\left(\frac{10000}{38745}\right)^3$	=Litri 7,193053
	Misure di capacità per i liquidi	Palmo cubo o *quartara*	=Metri quadr. $\left(\frac{10000}{38745}\right)^3$	=Litri 7,193053
	Pesi alla grossa	Rotolo	=Chilogrammi $\frac{79342}{100000}$	=Chilogrammi 0,793420
	Pesi alla sottile	Libbra	=Chilogrammi $\frac{158684}{500000}$	=Grammi 317,368000

TAVOLA FONDAMENTALE DEI RAPPORTI DELLE UNITA' DELLE MISURE E DEI PESI METRICI DECIMALI ALLE UNITA' DELLE MISURE E DEI PESI LEGALI ANTICHI DI SICILIA			
SPECIE DELLE MISURE E PESI	UNITA'	RAPPORTO ESATTO	RAPPORTO A 6 CIFRE DECIMALI

I	Misure di lunghezza lineare	Metro	=Palmi 3,874500	=Palmi 3,874500
II	Misure di lunghezza itineraria	Chilometro	= Palmi 3874 ½	=Miglia 0,672656
III	Misure di superficie semplice	Metro quadrato	= Palmi quadr. $(3,8745)^2$	=Palmi quadrati 15,011750
IV	Misura di superficie agraria	Ara	= Palmi quadr. $(38,745)^2$	=Canne quadrate 23,455860
V	Misure di solidità o volume.	Metro cubo o stero	= Palmi cubi $(3,8745)^3$	= Palmi cubi 58,163026
	Misure di capacità pegli Aridi	itro	= Palmi cubi $(0,38745)^3$	= Palmi cubi o Tumoli 0,058163
	Misure di capacità per i liquidi	Litro	= Palmi cubi $(0,38745)^3$	= Palmi cubi o Quartare 0,058163
	Pesi alla grossa	Chilogramma	=Rotoli $\frac{100000}{79342}$	=Rotoli 1,260366
	Pesi alla sottile	Gramma	=Rotoli $\frac{100}{79342}$	=Libbre 0,003151

Capitolo 4 UNA RICERCA SPERIMENTALE: IL SISTEMA METRICO DECIMALE

4.1 LA TEORIA DELLE SITUAZIONI DIDATTICHE

Molti insegnanti credono che nella loro professione avvenga qualcosa di magico e vale a dire il momento dell'apprendimento da parte degli allievi. Questa convinzione è basata sull'assunto che, affinché l'alunno impari, è sufficiente che qualcuno comunichi con chiarezza l'oggetto dell'apprendimento. Questa posizione è da sradicare perché non tiene conto delle esperienze dell'allievo, delle conoscenze acquisite durante il suo processo di maturazione e al suo personale bagaglio di conoscenze. Bisogna, invece, considerare l'apprendimento come un fatto mirato ed orientato secondo le situazioni, bisogna considerare gli attori del processo e la loro disponibilità. Per orientare il nostro lavoro di insegnanti verso questa direzione dobbiamo riferirci ai risultati delle ricerche in didattica, come quadro di riferimento teorico. In questo campo possiamo analizzare "la Teoria delle Situazioni Didattiche" elaborata dalla scuola di didattica francese, in particolare dal Prof. Guy Brousseau (1989). Questo sistema ha come fondamento il rapporto che vede coinvolti i tre soggetti nella dinamica dell'insegnamento-apprendimento allievo-insegnante-sapere e si basa sulla convinzione che le occasioni per l'apprendimento sono tante, ma solo la scuola trasforma quelle occasioni in progetto mirato, intenzionale, flessibile. L'apprendimento è pertanto frutto della messa in discussione delle conoscenze pregresse con quelle nuove dalla quale nascerà un nuovo momento di sistemazione e di elaborazione delle nuove conoscenze. Perché ciò avvenga è necessario che all'interno di ogni esperienza le intenzioni del docente siano rese esplicite all'interno di quel sistema definito dal Prof. Guy Brousseau "contratto didattico": " (...) *l'alunno interpreta la situazione che gli viene presentata, le domande che gli vengono poste, le informazioni che gli vengono fornite, i vincoli che gli vengono imposti, in funzione di ciò che l'insegnante riproduce coscientemente o no, in modo ripetitivo nella sua pratica di insegnamento. Noi ci interesseremo più particolarmente a ciò che, in queste abitudini, è specifico delle conoscenze insegnate: chiamiamo «contratto didattico» l'insieme dei comportamenti specifici del maestro che sono attesi dall'alunno e l'insieme dei comportamenti dell'alunno che sono attesi dal maestro"* (Brousseau, 1980)[74]. Contratto Didattico è l'insieme dei comportamenti e delle attese reciproche dell'insegnante e dell'alunno nei confronti del sapere. Esso determina, di solito in modo implicito, rispetto ad un sapere insegnato, ciò che ciascun elemento, insegnante, alunno, ha la responsabilità di gestire e di cui sarà responsabile rispetto all'altro. Il contratto didattico, che regola la natura di questi rapporti, si evidenzia con modalità diverse secondo il tipo di situazione che si presenta; se, per esempio, si tratta di una "situazione a-didattica" l'allievo è chiamato a scegliere le strategie e le conoscenze da utilizzare e di cui risulta responsabile. Una "situazione a-didattica" è quella in cui l'insegnante non dichiara l'obiettivo da raggiungere, ma fa capire all'alunno che il compito propostogli è stato scelto per fargli acquisire una nuova conoscenza. Nella "situazione a-didattica" l'allievo deve cercare le strategie migliori che gli permettono di arrivare al risultato che cercava. Tutte queste condizioni danno

74 Brousseau G., 1988, Le contrat didactique: le milieu, *Recherche en didactique des matthèmatiques,* vol. 9 n.3, pp. 309-336, Ed. La Pensèe Sauvage, Grenoble.

origine al momento della "devoluzione"[75] in altre parole il processo attraverso il quale l'insegnante fa accettare (implicitamente) all'alunno la responsabilità di una situazione di apprendimento o di un problema e accetta egli stesso le conseguenze di questo *transfert*. In questa situazione il docente ha il compito di individuare una buona situazione da proporre agli allievi; deve controllare che le dinamiche relazionali garantiscano una libera circolazione delle idee attraverso spazi di intervento corretti e democratici, non deve "comunicare" una conoscenza, ma deve fare in modo che vi sia una "buona devoluzione" del problema. Il docente poi, in quanto depositario del sapere, si connota come portatore del "sapere ufficiale".
Questo sapere non deve essere trasmesso attraverso lo studio di situazioni di sistemi formali e rigorosi, ma deve acquistare un nuovo significato e in pratica la possibilità che l'allievo riesca autonomamente a formulare, provare, ricostruire il suo apprendimento. Infatti, ogni conoscenza deve nascere dall'adattamento di una situazione specifica e in riferimento ad un certo "ambiente" in modo da vivere il sapere che si vuole comunicare.

4.2 L'ANALISI A PRIORI

Prima di proporre un argomento di matematica, l'insegnante deve chiedersi quali sono gli strumenti a disposizione degli allievi per risolverlo, quali difficoltà dovranno essi affrontare e come organizzare il lavoro in classe per favorire la risoluzione attraverso metodi efficaci. Questo lavoro si chiama analisi *a priori*. Nella ricerca in didattica[76] l'analisi *a priori* costituisce uno strumento indispensabile.
Fino ad ora l'insegnante di matematica ha insegnato un sapere presentando delle soluzioni che l'allievo doveva poi applicare nei problemi, adesso, attraverso l'analisi *a priori,* l'insegnante dovrà dapprima proporre agli allievi dei problemi la cui risoluzione richiede di inventare delle soluzioni originali che poi l'insegnante cerca di far evolvere per arrivare ad elementi di un nuovo sapere.
In questa situazione, l'insegnante sarà portato a prendere alcune decisioni e cioè: quelle relative alla scelta e alla sistemazione dei "buoni" problemi; quelle relative alla gestione,nelle fasi di messa in comune,delle soluzioni personali elaborate dagli allievi; quelle relative ai modi di far evolvere queste soluzioni personali ,in particolare verso soluzioni esperte ambite. In questo ambito l'analisi *a priori* costituisce uno degli strumenti professionali di supporto per le decisioni da prendere, permettendo di anticipare certe reazioni degli allievi e dunque di orientare certe scelte dell'insegnante.
In altre parole l'analisi *a priori* è quella che ci permette di condurre "un'analisi epistemologica e didattica nell'insegnamento della matematica", come concezione iniziale degli allievi, obiettivi previsti ecc… Alla base dell'analisi *a priori* vi è una serie di ipotesi su percorsi, strategie, i ragionamenti, procedure, soluzioni che l'allievo può mettere in opera nella situazione che gli viene proposta. In particolare l'analisi *a priori* permette di prevedere le difficoltà e gli ostacoli che l'allievo può incontrare e gli errori che può commettere, e di conseguenza aiuta l'insegnante a capire le modifiche che dovrebbe apportare nell'insegnamento di quella situazione.

---

75 La parola "devoluzione" viene usata nella Teoria delle Situazioni Didattiche di Guy Brousseau. Per fase di devoluzione si intende quella fase nella quale l'allievo si fa carico del Sapere in gioco utilizzando le conoscenze necessarie per la risoluzione della situazione/problema.

76 F. Spagnolo, La ricerca in didattica: alcuni riferimenti teorici.

Definire gli obiettivi di un intervento didattico, le competenze necessarie per raggiungerli, i contenuti attraverso i quali muoversi e, infine, gli esiti formativi in termini misurabili, è un compito che l'insegnante si assume nella piena consapevolezza che il punto di partenza non è solo la propria conoscenza dell'oggetto del sapere, ma i possibili stili di apprendimento degli allievi. L'analisi dei comportamenti ipotizzabili [77](F. Spagnolo 1998) consente di formulare ipotesi circa le "responsabilità" di alcuni processi di apprendimento o, meglio del ritardo di tali processi. Prendendo in considerazione i possibili errori, e analizzando la natura degli stessi, sarà più facile definire quale tipo d'attività prevedere, a proposito dei diversi contenuti, per raggiungere un apprendimento efficace e duraturo, venendo incontro alle difficoltà degli alunni con consapevolezza.

4.3 L'IMPORTANZA DELLA RICERCA SPERIMENTALE

L'obiettivo di questa tesi è quello di condurre un'esperienza di formazione attraverso una Ricerca sperimentale.
La mia attenzione è puntata su un particolare "fenomeno didattico", o meglio la comprensione e il giusto uso del Sistema Metrico Decimale. Alla base della ricerca vi è, quindi, una situazione a-didattica che metterà in gioco una serie di relazioni che possiamo così sintetizzare: l'analisi epistemologica e/o storico-epistemologica del "Sapere" in gioco nella situazione a-didattica. In questa sede sono analizzati anche gli ostacoli di origine didattica; l'analisi del punto di vista dell'allievo rispetto alla situazione didattica, come ad esempio le strategie risolutive rispetto alla situazione/problema da me presentata.
Ma che cosa è una "Situazione" a-didattica? Si definisce Situazione l'insieme delle circostanze nelle quali si trova una persona (un gruppo, una collettività, ecc.), le relazioni che l'uniscono all'ambiente, e l'insieme dei dati che caratterizzano un'azione o un'evoluzione (un'azione in un certo momento). Una situazione è didattica quando un individuo (in generale l'insegnante) ha l'intenzione di insegnare ad un altro individuo (in generale l'allievo) un determinato sapere. Una situazione è a-didattica, quando l'intenzione dell'insegnante non è esplicitata nei confronti dell'allievo. L'allievo sa che il problema propostogli è stato scelto per fargli acquisire nuova conoscenza e, nello stesso tempo, deve sapere che questa conoscenza è giustificata dalla logica interna della situazione. Nella situazione a-didattica riveste particolare importanza la "devoluzione", il processo attraverso il quale l'insegnante fa accettare all'allievo la responsabilità di una situazione di apprendimento. Il ricercatore analizza il "fenomeno d'insegnamento" nella sua globalità, analizzando, sia la "situazione didattica" in sè e per sé, sia le ipotesi di ricerca in didattica e la loro falsificabilità sperimentale.
Uno strumento che si considera indispensabile per un corretto approccio alla Ricerca in didattica è "l'analisi *a priori*". Cosa s'intende per "analisi *a priori*" di una situazione didattica? Per analisi *a priori* s'intende un'analisi delle "Rappresentazioni Epistemologiche", vale a dire le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi riguardo ad un particolare concetto, analisi delle "Rappresentazioni Storiche epistemologiche", in altre parole le rappresentazioni degli eventuali percorsi conoscitivi riguardanti la ricostruzione sintattica, semantica, pragmatica di un determinato concetto; l'analisi dei "Comportamenti ipotizzabili", per la risoluzione

[77] F. Spagnolo, 1998, pp. 92-98.

della data situazione didattica cioè tutte le possibili strategie risolutive sia corrette che non. Tra le strategie non corrette saranno prese in considerazione quelle che possono devolvere in strategie corrette. L'analisi di queste tre componenti avrà delle connotazioni diverse se ci si riferirà a discipline diverse.
E' importante che tutti quelli che si occupano di insegnamento conoscano il valore e l'utilità di una ricerca sperimentale in situazione didattica perché oltre ad essere un modo per far previsioni sui fenomeni didattici ci permette di capire quali sono gli errori e gli ostacoli nella comunicazione di una determinata disciplina, fornendoci strumenti per la riflessione e la costruzione di una migliore comprensione dei processi comunicativi. Per tali ovvie ragioni bene si adatta la ricerca sperimentale nella disciplina della matematica. Tutto questo, infatti, può farci acquisire una nuova idea di matematica in altre parole l'idea di matematica non appiattita sull'applicazione di regole e formule, ma una matematica che sia fattore di crescita per la persona, strumento di conoscenza della realtà, linguaggio preciso, univoco, obiettivo, utile, e anzi indispensabile, per descrivere tale realtà evitando tuttavia di eccedere in astrazione e formalismo.

4.4 PREMESSA

Nel seguente capitolo sono presentati l'ipotesi sperimentale, nella quale rendo evidente lo scopo della mia indagine, la descrizione del campione di ricerca, la metodologia che ho adottato, il test che ho preparato per i bambini della scuola primaria S.Ciro"di Marineo, la metodologia utilizzata nella sperimentazione ed infine l'analisi *a priori* dei comportamenti attesi. L'obiettivo principale della mia sperimentazione è quello di osservare se i bambini in quinta elementare sono in grado di scegliere l'unità di misura più adatta in situazioni diverse e se sono in grado di operare con le principali misure del Sistema Metrico Decimale.

4.5 IPOTESI SPERIMENTALE

L'ipotesi generale da cui sono partita attraverso la somministrazione di un questionario, è rappresentata dalla possibilità di risalire all'esistenza teorica ed operativa dei diversi processi di ragionamento, attraverso la somministrazione di un questionario, attivati dai bambini nella risoluzione di problemi e domande riguardanti la conoscenza del Sistema Metrico Decimale e l'operazione del "misurare". L'ipotesi alternativa è fondata sulle difficoltà di comprensione della consegna; sull'esistenza di concezioni errate che non consentirebbero agli alunni un regolare svolgimento dei loro processi di ragionamento.
L'ipotesi nulla è l'inesistenza di processi di ragionamento.

4.6 CAMPIONE DI RICERCA

L'indagine è stata rivolta a 90 allievi delle V classi della scuola elementare "S. Ciro" di Marineo, durante l'anno scolastico 2004-2005, nel periodo compreso tra Aprile e Maggio 2005.
In generale, non tutto il campione esaminato ha mostrato di possedere un bagaglio conoscitivo, acquisito negli anni scolastici precedenti, consono all'età e alla classe di appartenenza.
4.7 LA METODOLOGIA
Un aspetto molto importante da non trascurare è rappresentato dalla metodologia utilizzata durante la ricerca. L' apprendimento è sempre il risultato dell'interazione

contemporanea con un ambiente fisico, con un contesto sociale e con l'ambito individuale, perciò ho creduto opportuno invitare i bambini, in un primo momento, a lavorare individualmente e successivamente a verbalizzare le risposte date al questionario. Questo però non è accaduto, infatti, quasi tutti i bambini coinvolti nella sperimentazione, prima dello svolgimento di qualsiasi compito, hanno discusso collettivamente e in seguito verbalizzato per iscritto il proprio pensiero.

4.5 GLI STRUMENTI IMPIEGATI

Nella costruzione del mezzo d'indagine che ho utilizzato ha tenuto in considerazione il *target* di riferimento, le condizioni socio-culturali di provenienza degli alunni, le loro capacità attentive generali.

Per tali motivi, ho deciso di inventare i testi dei problemi in modo da catturare la curiosità dei bambini, utilizzando un linguaggio molto semplice, discorsivo e lineare sia da un punto di vista sintattico che da un punto di vista semantico. La scelta dello strumento è molto importante in una ricerca perché deve consentire l'osservazione oggettiva dei fenomeni che s'intende osservare e una loro misurazione adeguata. Quindi, oltre ad essere efficace, uno strumento deve essere valido, cioè deve servire per misurare proprio ciò che s'intende misurare, e deve essere fedele, in altre parole che non modifichi la sua capacità di misurazione. A tal fine, gli strumenti scelti per la sperimentazione sono stati il questionario e l'analisi *a priori.* Ho scelto il questionario perché consente di raccogliere informazioni, interrogando gli alunni sui concetti portanti dell'argomento che c'interessa verificare e ci fornisce le loro risposte in forma scritta. Il questionario costruito è coerente con il *target* di riferimento, con le condizioni socio-culturali di provenienza degli alunni e le loro capacità attentive generali. Per tali motivi, ho deciso di inventare i testi dei problemi in modo da catturare la curiosità dei bambini, utilizzando un linguaggio molto semplice, discorsivo e lineare sia da un punto di vista sintattico che da un punto di vista semantico. Il questionario si compone di quattordici *item* a risposta aperta, con richiesta di motivazione; di tre problemi sull'uso del Sistema Metrico Decimale; e, infine, tre domande legate alle misure locali. Nei problemi è chiesto ai bambini di motivare la loro risposta al fine di individuare con più facilità i loro processi cognitivi, le procedure ed i ragionamenti attivati. Un altro strumento, da non trascurare, utilizzato durante la sperimentazione è stato l'analisi *a priori.* L'analisi *a priori* di una situazione didattica è un momento molto importante del controllo sperimentale. Essa è l'insieme delle rappresentazioni epistemologiche, delle rappresentazioni storico- epistemologiche e dei comportamenti ipotizzati. L'analisi dei comportamenti ipotizzabili consente di individuare quelle attività che, nel rispetto dei diversi stili cognitivi degli alunni, favoriranno l'apprendimento. Lo strumento dell'analisi *a priori,* oltre a fornire la possibilità di tabulare i dati emersi dalla somministrazione dei problemi aperti, consente di poter focalizzare l'attenzione del ricercatore su una serie di aspetti interessanti, il primo dei quali può essere considerato lo spazio degli eventi, ovvero l'insieme delle possibili risposte, corrette e non, che si possono ipotizzare in uno specifico contesto.

