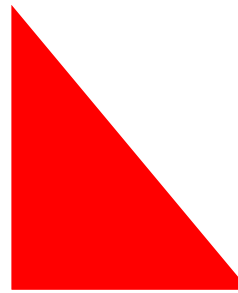


UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
FACOLTA' DI
SCIENZE DELLA FORMAZIONE

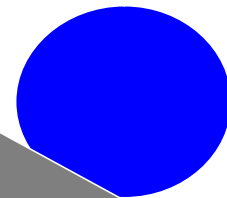
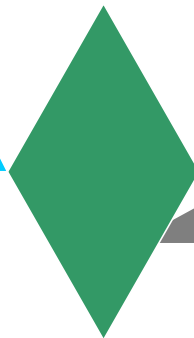
CORSO DI LAUREA IN
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA
A.A. 2002- 2003



L'APPROCCIO

AL COOPERATIVE LEARNING NELL'INSEGNAMENTO APPRENDIMENTO

DELLA GEOMETRIA



Relatori:

prof. Giuseppe Zanniello

prof. Filippo Spagnolo

Autrice
Paola Vivona

INDICE

Introduzione.....	1
CAPITOLO 1	
1. Cooperative learning.....	4
1.1 <i>Definizione</i>	
2. Modalità d'applicazione del Cooperative learning.....	9
2.1 <i>Il Learning Together</i>	
2.2 <i>Lo Student Team Learning (STAD)</i>	
2.3 <i>Lo Structural Approach</i>	
2.4 <i>Il Group Investigation</i>	
3. La Complex Instruction di E. Cohen.....	14
3.1 <i>Il ruolo dell'insegnante</i>	
CAPITOLO 2	
1. Motivazione del lavoro sperimentale.....	26
2. Analisi storico-epistemologica.....	27
3. Comparazione testi.....	29
CAPITOLO 3	
1. Presentazione del lavoro sperimentale.....	36
1.2 <i>Progetto dell'intervento cooperativo</i>	
2. Analisi a-priori delle strategie risolutive.....	44
3. Risultati del gruppo di controllo.....	66
3.1 <i>Analisi quantitativa</i>	
3.2 <i>Analisi qualitativa</i>	
4. Risultati del gruppo sperimentale.....	81
4.1 <i>Analisi quantitativa</i>	
4.2 <i>Analisi qualitativa</i>	
CAPITOLO 4	
1. Conclusione.....	94
2. Problemi aperti.....	94
BIBLIOGRAFIA.....	95
ALLEGATI	

Introduzione

La scelta di realizzare un lavoro sperimentale sulla matematica e in particolar modo sulla geometria è scaturita dalla riflessione sulle problematiche relative alle difficoltà che gli alunni di scuola elementare incontrano nell'apprendimento della matematica. Tali difficoltà vanno rintracciate in una serie di questioni legate sia all'epistemologia della disciplina sia alla trasposizione didattica intendendo con essa il passaggio che va dal "sapere matematico" al "sapere da insegnare" al "sapere insegnato".

Ogni disciplina di studio e in special modo la matematica ha dei principi epistemologici che derivano da una serie di studi in continua evoluzione. In particolare il sapere matematico è stato oggetto di critiche, fratture, di cambiamenti di veduta tanto da far pensare che abbia al proprio interno "ostacoli di carattere epistemologico" in base a come viene pensato, appreso e accettato dai matematici.

L'altra questione è legata alle convinzioni e alle interpretazioni personali degli insegnanti sui concetti matematici e sul modo di progettare un'efficace azione didattica.

Nella pratica scolastica esiste una notevole discrepanza tra ciò che l'insegnante spiega e ciò che in realtà gli alunni apprendono in quanto si tiene poco conto delle loro reali esigenze e delle loro strutture di organizzazione di pensiero che non procede secondo una logica lineare ma a spirale, per linee convergenti, parallele ritornando più volte su se stessa. L'azione didattica, dunque, non può e non deve basarsi su nozioni, regole e definizioni preconfezionate, ma sulla costruzione personale di concetti nei quali entrano in gioco tutte le diverse dimensioni della persona umana con la consapevolezza che la componente di natura affettiva gioca un ruolo

centrale sul processo di apprendimento della matematica dove soprattutto questi aspetti possono pregiudicarne l'efficacia. Occorre quindi basare l'insegnamento di tale disciplina non sulla preparazione di "freddi" esercizi che richiedano esclusivamente l'ausilio della sfera cognitiva, ma far in modo che tutti partecipino all'apprendimento di tutti considerando che le competenze sono il frutto di una conoscenza non solo individuale ma anche collettiva.

I metodi d'insegnamento/apprendimento solitamente adottati rispondono alla concezione secondo la quale la "cognizione" si connetta solo a processi "interni" della mente degli alunni tralasciando di esaminare l'ambiente fisico e sociale nella quale essa si manifesta. In particolare la matematica non è il risultato di un lavoro solo individuale e/o competitivo nel quale o vi è assenza d'interdipendenza o emergono interazioni di tipo negative. La prima è tipica del lavoro individuale nel quale il soggetto è preoccupato solo di migliorare il proprio rendimento scolastico; la seconda è tipica del lavoro competitivo che produce nel soggetto comportamenti agonistici tali da far sentire il fallimento degli altri come la propria vittoria. Gli effetti possono essere negativi se si considerano tali lavori come gli unici metodi in grado di poter assolvere le perplessità e le carenze degli alunni riguardo l'insegnamento/apprendimento della matematica. Il soggetto può assumere atteggiamenti di chiusura derivati da poca fiducia in se stesso e dalla paura di sbagliare, demotivazione ad apprendere che può dipendere dal modo di reagire all'errore commesso.

In tale condizione è indispensabile attuare un'efficace ed adeguata metodologia che sia in grado di valutare l'errore come occasione di crescita e di non far sentire l'alunno l'unico responsabile del proprio insuccesso. Tale metodologia, che va sotto il nome di Cooperative Learning, si avvale di piccoli gruppi di alunni che lavorano vicendevolmente per migliorare il

loro apprendimento. Gli alunni condividono responsabilità, migliorano le relazioni sociali, sviluppano compiti complessi che stimolano al conflitto cognitivo²; sono guidati ma non aiutati a risolvere i problemi affinché imparino studiando e operando nel gruppo. Il conseguimento di tali obiettivi porta al potenziamento di abilità superiori rispetto a quelle proposte dai metodi tradizionali, al miglioramento delle prestazioni dell'alunno con basso rendimento scolastico e al corretto controllo delle relazioni interpersonali. Tale assunto viene conclamato nei Programmi dell'85 della scuola elementare che affermano: "il bambino deve poter sperimentare progressivamente forme di lavoro di gruppo e di vicendevole aiuto e sostegno, anche per prendere chiara coscienza della differenza fra *solidarietà attiva* con il gruppo e *cedimento passivo* alla pressione del gruppo".

² "Lo studente nel tempo costruisce un concetto e se ne fa un'immagine ; questa immagine può essere stata valicata e rinforzata nel corso del suo curriculum scolastico da prove, esperienze ripetute, figure, esercizi risolti ed accettati come dall'insegnante come corretti. Ma può capitare che tale immagine si riveli inadeguata, prima o poi, rispetto ad un'altra dello stesso concetto, per esempio proposta dall'insegnante stesso o da altri, e non attesa, in contrasto cioè con la precedente che lo studente credeva definitiva. Ciò crea un conflitto tra la precedente immagine, che lo studente credeva definitiva, relativamente a quel concetto, e la nuova" (Bruno D'Amore, 2001).

CAPITOLO 1

1. Cooperative Learning

Introduzione (perché il Cooperative learning)

Il nostro è il tempo dei cambiamenti radicali e frenetici, delle continue trasformazioni di gusti, tendenze rapporti, stili di vita e ideologie. Nel giro di pochi decenni l'intero scenario dei saperi e delle abitudini umane si è quasi completamente trasformato al punto da dover considerare la società di oggi come una società in continua transizione che si avviluppa su se stessa e trae da se stessa nuovi spunti, nuove possibilità, che proprio per questo non riesce a darsi più valori saldi e un'identità sicura.

La società, oggi, richiede nuove conoscenze, competenze, responsabilità e identità ed in questo senso la scuola non può soltanto ammodernare l'apparato delle risorse tecniche per le finalità didattiche, ma deve soprattutto accogliere e legittimare tutti gli stili di pensiero e d'azione che sono proprie di ciascun bambino, inteso nella sua unicità. Infatti, il bambino ha bisogno, prima di riacquistare la sua identità, di formarne una e in questo non può riuscire da solo.

Occorre pertanto, in vista dei cambiamenti, reimpiantare il nuovo sistema educativo su basi solide dove l'accesso al sapere teorico e pratico rivesta una posizione di primaria importanza come afferma già da qualche anno il libro "bianco" di J. Delors "insegnare e apprendere verso la società conoscitiva".

Secondo il libro "bianco" la nuova didattica, la nuova educazione e la nuova scuola devono basarsi sui seguenti parametri culturali:

- L'enorme dilatazione delle conoscenze;
- la ricerca della qualità;
- l'esigenza di collaborare, d'interagire democraticamente;

- l'integrazione sociale;
- l'interscambio culturale e l'autonomia;
- la promozione del successo scolastico;
- la lotta come esclusione dei meno favoriti.

e su metodi in grado di allenare le menti e di attivare processi mentali capaci di costruire conoscenze - attraverso l'indagine, la scoperta e il ragionamento - invece di raccoglierle e memorizzarle mediante regole o algoritmi.

Tale richiesta si può accogliere riesaminando la funzione dell'insegnante in termini di facilitatore e guida nella conduzione delle attività didattiche, considerando, dunque, l'apprendimento degli alunni non soltanto "un uso individualistico delle abilità intellettive", ma come "conoscenza costruita socialmente" attraverso gli sforzi di collaborazione degli individui.

"Oggi la quantità d'informazioni disponibili cresce ad un ritmo così elevato che non sembra realistico pensare ad un'intelligenza in grado di poterla gestire da sola" (*Apprendere attraverso la cooperazione dei compagni*, Mario Comoglio "Interventi e studi" *Orientamenti pedagogici* 48 (2001) pag. 28-48).

1.1 Definizione

Il Cooperative learning (apprendimento cooperativo) è un metodo d'insegnamento/apprendimento che si basa sulla *gestione democratica della classe*, centrata su *gruppi di lavoro eterogenei* e sull'uguaglianza delle *opportunità di successo per tutti*.