La costruzione dell'analisi *a priori* è avvenuta sia facendo riferimento alle attese personali del ricercatore, sia dopo un pre-test effettuato su quattro bambini di quarta, sia dopo la somministrazione del questionario al campione.

La mia ricerca si occupa di osservare e analizzare l'approccio di un campione di bambini nei confronti del concetto di misurazione. Ho scelto quest'argomento perché

credo che eseguire misure, trasmettere dati ed essere in grado di interpretare stime numeriche, costituisce oggi una capacità di primaria importanza, indispensabile in molteplici situazioni. A sette anni i bambini hanno già maturato esperienze di misura in vari campi che in ogni modo non determinano in genere acquisizioni consapevoli. E'necessario, dunque, l'intervento formativo della scuola per chiarire sul piano logico e matematico quanto è acquisito in modo parziale, superficiale o semplicemente mnemonico. Un approccio corretto alla misura presuppone:
- la competenza di operare confronti e ordinamenti in ambiti diversi;
- la capacità di individuare ciò che è misurabile da ciò che non può essere misurato;
- la capacità di individuare, per ogni tipo di misura, l'unità campione corrispondente;
- l'abilità concreta di riportare unità campione in ciò che si va a misurare;
- conoscere le unità dei principali sistemi convenzionali di misurazione.

5.9 IL QUESTIONARIO DELLA SPERIMENTAZIONE

A quale unità di misura fai ricorso per misurare il tuo peso………………………………….
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la distanza da casa a scuola……………………………..
A quale unità di misura fai ricorso per misurare l'altezza del tuo cagnolino…………………
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di acqua che bevi in un giorno…………………….
A quale unità di misura fai ricorso per misurare il peso di un libro…………….
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la lunghezza di un tunnel…………………
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di vino in un fiasco…………………….
A quale unità di misura fai ricorso per misurare l'altezza dei tuoi genitori………………………………..
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di acqua in un bicchiere………………………
A quale unità di misura fai ricorso per misurare il peso dello zucchero…………………………….
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la lunghezza di un automobile………………………….
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la distanza tra due città…………………………………
A quale unità di misura fai ricorso per misurare il peso del tuo zaino…………………………
A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di benzina nel serbatoio dell'automobile……………………………

PROBLEMA K: Nel manifesto dei festeggiamenti in onore di San Ciro, la Pro Loco di Marineo ha scritto che la tradizionale maratona di 6 Km avrà luogo su un percorso lungo 7,5 hm da ripetere più volte. Federica vuole partecipare; quanti giri dovrà percorrere? Motiva la tua risposta.
PROBLEMA W: Quest'anno - ha riferito Giuseppe – l'oliva rende tra il 16 e il 20.

-E che vuol dire? – ha chiesto Giovanni. Vuol dire che da ogni 100 chili di olive si ricavano, come minimo, 16 kg di olio e come massimo 20 kg. Ora, però, fammi il conto: portando al frantoio 350 kg di olive, quanto olio potrò ritirare se le mie olive renderanno il 20? Motiva la tua risposta.
PROBLEMA Z: Il rinoceronte si è preso un bel raffreddore; ogni quarto d'ora starnutisce e si soffia il naso con il fazzoletto. Un fazzoletto per rinoceronte è un quadrato di carta di 5 metri di lato. Quanti ettari di carta occorrono per ogni giorno di raffreddore? Motiva la tua risposta.
DOMANDE SULLE MISURE LOCALI:
Hai mai sentito la parola "Tumminu"?
Conosci il significato della parola "Cafiso"? Secondo te a cosa si riferisce?
La parola "Sarma"ti suona familiare? Cosa ti ricorda?

5.10 ANALISI A-PRIORI DELLE STRATEGIE RISOLUTIVE
Le strategie risolutive che sono state prese in considerazione per la tabulazione dei dati rispetto alle domande del primo questionario, sono elencate di seguito:
DOMANDA A: A quale unità di misura fai ricorso per misurare il tuo peso.
A1: Il kilogrammo;
A2: Misure di peso;
A3: Strumento di misura (bilancia);
A4: Il proprio peso seguito dall'unità di misura;
A5: Nessuna risposta;
A6: altre unità di misura;
A7: Sottomultiplo del kilogrammo;
DOMANDA B: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la distanza da casa a scuola.
B1: Il kilometro;
B2: Il metro;
B3: Misura di lunghezza;
B4: Nessuna risposta;
B5: Multiplo del kilometro;
DOMANDA C: A quale unità di misura fai ricorso per misurare l'altezza del tuo cagnolino.
C1: I centimetri;
C2: "Non ho cagnolino";
C3: Misura di lunghezza;
C4: Misura della razza;
C5: Misura del proprio cagnolino;
C6: Multiplo o sottomultiplo delle misura di lunghezza;
C7: Nessuna risposta;
DOMANDA D: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di acqua che bevi in un giorno.
D1:Il litro;
D2: Misura di capacità;
D3: Altra unità di misura;
D4: Sottomultiplo del litro;
D5: "Io bevo circa 4 bicchieri d'acqua";
DOMANDA E: A quale unità di misura fai ricorso per misurare il peso di un libro.

E1: Il grammo;
E2: Misura di peso;
E3: Altra unità di misura;
E4: Multiplo del grammo;
E5: Nessuna risposta;
E6: Non lo so;

DOMANDA F: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la lunghezza di un tunnel .
F1: Il metro;
F2: Misura di lunghezza;
F3: Multiplo del metro;
F4: Nessuna risposta;
DOMANDA G: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di vino in un fiasco.
G1: Il litro;
G2: Misura di capacità;
G3: Multiplo del litro;
G4: Altra unità di misura (cm Kg mm);
G5: 10 litri;
G6: Nessuna risposta;
DOMANDA I: A quale unità di misura fai ricorso per misurare l'altezza dei tuoi genitori.
I1: Il metro;
I2: Misura di lunghezza;
I3: 1 metro;
I4: Sottomultiplo del metro (cm);
DOMANDA L: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di acqua in un bicchiere.
L1: Il centilitro;
L2: Misura di capacità;
L3: Sottomultiplo del litro (dl, ml);
L4: litro;
L5: Multiplo del litro;
L6: Altra unità di misura;
L7: 1/10 litri;
DOMANDA M: A quale unità di misura fai ricorso per misurare il peso dello zucchero.
M1: Il grammo;
M2: Misura di peso;
M3: Multiplo del grammo (kg);
M4: Nessuna risposta;
M5: Sottomultiplo del grammo(cg);
M6: Altra unità di misura;
DOMANDA N A quale unità di misura fai ricorso per misurare la lunghezza di un automobile.
N1: Il metro;
N2: Misura di lunghezza;

N3: Nessuna;
N4: Altra unità di misura (cm Kg mm);
N5: 10 litri;
DOMANDA O: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la distanza tra due città
O1: Il kilometro;
O2: Misura di lunghezza;
O3: Nessuna risposta;
O4: Altra unità di misura;
O5: Sottomultiplo del kilometro (m, dm);
O6: Multiplo del kilometro (dam);
DOMANDA P: A quale unità di misura fai ricorso per misurare il peso del tuo zaino
P1: Il kilogrammo;
P2: Misura di peso;
P3:Nessuna risposta;
P4: Multiplo del kilogrammo (dag, hg);
P5: Sottomultiplo del kilogrammo (kg, g);
P6: Altra unità di misura;
DOMANDA Q: A quale unità di misura fai ricorso per misurare la quantità di benzina nel serbatoio dell'automobile
Q1: Il litro;
Q2: Misura di capacità;
Q3: Nessuna risposta;
Q4: Multiplo del litro (hl, dal);
Q5: Altra unità di misura;

Le strategie risolutive che sono state prese in considerazione per la tabulazione dei dati rispetto ai problemi, sono elencate di seguito:
PROBLEMA K
Nel manifesto dei festeggiamenti in onore di San Ciro, la Pro Loco di Marineo ha scritto che la tradizionale maratona di 6 Km avrà luogo su un percorso lungo 7,5 hm da ripetere più volte. Federica vuole partecipare; quanti giri dovrà percorrere? Motiva la tua risposta.

K1= Ha individuato nella situazione problematica le informazioni numeriche (dati);

K2= Individua subito la consegna del problema;

K3= Nell'equivalenza effettua il cambio di misura individuando la posizione della nuova unità, scrivendo il nuovo numero intero fino alla nuova unità campione e separa con una virgola le restanti cifre che rappresentano i sottomultipli decimali della nuova unità: 7,5 hm = 0,75 Km;

K4= Nell'equivalenza effettua il cambio di misura operando con la divisione o con la moltiplicazione in linea;

K5= Applica correttamente la proprietà invariantiva:

$$
\begin{array}{cc}
6 & : 0,75 \\
\Downarrow & \Downarrow \\
\times 100 & \times 100 \\
\Downarrow & \Downarrow \\
600 & 75
\end{array}
$$

ed esegue correttamente l'algoritmo di risoluzione

$$
\begin{array}{r|l}
600 & 75 \\ \cline{2-2}
000 & 8
\end{array}
$$

K6= Ha applicato correttamente la tecnica scritta della divisione e la relativa prova infatti moltiplica il quoziente per il divisore e in questo modo ha ottenuto il dividendo:

$$
\begin{array}{r}
75 \times \\
8 = \\ \hline
600
\end{array}
$$

K7= Non applica la proprietà invariantiva oppure non applica correttamente la proprietà invariantiva della divisione

$$
\begin{array}{r|l}
600 & 7,5 \\ \cline{2-2}
 &
\end{array}
$$

K8= Non effettua il cambio di misura da hm in Km;

K9= Nell'equivalenza effettua il cambio di misura da 7,5 hm a Km in modo errato (a causa di una non buona memorizzazione della struttura del sistema): 7,5 hm = 75 Km;

K10= Ha applicato la tecnica scritta della divisione e la relativa prova con la moltiplicazione, ma combinando i termini numerici prescindendo da ogni successione logica risolutiva;

K11= Usa correttamente la divisione prescindendo da ogni successione logica risolutiva ,

$$
\begin{array}{r|l}
600 & 75 \\ \cline{2-2}
000 & 8
\end{array}
$$

e la relativa prova attraverso la moltiplicazione;

K12= Incapacità di definire le operazioni necessarie e di esprimere correttamente il calcolo corrispondente: 600:75= 0,8; 60:0,75=80;

K13= Incomprensione del testo scritto e quindi incapacità di individuare i dati necessari e sufficienti alla soluzione;

K14= Effettua il cambio di misura in modo errato, in quanto trasforma il primo dato in Km: 7,5 hm = 0,75 Km, e il secondo dato in hm: 6 Km = 60 hm;

K15= Applica a mente senza specificare la proprietà invariantiva ed esegue correttamente l'algoritmo di risoluzione del problema:

600	0,75
600	8
000	

K16= Applica la proprietà invariantiva ma in modo errato cioè solo sul dividendo e non sul divisore e inoltre segue erroneamente la divisione,

600	0,75
00	10

600	0,75
580	8,0
020	
00	
020	

(qualcuno)infine esegue una moltiplicazione 0,8 x 10 = 8

K17= Applica in mente senza specificare la proprietà invariantiva della divisione ma la esegue in modo errato:

600	75
600	0,8
000	

E infine esegue una moltiplicazione per trasformare il risultato 0,8 da decimale a intero e fa: 0,8 x 10 = 8

K18= Ha rappresentato con un disegno il problema;

K19= Combina i termini numerici indicati nel problema prescindendo da ogni successione logica risolutiva ed esegue l'operazione in modo errato:

0,75	6
6	12
15	
12	
03	

75	6
15	2
3	

75	6
15	12
3	

7,5	6
15	1,4
3	

K20= Applica la proprietà invariantiva della divisione in modo errato in quanto non moltiplica per uno stesso numero i due termini della divisione:
6 x 100 e 0,75 x 10 di conseguenza esegue la divisione in modo errato:

600	0,75
40	85
5	

600	7,5
000	80

K21= Applica la proprietà invariantiva della divisione ma soltanto sul divisore
0,75 x 100 = 75 esegue questa operazione in modo errato :

7,5 x
100 =
00 +
00 +
75 =
750,~~0~~

esegue la divisione in modo errato:

750 | 6
15 | 125
30
0

K22= Applica la proprietà invariantiva della divisione in modo errato moltiplicando per 100 solo uno dei due termini della divisione e non esprime correttamente il calcolo corrispondente: 7,5 x 100 = 750

750 | 6
150 | 125
30

K23= Effettua il cambio di misure in modo corretto non da hm in Km ma da Km in hm: 6Km = 60 hm;

K24= Combina i termini numerici indicati nel problema prescindendo da ogni successione logica risolutiva ed esegue una moltiplicazione dei dati numerici del problema:

7,5 x
6 =
45,0

0,75 x
10 =
0 00 +
01 5 =
01,50

K25= Applica la proprietà invariantiva in modo corretto 6 x 100 = 600 e
0,75 x 100 = 75 ma esegue l'algoritmo della divisione in modo errato:

600 | 75
00 | 10

K26= Incapacità di definire le operazioni necessarie e di esprimere correttamente il calcolo corrispondente infatti esegue la moltiplicazione (e non la divisione) combinando i termini numerici (dati) presenti nel problema:

0,75 x
6 =
4,40

oppure:

6 x

7,5 =

450 +
50 =

95

oppure:

0,75 x
6 =

4,55

oppure:

6 x
7,5 =

30 +
42 =

4,50

oppure:

7,5 x
6 =

3,30

oppure:

60	0,75
0	0,80
600	
550	
050	
00	
50	

oppure:

0,80 x
0,75 =

400 +
560 =

6000

oppure:

7,5	6
15	17
3	

oppure:

75 -
6=

15

Oppure esegue l'addizione:

```
  6 +
 7,5 =
------
13,5
```

K27= Effettua il cambio di misura da Km a hm: 6Km = 60 hm e non esegue la divisione correttamente e non applicare la proprietà invariantiva

```
 7,5 | 60
  15 |----
  15 | 10
     |
```

K28= Effettua il cambio di misura in modo errato cioè 6Km = 0,06 hm, ed esegue una moltiplicazione non comprendendo l'operazione risolutiva del problema:

```
 0,06 x
 7,5 =
-------
 030 +
042  =
-------
4,50
```

Infine il risultato viene diviso per 6.

PROBLEMA W

Quest'anno - ha riferito Giuseppe – l'oliva rende tra il 16 e il 20.

-E che vuol dire? – ha chiesto Giovanni.

Vuol dire che da ogni 100 chili di olive si ricavano, come minimo, 16 kg di olio e come massimo 20 kg. Ora, però, fammi il conto: portando al frantoio 350 kg di olive, quanto olio potrò ritirare se le mie olive renderanno il 20? Motiva la tua risposta.

W1= Ha individuato nella situazione problematica le informazioni numeriche (dati).

W2= Ha individuato l'importanza del quantificatore "come minimo..." "come massimo..." Che costituisce una regola per associare quantità specificandoli nei dati;

W3= Individua subito la consegna del problema;

W4= Procede in questo modo: il denominatore (100) indica in quante parti è diviso l'intero (350) quindi 350:100= 3,5; il numeratore indica quante parti dobiamo prendere quindi 3,5 x 20 = 70;

```
 350 | 100          20  x
0500 |----         3,5  =
 000 | 3,5        --------
     |            100  +
     |            60
                  --------
                  7 0,0
```

W5= Utilizza la tecnica del calcolo relativo al valore percentuale come frazione di un numero cioè 20% di 350 = (350:100)x20=3,5x20=70;

W6= Utilizza la tecnica del calcolo relativo al valore percentuale trasformando in un numero decimale e moltiplicando: 20% di 350=20:100x350=0,2x350=70;

W7= Attraverso l'analisi dei dati ha intuito che il 20% significa 20 ogni 100 e il 20% di 350 significa 20 ogni 100 ripetuto per 350 quindi venti per tre volte e mezza = 70;
W8= Intuisce che la situazione problematica richede la moltiplicazione come "addizione ripetuta" e la esegue correttamente in colonna infatti:

```
   3,5 x
  20   =
  -----
   00 +
  70   =
  -----
  70,0
```

W9= Ha mostrato di non saper risolvere mentalmente il problema non arrivando alla conclusione e senza aver seguito una sequenza logica scritta dei passaggi:
20 x 350 = 7000; 7000: 100 = 70;

W10= Incapacità di definire le operazioni necessarie e di esprimere correttamente il calcolo corrispondente:

```
1)   350 : 100 = 3,5
       3,50 | 100
            |-----
       350  |  3
            |

   3 x 20 = 60
```

2) 350 : 20 = 3,5

```
3)   350  |  20
          |------
     60   | 3,5
     600  |
     100  |
  --------|
     500  |
  20 x 3,5 = 70
```

```
4)      20  |  100
         0  |   5  x
            | 350  =
            |    0  +
            |  25   +
            | 15    =
            | 1750

5)   3,5  x
     2 0  =
      0 0
    7 0 0
    7 0,0

6)     20  x
     350   =
        00  +
     100    +
      60    =
     6000

7)   350 | 20
     150 | 1170
      10 |
       0 |

8)   350 | 20
     100 | 15

9)    100   x
       16   =
      110

10)   20   x
     350   =
       00  +
     100   +
      60   =
    7000
```

W11= Incomprensione totale del testo scritto e quindi incapacità di individuare i dati necessari e sufficienti alla soluzione e di esprimere correttamente il calcolo corrispondente:

100 x
350 =
350

Oppure

350 x
10 =
400

W12= Combina i termini numerici indicati nel problema prescindendo da ogni successione logica risolutiva:

1)
350 | 20
150 | 17,41
100
20
00

2)
350 | 20
20 | 17
150
110
10

3)
350 | 20
250 | 1120
50
10

4)
160 | 20
150 | 17
10

W13= Accanto al risultato specifica l'unità di misura richiesta dal problema;

W14= Sbaglia la divisione e non esegue correttamente il calcolo della moltiplicazione:

350 | 100
300 | 3,5
050

20 x
3,5 =
100 +
60 =
700

350 | 100
50 | 3,5

350 | 20
150 | 113
70
10

W15= Incapace di definire le operazioni necessarie e di individuare i dati necessari e sufficienti alla soluzione pertanto segue o l'addizione o la moltiplicazione o la sottrazione, senza effettuare il calcolo relativo alla percentuale:

1) 100 Kg + 16 Kg = 116 Kg

2) 20 x
3 =
60

3) 350 -
93 =
256

4) 350 | 20
150 | 113
70
10

5) 350 -
20 =
330

6) 370 +
116 =
486

7) 350 x
20 =
000 +
700 =
7000 Kg

8) 350 x
100 =
350 +
350 +
411 =
5100

W16= Esegue in modo errato il calcolo relativo alla percentuale: (350:100)x100=3,50x100=35000; (350:10)x20=700

W17= Cambia unità di misura del risultato finale da Kg a l;

W18= Nessuna risposta;

W19= Non cancella lo zero dopo la virgola: 70,0 oppure dimentica a metterla.