La condizione essenziale affinché si realizzi è la co-presenza di cinque caratteristiche:

1. LEADERSHIP DISTRIBUITA: non esiste nel gruppo cooperativo un vero e proprio leader che decide per se e per gli

altri, ma tanti membri leader ovvero “tutti i membri del gruppo esercitano le competenze di leadership quando è necessario e appropriato farlo” (D. Dishon, & P. O’Leary (1994). *A guidebook for Cooperative Learning. A technique for creating more effective schools*. Holmes Beach, FL: Learning Publications.pp.4-14);

2. RAGGRUPPAMENTO ETEROGENEO: la qualità dell’interazione di gruppo cambia quando si sceglie di far collaborare persone con diverso livello sociale, diverse competenze e di sesso opposto. La scelta dei gruppi avviene in modo casuale.
3. INTERDIPENDENZA POSITIVA: ogni singolo membro del gruppo si sente responsabile per se stesso e per gli altri poiché il successo di ognuno contribuisce al successo di tutto il gruppo e viceversa;
4. ACQUISIZIONE DELLE COMPETENZE SOCIALI: saper collaborare significa non solo portare avanti e risolvere un compito assegnato, ma saper sostenere un ruolo di guida, comunicare e gestire i conflitti, creare un clima di fiducia e prendere decisioni individuali e di gruppo;
5. AUTONOMIA DI GRUPPO: il gruppo è l’unico responsabile di se stesso poiché deve risolvere le difficoltà che incontra ricorrendo alla partecipazione dei singoli membri che devono aiutarsi a vicenda e collaborare “venendo incontro a coloro che nell’apprendimento si trovano in difficoltà”(Dishon e O’Leary).

Tali caratteristiche contribuiscono - diversamente dalle tradizionali strutture d’apprendimento (individualistiche e competitive) - a migliorare le relazioni sociali, rafforzare l’identità e l’autostima degli studenti, potenziare il rendimento scolastico in relazione alla quantità e alla qualità

delle competenze e a sviluppare i processi cognitivi di ordine superiore ovvero le strategie cognitive indotte dal ragionamento e dalla riflessione collettiva.

Il Cooperative learning cambia il ruolo dell'insegnante e lo pone non più come colui o colei che dirige la didattica, ma lo/a fa diventare coordinatore/trice dei gruppi, mediatore/trice dei conflitti, facilitatore/trice delle attività di gruppo e valutatore/trice dell'apprendimento dello studente e del gruppo in itinere.

Il compito dell'insegnante durante il lavoro di gruppo non è quello di correggere immediatamente gli errori commessi e di trovare le soluzioni ai problemi, ma quello "di guidare la progettazione del lavoro, di organizzare percorsi e di facilitare le esperienze d'apprendimento".

L'insegnante, inoltre, deve essere in grado di svolgere un duplice compito:

- Il primo concernente *l'interazione del gruppo* ove deve saper istituire gruppi eterogenei per sesso, livello sociale, stili comunicativi ecc; essere chiara ed esaustiva sugli obiettivi del compito assegnato al gruppo; saper preparare attività che favoriscano l'apprendimento di gruppo; gestire i conflitti in maniera costruttiva; dimostrare apertura e sicurezza nei confronti di tutti gli studenti; sviluppare le competenze sociali; utilizzare la comunicazione non verbale (contatto oculare e gesti di compiacimento) e sostenere coloro che si sentono inadeguati; dare continue opportunità di autovalutazione, verifica e feedback.
- Il secondo compito riguarda *i risultati finali* ove deve verificare il lavoro compiuto; valutare sia il lavoro individuale sia quello di

gruppo; avviare una discussione collettiva sui risultati conseguiti; dare feedback sui comportamenti messi in atto dai gruppi.

Il vantaggio di tale metodo, oltre a far raggiungere risultati positivi in relazione al rendimento scolastico e agli obiettivi educativi, è anche di tipo didattico poiché l'insegnante (durante il controllo del lavoro di gruppo) può carpire quali bisogni e abilità sviluppare in un secondo momento, programmando man mano apprendimenti più complessi.

Dunque, il *Cooperative learning* “mette in gioco tutte le risorse degli studenti e considera l'insegnante come esperto capace non solo di gestire e organizzare esperienze di apprendimento condotte dagli studenti, ma anche di sviluppare obiettivi educativi di collaborazione, solidarietà, responsabilità e relazione, riconosciuti fondamentali per la realizzazione di esperienze che si connotano come educative”.

2. Modalità d'applicazione del Cooperative learning

Tutti gli studiosi di tale metodo sono d'accordo nel sostenere che:

“1. Gli studenti devono sviluppare la motivazione e devono essere forniti dell'opportunità di aiutarsi l'un l'altro a imparare.

2. Gli studenti devono sviluppare la convinzione e la sensazione che sono loro i responsabili del gruppo e devono rendere conto al gruppo (come anche se stessi) su come fare meglio.

3. Gli studenti devono acquisire le competenze sociali necessarie per un lavoro cooperativo efficace” (cit. in Strother, 1990, p. 158).

Oltre agli elementi basilari sopra elencati esistono differenti approcci al metodo e in particolare si distinguono:

1. Il *Learning Together*, di David T. Johnson.(1975,1984);
2. Lo *Student Team Learning*, di Rober Slavin (1978, 1986);
3. Lo *Structural Approach*, di Spencer Kagan e Miguel Kagan (1992, 1994);
4. Il *Group Investigation* ,di Yael Sharan e Shlomo Sharan (1976, 1994);
5. La *Complex Instruction*, di Elizabeth Cohen (1986, 1994).

1.1 Il Learning Together

Il modello si presenta in diverse forme: gruppi formali, informali, di base del cooperative learning. Ogni forma di learning together è organizzata e condotta secondo cinque principi:

1. interdipendenza positiva;
2. interazione promozionale faccia a faccia;
3. responsabilità individuale;

4. competenze sociali di lavoro di gruppo;
5. revisione dei risultati ottenuti e del lavoro svolto.

I gruppi formali vengono utilizzati per affrontare compiti complessi e di lunga durata, come la realizzazione di un progetto a lungo termine o la preparazione di una lezione; *i gruppi informali* sono strutture di Cooperative learning temporanee, utili per qualche scopo immediato e speciale, in genere di supporto alla lezione o spiegazione dell'insegnante. Possono collocarsi prima, durante o alla fine della spiegazione"¹ (M. Comoglio – M. Cardoso, *Insegnare e apprendere in gruppo*, 2000 Las Roma pag.226); *i gruppi base* sono strutture di apprendimento cooperativo stabili, formati da gruppi eterogenei e d'interclasse nei quali gli studenti hanno la possibilità di incontrarsi spesso per aiutarsi, discutere di problemi scolastici, prepararsi per delle prove ecc...

1.2.2 Lo Student Team Learning (STAD)

I principi fondamentali dello STAD sono tre: la ricompensa di gruppo, la responsabilità individuale e l'uguale opportunità di successo.

E' una struttura particolarmente indicata per sensibilizzare l'educazione prosociale e può essere applicata a qualsiasi disciplina (matematica, lingua, geografia, storia ecc..) a condizione che si preparino delle prove finali.

Le fasi che caratterizzano lo STAD sono cinque: la presentazione dei contenuti, la formazione dei gruppi, le prove di valutazione, il giudizio di miglioramento individuale e il riconoscimento al gruppo.

All'interno di tale modalità si collocano cinque tecniche di cooperazione:

1. lo *Student Teams Achievement Divisions* (STAD);
2. il *Teams-Games-Tournament* (TGT);

¹ M. Comoglio – M. Cardoso, *Insegnare e apprendere in gruppo*, 2000 Las Roma pag.226

3. il *Jigsaw II*;
4. il *Team Assisted Individualization* (TAI);
5. il *Cooperative Integrated Reading and Composition* (CIRC).

Tali tecniche hanno in comune: “alcune volte contenuti da apprendere che richiedono una presentazione da parte dell’insegnante, altre volte solo materiali per il lavoro individuale e di gruppo; la cooperazione attraverso gruppi eterogenei (unica eccezione potrebbe essere in parte il CIRC); prove di valutazione individuali e un riconoscimento pubblico dei punteggi individuali e di gruppo conseguiti”².

Ogni tecnica poi si distingue in relazione a particolari peculiarità che non verranno qui elencate perché si è esaminata un’altra modalità. (prof. Devo spiegare ciascuna tecnica?)

1.2.3 Lo Structural Approach

Le componenti principali dello Structural Approach sono quattro:

- ⇒ *l’elemento* riferibile a un’azione ove il soggetto e/o il destinatario può essere il gruppo, l’insegnante, uno studente, la classe;
- ⇒ *la struttura* costituita da una sequenza di elementi funzionale a qualche obiettivo;
- ⇒ *l’attività* come struttura applicata a obiettivi e contenuti cognitivi;
- ⇒ *la progettazione della lezione* costituita dalle attività.

Kagan & Kagan affermano che i gruppi cooperativi dovrebbero assomigliare ad una squadra per la forte identità positiva che essa costituisce e che dovrebbe essere formata da non più di quattro membri.

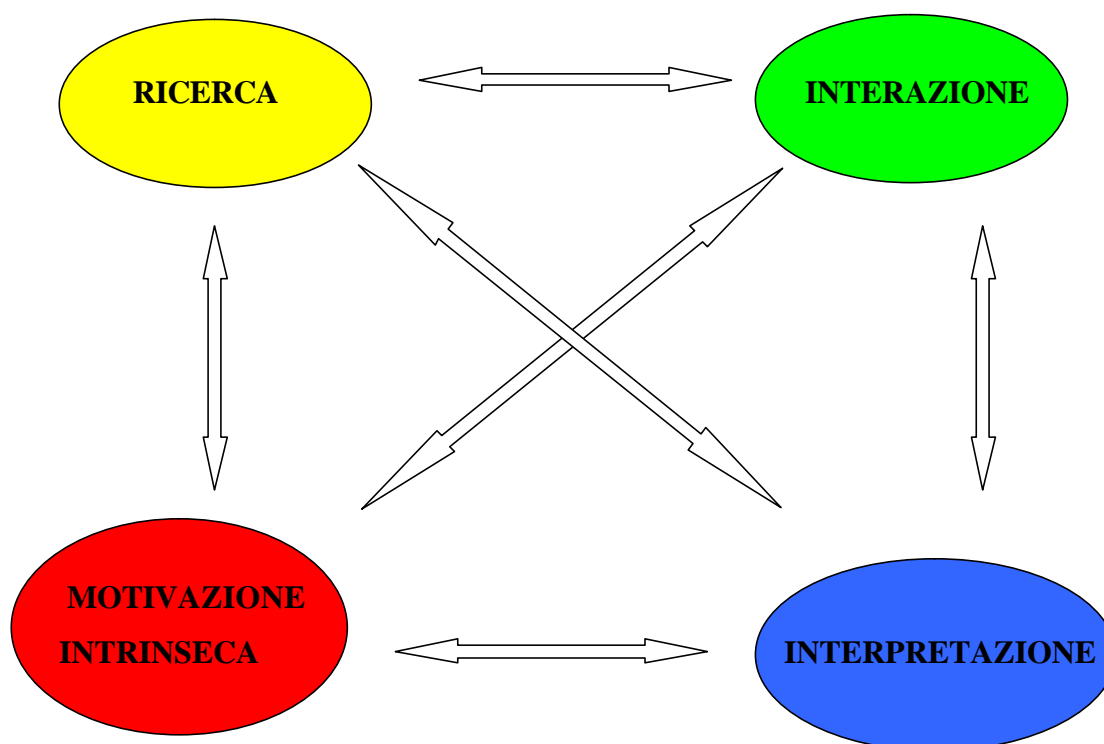
² idem pag. 264

E' importante creare un contesto di collaborazione ove vi sia qualità dei rapporti tra le persone che lavorano insieme poiché ciò influenza i risultati, il tipo d'apprendimento e l'identità di gruppo.