PROBLEMA Z

Il rinoceronte si è preso un bel raffreddore; ogni quarto d'ora starnutisce e si soffia il naso con il fazzoletto. Un fazzoletto per rinoceronte è un quadrato di carta di 5 metri di lato. Quanti ettari di carta occorrono per ogni giorno di raffreddore? Motiva la tua risposta.

Z1= Ha individuato nella situazione problematica le informazioni numeriche (dati), individuando subito la consegna del problema;

Z2= Ha utilizzato più modalità per codificare e decodificare le informazioni individuando dati impliciti ed espliciti come "ogni quarto d'ora", "per ogni giorno";

Z3= Ha disegnato l'immagine attinente al testo "un quadrato e non un rettangolo";

Z4= Ha immediatamente intuito la correlazione esistente del fazzoletto con la misurazione di superficie, e che quindi occorre calcolare l'area del fazzoletto;

Z5= Ha confuso l'area del quadrato con il perimetro del quadrato quindi l+l+l+l=20 e non l x l = 5 x 5 = 25^2 di conseguenza sbaglia la moltiplicazione:

```
 100  x      oppure      20   x
  20  =                  96   =
 ------                  ------
 000  +                 100   +
 200    =               192     =
 ------                 ------
2000                   1920
```

Z6= Intuisce che la situazione problematica richiede la moltiplicazione come addizione ripetuta e la esegue correttamente;

Z7= Esegue correttamente l'algoritmo di risoluzione del problema moltiplicando il numero dei quarti d'ora che ci sono in un ora per l'intero arco della giornata quindi 24, e il risultato è stato moltiplicato per l'area del quadrato
A=5m x 5m = 25 m²
1 ora = 4 quarti d'ora
24 ore = 4 x 24 = 96 quarti d'ora

```
  25  x
  96  =
 ------
 150  +
 25     =
 ------
  2400
```

Z8= Moltiplica l'area del quadrato per 4 cioè i quarti d'ora che ci sono in un ora e il risultato per 24 cioè le ore che ci sono in un giorno:

```
 25  x
  4  =
 ------
100
```

```
 100  x
  24  =
 400  +
200   =
 2400
```

Z9= Incapacità di definire le operazioni necessarie (nessuna risposta) e/o di esprimere correttamente il calcolo corrispondente;

Z10= Effettua correttamente il cambio di misura da m^2 a hm^2 (Ettaro) operando con la divisione o moltiplicazione in linea: 2400 m^2 = 0,24 hm^2;

Z11= Non effettua il cambio di misura da m^2 a hm^2;

Z12= Esegue la moltiplicazione in colonna, ma con termini numerici sbagliati in quanto moltiplica i quarti d'ora presenti in una giornata (96) e le ore presenti in un giorno (24)

```
  96  x
  24  =
 384  +
192   =
2304
```

Z13= Non effettua correttamente il cambio di misura da m^2 a hm^2:

1) 2304m^2= hm 23,04
2) 2390=23,9 hm
3) 2400m^2 = 24 m
4) 2400m^2 = 0,2400 hm^2
5) 2400 m^2 = 0,4 hm^2
6) 2400 m^2= 24 hm^2
7) 9600 m^2= 0,96 hm^2
8) 25 m^2= 0,025 hm^2
9) 2400 m = 24 hm

Z14= Non esegue l'operazione della moltiplicazione in colonna e non esprime correttamente il calcolo corrispondente, di conseguenza sbaglia il cambio di misura: 25 x 96 = 2500 2500m = 25,00 hm

Z15= Esegue correttamente l'algoritmo di risoluzione del problema. ma non specifica la misura (la marca) del risultato;

Z16= Incomprensione totale del testo scritto, del messaggio e quindi incapacità di individuare i dati necessari e sufficienti alla soluzione: 5 x 3 = 20;

```
 24  x
 15  =
```

40

5 x
40 =
45

5 x
4 =
20

15 x
24 =
260 +
130 =
1260

Z17= Non esegue l'operazione della moltiplicazione in colonna ma scrive il risultato dell'operazione corretta (o copia o utilizza calcolatrici);

Z18= È incapace di definire le operazioni necessarie e di individuare i dati necessari e sufficienti alla soluzione pertanto esegue la moltiplicazione o la sottrazione o la divisione fra termini numerici sbagliati:

1) 25 x
4 =
120

20 x
24 =
80 +
40 =
48

2) 15 x
4 =
60

60 x
25 =
300 +
120 =
1500

3) 20 x
6 =
120 hm

4) 24 x
5 =
120 hm

5) 84 -
5 =
76

6) 350 -
93 =
256

7) 60 : 15 = 4; 15 x 24 = 260;

8) 12 x
5 =
48

Z19= Combina i termini numerici indicati nel problema prescindendo da ogni successione logica risolutiva:

1) 20 x
24 =
80 hm

2) 24 x
4 =
96 hm

3) 25 x
4 =
1000 hm^2

4) 5 x
4 =
20

5) 4 x
20 =
0 +
8 =
80

Z20= Sbaglia la moltiplicazione in colonna:

1) 25 x
96 =
140
225 =
2390

2) 96 x
25 =
480
192 =
5400

Z21= Confonde i quarti d'ora che ci sono in un giorno con i quarti d'ora che ci sono in un ora di conseguenza sbaglia i calcoli:

1) 96 x
24 =
384

2) 384 x
25 =
1920 +
768 =
9600 m ² = 0,96 hm ²

Z22= Calcola quanti quarti d'ora ci sono in un'ora con una divisione:

60	15
0	4

Le strategie risolutive che sono state prese in considerazione per la tabulazione dei dati rispetto alle tre domande sulle misure locali, sono elencate di seguito:

DOMANDA (H) : Hai mai sentito la parola "Tumminu"?

H1= Nessuna risposta.
H2= Mai sentita.
H3= Un pezzo di terreno.
H4= Appezzamento di terreno.
H5= Un pezzo: "Dammi un Tumminu di terreno"
H6= Serve per la misurazione del terreno.
H7= È legato alla parola terreno.
H8= una quantità (che non so) di terreno.
H9= Ho sentita dire: "Tumminu di tirrenu"
H10= È un grande terreno.
H11= Questa parola serve per indicare un terreno.
H12= È una quantità.
H13= In campagna.
H14= Qualcosa di grande e pesante.

DOMANDA (J): Conosci il significato della parola Cafiso? Secondo te a cosa si riferisce?

J1= Nessuna risposta.

J2= Non lo conosco.
J3= Contenitore.
J4= Una damigiana di vino.
J5= Contenitore di olio.
J6= È una specie di unità di misura dell'olio.
J7= Una damigiana di olio.
J8= Dove si mette l'olio.
J9= Un contenitore dove si mette l'olio e contiene circa 12 l di olio.
J10= Serve per misurare la quantità di olio.
J11= Si riferisce ai litri dell'olio.
J12= Si riferisce ad un Cafiso di olio.
J13= Questa parola l'ho sentita dire nei frantoi.
J14= Si usa nel frantoio per indicare l'olio.
J15= Si riferisce ad un contenitore per l'olio che contiene circa 12 o 13 l di olio.
J16= Quando si fa l'olio.
J17= Per l'olio.
J18= Oggetto per misurare l'olio.
J19= Si riferisce a 10 Kg di olio.
J20= È una misura di olive.
J21= una quantità di liquido.

DOMANDA (X): La parola Sarma ti suona familiare? Che cosa ti ricorda?

X1= Nessuna risposta.
X2= Mai sentita.
X3= Uomo morto.
X4= Mi ricorda una misura agraria.
X5= Mi ricorda il terreno.
X6= Pezzo di terreno.
X7= Per la terra.

5.11 ANALISI DESCRITTIVA

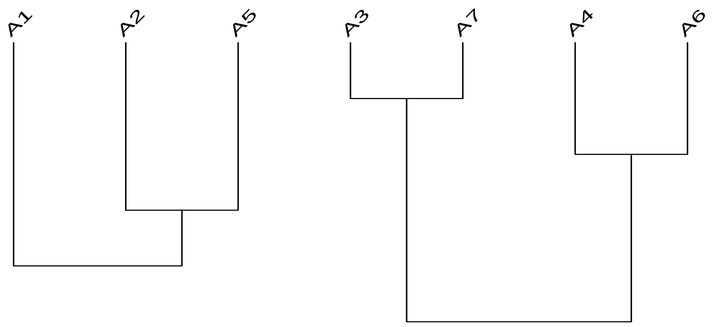
I dati emersi dalla somministrazione del test, tabulati sulla base dell'analisi a-priori, sono stati inseriti in tabelle a doppia entrata alunni-strategie, in riferimento alle domande ed ai problemi (vedi appedice)

5.12 ANALISI E VALUTAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI

L'analisi dei dati sperimentali è stata svolta attraverso l'analisi *a priori* dei comportamenti ipotizzabili *a priori* (paragrafo 5.10), l'applicazione della statistica descrittiva con la costruzione di tabelle realizzate in EXCEL che grazie alla tabulazione dei dati, ha consentito di stabilire come gli alunni hanno adottato le diverse strategie per rispondere al questionario; e attraverso l'uso di CHIC, un programma su PC che permette di studiare le implicazioni fra le risposte ottenute nel questionario eseguendo varie statistiche, tra le quali ho tratto l'analisi delle similarità di Lermman.
Questa analisi costituisce uno strumento che viene utilizzato per la ricerca in didattica della matematica con lo scopo di gerarchizzare problemi in funzione delle difficoltà avvertite dagli allievi. L'analisi dei dati è stata eseguita utilizzando il

programma di statistica CHIC (Classification hierarchique implicative et cohesive), messo a punto nel 1997 dal Prof. R. Gras e dai suoi collaboratori dell'università di Rennes, che si occupano di ricerca in didattica. Tale software risulta uno strumento indispensabile nella fase dell'analisi *a posteriori* e permette di ricavare differenti statistiche: statistiche elementari tipo media, varianza, correlazione tra variabili; l'analisi delle similarità di Lermman; l'analisi implicativa secondo R. Gras.
Per il mio lavoro ho utilizzato l'analisi della similarità basata sulle definizioni di implicazione di similarità secondo Lermman.
L'analisi delle similarità classifica le variabili secondo livelli gerarchici al fine di studiare prima e di interpretare poi, in termini di tipologia e somiglianza decrescente, dei nuclei di variabili (costituiti significativamente a certi livelli dell'albero). Il criterio che viene utilizzato è il seguente: "Due variabili a e b, caratterizzanti rispettivamente le parti A e B di un insieme E di soggetti, si rassomigliano tanto più quanto l'effettivo dei soggetti che le verificano (A ∩ B) è importante rispetto, da una parte, a ciò che sarebbe stato senza il legame *a priori* tra a e b, e dall'altra, alle cardinalità di A e B. Questa somiglianza si misura con la probabilità della sua inverosimiglianza".[78]
Di seguito riporto e illustro i grafici della similarità rispetto ai dati ottenuti nella sperimentazione che mi ha consentito di analizzarli.

DOMANDA "A"

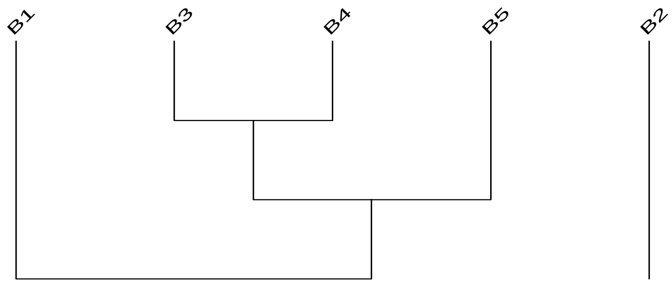


Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\1_1_1.c

A2 A5= sono simili in quanto la risposta A2 è stata ripetuta nel questionario dagli allievi in modo automatico.
A1 A2 A5= A1 si associa alle precedenti perché ricalca altrettanto automatismo nel trovare la risposta corretta.
A3 A7= dimostrano, al di là della correttezza delle risposte, riflessione sul quesito in relazione allae misure di peso.
A4 A6= mettono in evidenza la mancanza di comprensione del quesito.

[78] L'analisi implicativa, Quaderni di Ricerca in Didattica, GRIM, n.7, Palermo

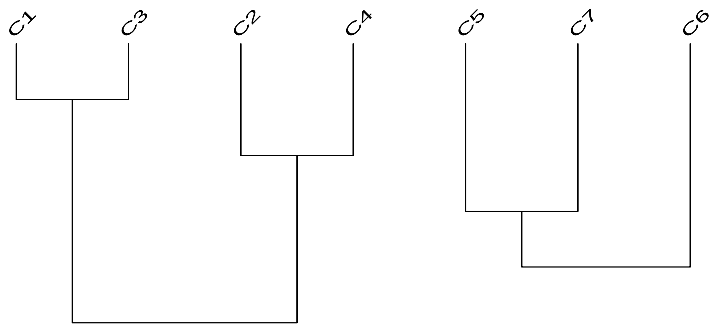
DOMANDA “B”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\2_1_1.c

B3 B4= sono simili in quanto la risposta B2 è stata ripetuta nel questionario dagli allievi in modo automatico.
B3 B4 B5= evidenziano superficialità e frettolosità nel dare la risposta.
B1 B3 B4 B5= tutte denotano leggerezza nel dare la risposta poiché mostrano mancanza di chiarezza relativamente all’estensione delle misure di lunghezza.

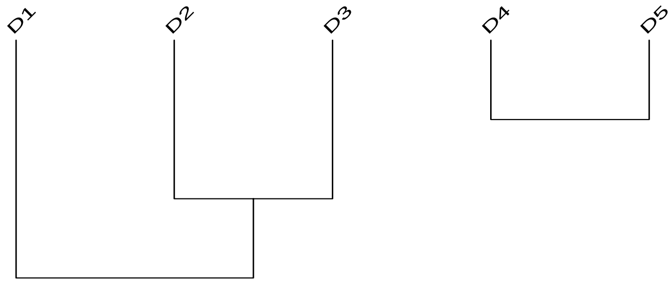
DOMANDA “C”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\3_1_1.c

C1 C3= dimostrano automatismo nel dare la risposta aldilà della precisione.
C2 C4= denotano mancanza di comprensione del quesito.
C1 C2 C3 C4= evidenziano immediatezza nella risposta collegata alal propria esperienza personale.
C5 C7= dimostrano assoluta estraneità al quesito.
C5 C7 C6 = C6 sia associa alle precedenti per l’estraneità al quesito, si rileva una conoscenza superficiale dell’argomento.

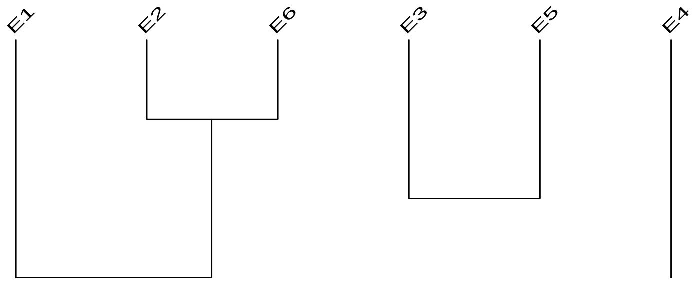
DOMANDA “D”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\4_1_1.cs

D2 D3= denotano automatismo nel rispondere al quesito, perché danno risposte illogiche e superficiali.
D1 D2 D3 = D1 si associa alle prcedenti per l’automatismo nel dare la risposta.
D4 D5= dimostrano insufficiente o scarsa conoscenza del concetto di misura convenzionale.

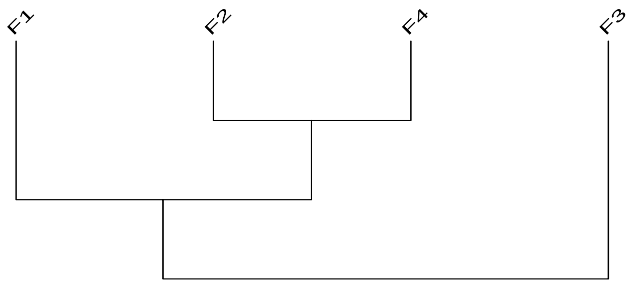
DOMANDA “E”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\5-1_1.cs

E2 E6= sono simili in quanto la risposta E6 è stata ripetuta nel questionario dagli allievi in modo automatico.
E1 E2 E6=denotano automatismo nel dare la risposta al quesito.
E3 E5= dimostrano incomprensione del quesito.