L'insegnante deve saper preparare i materiali e il contesto in base alle attività e richiamare, al momento opportuno, l'attenzione degli studenti su di sé.

1.2.4 Il Group Investigation

Questa modalità è svolta da Yael Sarah e Shlomo Sharan in Israele; gli aspetti fondamentali che s'intrecciano sono:



Il Group Investigation (investigazione di gruppo) assume come avvio dell'attività d'apprendimento il metodo della *ricerca* che diventa contesto di collaborazione e guida dell'interazione, della motivazione intrinseca e

delle valutazioni. Tale modalità, dunque, “spinge gli studenti, a partire da interrogativi su problemi che suscitano interesse, alla pianificazione delle attività da svolgere, alla ricerca delle fonti e degli scopi, al confronto e alla discussione delle informazioni, alla presentazione dei risultati”¹.

La ricerca spinge i soggetti a collaborare sugli interrogativi, sulle strategie e sui risultati e per fare ciò le *competenze interazionali* che l’insegnante deve saper sviluppare sono:

- ❖ “creare un clima e un ambiente comunicativo;
- ❖ sviluppare le competenze comunicative degli studenti;
- ❖ aiutare gli studenti a riflettere sull’attività svolta in gruppo;
- ❖ preparare le attività che facilitano l’apprendimento interattivo;
- ❖ formare i gruppi secondo le caratteristiche individuali degli studenti, dei compiti da svolgere e il periodo durante il quale i membri dovranno lavorare insieme”².

Elemento fondamentale del processo d’apprendimento è la *motivazione intrinseca* che mira all’interesse e alla soddisfazione di un bisogno interno e fornisce gli aiuti per l’impegno, la durata, il coinvolgimento nelle attività.

Infine *l’interpretazione dei risultati* – mediante il confronto, la discussione e la negoziazione - è necessaria al fine di rendere significativo lo scopo della ricerca.

Per Sharan & Sharan sono sei le fasi del Group Investigation: a) la classe si organizza in gruppi di ricerca sull’interesse per un argomento-parte; b) gli studenti collaborano nel pianificare come portare avanti un progetto globale di classe; c) gli studenti applicano i loro piani; d) gli studenti pianificano la loro presentazione; e) i gruppi presentano i risultati della loro

¹ idem pag. 35

² idem pag. 36

ricerca al resto della classe; f) presentazioni e apprendimento individuale vengono valutati in collaborazione tra insegnanti e studenti.

3. La Complex Instruction

La Complex Instruction è una modalità di Cooperative learning approfondita da Elizabeth G. Cohen, docente di Educazione e Sociologia alla School of Education della Stanford University in California.

Tale modalità, fondata sullo sviluppo delle abilità multiple, dà molta rilevanza ai processi sociologici, all'uguaglianza delle opportunità educative, alle dinamiche d'appartenenza di status e alle conseguenze che ne derivano quando esse influenzano sia la vita scolastica dei singoli alunni sia quella del gruppo-classe.

La Cohen afferma che "l'uguaglianza educativa sia non soltanto un fine, ma un anche un mezzo, in altre parole una condizione essenziale perché si realizzino livelli d'apprendimento più elevati" (R.G Romano. *Il gioco come tecnica pedagogica di animazione*, 2000 Lecce Pensa Multimedia Editore).

La Complex Instruction parte dalla constatazione che la formazione dei piccoli gruppi favorisca i migliori, anche se esiste l'intenzione da parte dei membri di aiutare i più deboli, poiché i soggetti con elevato status d'appartenenza tendono ad emergere e ad avere una forte influenza sul gruppo anche se realmente non posseggono quelle competenze che i compagni e/o insegnante attribuiscono loro (autoprofezia che si autoavvera¹).

La caratteristica di status è "una categorizzazione sociale in cui ognuno si sente più a suo agio se occupa una posizione elevata nella condizione sociale piuttosto che una posizione inferiore" (Cohen, 1994, pag. 48).

¹ "Gli alunni che già detengono uno status più elevato continuano a godere di una condizione privilegiata derivante dalle interazioni positive all'interno del gruppo. Quelli che hanno uno status basso continuano a conservare la stessa posizione nella gerarchia" (E. Cohen, 1999, pag. 53).

Lo status si riferisce alla razza, al sesso, al reddito economico, alla zona in cui si abita (*status sociale*), ma anche alle doti intellettive, alla capacità di memoria, all'abilità di lettura ecc..*(status di esperto)* e al fascino, alla popolarità, alle abilità sportive ecc..*(status tra i pari)*.

Tale caratteristica è importante, finché non incide pesantemente sul gruppo, poiché permette ai singoli membri di avvalersi delle differenze degli altri come fonte di risorsa per elevare il loro livello d'apprendimento.

L'eterogeneità, infatti, non costituisce uno svantaggio ma diventa occasione di crescita sia a livello cognitivo sia sociale.

La Complex Instruction indica le strategie da seguire affinché sia data a tutti i membri di un gruppo la stessa opportunità di esprimersi e di apprendere e lo fa suggerendo cinque fasi:

a) Correggere i pregiudizi sulle abilità sia degli studenti sia dell'insegnante

In questa fase è importante non restringere il numero di abilità che possono essere rilevanti nell'eseguire un compito scolastico poiché ridurle significherebbe attribuire ai soggetti la capacità di possedere tutte le abilità o di essere incompetenti e privi di doti.