DOMANDA "F"



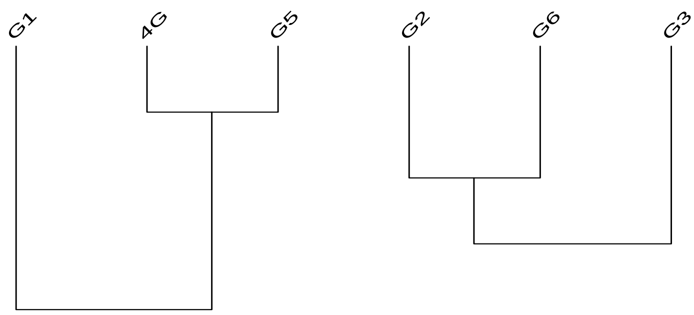
Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\6-1_1.cs

F2 F4= sono simili in quanto la risposta F4 è stata ripetuta nel questionario dagli allievi in modo automatico.

F1 F2 F4= denotano automatismo nel dare la risposta al quesito.

F3 F1 F2 F4= F3 si associa alle precedenti per l'immediatezza nel rispondere al quesito che scaturisce dall'esperienza personale dell'alunno.

DOMANDA "G"

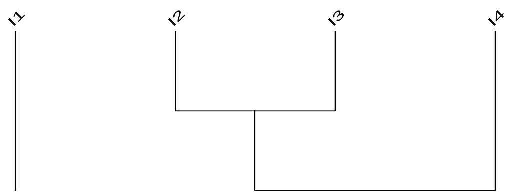


Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\7-1_1.cs

G4 G5= dimostrano mancanza di comprensione dell richiesta espressa dal quesito.

G2 G6= la risposta G2 è simile alla risposta G6 in quanto mostrano superficialità nell'esprimerle.

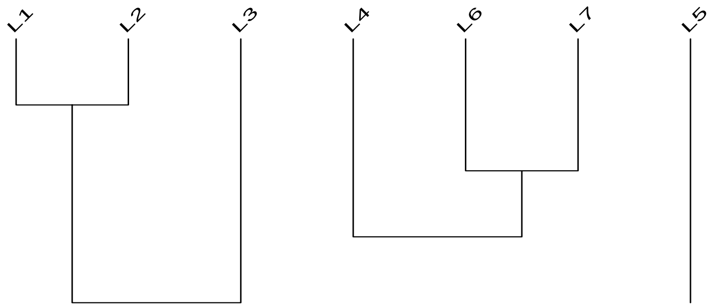
DOMANDA "I"



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\8-1_1.cs

I1 I3= queste strategie esprimono l'intuizione alla richiesta del quesito anche se solo superficialmente.
I1 I3 I4= I4 si aggrega alle precedenti perché esprime la capacità di saper scegliere un'unità di misura anche se non del tutto corretta.

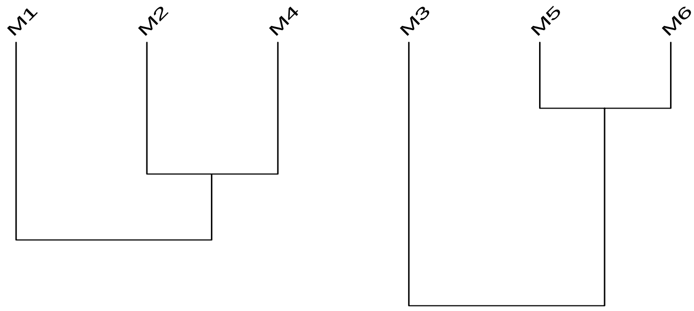
DOMANDA "L"



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\9-1_1.cs

L1 L2= mettono in evidenza la capacità di individuare il tipo di misura con più o meno precisione relativa alla richiesta del quesito.
L1 L2 L3= L3 si associa alle precedenti perchè questa strategia esprime un collegamento con le misure di capacità.
L6 L7= queste strategie sono simili perché entrambe evidenziano una scarsa conoscenza del sistema di misurazione.
L6 L7 L4= L4 si associa alle precedenti per la mancanza di collegamento tra l'esperienza e l'unità di misura.

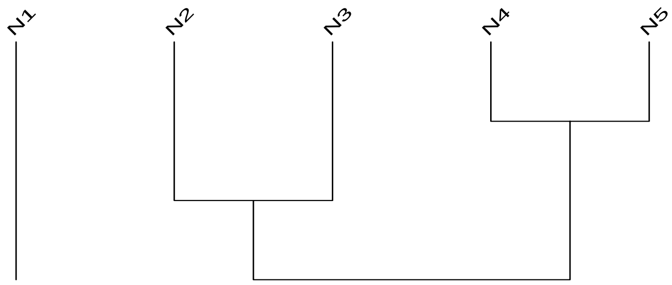
DOMANDA "M"



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\10-1_1.c

M2 M4= la risposta M2 è simile alla risposta M4 in quanto mostrano superficialità nell'esprimerle.
M1 M2 M4= M1 si associa alle precedenti per l'automatismo nel dare la rispsta.
M5 M6= sono simili per il comune tentativo nel dare al quesito, anche sbagliando, una risposta qualsiasi sulla misura.
M3 M5 M6= M3 si associa alle precedenti per il tentativo a dare una risposta sulla misura di peso anche s e generica.

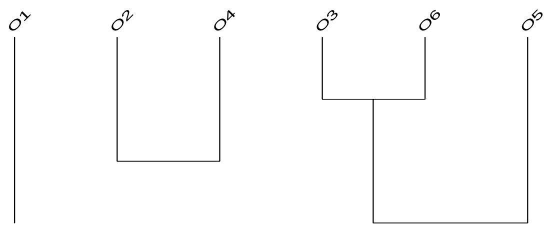
DOMANDA “N”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\11-1_1.

N2 N3= queste strategie sono simili in quanto N2 è stata ripetuta nel quesito dagli allievi in modo automatico.
N4 N5= questa similarità mette in evidenza la mancanza di riflessione sulla corrispondenza tra le unità di misura e l’esperienza.

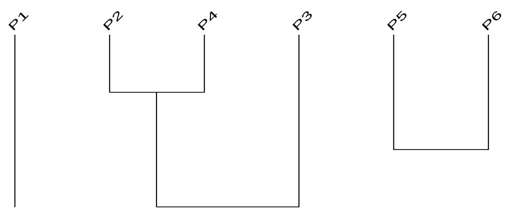
DOMANDA “O”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\12-1_1.

O2 O4= queste strategie sono simli perché esprimono l’incapacità di associare ad una quantità una unità di misura corretta.
O3 O6= la risposta O6 evidenzia qualcosa di non esistente e quindi si associa ad O3 cioè “nessuna risposta”.
O3 O6 O5= la strategia O5 si collega alle precedenti per l’evidente incapacità di mettere in proporzione unità di misura con quantità relativa.

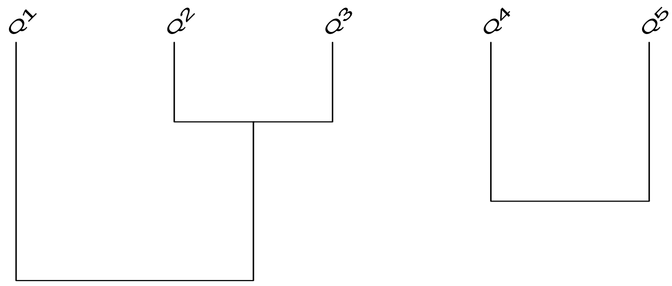
DOMANDA “P”



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\13-1_1.

P2 P4= queste strategie mettono in evidenza la superficialità nella risposta automatica perché sono ripetute parole presenti nel quesito o perché fanno riferimento a generiche unità di misura.
P2 P4 P3= P3 si associa alle precedenti per la superficialità della risposta in seguito alla lettura dl quesito.
P5 P6= esprimono una mancanza di riflessione dovuta all'incapacità di collegare la domanda del quesito a situazioni di esperienza concreta.

DOMANDA "Q"



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\14-1_1.c

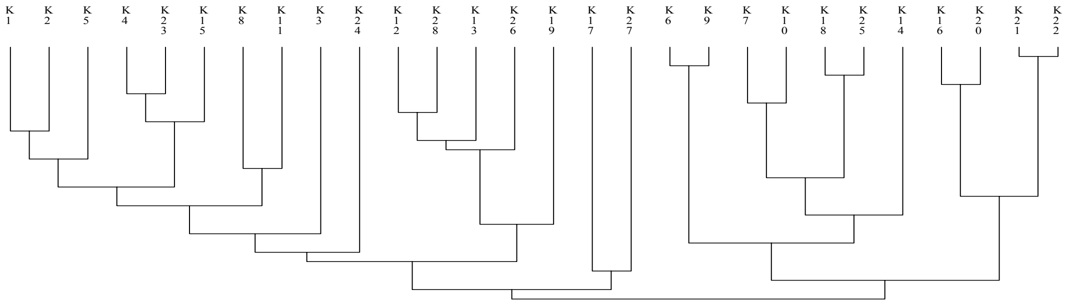
Q2 Q3= sono simili in quanto la risposta Q2 è stata ripetuta nel questionario dagli allievi in modo automatico.
Q1 Q2 Q3= Q1 si associa alle strategie precedenti perché la risposta viene espressa altrettanto automaticamente.
Q4 Q5= sono simili perché esprimono mancanza di riflessione sul valore e sul significato delle misure del Sistema Metrico Decimale.

CONSIDERAZIONI
Dall'analisi delle risposte ai quesiti si evidenziano principalmente i seguenti dati:

1. Una piccola parte dei bambini risponde in maniera corretta a tutti i quesiti proposti;
2. Alcuni rispondono correttamente ad una parte dei quesiti;
3. Molti associano al quesito il sistema di misura corretto alla domanda posta nel quesito.
4. Alcuni non associano neppure il sistema di misura corretto alla domanda posta nel quesito;
5. Alcuni non danno nessuna risposta;

Dalle precedenti considerazioni si evince che nella maggior parte degli alunni il concetto di misura non è collegato alle loro esperienze dirette pertanto la maggior parte dei bambini confonde il valore effettivo di ogni unità di misura del Sistema Metrico Decimale. Si potrebbe quindi proporre un laboratorio esperienziale di misura in cui ogni alunno possa fare esperienza diretta di misurazione con una buona parte delle unità di misura convenzionali.

Problema K.
Grafo di Similarità



Arbre de similarité : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\EXCEL\problem_K_2_2.csv

K1 e K2 sono simili perché mettono in evidenza la capacità di analizzare una situazione problematica;
K1 K2 e K5 evidenziano la capacità di comprendere analizzare e risolvere correttamente un problema;
K4 e K23 mettono in evidenza la necessità di operare con misure omogenee;
K4 K23 e K15 esprimono la capacità di eseguire con calcolo mentale moltiplicazioni per 10 per 100 per 1000;
K8 e K11 mettono in evidenza la non comprensione della necessità di rendere esplicite le trasformazioni in quantità omogenee;
K12 e K28 la similarità fra queste strategie esprime l'incapacità di trasformare la domanda del problema in operazione;
K12 K28 e K13 associa all'incapacità di trasformare la domanda del problema in operazione l'incapacità di comprendere il significato della domanda stessa;
K12 K28 K13 e K26 sono collegati perché dimostrano la mancanza di logica risolutiva nelle situazioni problematiche;
K12 K28 K13 K26 e K19 vuole dire che la risposta K19 è collegata alle precedenti perché ripete l'incapacità di trasformare la domanda in operazione con la differenza che in questo caso viene associata la risoluzione ad altri procedimenti analoghi applicati in situazioni problematiche antecedenti;
K17 e K27 in entrambe i casi è stata intuita l'operazione da effettuare, ma non si è arrivati ad una concreta risoluzione del problema;
K7 e K10 è stata applicata la divisione automaticamente e si evidenzia una mancanza di comprensione della divisione come contenenza e delle sue proprietà;
K18 e K25 evidenziano la comprensione del testo e la mancanza di consolidamento dell'abilità di calcolo;
K7 K10 K18 K25 e K14 rilevano la capacità di risolvere le equivalenze, ma di non capire il motivo della loro risoluzione;
K16 e K20 non viene compreso il significato della parola "invariantiva" e della condizione per la quale si ha l'invariabilità;
K21e K22 oltre a non essere compreso il significato della proprietà invariantiva si deduce l'incapacità di eseguire le operazioni per multipli di 10 con calcolo mentale;
K16 K20 K21 K22 sono simili perché sottolineano il fatto che non si conosce il motivo che esprime la condizione dell'invariabilità;

CONSIDERAZIONI

Con la somministrazione di questo problema, all'interno della ricerca sperimentale, si possono intuire le azioni che un insegnante potrebbe compiere per recuperare le difficoltà evidenziate:

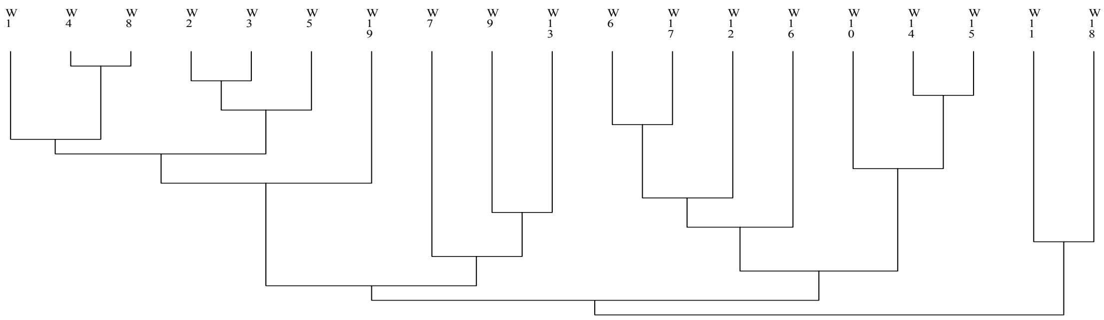
- Consolidare il concetto di divisione come contenenza;
- Consolidare l’algoritmo della divisione;
- Analizzare la proprietà invariantiva e la condizione per la quale essa ha significato;

Dal punto di vista della conoscenza del Sistema Metrico Decimale la maggior parte degli alunni ha saputo eseguire l’equivalenza, anche se qualcuno non ha indicato l’opportunità di effettuare quella più coerente per la successiva risoluzione del problema. Invece per quanto riguarda le carenze presenti nelle strategie si potrebbero esplicitare le seguenti azioni atte a colmare le carenze evidenziate:

- Analisi della motivazione che sottende all’esecuzione di ogni equivalenza;
- Rinforzo della conoscenza delle misure del Sistema Metrico Decimale;
- Analisi della proporzione esistente tra una misura la sua precedente e la sua successiva.

Problema W

Grafo di Similarità



Arbre de similarité : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\EXCEL\problem_w_2.csv

W4 W8= in entrambe le strategie, gli alunni hanno dimostrato di aver compreso la proporzione 350:100=x:20 (alcuni in particolare con calcolo mentale).
W1 W4 e W8= In queste strategie si evidenzia la capacità di saper selezionare i dati utili, necessari e sufficienti per la risoluzione del problema.
W2 e W3= questa similarità mette in evidenza la capacità di decodificare il testo scritto del problema.
W2 W3 e W5= in questa similarità si rileva la capacità di selezionare i dati, analizzare la domanda e risolvere correttamente il problema.
W9 e W13= la loro similarità è data dal fatto che coloro che le hanno applicate, dimostrano di aver compreso che si tratta di quantità relative alle capacità di peso.
W7 W17= evidenziano l’incapacità di procedere con successione logica al calcolo della percentuale e la trasformazione dei Kili d’olio in Litri.
W6 W17 e W12= la similarità tra la strategia W12 e le precedenti è dovuta al fatto che alle precedenti si aggrega l’incapacità di effettuare un calcolo.
W6 W17 W12 e W16= queste strategie sono simili perché evidenziano l’incapacità di eseguire correttamente gli algoritmi del calcolo frazionario e della percentuale.
W14 W15 e W10= sono simili perché evidenziano la mancanza di logica nel trasformare il testo in operazione risolutiva e, comunque, l’incapacità di svolgerle correttamente.

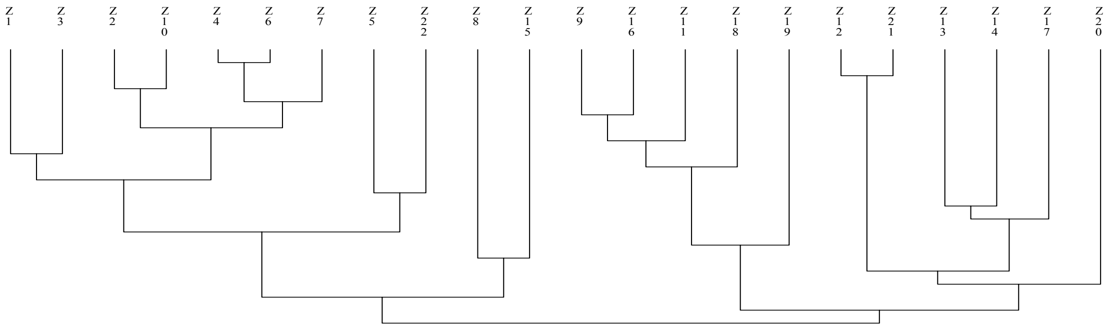
W11 W18= evidenziano la mancanza totale di comprensione del testo e della domanda e quindi l’incapacità di trovare una qualsivoglia risposta.

CONSIDERAZIONI

Dall’analisi dei dati relativi alla risoluzione di questo problema si deduce che i bambini del campione di riferimento hanno fatto poco riferimento al fatto che i dati di questo problema erano relativi al Sistema Metrico Decimale, e in particolare alle unità di misura del peso. Spesso, infatti, hanno dimenticato di evidenziare nei risultati delle operazioni che si trattava di una quantità che aveva valore in quanto peso di oggetti e non di una quantità numerica assoluta, hanno perciò dimenticato quasi sempre di esprimere le marche accanto ad ogni “numero” del problema.

Problema Z

Grafo di Similarità



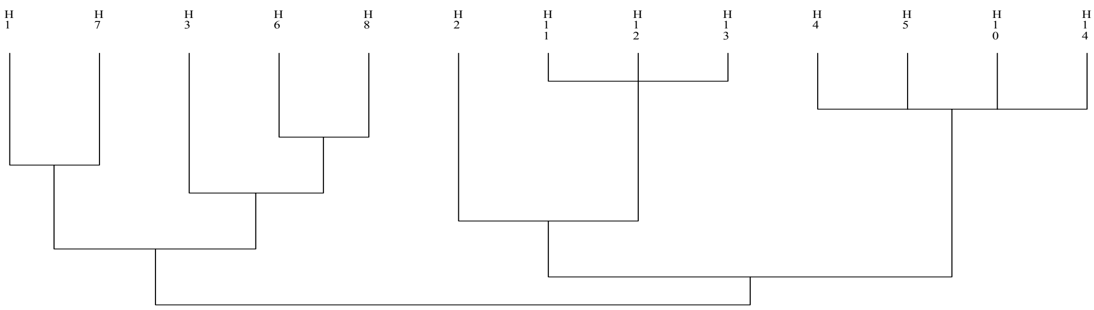
Arbre de similarité : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\EXCEL\probelm_z_1.csv

Z1 Z3= la similarità tra queste due strategie è evidenziata dalla comprensione del testo con la sua relativa rappresentazione grafica.
Z2 Z10= questa similarità dimostra la capacità di coloro che l’hanno applicata di saper effettuare equivalenze con misure orarie e di superficie.
Z4 Z6= questa similarità indica che è stato compreso il significato della moltiplicazione come addizione ripetuta e come prodotto cartesiano.
Z4 Z6 e Z7= la strategia Z7 è collegata alle precedenti perché a queste ultime si aggrega la capacità di conoscere la formula del calcolo dell’area e l’algoritmo della moltiplicazione.
Z1 Z2 Z3 Z4 Z6 Z7 e Z10= queste strategie sono collegate perché contribuiscono a trasformare il testo del problema in operazioni utili alla risoluzione della domanda del problema stesso.
Z5 e Z22= la similarità evidenzia la mancanza del concetto di area e del concetto relativo al valore di un’ora.
Z8 Z15= queste strategie evidenziano la capacità di saper risolvere il problema anche se coloro che l’hanno utilizzata prescindono dalla necessità di inserire le marche.
Z9 Z16= la loro similarità è determinata dal fatto che sia l’una che l’altra indicano l’incapacità di trasformare il testo in operazione risolutiva dovuta ad una mancanza di comprensione del testo stesso.
Z9 Z16 e Z11= nel grafo della similarità Z11 è collegata alle precedenti strategie perché a queste si aggrega la mancanza di comprensione della richiesta del testo di un’equivalenza.
Z9 Z16 Z11 e Z19= la strategia Z19 è collegata alle precedenti perché coloro che l’applicano non individuano i dati impliciti del problema.

Z12 e Z21= queste strategie sono simili perché dimostrano la non conoscenza delle misure agrarie.
Z13 Z14= la similarità di queste strategie dimostra in coloro che l'hanno applicata di non saper risolvere correttamente il cambio da una unità di misura ad un'altra equivalente.
Z13 Z14 Z17 e Z20= alle precedenti è collegata la strategia Z20 perché a quelle si aggiunge la non conoscenza dell'algoritmo della moltiplicazione e della divisione in colonna.

CONSIDERAZIONI
Dall'analisi sperimentale di questo problema si deduce la confusione, esistente nella mente degli alunni della sperimentazione, relativa alla differenza tra l'equivalenza con unità di misura lineare ed equivalenza con unità di misura di superficie, o in alcuni, ancora peggio, la confusione relativa alle unità di misura occorrenti per misurare la superficie, perchè molti al calcolo delle superfici allegano misure lineari. In ogni caso si evidenziano difficoltà a comprendere il significato di equivalenza e i criteri per eseguirla.

Grafo di Similarità Questionario Unità di Misure Locali: Tummino



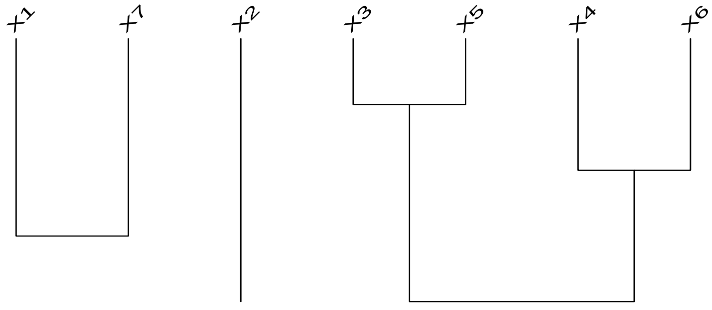
Arbre de similarité : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\EXCEL\tumminu_2_1.csv

H1 H7= queste due strategie sono simili perché denotano trasposizione dell'esperienze personale.
H6 H8= queste due strategie sono simili perché mettono in evidenza che si tratta di una unità di misura.
H3 H6 H8= H3 si associa alle precedenti perché dimostra che si tratta di una quantità stabilita.
H11 H13= queste strategie sono simili perché dimostrano di aver compreso a cosa si riferisce il quesito.
H2 H12= queste strategie sono simili perché dimostrano superficialità nel dare la risposta ad un quesito non completamente compreso.
H4 H5 H10 H14= queste strategie sono simili perché denotano intuizione nel cercare di dare risposte al quesito nonostante la superficialità delle risposte.

CONSIDERAZIONI
Dall'analisi delle strategie si deduce che i bambini non conoscono assolutamente la corrispondenza in m² della quantità "Tumminu", e nessuno fa riferimento al "Tumminu" come quantità di peso, difatti nessuno ha dato la risposta corretta ma

molti sanno complessivamente di che cosa si tratta e dimostrano di averne qualche volta sentito parlare. Le risposte, quindi, mostrano tutte una certa logicità rispetto alal domanda del quesito.

Grafo di Similarità Questionario Unità di Misure Locali: Sarma

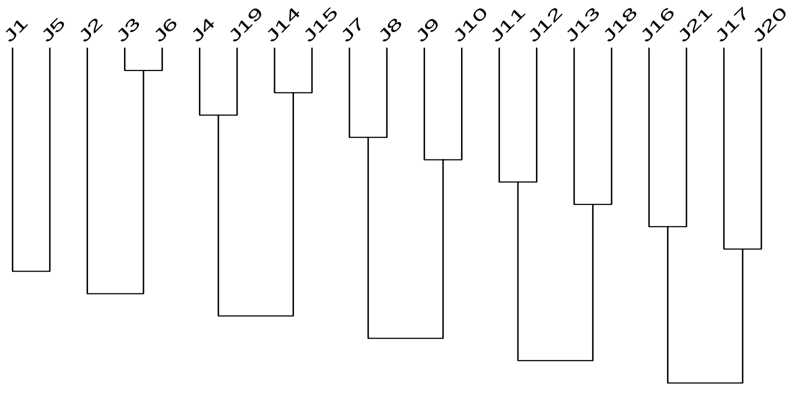


Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\ex x-1_1

X1 X7= queste strategie sono simili perché dimostrano superficialità nel cercare di risolvere il quesito.
X3 X5= sono simili per l'erronea interpretazione della domanda del quesito.
X4 X6= sono simili perché denotano un corretto collegamento tra il quesito e le proprie conoscenze in fatto di misure agrarie.

CONSIDERAZIONI
Una buona parte dei bambini dimostra di conoscere, se pur in maniera superficiale il senso della parola Sarma, tanti altri invece non ne conoscono l'esistenza o addirittura la leggono in maniera scorretta attribuendole, quindi, un significato privo di senso.

Grafo di Similarità Questionario Unità di Misure Locali: Cafiso



Albero delle similarità : C:\Documents and Settings\Spagnolo\Desktop\Cannella_dati_tesi\csv msd\ex j-1_1

J1 J5= le strategie sono simili perché denotano immediatezza e superficialità nella lettura e nella risposta del quesito.
J3 J6= si associano perché esprimono di saper collegare la parola richiesta dal quesito alla propria esperienza personale, al di là della correttezza della risposta.

J3 J6 J2= J2 si associa alle precedenti perché evidenzia la mancanza di esperienze relative al quesito.
J4 J19= sono simili perché è presente il tentativo di quantificare una certa quantità di liquido.
J14 J15= queste strategie denotano la capacità di dare una risposta coerente alal domanda posta nel quesito in relazione anche sia alla propria esperienza personale sia alla propria conoscenza dell'unità di misura relativa.
J7 J8= sono simili perché mettono in evidenza il concetto più di contenitore che di quantità.
J9 J10= sono simili perché indicano il corretto concetto sia di contenitore sia di quantità.
J11 J12= dimostrano di conoscere che ci si riferisce ad una quantità di olio.
J13 J18= sono simili perché rilevano di conoscere che la parola richiesta si riferisce all'olio.
J16 J21= sono simili perché dimostrano superficialità nell'intuire che si tratta di una misurazione.
J17 J20= sono simili perché dimostrano soltanto di avere una limitatatissima idea del concetto a cui fa riferimento il quesito.
CONSIDERAZIONI
Quasi tutti gli alunni hanno dato una risposta abbastanza coerente con la richiesta espresse nel quesito, anche se non tutti hanno evidenziato che per il Cafiso si intende sia contenitore che unità di misura, la maggior parte, infatti, dà o l'una o l'altra risposta. Pochi bambini non hanno assolutamente idea del significato della parola richiesta dal quesito. Si evince dalle risposte che molti hanno potuto fare esperienze dirette relativamente alla parola in questione.

CONCLUSIONI

Con la Riforma di Letizia Moratti, approvata il 17 Aprile 2003, che si pone come un insieme coordinato di leggi, decreti e direttive ministeriali, migliora l'attuale sistema d'istruzione e formazione professionale.
I cinque anni di scuola elementare, adesso riconosciuta come Scuola Primaria, sono divisi in un primo anno costituito dalla prima classe, chiamato monoennio, e da due bienni, il primo biennio costituito dalle classi seconda e terza e il secondo biennio dalle classi quarta e quinta. Così, come affermano le *Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali per i "Piani di Studio Personalizzati" nella scuola primaria,* l'educazione matematica assume un ruolo fondamentale per formazione di una forma di conoscenza della realtà che, partendo dai dati offerti dalla percezione e dall'esperienza sensibile, porta alla loro organizzazione razionale. L'insegnamento della matematica fornisce uno strumento intellettuale di grande importanza perché contribuisce alla formazione di una struttura di pensiero razionale e critico, che la rende strumento irrinunciabile di crescita culturale e umana. Inoltre, l'insegnamento della matematica favorisce ed incrementa il rapporto della persona con ciò che la circonda attraverso l'osservazione della realtà, con particolare attenzione al riconoscimento di relazioni tra oggetti o grandezze, di regolarità, di differenze, d'invarianze; attraverso la descrizione della realtà secondo l'utilizzo delle forme verbali e del linguaggio e degli strumenti matematici; attraverso l'organizzazione complessiva del proprio modo di ragionare, argomentare, affrontare problemi; attraverso l'uso del linguaggio specifico e delle forme

simboliche della matematica; attraverso la progettazione e immaginazione, con attività di risoluzione di problemi in contesti vari.
Il percorso formativo della matematica si svolge attorno a cinque temi:

- Il numero;
- La geometria;
- La misura;
- L'introduzione al pensiero razionale;
- I dati e le previsioni.

Inoltre bisogna fare riferimento a due specifiche procedure mentali caratterizzanti la formazione del pensiero matematico:

- Argomentare e congetturare;
- Porsi e risolvere problemi.

Presupposto fondamentale delle *"Raccomandazioni"* è quello di sviluppare un percorso d'insegnamento/apprendimento della matematica che faccia riferimento all'esperienza e al vissuto degli alunni e che, utilizzando modalità didattiche significative possa favorire la loro motivazione all'apprendimento e la loro partecipazione attiva. Quindi, occorre partire dall'esperienza osservata e riflessa, per poi avviarsi verso un processo d'astrazione, in altre parole d'interiorizzazione del proprio vissuto. Pertanto ritengo indispensabile, al fine di sviluppare adeguatamente un corretto processo d'avvicinamento alle tematiche ed ai problemi della matematica, indagare sulle relazioni tra i concetti matematici da un lato e l'origine, la storia, la conoscenza reale che gli uomini hanno degli stessi. L'elaborazione di questa tesi mi ha permesso di capire che la via da seguire, nell'insegnamento/apprendimento dei concetti matematici, è quella di indagare sui rapporti intercorrenti tra l'utilizzazione delle conoscenze "matematiche" nella vita sociale di ogni giorno, e l'interpretazione della realtà per mezzo dei "modelli matematici".
D'altra parte, una disciplina deve essere considerata non solo un insieme più o meno organico di teorie, di strumenti concettuali, di metodi, ma -oltre a tutto ciò-, anche qualcosa di più: una forma di sapere che si è venuto elaborando in un complesso corso storico, per una sua funzione in relazione ad altre forme di sapere e in relazione al variare di esigenze provenienti dalla vita sociale. Bisogna sfuggire dall'idea di un insegnamento della matematica come studio meccanico, basato sulla memorizzazione e sull'uso di regole e formule spesso avulse dal loro contesto.
Seguendo questo tipo d'insegnamento gli studenti riescono ad imparare abbastanza facilmente le regole a memoria, ma generalmente non apprendono pienamente il senso di ciò che devono fare: infatti, molto spesso riescono ad applicare meccanicamente le regole studiate per risolvere i problemi. Quando però è invertito l'ordine delle operazioni in un problema di aritmetica, o la posizione delle figure in un problema di geometria, accade che i ragazzi non riescono più a comprendere ciò che debbono fare.
Bisogna invece educare i bambini a ragionare con i numeri: non a caso le ricerche psico-matematiche (Piaget,[79] Dienes,[80] etc.) dimostrano che l'apprendimento è facilitato, quando si canalizza l'attenzione dei bambini su elementi concreti, visibili e

---

79 Piaget J.- B. Boscher- A. Chatelet. (1970*) "Avviamento al calcolo"*, Firenze, La Nuova Italia. Tit. orig.:Initiation au calcul (enfants de 4 a 7 ans).
80 Dines Z. P. (1971), *'La matametica moderna nell'insegnamento primario*", Firenze, Edizioni OS.

manipolabili. Ed è proprio l'operare su oggetti e materiali direttamente osservabili e manipolabili dai bambini che consente di sviluppare adeguatamente una didattica fondata su un continuo passaggio dalla manipolazione concreta alla manipolazione per così dire mentale. Una didattica della matematica deve essere quindi prevalentemente formativa piuttosto che informativa: deve in pratica riuscire a sviluppare al massimo le abilità e le capacità dei giovani piuttosto che puntare esclusivamente sui contenuti.

Come futura insegnante, suggerisco l'obiettivo di educare ad osservare e a capire il mondo in cui viviamo attraverso la conoscenza e l'uso della matematica, perché riconosco nella matematica proprio questa capacità cioè il diritto che ogni uomo ha di imparare a ragionare in maniera critica e creativa.

Una parte della tesi è dedicata alla nascita e all'introduzione in Italia del Sistema Metrico Decimale. E' stato molto interessante e piacevole analizzare le diverse unità di misura esistenti, perché nel Settecento la confusione sulle unità di misura era indescrivibile. In sostanza, ogni città usava misure diverse, con inevitabili complicazioni nelle comunicazioni e nelle operazioni commerciali. Il momento più favorevole per far accettare un'idea destinata a rivoluzionare le abitudini di tutte le persone, con la creazione di un sistema di misurazione unico e omogeneo arrivò alla fine del Settecento, nel clima della Rivoluzione francese, quando tutti sembravano ben disposti ad accettare cambiamenti anche radicali. Ho ricercato anche di riassumere la situazione in cui vennero a trovarsi gli accademici che dovevano proporre l'unità di lunghezza basata sulle dimensioni della terra perché l'unità di uso pratico doveva necessariamente essere un piccolo sottomultiplo decimale di una dimensione del pianeta. All'inizio della mia ricerca non credevo che la diffusione del Sistema Metrico Decimale potesse essere stata così difficile e non avevo idea di quanti fossero stati gli ostacoli da superare affinché il nuovo sistema metrico venisse di fatto generalmente adottato, soprattutto in Sicilia. Il principale ostacolo fu sicuramente la tenacia di un popolo a conservare gelosamente i suoi usi e costumi, la sua ripugnanza ad abbracciar novità che tentassero di riformare le fondamentali unità dei suoi calcoli, il suo sospetto verso una legge che gli imponeva di valutare le sue sostanze differentemente da come aveva sempre praticato: questi sono stati i perenni ostacoli che hanno reso in ogni paese difficilissima la pratica attuazione del nuovo sistema metrico. L'unico elemento che avrebbe potuto rendere sormontabili i suddetti ostacoli e la forza dell'abitudine, era senza dubbio la ragione. Infatti solo col principio della ragione si sarebbe potuto unificare il linguaggio del commercio e rendere più facili le relazioni di esso. Col senno di poi oggi tutti noi possiamo affermare che quel sistema metrico tanto oostacolato al suo nascere e che molti pensavano destinato a rimanere, e per sempre, confinato nei libri dei dotti, è oramai pienamente inoltrato. Tutto questo è stato possibile perché la ragione ha permesso di sormontare gli ostacoli come la forza dell'abitudine, assicurando alle umani istituzioni durata eterna.

A conclusione del lavoro sperimentale svolto nella mia tesi di laurea, ritengo doveroso esporre alcune considerazioni. Innanzitutto mi ha permesso di riflettere, durante tutto il percorso, sull'acquisizione dei concetti matematici ed in particolar modo sul concetto di misura nei bambini, inoltre mi ha permesso di capire quanto è importante utilizzare nella didattica la metodologia sperimentale e la ricerca educativa, come si è solito fare nelle scienze sperimentali.