Ampliare il quadro delle abilità significherà dare la possibilità a tutti i membri di un gruppo di collaborare in modo che ognuno si serva delle abilità dell'altro per elevare il livello d'apprendimento.

b) Educare gli studenti all'interazione e alle specifiche competenze secondo il compito richiesto

La Coehn afferma:

“È un grande errore quello di dare per scontato che i giovani (o gli adulti) sappiano come lavorare insieme in modo costruttivo e realmente cooperativo” (pag. 59).

La preparazione dei gruppi, dunque, è essenziale ed è la prima cosa da fare quando si vengono a creare situazioni che richiedono collaborazione.

Per abilitare alla cooperazione si devono insegnare agli alunni norme o regole sui comportamenti da attuare e dopo averli fatti interiorizzare, cercare di farli rispettare all'interno del gruppo.

Il modo migliore per costruire tali norme e abilità è di far sperimentare agli alunni situazioni concrete di vera collaborazione attraverso giochi di gruppo.

I giochi più utilizzati a tale scopo sono:

- I cerchi rotti (Graves e Graves, 1985)
- Il puzzle (Cohen, 1999)
- Il maestro disegnatore (Cohen, 1999)
- Indovina la mia regola (Rosenholtz, 1977)
- La logica dell'arcobaleno (Stenmark, Thompson e Cossey, 1987)
- Il razzo a quattro stadi (Epstein, 1972)
- Il naufragio (Jay Hall, 1971)

Decidere di far collaborare un gruppo in relazione ad un determinato compito significa saper progettare specifici comportamenti.

Si progetteranno, infatti, comportamenti differenti a seconda se si vorranno attuare “centri d'apprendimento” o “gruppi di discussione”; nei primi l'insegnante preparerà dei compiti diversi per ogni gruppo (esperimenti di scienze, compiti di matematica ecc..) e stimolerà gli alunni a porsi delle domande reciproche, ad aiutarsi a dare una spiegazione di ciò che apprendono, invece di dare solo risposte esatte e a prendere decisioni; nei secondi dovrà stimolare gli alunni nel raggiungere consensi e/o prendere decisioni su un determinato argomento, i comportamenti richiesti

corrispondono alla capacità di ascoltare gli altri in modo che ognuno contribuisca ma non domini il gruppo, di chiedere opinioni, di esporre, le proprie idee, di essere concisi e di riflettere su ciò che è stato detto e infine di raggiungere un accordo.

Nel momento in cui s'intenderà formare gli alunni a determinati comportamenti e regole, probabilmente la norma principale da insegnare sarà l'equa partecipazione poiché questa permette di eliminare o ridurre i problemi di dominanza e di mancate pari opportunità.

Per prevenire la tendenza al dominio Morris (1977) ha presentato delle norme di comportamento cooperativo di soluzione dei problemi:

1. esprimi le tue idee
2. ascolta gli altri, dà a tutti l'opportunità di parlare
3. chiedi agli altri le proprie idee
4. motiva le tue idee e discuti molte idee diverse(Morris, 1977, pag. 63)

Lo scopo di Morris è quello di far comprendere agli alunni che nel risolvere i problemi il gruppo riesce meglio dei singoli individui; per insegnare ai gruppi tale norma egli ha proposto un difficile problema di sopravvivenza da risolvere ovvero il gioco del "Naufragio"³ di Jay Hall (1971).

Tale gioco serve a placare quei membri del gruppo che vogliono emergere sulla conversazione e non ascoltare abbastanza le idee degli altri.

Il ruolo dell'insegnante in questa fase è di stimolare il gruppo a riflettere sulle caratteristiche più rilevanti di ciò che si è verificato durante il lavoro e di comprendere il valore dell'esperienza vissuta in relazione al lavoro di gruppo da affrontare in futuro.

³ Vedi progetto dell'intervento cooperativo pag. 31

c) *Organizzare compiti complessi*

Questa è la fase della programmazione delle attività che i gruppi dovranno svolgere.

L'insegnante, per dare a tutti uguali opportunità di apprendere e di collaborare al lavoro di gruppo, deve saper preparare compiti complessi che richiedano il coinvolgimento di abilità multiple e stimolino alla discussione.

Sono due i tipi d'apprendimento che si possono predisporre come obiettivo nell'assegnare il lavoro di gruppo:

- *Apprendimento di routine* che mira alla soluzione di problemi con una sola risposta esatta (ripassare una lezione, rievocare fatti, capire la spiegazione dell'insegnante ecc);
- *apprendimento di concetti* che richiede abilità cognitive di ordine superiore, la soluzione creativa dei problemi (sviluppare ipotesi, progettare un esperimento, inventare la soluzione a un problema che non si basa su una risposta esatta ecc..) e abilità multiple (Cohen pag. 84)

Nel momento in cui si assegnerà un apprendimento di routine si stabilirà un'interazione di gruppo basata su reciproco aiuto; quando si assegnerà un apprendimento concettuale l'interazione, che dovrà essere più elaborata e meno limitata, si baserà sull'equo scambio e sul contributo di ogni membro del gruppo, sulla conversazione a più alto livello ove si analizzeranno strategie, deduzioni e ragionamenti.

Qualsiasi modello di lavoro di gruppo deciderà di attuare l'insegnante un problema da risolvere sarà quello di far comprendere agli alunni l'importanza della responsabilità individuale e di gruppo.

La responsabilità permette al gruppo di essere veramente efficace poiché ognuno si sente responsabile del proprio lavoro e di quello altrui.