Dalla sperimentazione ho rilevato che non tutti i bambini nell'ultimo anno di scuola primaria possiedono il concetto di misura; infatti pochi bambini, dovendo riflettere su un oggetto da misurare, riescono a cogliere la sua caratteristica misurabile. Pertanto i risultati della ricerca sperimentale dimostrano che:

- Una piccola parte dei bambini risponde in maniera corretta a tutti i quesiti proposti;
- Alcuni rispondono correttamente ad una parte dei quesiti;
- Molti associano al quesito il sistema di misura corretto alla domanda posta nel quesito.
- Alcuni non associano neppure il sistema di misura corretto alla domanda posta nel quesito;
- Alcuni non danno nessuna risposta;

Dalle precedenti considerazioni si evince che nella maggior parte degli alunni il concetto di misura non è collegato alle loro esperienze dirette; pertanto la maggior parte dei bambini confonde il valore effettivo di ogni unità di misura del Sistema Metrico Decimale. Si potrebbe, quindi, proporre un laboratorio esperienziale di misura in cui ogni alunno può fare esperienza diretta di misurazione con una buona parte delle unità di misura convenzionali.
Dal punto di vista della conoscenza del Sistema Metrico Decimale la maggior parte degli alunni ha saputo eseguire l'equivalenza, anche se qualcuno non ha indicato l'opportunità di effettuare quella più coerente per la successiva risoluzione del problema. Invece per quanto riguarda le carenze presenti nelle strategie si potrebbero esplicitare le seguenti azioni atte a colmare le carenze evidenziate:

- Analisi della motivazione che sottende all'esecuzione di ogni equivalenza;
- Rinforzo della conoscenza delle misure del Sistema Metrico Decimale;
- Analisi della proporzione esistente tra una misura la sua precedente e la sua successiva.

Spesso, i bambini del campione di riferimento hanno dimenticato di evidenziare nei risultati delle operazioni che si trattava di una quantità che aveva valore in quanto peso di oggetti e non una quantità numerica assoluta; hanno perciò dimenticato quasi sempre di esprimere le marche accanto ad ogni "numero" del problema.
Per quanto riguarda, invece, le domande sulle misure locali, dall'analisi delle strategie si deduce che i bambini non conoscono assolutamente la corrispondenza in m^2 della quantità "Tumminu", e nessuno fa riferimento al "Tumminu" come quantità di peso, infatti nessuno ha dato la risposta corretta, ma molti sanno complessivamente di che cosa si tratta e dimostrano di averne qualche volta sentito parlare. Le risposte, quindi, mostrano tutte una certa logicità rispetto alla domanda del quesito. Una buona parte dei bambini dimostra di conoscere, se pur in maniera superficiale, il senso della parola "Sarma", tanti altri invece non ne conoscono l'esistenza o addirittura la leggono in maniera scorretta attribuendole, quindi, un significato privo di senso.
Nella terza domanda sul significato della parola "cafisu", quasi tutti gli alunni hanno dato una risposta abbastanza coerente con la richiesta espressa nel quesito, anche se non tutti hanno evidenziato che per il "Cafiso" si intende sia contenitore che unità di misura, infatti, la maggior parte dà o l'una o l'altra risposta. Pochi bambini non hanno assolutamente idea del significato della parola richiesta del quesito. Si evince dalle risposte che molti hanno potuto fare esperienze dirette relativamente alla parola in questione.

A conclusione del lavoro sperimentale posso affermare che è stata un'esperienza rilevante e gratificante sia per me sia per i bambini. La sperimentazione e la ricerca mi hanno permesso di confrontarmi con un nuovo modo di fare scuola. La dimensione di ricerca, infatti, consente e favorisce l'avvicinamento alla conoscenza in modo critico e la problematizzazione della realtà al fine di una migliore comprensione della stessa. Inoltre, la ricerca incrementa la motivazione, l'interesse, l'attenzione e la curiosità degli allievi.
La ricerca e la sperimentazione educativa migliorano la qualità del sistema scolastico, in quanto permettono di trovare soluzioni pedagogiche e didattiche nuove alle problematiche emergenti.
Non si deve perdere di vista l'idea di una scuola come luogo di sperimentazione nella quale i bambini si mettono in gioco in prima persona e conquistano gli strumenti culturali necessari per la propria crescita.

DOMANDA APERTA: il mio lavoro di tesi è stato particolarmente interessante, pertanto credo che sia importante non soffermarsi alla presente ricerca e considerare anche i problemi aperti che ne derivano:

- In contesti sociali siciliani diversi avremmo potuto ottenere migliori risultati sulla conoscenza delle unità di misura locali?
- Se si, fino a che punto queste conoscenze possono contribuire ad acquisire le competenze relative al Sistema Metrico Decimale?

APPENDICE:
Legenda:
- Valore 1: Strategie utilizzate dall'alunno;
- Valore 0: Strategie non utilizzate dall'alunno;
- Lettere minuscole: Strategie;
- Lettere maiuscole: Alunni.

DOMANDA "A"

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
5AC1	1	0	0	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	0	0	0	0	1
5AC4	1	0	0	0	0	0	0
5AC5	0	0	0	0	0	0	1
5AC6	1	0	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0	0	0
5AC8	0	1	0	0	0	0	0
5AC9	0	0	0	0	0	1	0
5AC10	1	0	0	0	0	0	0
5AC11	1	0	0	0	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0	0	0
5AC13	1	0	0	0	0	0	0
5AC14	1	0	0	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0	0	0
5BC5	1	0	0	0	0	0	0
5BC6	1	0	0	0	0	0	0
5BC7	1	0	0	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	0	0	0	0
5BC12	1	0	0	0	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0	0	0
5BC14	1	0	0	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0	0	0
5BC17	1	0	0	0	0	0	0
5BC18	1	0	0	0	0	0	0

5AR1	0	0	0	1	0	0	0
5AR2	0	0	0	1	0	0	0
5AR3	1	1	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0	0
5AR5	0	0	1	0	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0	0	0
5AR9	0	0	1	0	0	0	0
5AR10	0	0	1	0	0	0	0
5AR11	0	1	0	0	0	0	0
5AR12	0	0	1	0	0	0	0
5AR13	0	0	0	1	0	0	0
5AR14	0	0	0	1	0	0	0
5AR15	1	0	0	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0	0	0
5BR4	0	0	0	0	0	1	0
5BR5	1	0	0	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	0	1	0	0
5BR9	1	0	0	0	0	0	0
5BR10	1	0	0	0	0	0	0
5BR11	1	0	0	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	0	0	1	0	0
5BR14	1	0	0	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0	0	0
5BR16	1	0	0	0	0	0	0
5BR17	1	0	0	0	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0	0	0
5BR19	1	0	0	0	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0	0	0
5CE4	1	1	0	0	0	0	0

5CE5	1	0	0	0	0	0	0
5CE6	1	0	0	0	0	0	0
5CE7	1	0	0	0	0	0	0
5CE8	1	0	0	0	0	0	0
5CE9	1	0	0	0	0	0	0
5CE10	0	0	0	0	0	1	0
5CE11	0	1	0	0	0	0	0
5CE12	0	0	0	0	1	0	0
5CE13	0	0	0	0	1	0	0
5CE14	0	0	0	0	1	0	0
5CE15	1	0	0	0	0	0	0
5CE16	1	0	0	0	0	0	0
5CE17	1	0	0	0	0	0	0
5CE18	1	0	0	0	0	0	0
5CE19	1	0	0	0	0	0	0
5CE20	1	0	0	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	0	1	0

DOMANDA "B"

5BC2	0	0	0	0	1
5BC3	1	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0
5BC5	1	0	0	0	0
5BC6	1	0	0	0	0
5BC7	B1 / 1	B2 / 0	B3 / 0	B4 / 0	B5 / 0
5BC8 / 5AC1	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC9 / 5AC2	0	1	0	0	0
5BC10 / 5AC3	0	0 / 1	0	0	0 / 1
5BC11 / 5AC4	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC12 / 5AC5	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC13 / 5AC6	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC14 / 5AC7	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC15 / 5AC8	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC16 / 5AC9	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5BC17 / 5AC10	0	1	0	0	0
5BC18 / 5AC11	0 / 1	0 / 1	0	0	0
5AR1 / 5AC12	0	1	0	0	0
5AR2 / 5AC13	0	1	0	0	0
5AR3 / 5AC14	0 / 1	0	0	0	0 / 1
5AR4 / 5AC15	0 / 1	0	0 / 1	0	0
5BR1 / 5AR5	0	0 / 1	0 / 1	0	0

5AR16/5CR10	1	0	0	0	0
5AR17/5CR11	0/1	0	0	0	0/1
5AR18/5CR12	1	0	0	0	0
5AR19/5CR13	0/1	0	0	0/1	0
5AR14/5CR10	0/1	0/1	0	0	0
5AR15/5CR11	0/1	0	0/1	0	0
5AR16/5CR12	0/1	0/1	0	0	0
5AR17/5CR13	0	0/1	0	0	0/1
5AR18/5CR14	0	0/1	0	0/1	0
5AR19/5CR15	1	0	0	0	0
5AR20/5CR16	1	0	0	0	0
5AR21/5CR17	1	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0
5BR7	0	0	0	0	1
5BR8	1	0	0	0	0
5BR9	1	0	0	0	0
5BR10	0	0	0	0	1
5BR11	1	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	0	0
5BR13	0	1	0	0	0
5BR14	1	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0
5BR16	0	0	0	0	1
5BR17	0	0	0	0	1
5BR18	1	0	0	0	0
5BR19	1	0	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0
5CE1	1	0	1	0	0
5CE2	1	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0
5CE4	1	0	0	0	0
5CE5	1	0	1	0	0
5CE6	1	0	0	0	0
5CE7	1	0	0	0	0
5CE8	0	1	0	0	0
5CE9	0	0	0	0	1

DOMANDA”C”

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
5AC1	0	1	0	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	0	0	0	1	0
5AC4	1	0	0	0	0	0	0
5AC5	0	0	0	0	0	1	0
5AC6	1	0	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0	0	0
5AC8	0	0	1	0	0	0	0
5AC9	0	0	0	0	0	0	1
5AC10	0	0	0	0	0	1	0
5AC11	0	0	0	0	0	1	0
5AC12	1	0	0	0	0	0	0
5AC13	0	0	0	0	0	1	0
5AC14	0	0	0	0	0	1	0
5AC15	1	0	0	0	0	0	0
5BC1	0	0	0	0	0	1	0
5BC2	0	0	0	0	0	0	1

5BC3	0	0	0	0	0	1	0
5BC4	0	0	0	0	0	1	0
5BC5	1	0	0	0	0	0	0
5BC6	0	0	0	0	0	1	0
5BC7	0	0	0	0	0	1	0
5BC8	0	0	0	0	0	1	0
5BC9	0	0	0	0	0	1	0
5BC10	1	0	0	0	0	0	0
5BC11	0	0	0	0	0	1	0
5BC12	0	0	0	0	1	0	0
5BC13	0	0	0	0	0	1	0
5BC14	0	0	0	0	0	1	0
5BC15	0	0	0	0	0	1	0
5BC16	0	0	0	0	0	1	0
5BC17	1	0	0	0	0	0	0
5BC18	1	0	0	0	0	0	0
5AR1	1	0	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	1	0	0	0	0
5AR4	0	0	1	0	0	0	0
5AR5	0	0	1	0	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0	0	0
5AR9	1	0	0	0	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	1	0	0
5AR11	0	0	1	0	0	0	0
5AR12	0	0	0	0	1	0	0
5AR13	1	0	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0	0
5AR15	1	0	1	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0	0	0
5BR2	0	0	0	1	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	0	0	1	0

5BR9	0	0	0	0	0	1	0
5BR10	0	0	0	0	0	1	0
5BR11	1	0	0	0	0	0	0
5BR12	0	0	0	0	0	1	0
5BR13	0	0	0	0	0	1	0
5BR14	0	0	0	0	0	1	0
5BR15	0	0	0	0	0	1	0
5BR16	0	0	0	0	0	1	0
5BR17	0	0	0	0	0	1	0
5BR18	1	0	0	0	0	0	0
5BR19	0	0	0	0	0	1	0
5BR20	0	0	0	0	0	1	0
5CE1	1	0	1	0	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0	0	0
5CE4	1	0	0	0	0	0	0
5CE5	1	0	1	0	0	0	0
5CE6	1	0	0	0	0	0	0
5CE7	0	0	0	0	0	1	0
5CE8	1	0	0	0	0	0	0
5CE9	0	0	0	0	0	1	0
5CE10	0	0	0	0	0	1	0
5CE11	0	0	0	0	1	1	0
5CE12	1	0	0	0	0	0	0
5CE13	0	0	0	0	0	1	0
5CE14	0	0	0	0	0	1	0
5CE15	0	0	0	0	0	1	0
5CE16	0	0	0	0	0	1	0
5CE17	0	0	0	0	0	1	0
5CE18	0	0	0	0	0	1	0
5CE19	1	0	0	0	0	0	0
5CE20	0	0	0	0	0	1	0
5CE21	0	0	0	0	0	1	0

DOMANDA “D”

	D1	D2	D3	D4	D5
5AC1	0	0	0	0	1
5AC2	1	0	0	0	0
5AC3	1	0	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0
5AC5	1	0	0	0	0

5AC6	1	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0
5AC8	1	0	0	0	0
5AC9	0	0	0	0	1
5AC10	1	0	0	0	0
5AC11	1	0	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0
5AC13	1	0	0	0	0
5AC14	1	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0
5BC2	0	0	0	1	0
5BC3	1	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0
5BC5	1	0	0	0	0
5BC6	1	0	0	0	0
5BC7	1	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	0	0
5BC12	1	0	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0
5BC14	1	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0
5BC17	1	0	0	0	0
5BC18	1	0	0	0	0
5AR1	1	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0
5AR3	1	1	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0
5AR9	1	1	0	0	0
5AR10	1	0	0	0	0
5AR11	0	1	0	0	0
5AR12	1	0	0	0	0
5AR13	1	0	0	0	0

5AR14	1	0	0	0	0
5AR15	1	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0
5BR8	1	0	0	0	0
5BR9	1	0	0	0	0
5BR10	1	0	0	0	0
5BR11	1	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	0	0
5BR13	1	0	0	0	0
5BR14	1	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0
5BR16	1	0	0	0	0
5BR17	1	0	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0
5BR19	0	0	1	0	0
5BR20	0	0	0	1	0
5CE1	1	1	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0
5CE4	1	0	0	0	0
5CE5	1	1	0	0	0
5CE6	1	0	0	0	0
5CE7	1	0	0	0	0
5CE8	0	0	1	0	0
5CE9	1	0	0	0	0
5CE10	1	0	0	0	0
5CE11	1	0	0	0	0
5CE12	1	0	0	0	0
5CE13	1	0	0	0	0
5CE14	1	0	0	0	0
5CE15	1	0	0	0	0
5CE16	1	0	0	0	0
5CE17	1	0	0	0	0

5CE18	1	0	0	0	0
5CE19	1	0	0	0	0
5CE20	1	0	0	0	0
5CE21	0	0	1	0	0

DOMANDA "E"

	E1	E2	E3	E4	E5	E6
5AC1	0	0	0	1	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0
5AC3	1	0	0	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0	0
5AC5	1	0	0	0	0	0
5AC6	1	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0	0
5AC8	0	0	0	1	0	0
5AC9	0	0	0	1	0	0
5AC10	0	0	0	1	0	0
5AC11	0	0	0	1	0	0
5AC12	1	0	0	0	0	0
5AC13	0	0	0	0	1	0
5AC14	0	0	0	1	0	0
5AC15	1	0	0	0	0	0
5BC1	0	0	0	1	0	0
5BC2	0	0	0	1	0	0
5BC3	1	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0	0
5BC5	0	0	1	0	0	0
5BC6	1	0	0	0	0	0
5BC7	0	0	0	1	0	0
5BC8	0	0	0	1	0	0
5BC9	0	0	0	1	0	0
5BC10	1	0	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	0	0	0
5BC12	0	0	1	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0	0
5BC14	0	0	0	0	1	0
5BC15	0	0	0	0	1	0
5BC16	0	0	0	0	1	0
5BC17	0	0	1	0	0	0
5BC18	0	0	1	0	0	0
5AR1	1	0	0	0	0	0

5AR2	1	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0	0
5AR8	0	0	0	1	0	0
5AR9	0	1	0	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	1	0
5AR11	0	1	0	0	0	0
5AR12	0	0	0	1	0	0
5AR13	1	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0
5AR15	0	0	0	1	0	0
5AR16	0	0	0	1	0	0
5AR17	1	0	0	0	0	0
5BR1	0	0	0	0	1	0
5BR2	0	0	0	1	0	0
5BR3	0	0	0	1	0	0
5BR4	1	0	0	0	0	0
5BR5	0	0	0	1	0	0
5BR6	1	0	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	1	0	0
5BR9	0	0	0	0	0	1
5BR10	1	0	0	0	0	0
5BR11	0	0	0	1	0	0
5BR12	1	0	0	0	0	0
5BR13	1	0	0	0	0	0
5BR14	0	0	0	1	0	0
5BR15	1	0	0	0	0	0
5BR16	0	0	0	1	0	0
5BR17	1	0	0	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0	0
5BR19	0	0	0	1	0	0
5BR20	0	0	0	1	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0
5CE2	0	0	0	1	0	0
5CE3	0	0	0	1	0	0
5CE4	1	0	0	0	0	0
5CE5	1	0	0	0	0	0

5CE6	0	0	0	1	0	0
5CE7	0	0	0	1	0	0
5CE8	0	0	0	1	0	0
5CE9	0	0	0	1	0	0
5CE10	0	0	0	0	1	0
5CE11	0	0	0	1	0	0
5CE12	0	0	0	0	0	1
5CE13	0	0	0	0	0	1
5CE14	0	0	0	0	1	0
5CE15	0	0	0	1	0	0
5CE16	0	0	0	1	0	0
5CE17	1	0	0	0	0	0
5CE18	0	0	0	1	0	0
5CE19	0	0	0	1	0	0
5CE20	0	0	1	0	0	0
5CE21	0	0	1	0	0	0

DOMANDA “F”

	F1	F2	F3	F4
5AC1	1	0	0	0
5AC2	0	0	1	0
5AC3	1	0	0	0
5AC4	0	0	1	0
5AC5	0	0	1	0
5AC6	0	0	1	0
5AC7	1	0	0	0
5AC8	0	0	0	1
5AC9	1	0	0	0
5AC10	1	0	0	0
5AC11	1	0	0	0
5AC12	0	0	1	0
5AC13	1	0	0	0
5AC14	1	0	0	0
5AC15	1	0	0	0
5BC1	1	0	0	0
5BC2	0	0	1	0
5BC3	0	0	1	0
5BC4	0	0	1	0
5BC5	1	0	0	0
5BC6	0	0	1	0

5BC7	1	0	0	0
5BC8	0	0	1	0
5BC9	0	0	1	0
5BC10	0	0	1	0
5BC11	0	0	1	0
5BC12	1	0	0	0
5BC13	0	0	1	0
5BC14	0	0	1	0
5BC15	0	0	1	0
5BC16	0	0	1	0
5BC17	0	0	1	0
5BC18	0	0	1	0
5AR1	1	0	0	0
5AR2	1	0	0	0
5AR3	1	0	0	0
5AR4	0	1	0	0
5AR5	0	1	0	0
5AR6	1	0	0	0
5AR7	1	0	0	0
5AR8	1	0	0	0
5AR9	0	1	0	0
5AR10	0	0	1	0
5AR11	0	1	0	0
5AR12	0	0	1	0
5AR13	1	0	0	0
5AR14	1	0	0	0
5AR15	0	0	1	0
5AR16	1	0	0	0
5AR17	1	0	0	0
5BR1	0	0	1	0
5BR2	0	0	1	0
5BR3	1	0	0	0
5BR4	1	0	0	0
5BR5	0	0	1	0
5BR6	1	0	0	0
5BR7	0	0	1	0
5BR8	0	0	1	0
5BR9	1	0	0	0
5BR10	0	0	1	0
5BR11	1	0	0	0
5BR12	0	0	1	0

5BR13	0	0	1	0
5BR14	1	0	0	0
5BR15	0	0	1	0
5BR16	0	0	1	0
5BR17	0	0	1	0
5BR18	0	0	1	0
5BR19	0	0	1	0
5BR20	0	0	1	0
5CE1	0	1	1	0
5CE2	0	0	1	0
5CE3	1	0	0	0
5CE4	1	0	0	0
5CE5	1	0	0	0
5CE6	1	0	0	0
5CE7	0	0	1	0
5CE8	0	0	1	0
5CE9	0	0	1	0
5CE10	1	0	0	0
5CE11	0	0	1	0
5CE12	1	0	0	0
5CE13	1	0	0	0
5CE14	1	0	0	0
5CE15	0	0	1	0
5CE16	0	0	1	0
5CE17	0	0	1	0
5CE18	0	0	1	0
5CE19	0	0	1	0
5CE20	0	0	1	0
5CE21	1	0	0	0

DOMANDA “G”

	G1	G2	G3	4G	G5	G6
5AC1	1	0	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0
5AC3	1	0	0	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0	0
5AC5	1	0	0	0	0	0
5AC6	1	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0	0

5AC8	1	0	0	0	0	0
5AC9	1	0	0	0	0	0
5AC10	1	0	0	0	0	0
5AC11	0	0	1	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0	0
5AC13	1	0	0	0	0	0
5AC14	1	0	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0	0
5BC5	1	0	0	0	0	0
5BC6	0	0	1	0	0	0
5BC7	0	0	0	0	0	1
5BC8	1	0	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0	0
5BC11	0	0	1	0	0	0
5BC12	1	0	0	0	0	1
5BC13	0	0	1	0	0	0
5BC14	1	0	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0	0
5BC17	1	0	0	0	0	0
5BC18	1	0	0	0	0	0
5AR1	1	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0	0
5AR6	0	0	1	0	0	0
5AR7	0	0	1	0	0	0
5AR8	0	0	0	1	0	0
5AR9	0	1	1	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	1	0
5AR11	0	1	0	0	0	0
5AR12	0	0	0	0	1	0
5AR13	1	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0
5AR15	0	0	1	0	0	0

5AR16	0	0	1	0	0	0
5AR17	0	0	1	0	0	0
5BR1	0	0	1	0	0	0
5BR2	0	0	1	0	0	0
5BR3	0	0	1	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0	0
5BR5	0	0	1	0	0	0
5BR6	0	0	1	0	0	0
5BR7	0	0	0	1	0	0
5BR8	1	0	0	0	0	0
5BR9	1	0	0	0	0	0
5BR10	0	0	1	0	0	0
5BR11	0	0	1	0	0	0
5BR12	0	0	1	0	0	0
5BR13	0	0	1	0	0	0
5BR14	0	0	1	0	0	0
5BR15	0	0	1	0	0	0
5BR16	0	0	1	0	0	0
5BR17	0	0	1	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0	0
5BR19	1	0	0	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0
5CE2	0	0	1	0	0	0
5CE3	0	0	1	0	0	0
5CE4	0	0	1	0	0	0
5CE5	1	0	0	0	0	0
5CE6	0	0	1	0	0	0
5CE7	0	0	1	0	0	0
5CE8	0	0	0	1	0	0
5CE9	0	0	1	0	0	0
5CE10	1	0	0	0	0	0
5CE11	0	0	1	0	0	0
5CE12	1	0	0	0	0	0
5CE13	1	0	0	0	0	0
5CE14	0	0	0	0	0	1
5CE15	0	0	1	0	0	0
5CE16	0	0	1	0	0	0
5CE17	0	0	1	0	0	0
5CE18	0	0	1	0	0	0
5CE19	1	0	0	0	0	0

5CE20	0	0	0	1	0	0
5CE21	0	0	0	0	0	1

DOMANDA “I"

	I1	I2	I3	I4
5AC1	1	0	0	0
5AC2	1	0	0	0
5AC3	1	0	0	0
5AC4	1	0	0	0
5AC5	1	0	0	0
5AC6	1	0	0	0
5AC7	0	0	0	1
5AC8	0	1	0	0
5AC9	0	1	0	0
5AC10	1	0	0	0
5AC11	1	0	0	0
5AC12	1	0	0	0
5AC13	1	0	0	0
5AC14	1	0	0	0
5AC15	1	0	0	0
5BC1	1	0	0	0
5BC2	1	0	0	0
5BC3	1	0	0	0
5BC4	1	0	0	0
5BC5	0	0	0	1
5BC6	1	0	0	0
5BC7	1	0	0	0
5BC8	1	0	0	0
5BC9	1	0	0	0
5BC10	1	0	0	0
5BC11	1	0	0	0
5BC12	0	0	0	1
5BC13	1	0	0	0
5BC14	1	0	0	0
5BC15	1	0	0	0
5BC16	1	0	0	0
5BC17	0	0	1	0
5BC18	1	0	0	0
5AR1	1	0	0	0

5AR2	1	0	0	0
5AR3	1	0	0	0
5AR4	0	1	0	0
5AR5	0	1	0	0
5AR6	1	0	0	0
5AR7	1	0	0	0
5AR8	1	0	0	0
5AR9	1	0	0	0
5AR10	1	0	0	0
5AR11	0	1	0	0
5AR12	1	0	0	0
5AR13	1	0	0	0
5AR14	1	0	0	0
5AR15	1	0	0	0
5AR16	1	0	0	0
5AR17	1	0	0	0
5BR1	0	0	0	1
5BR2	1	0	0	0
5BR3	1	0	0	0
5BR4	1	0	0	0
5BR5	0	0	0	1
5BR6	1	0	0	0
5BR7	1	0	0	0
5BR8	1	0	0	1
5BR9	1	0	0	0
5BR10	1	0	0	0
5BR11	1	0	0	0
5BR12	1	0	0	0
5BR13	1	0	0	0
5BR14	1	0	0	0
5BR15	1	0	0	0
5BR16	1	0	0	0
5BR17	1	0	0	0
5BR18	1	0	0	0
5BR19	1	0	0	0
5BR20	1	0	0	0
5CE1	1	1	0	0
5CE2	0	0	0	1
5CE3	1	0	0	0
5CE4	1	0	0	0
5CE5	1	0	0	0

5CE6	1	0	0	0
5CE7	1	0	0	0
5CE8	1	0	0	0
5CE9	1	0	0	0
5CE10	1	0	0	0
5CE11	1	0	0	0
5CE12	1	0	0	1
5CE13	0	0	0	1
5CE14	1	0	0	0
5CE15	1	0	0	0
5CE16	1	0	0	0
5CE17	1	0	0	0
5CE18	0	0	1	0
5CE19	1	0	0	0
5CE20	1	0	0	0
5CE21	0	0	0	1

DOMANDA “L”

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7
5AC1	0	0	0	1	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	0	1	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0	0	0
5AC5	0	0	0	1	0	0	0
5AC6	0	0	1	0	0	0	0
5AC7	0	0	1	0	0	0	0
5AC8	0	0	0	1	0	0	0
5AC9	0	0	0	1	0	0	0
5AC10	0	0	0	1	0	0	0
5AC11	0	0	1	0	0	0	0
5AC12	0	0	1	0	0	0	0
5AC13	0	0	0	1	0	0	0
5AC14	0	0	0	1	0	0	0
5AC15	0	0	0	0	0	1	0
5BC1	0	0	0	1	0	0	0
5BC2	0	0	1	0	0	0	0
5BC3	0	0	1	0	0	0	0
5BC4	0	0	1	0	0	0	0
5BC5	0	0	0	0	0	1	0

5BC6	0	0	1	0	0	0	0
5BC7	0	0	0	0	0	1	0
5BC8	0	0	1	0	0	0	0
5BC9	0	0	1	0	0	0	0
5BC10	0	0	1	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	0	0	0	0
5BC12	0	0	0	1	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0	0	0
5BC14	0	0	1	0	0	0	0
5BC15	0	0	1	0	0	0	0
5BC16	0	0	1	0	0	0	0
5BC17	0	0	0	0	0	1	0
5BC18	0	0	0	0	0	1	0
5AR1	1	0	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0	0	0
5AR6	0	0	1	0	0	0	0
5AR7	0	0	1	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0	0	0
5AR9	0	0	1	0	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	0	0	1
5AR11	0	1	0	0	0	0	0
5AR12	0	0	1	0	0	0	0
5AR13	1	0	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0	0
5AR15	0	0	1	0	0	0	0
5AR16	0	0	1	0	0	0	0
5AR17	0	0	1	0	0	0	0
5BR1	0	0	1	0	0	0	0
5BR2	0	0	1	0	0	0	0
5BR3	0	0	1	0	0	0	0
5BR4	0	0	1	0	0	0	0
5BR5	0	0	1	0	0	0	0
5BR6	0	0	1	0	0	0	0
5BR7	0	0	0	1	0	0	0
5BR8	0	0	0	0	0	0	1
5BR9	0	0	1	0	0	0	0
5BR10	0	0	1	0	0	0	0
5BR11	0	0	1	0	0	0	0

5BR12	1	0	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	1	0	0	0	0
5BR14	0	0	1	0	0	0	0
5BR15	0	0	1	0	0	0	0
5BR16	0	0	1	0	0	0	0
5BR17	0	0	1	0	0	0	0
5BR18	0	0	0	1	0	0	0
5BR19	0	0	1	0	0	0	0
5BR20	0	0	0	1	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0	0
5CE2	0	1	1	0	0	0	0
5CE3	0	0	1	0	0	0	0
5CE4	0	0	1	0	0	0	0
5CE5	1	0	0	0	0	0	0
5CE6	0	0	1	0	0	0	0
5CE7	0	0	1	0	0	0	0
5CE8	0	0	0	0	0	1	0
5CE9	0	0	0	1	0	0	0
5CE10	0	0	0	0	0	0	1
5CE11	0	0	1	0	0	0	0
5CE12	0	0	0	0	0	1	0
5CE13	0	0	0	1	0	0	0
5CE14	0	0	0	1	0	0	0
5CE15	0	0	1	0	0	0	0
5CE16	0	0	1	0	0	0	0
5CE17	0	0	1	0	0	0	0
5CE18	0	0	0	0	0	1	0
5CE19	0	0	1	0	0	0	0
5CE20	0	0	0	0	0	1	0
5CE21	0	0	0	0	0	1	0

DOMANDA “M”

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
5AC1	0	0	1	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	1	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0	0
5AC5	1	0	0	0	0	0
5AC6	1	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0	0

5AC8	0	0	1	0	0	0
5AC9	0	0	1	0	0	0
5AC10	0	0	1	0	0	0
5AC11	0	0	1	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0	0
5AC13	1	0	0	0	0	0
5AC14	0	0	1	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0	0
5BC1	0	0	1	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0	0
5BC5	0	0	0	0	0	1
5BC6	1	0	0	0	0	0
5BC7	0	0	1	0	0	0
5BC8	0	0	1	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	0	0	0
5BC12	0	0	1	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0	0
5BC14	0	0	1	0	0	0
5BC15	0	0	1	0	0	0
5BC16	0	0	1	0	0	0
5BC17	1	0	0	0	0	0
5BC18	0	0	0	1	0	0
5AR1	1	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0	0
5AR3	0	0	1	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0	0
5AR8	0	0	1	0	0	0
5AR9	0	0	1	0	0	0
5AR10	0	0	1	0	0	0
5AR11	0	1	0	0	0	0
5AR12	0	0	0	1	0	0
5AR13	1	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0
5AR15	0	0	1	0	0	0

5AR16	0	0	1	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0	0
5BR1	0	0	1	0	0	0
5BR2	0	0	1	0	0	0
5BR3	0	0	1	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0	0
5BR5	0	0	1	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0	0
5BR7	0	0	1	0	0	0
5BR8	0	0	0	0	0	1
5BR9	0	0	0	0	1	0
5BR10	0	0	0	0	1	0
5BR11	1	0	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	0	1	0	0
5BR14	1	0	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0	0
5BR16	0	0	1	0	0	0
5BR17	0	0	1	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0	0
5BR19	0	0	1	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0
5CE2	0	0	1	0	0	0
5CE3	0	0	1		0	0
5CE4	1	0	0	0	0	0
5CE5	1	0	0	0	0	0
5CE6	0	0	1	0	0	0
5CE7	0	0	1	0	0	0
5CE8	0	0	1	0	0	0
5CE9	0	0	1	0	0	0
5CE10	0	0	1	0	0	0
5CE11	0	0	0	0	1	0
5CE12	1	0	0	0	0	0
5CE13	0	0	1	0	0	0
5CE14	0	0	0	1	0	0
5CE15	1	0	0	0	0	0
5CE16	0	0	1	0	0	0
5CE17	0	0	1	0	0	0
5CE18	0	0	1	0	0	0
5CE19	0	0	1	0	0	0

5CE20	1	0	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	0	1

DOMANDA “N”

	N1	N2	N3	N4	N5
5AC1	1	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0
5AC3	1	0	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0
5AC5	1	0	0	0	0
5AC6	1	0	0	0	0
5AC7	0	1	0	0	0
5AC8	0	0	1	0	0
5AC9	1	0	0	0	0
5AC10	1	0	0	0	0
5AC11	1	0	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0
5AC13	1	0	0	0	0
5AC14	1	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0
5BC5	0	0	0	0	1
5BC6	1	0	0	0	0
5BC7	1	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0
5BC11	0	0	1	0	0
5BC12	1	0	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0
5BC14	1	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0
5BC17	1	0	0	0	0
5BC18	1	0	0	0	0
5AR1	1	0	0	0	0

5AR2	1	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0
5AR9	1	0	0	0	0
5AR10	0	1	0	0	0
5AR11	0	1	0	0	0
5AR12	0	0	1	0	0
5AR13	1	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0
5AR15	1	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0
5BR8	1	0	0	0	0
5BR9	1	0	0	0	0
5BR10	1	0	0	0	0
5BR11	1	0	0	0	0
5BR12	0	0	0	1	0
5BR13	1	0	0	0	0
5BR14	1	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0
5BR16	1	0	0	0	0
5BR17	1	0	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0
5BR19	1	0	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0
5CE4	1	0	0	0	0

5CE5	1	0	0	0	0
5CE6	1	0	0	0	0
5CE7	1	0	0	0	0
5CE8	0	0	1	0	0
5CE9	0	0	1	0	0
5CE10	1	0	0	0	0
5CE11	0	0	0	1	0
5CE12	1	0	0	0	0
5CE13	1	0	0	0	0
5CE14	1	0	0	0	0
5CE15	0	0	0	1	0
5CE16	1	0	0	0	0
5CE17	1	0	0	0	0
5CE18	0	0	0	1	0
5CE19	1	0	0	0	0
5CE20	1	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	1

DOMANDA “O”

	O1	O2	O3	O4	O5	O6
5AC1	0	0	0	0	1	0
5AC2	1	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	0	0	1	0
5AC4	0	0	0	0	1	0
5AC5	0	0	0	0	0	1
5AC6	1	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0	0
5AC8	1	0	0	0	0	0
5AC9	0	0	0	0	1	0
5AC10	0	0	0	0	1	0
5AC11	1	0	0	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0	0
5AC13	0	0	0	0	1	0
5AC14	1	0	0	0	0	0
5AC15	0	0	0	1	0	0
5BC1	0	0	0	1	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0	0

5BC5	0	0	0	0	1	0
5BC6	1	0	0	0	0	0
5BC7	1	0	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0	0
5BC11	0	0	0	1	0	0
5BC12	0	0	0	0	1	0
5BC13	0	0	0	1	0	0
5BC14	1	0	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0	0
5BC17	1	0	0	0	0	0
5BC18	1	0	0	0	0	0
5AR1	1	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0	0
5AR9	1	0	0	0	0	0
5AR10	0	1	0	0	0	0
5AR11	0	1	0	0	0	0
5AR12	0	0	1	0	0	0
5AR13	1	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0
5AR15	1	0	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	1	0	0
5BR9	1	0	0	0	0	0
5BR10	1	0	0	0	0	0