Per risolvere questo problema l'insegnante potrebbe assegnare a ciascun membro un compito individuale in cui ognuno apporti il proprio contributo personale e nello stesso tempo chiedere al gruppo di mostrare un prodotto che sia frutto dello scambio d'idee dei singoli membri.

Dopo aver stabilito l'obiettivo da far conseguire e l'interazione da sviluppare si dovrà preparare la lezione introduttiva, le istruzioni scritte, la dimensione e la composizione del gruppo, la conclusione, la verifica e la valutazione.

Predisporre la *lezione introduttiva* è utile al fine di presentare i concetti principali di un argomento, i materiali di lavoro, i ruoli e le norme cooperative; di affrontare i problemi causati dallo status d'appartenenza; di esaminare le abilità richieste dalle attività.

Le *istruzioni scritte* permettono ai gruppi di avere un riferimento sempre presente delle attività che devono svolgere; esse devono essere chiare e non fornire troppi dettagli perché è come se si dessero indicazioni su come svolgere un compito passo dopo passo e influirebbe molto sulla discussione di gruppo ovvero gli alunni non avrebbero nulla da discutere.

L'insegnante deve essere in grado di dare risposte non esaustive alle richieste d'aiuto manifestate dal gruppo e di incoraggiare a risolvere qualche problema fornendo loro domande stimolanti che li inducano a discutere, a sperimentare e a scoprire.

Tale competenza diventerà più complicata se il numero dei membri del gruppo, i tempi e gli spazi per gli incontri aumenteranno; quindi è molto importante che l'insegnante *formi dei gruppi* non numerosi poiché il pericolo è quello d'incorrere all'esclusione di alcuni membri dall'interazione del gruppo.

La *dimensione* ottimale del gruppo, per portare avanti delle attività complesse, è quella di quattro o cinque membri con diversi livelli di abilità,

diverso status, sesso ecc.. I gruppi eterogenei sono fondamentali poiché ogni membro ha l'opportunità di sfruttare le risorse dell'altro per elevare il proprio apprendimento e per sviluppare le abilità sociali specifiche.

Il momento della *conclusione* del lavoro è forse la più importante fase di progettazione poiché rappresenta il collegamento tra le azioni compiute da tutti i membri del gruppo per portare a termine le attività e ciò che si è imparato dell'esperienza vissuta.

Questa fase include la presentazione dei lavori dei vari gruppi al fine di confrontare idee, discutere su di esse e arrivare ad una conclusione significativa; i gruppi a turno vengono incoraggiati a presentare i lavori e a chiedere informazioni sui lavori svolti dagli altri gruppi.

Pianificare *la verifica e la valutazione* significa non penalizzare o evidenziare le lacune d'apprendimento degli alunni, ma dare loro feedback positivi sul modo in cui hanno svolto il compito o su come si sono comportati.

L'insegnante deve essere in grado di valutare anche se in maniera differente sia le prestazioni dei singoli alunni sia il prodotto di gruppo; nel primo caso non bisogna mai dare voti né valutare gli alunni sul contributo individuale che danno al prodotto di gruppo, ma far scoprire loro se stanno andando nella direzione giusta nel risolvere i problemi e in quale modo possono migliorare il proprio prodotto; nel secondo caso è necessario valutare durante e dopo il lavoro di gruppo in modo da rinforzare i comportamenti e i processi attuati, ed essere chiari e specifici su quello che porta il gruppo al successo e/o al fallimento quindi su cosa si potrebbe migliorare

d) Attribuire a ciascuno studente un ruolo da svolgere

Secondo la Coehn, la preparazione dei ruoli di lavoro ha un duplice compito quello di ridurre il problema del dominio da parte di un membro o della mancata partecipazione.

Solitamente l'insegnante che decide di formare dei gruppi d'apprendimento designa un leader stabilendone diritti e doveri in relazione al gruppo; ciò può comportare dei problemi poiché la delega d'autorità ad una sola persona limita la partecipazione e riduce lo scambio fra i membri.

L'assegnazione dei ruoli, dunque, riduce il potere decisionale del leader da cui tutti i membri dipendono e aumenta l'efficienza del gruppo poiché ciascun membro ha l'incarico di seguire il processo del gruppo.

I ruoli sono delle funzioni ben definite che permettono l'attuazione di comportamenti specifici che non si riferiscono al compito descritto nelle istruzioni scritte, ma "a come va fatto il lavoro, al processo di cooperazione" (Cohen, 1999).

La preparazione e l'assegnazione dei ruoli non esclude, però, la partecipazione di ogni membro alla discussione del compito, alla realizzazione del prodotto sia individuale che di gruppo; ciò è soltanto un modo da parte dell'insegnante per delegare l'autorità agli alunni ovvero fa svolgere loro funzioni di gestione, organizzazione e mediazione (mettere in ordine il materiale di lavoro, assicurare buone relazioni interpersonali, sintetizzare ciò che l'intera classe ha appreso, far durare l'attenzione del gruppo ecc..).


Secondo la Cohen l'assegnazione dei ruoli è efficace se:


- si rende pubblica l'assegnazione del ruolo a un determinato membro del gruppo ovvero si deve far sapere a tutti quale autorità si è dato a ciascun membro;


- si esplicitano le funzioni che ciascun membro deve attuare per assumere un determinato ruolo;
- si controlla che tutti i membri sappiano cosa deve fare chi ricopre quel ruolo.


Per facilitare la comprensione delle funzioni di ogni ruolo è possibile scrivere su un cartellone i modi di agire previsti per ciascuno di loro; tale pubblicità e chiarezza ha lo scopo di far capire ai membri che ad es. *il facilitatore* si comporta in un determinato modo perché tale comportamento fa parte del ruolo che detiene.