5BR11	1	0	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	0	0	0
5BR13	1	0	0	0	0	0
5BR14	1	0	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0	0
5BR16	1	0	0	0	0	0
5BR17	1	0	0	0	0	0
5BR18	1	0	0	0	0	0
5BR19	1	0	0	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0	0
5CE4	0	0	0	1	0	0
5CE5	1	0	0	0	0	0
5CE6	0	0	0	0	1	0
5CE7	1	0	0	0	0	0
5CE8	1	0	0	0	0	0
5CE9	1	0	0	0	0	0
5CE10	1	0	0	0	0	0
5CE11	1	0	0	0	0	0
5CE12	0	0	0	1	0	0
5CE13	1	0	0	0	0	0
5CE14	1	0	0	0	0	0
5CE15	0	0	0	1	0	0
5CE16	1	0	0	0	0	0
5CE17	1	0	0	0	0	0
5CE18	1	0	0	0	0	0
5CE19	1	0	0	0	0	0
5CE20	1	0	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	1	0

DOMANDA “P”

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
5AC1	1	0	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	1	0	0	0
5AC4	1	0	0	0	0	0
5AC5	0	0	0	0	1	0
5AC6	1	0	0	0	0	0

5AC7	0	0	0	0	0	1
5AC8	1	0	0	0	0	0
5AC9	0	0	1	0	0	0
5AC10	1	0	0	0	0	0
5AC11	0	0	0	1	0	0
5AC12	1	0	0	0	0	0
5AC13	0	0	0	0	1	0
5AC14	1	0	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0	0
5BC5	0	0	0	0	0	1
5BC6	0	0	0	1	0	0
5BC7	1	0	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0	0
5BC11	0	0	0	0	1	0
5BC12	1	0	0	0	0	0
5BC13	0	0	0	0	1	0
5BC14	1	0	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0	0
5BC17	0	0	1	0	0	0
5BC18	0	0	0	1	0	0
5AR1	1	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0	0
5AR8	1	0	0	0	0	0
5AR9	0	0	0	0	0	1
5AR10	0	1	0	0	0	0
5AR11	0	1	0	0	0	0
5AR12	0	0	1	0	0	0
5AR13	1	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0

5AR15	1	0	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	1	0	0	0
5BR9	1	0	0	0	0	0
5BR10	1	0	0	0	0	0
5BR11	1	0	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	0	0	0	1
5BR14	1	0	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0	0
5BR16	1	0	0	0	0	0
5BR17	1	0	0	0	0	0
5BR18	0	0	0	0	1	0
5BR19	1	0	0	0	0	0
5BR20	1	0	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0	0
5CE4	1	0	0	0	0	0
5CE5	1	0	0	0	0	0
5CE6	1	0	0	0	0	0
5CE7	1	0	0	0	0	0
5CE8	0	0	0	1	0	0
5CE9	1	0	0	0	0	0
5CE10	1	0	0	0	0	0
5CE11	1	0	0	0	0	0
5CE12	0	0	1	0	0	0
5CE13	0	0	1	0	0	0
5CE14	0	0	1	0	0	0
5CE15	1	0	0	0	0	0
5CE16	1	0	0	0	0	0
5CE17	1	0	0	0	0	0
5CE18	0	0	0	1	0	0

5CE19	1	0	0	0	0	0
5CE20	1	0	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	0	1

DOMANDA “Q”

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5
5AC1	1	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0
5AC3	0	0	1	0	0
5AC4	1	0	0	0	0
5AC5	1	0	0	0	0
5AC6	1	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	0	0
5AC8	1	0	0	0	0
5AC9	1	0	0	0	0
5AC10	1	0	0	0	0
5AC11	1	0	0	0	0
5AC12	1	0	0	0	0
5AC13	1	0	0	0	0
5AC14	1	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0
5BC3	1	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	0
5BC5	0	0	0	0	1
5BC6	1	0	0	0	0
5BC7	1	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0
5BC9	1	0	0	0	0
5BC10	1	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	0	0
5BC12	1	0	0	0	0
5BC13	1	0	0	0	0
5BC14	1	0	0	0	0
5BC15	1	0	0	0	0
5BC16	1	0	0	0	0
5BC17	0	0	0	0	1
5BC18	0	0	0	0	1
5AR1	1	0	0	0	0

5AR2	1	0	0	0	0
5AR3	1	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0
5AR5	0	1	0	0	0
5AR6	1	0	0	0	0
5AR7	1	0	0	0	0
5AR8	0	0	1	0	0
5AR9	1	0	0	0	0
5AR10	0	0	1	0	0
5AR11	0	1	0	0	0
5AR12	0	0	1	0	0
5AR13	1	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0
5AR15	1	0	0	0	0
5AR16	1	0	0	0	0
5AR17	1	0	0	0	0
5BR1	1	0	0	0	0
5BR2	1	0	0	0	0
5BR3	1	0	0	0	0
5BR4	1	0	0	0	0
5BR5	1	0	0	0	0
5BR6	1	0	0	0	0
5BR7	1	0	0	0	0
5BR8	1	0	0	0	0
5BR9	1	0	0	0	0
5BR10	0	0	0	1	0
5BR11	1	0	0	0	0
5BR12	0	0	0	1	0
5BR13	0	0	0	1	0
5BR14	1	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	0	0
5BR16	1	0	0	0	0
5BR17	1	0	0	0	0
5BR18	0	0	0	0	1
5BR19	0	0	0	1	0
5BR20	1	0	0	0	0
5CE1	1	1	0	0	0
5CE2	1	0	0	0	0
5CE3	1	0	0	0	0
5CE4	1	0	0	0	0
5CE5	1	0	0	0	0

5CE6	1	0	0	0	0
5CE7	0	0	1	0	0
5CE8	0	0	0	0	1
5CE9	1	0	0	0	0
5CE10	1	0	0	0	0
5CE11	0	0	0	1	0
5CE12	1	0	0	0	0
5CE13	0	0	1	0	0
5CE14	0	0	1	0	0
5CE15	0	0	0	1	0
5CE16	0	0	0	0	1
5CE17	0	0	0	1	0
5CE18	1	0	0	0	0
5CE19	1	0	0	0	0
5CE20	1	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	1

PROBLEMA “K”

	5AC1	5AC2	5AC3	5AC4	5AC5	5AC6	5AC7	5AC8	5AC9	5AC10	5AC11
K1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
K2	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K3	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
K4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
K5	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
K8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
K11	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K13	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
K15	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
K16	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
K17	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

K22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	5AC12	5AC13	5AC14	5AC15	5BC1	5BC2	5BC3	5BC4	5BC5	5BC6	5BC7
K1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
K2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
K3	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
K4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
K5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
K8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K13	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
K16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1
K19	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
K20	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K23	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K25	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
K26	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	5BC8	5BC9	5BC10	5BC11	5BC12	5BC13	5BC14	5BC15	5BC16	5BC17	5BC18
K1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K3	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
K4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
K13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
K16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K19	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
K20	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K23	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K25	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	5AR1	5AR2	5AR3	5AR4	5AR5	5AR6	5AR7	5AR8	5AR9	5AR10	5AR11
K1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
K2	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
K3	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1
K4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
K8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

K9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K16	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
K17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
K19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K20	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
K21	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
K22	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
K23	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
K25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5AR12	5AR13	5AR14	5AR15	5AR16	5AR17	5BR1	5BR2	5BR3	5BR4	5BR5
K1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K4	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
K5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K8	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
K9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K11	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
K16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

K22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	5BR6	5BR7	5BR8	5BR9	5BR10	5BR11	5BR12	5BR13	5BR14	5BR15	5BR16
K1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
K2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
K3	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
K4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K8	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
K9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K13	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K19	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
K20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K21	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
K22	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
K23	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
K24	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
K25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K26	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	5BR17	5BR18	5BR19	5BR20	5CE1	5CE2	5CE3	5CE4	5CE5	5CE6	5CE7
K1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
K2	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
K3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
K4	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
K5	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
K9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
K12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
K16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K23	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
K24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K25	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5CE8	5CE9	5CE10	5CE11	5CE12	5CE13	5CE14	5CE15	5CE16	5CE17	5CE18
K1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
K2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
K3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
K4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
K6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
K8	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
K9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

K11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K12	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
K13	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
K14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
K20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K24	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
K25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K26	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
K27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
K28	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

	5CE19	5CE20	5CE21
K1	0	0	0
K2	0	0	0
K3	0	1	0
K4	0	0	0
K5	0	0	0
K6	0	0	0
K7	0	0	0
K8	0	0	1
K9	1	0	0
K10	0	0	0
K11	0	0	0
K12	0	0	1
K13	1	1	1
K14	0	0	0
K15	0	0	0
K16	0	0	0
K17	0	0	0
K18	0	0	0
K19	1	0	0
K20	0	0	0

K21	0	0	0
K22	0	0	0
K23	0	0	0
K24	0	0	0
K25	0	0	0
K26	0	1	1
K27	0	0	0
K28	0	0	0

PROBLEMA “W”

	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11	W12	W13	W14	W15	W16	W17	W18	W19
5AC1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5AC2	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
5AC4	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5AC5	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC8	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5AC9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC10	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5AC13	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AC14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
5AC15	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC6	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC9	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC10	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC11	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
5BC12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

5BC14	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC15	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC16	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BC17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
5BC18	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5AR1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR2	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR3	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR5	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR6	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR7	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
5AR9	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR10	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5AR11	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5AR13	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR14	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR15	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
5AR16	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR17	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5BR3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR5	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR6	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR7	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5BR10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
5BR11	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR12	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5BR14	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR15	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5BR17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5BR18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0

5BR20	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
5CE1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5CE2	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE3	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5CE4	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5CE5	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5CE6	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5CE8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
5CE9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5CE11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
5CE12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5CE14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5CE15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
5CE16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5CE18	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE19	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5CE20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
5CE21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0

PROBLEMA “Z”

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12	Z13	Z14	Z15	Z16	Z17	Z18	Z19	Z20	Z21	Z22
5AC1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5AC3	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC4	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC5	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC6	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC7	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5AC9	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC10	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC11	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC12	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5AC13	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

5AC14	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5AC15	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5BC1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC3	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5BC5	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5BC6	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5BC8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5BC9	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5BC11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5BC12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5BC14	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5BC15	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5BC16	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5BC17	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC18	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR2	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR3	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5AR4	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5AR5	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5AR6	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR7	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR8	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR13	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR15	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

6																						
5AR17	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5BR1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5BR2	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR3	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR4	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5BR5	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5BR6	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR7	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5BR11	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR12	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5BR14	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR15	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5BR17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5BR18	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR19	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5BR20	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE2	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5CE3	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE4	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5CE5	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5CE6	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE7	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5CE9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE10	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE11	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5CE12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5CE14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

5CE15	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE16	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5CE18	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5CE19	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5CE20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE21	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

DOMANDA “TUMMINU”

	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13	H14
5AC1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5AC4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5AC10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5AC11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC12	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC13	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AC15	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5BC12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

5BC14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5BC15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC16	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BC18	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5AR7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5AR11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR13	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR15	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5AR17	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5BR2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5BR4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5BR5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5BR6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5BR12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5BR14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR15	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5BR19	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

5BR20	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5CE1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5CE5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5CE8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5CE11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5CE13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5CE14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE15	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE20	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5CE21	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

DOMANDA “CAFISU”

	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13	J14	J15	J16	J17	J18	J19	J20	J21
5CE1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5CE6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5CE8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5CE11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
5CE12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5CE1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4																					
5CE15	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5CE20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5CE21	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

DOMANDA “SARMA”

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5AC1	0	1	0	0	0	0	0
5AC2	0	0	0	1	0	0	0
5AC3	1	0	0	0	0	0	0
5AC4	0	0	0	0	1	0	0
5AC5	0	1	0	0	0	0	0
5AC6	0	1	0	0	0	0	0
5AC7	0	1	0	0	0	0	0
5AC8	0	1	0	0	0	0	0
5AC9	1	0	0	0	0	0	0
5AC10	1	0	0	0	0	0	0
5AC11	0	0	0	0	0	0	1
5AC12	0	1	0	0	0	0	0
5AC13	0	1	0	0	0	0	0
5AC14	0	1	0	0	0	0	0
5AC15	1	0	0	0	0	0	0
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5BC1	1	0	0	0	0	0	0
5BC2	1	0	0	0	0	0	0
5BC3	0	1	0	0	0	0	0
5BC4	0	1	0	0	0	0	0
5BC5	0	1	0	0	0	0	0
5BC6	0	1	0	0	0	0	0
5BC7	0	1	0	0	0	0	0
5BC8	1	0	0	0	0	0	0
5BC9	0	0	1	0	0	0	0
5BC10	0	1	0	0	0	0	0
5BC11	0	1	0	0	0	0	0

5BC12	0	1	0	0	0	0	0
5BC13	0	1	0	0	0	0	0
5BC14	0	0	0	0	0	0	1
5BC15	1	0	0	0	0	0	0
5BC16	0	1	0	0	0	0	0
5BC17	0	1	0	0	0	0	0
5BC18	0	1	0	0	0	0	0
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5AR1	1	0	0	0	0	0	0
5AR2	0	1	0	0	0	0	0
5AR3	0	1	0	0	0	0	0
5AR4	0	1	0	0	0	0	0
5AR5	1	0	0	0	0	0	0
5AR6	0	1	0	0	0	0	0
5AR7	0	1	0	0	0	0	0
5AR8	0	1	0	0	0	0	0
5AR9	1	0	0	0	0	0	0
5AR10	0	0	0	0	0	0	1
5AR11	0	0	0	0	1	0	0
5AR12	1	0	0	0	0	0	0
5AR13	0	1	0	0	0	0	0
5AR14	1	0	0	0	0	0	0
5AR15	0	1	0	0	0	0	0
5AR16	0	0	0	1	0	0	0
5AR17	0	1	0	0	0	0	0
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5BR1	0	1	0	0	0	0	0
5BR2	0	1	0	0	0	0	0
5BR3	0	1	0	0	0	0	0
5BR4	0	1	0	0	0	0	0
5BR5	0	1	0	0	0	0	0
5BR6	0	1	0	0	0	0	0
5BR7	0	1	0	0	0	0	0
5BR8	0	0	0	1	0	0	0
5BR9	0	1	0	0	0	0	0
5BR10	0	1	0	0	0	0	0
5BR11	0	1	0	0	0	0	0
5BR12	0	0	0	0	0	0	1
5BR13	0	0	0	0	0	1	0
5BR14	0	0	0	0	0	1	0
5BR15	0	0	0	0	0	1	0

5BR16	0	0	0	0	0	1	0
5BR17	0	1	0	0	0	0	0
5BR18	0	1	0	0	0	0	0
5BR19	0	1	0	0	0	0	0
5BR20	0	0	0	0	0	0	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5CE1	0	1	0	0	0	0	0
5CE2	0	1	0	0	0	0	0
5CE3	0	1	0	0	0	0	0
5CE4	0	1	0	0	0	0	0
5CE5	0	1	0	0	0	0	0
5CE6	0	1	0	0	0	0	0
5CE7	0	0	0	0	0	1	0
5CE8	0	1	0	0	0	0	0
5CE9	0	0	1	0	0	0	0
5CE10	0	1	0	0	0	0	0
5CE11	1	0	0	0	0	0	0
5CE12	0	1	0	0	0	0	0
5CE13	0	1	0	0	0	0	0
5CE14	0	1	0	0	0	0	0
5CE15	0	1	0	0	0	0	0
5CE16	0	1	0	0	0	0	0
5CE17	0	1	0	0	0	0	0
5CE18	0	1	0	0	0	0	0
5CE19	0	1	0	0	0	0	0
5CE20	0	0	0	0	0	0	1
5CE21	0	1	0	0	0	0	0

IL CODICE METRICO SICULO

RIDOTTO NEL SISTEMA METRICO DECIMALE E VICEVERSA

PARTE SECONDA

RIDUZIONE

DI

TUTTE LE MISURE CONSUETUDINARIE

DI SICILIA

ADOPERATEVI ANTERIORMENTE E DOPO LA LEGGE 31 DICEMBRE 1809

NELLE

MISURE METRICO-DECIMALI

E VICEVERSA

PER

ANGELO AGNELLO

ANTICO ASSISTENTE PIAZZI NEL R. OSSERVATORIO DI PALERMO

Verificatore Capo di Pesi e Misure

RIDUZIONE

DI

TUTTE LE MISURE CONSUETUDINARIE

DI SICILIA

ADOPERATEVI ANTERIORMENTE E DOPO LA LEGGE 31 DICEMBRE1809

NELLE

MISURE METRICO-DECIMALE

E VICEVERSA

PER

ANGELO AGNELLO

ANTICO ASSISTENTE PIAZZI NEL H. OSSERVATORIO DI PALERMO

Verificatore Capo di Pesi e Misure

PALERMO

Officio Tipografico di Camillo Tamburello

Discesa Candelaj, Num. 11.

1877

Palermo 20 dicembre 18G1
VISTO
Per l'ufficialità delle presenti Tavole prontuarìe
IL LUOGOTENENTE GENERALE DEL RE DELLE PROVINCIE SIC1LIANE
PETTINENGO

TAVOLE PRONTUARIE OFFICIALI

DELLA RECIPROCA RIDUZIONE
DI MISURI PESI E MONETE
DEL SISTEMA METRICO DECIMILE
E
DEL SISTEMA METRICO LEGALE ANTICO DI SICILIA
AI TERM1M1 DELLA LEGGE DEL 28 LUGLIO 1861
1; DEL PROGRAMMA DEI SIG. MINISTRO DI AGRICOLTURA INDUSTRIA
E COMMERCIO
DEI 14 AGOSTO 1861
redatte da

ANGELO AGNELLO
ASSISTENTE **PIAZZI NEL R. OSSERVATORIO DI PALERMO**

SECONDA. EDIZIONE OFFICIA1E

Palermo

STAMPERIA PIOLA E TAMBURELLO
via Spedaletto n. 68.

1862