La Cohen individua sei ruoli che gli alunni potrebbero assumere durante il lavoro di gruppo e sostiene l'importanza e la presenza del ruolo di facilitatore:

Facilitatore  “assicura che ognuno riceva l'aiuto necessario per affrontare il compito; ha la responsabilità di trovare risposte alle domande all'interno del gruppo; l'insegnante viene da lui interpellato solo se nessuno nel gruppo è in grado di dare aiuto;


Controllore  si accerta che tutti abbiano completato la propria scheda di lavoro, rispondendo a tutte le domande;

Addetto ai materiali  ha la responsabilità di disporre tutti i materiali nel centro d'apprendimento, i materiali sono depositati in modo che ogni bambino vi possa accedere facilmente; alcune immagini aiutano indicando agli alunni quali materiali saranno necessari e dove verranno riposti;

Addetto al riordino  ha la responsabilità di riporre i materiali come si deve e mettere a posto i tavoli;

Ufficiale per la sicurezza  durante attività che comportano l'uso di fonti di calore o di strumenti da taglio, ha la responsabilità di

supervisionare gli altri e notificare all'adulto presente le situazioni pericolose;

Relatore  ha la responsabilità di riferire cos'ha scoperto il gruppo durante la fase conclusiva" (Cohen, 1999).

L'assegnazione dei ruoli prevede un periodo di prova ovvero l'insegnante prepara gli alunni a sperimentare i comportamenti che ogni ruolo richiede. La Cohen enfatizza il ruolo del facilitatore poiché le sue ricerche dimostrano che esso fa aumentare la frequenza della produzione verbale e la collaborazione nel gruppo; inoltre, il vantaggio di tale ruolo è di stimolare gli alunni- appartenenti a qualsiasi status sociale- alla responsabilità di guidare il gruppo e all'autostima positiva.

Uno dei ruoli più difficili da mettere in atto, specialmente per alunni più giovani, è quello di *relatore* poiché esso richiede competenze di vario tipo quali prendere appunti per il gruppo, aiutare i singoli membri a completare le loro relazioni, discutere con il gruppo su come si dovrà presentare il prodotto, agire come punto di riferimento, sostegno per gli altri, incoraggiare il gruppo a riflettere e discutere ecc...

Lo sviluppo di tale ruolo permette di raggiungere un'ottima qualità d'interazione all'interno del gruppo e un elevato livello d'apprendimento.

e) Valutare il lavoro di gruppo per poterlo migliorare

Per verificare l'interazione tra i membri del gruppo, la Cohen indica una *guida per l'osservatore esterno*³: nel momento in cui gli alunni iniziano a lavorare l'osservatore si può muovere in aula guardando e ascoltando e fermarsi cinque minuti per ogni gruppo prendendo appunti in relazione alle domande rivolte.

³ Vedi pag 146-147 Cohen, 1999

“L’osservatore deve stare abbastanza vicino al gruppo senza che gli alunni se ne rendano conto” (Cohen, 1999) in modo da lasciarli liberi d’interagire e di parlare spontaneamente senza condizionarli per la sua presenza.

* La Cohen suggerisce due strumenti di valutazione del lavoro di gruppo:

- Il *questionario*, rivolto agli alunni, mira a rilevare il successo/insuccesso delle abilità cognitive e delle competenze cooperative ed esamina sia i risultati dei singoli membri sia quelli del gruppo;
- la *registrazione*, da parte di un osservatore esterno, è una scheda compilata in base alla guida per il docente osservatore che raffigura la disposizione dei vari gruppi nell’aula e rappresenta ogni alunno nel proprio gruppo con un rettangolo ove verrà contrassegnato con una barretta ogni suo intervento verbale.

Il calcolo della registrazione avviene confrontando il numero medio d’interventi verbali degli alunni presi in esame in relazione al numero medio degli interventi verbali degli altri membri del loro gruppo. In seguito si confrontano le cifre relative agli alunni presi in esame rispetto alla cifra media relativa al gruppo.

Tale metodo permette di vedere a colpo d’occhio quale alunno domina il proprio gruppo e ha il vantaggio di essere uno strumento oggettivo anche se porta a limitate conclusioni; il questionario, invece, permette di analizzare i risultati in modo molto soggettivo, ma riesce a cogliere molte più informazioni.

4. Il ruolo dell'insegnante

Nelle classi tradizionali l'insegnante detiene l'autorità: è il supervisore diretto degli studenti, il responsabile dell'esecuzione del loro lavoro e colui/ei che interviene immediatamente nel caso in cui gli alunni hanno bisogno di indicazioni, assistenza, sostegno, verifiche e voti.

Il lavoro di gruppo trasforma completamente il ruolo dell'insegnante che diventa "ingegnere" educativo in grado di condurre la progettazione, l'organizzazione, la mediazione delle esperienze d'apprendimento.

L'insegnante svolge un ruolo ad un livello più elevato, con molte responsabilità poiché ha il dovere di seguire gli alunni senza far notare loro la sua presenza, di porre domande chiave per stimolare i gruppi ad un apprendimento basato su concetti, di rinforzare e sviluppare i comportamenti cooperativi, d'intervenire quando il gruppo è in grave difficoltà (conflitti, poca chiarezza in relazione al compito, mancata condivisione dei materiali ecc.).

"Ogni volta che il lavoro di gruppo è avviato, e i gruppi stanno lavorando e parlando insieme usando le istruzioni che l'insegnante ha predisposto, allora l'autorità è stata delegata" (Cohen, 1999).

L'autorità, dunque, è delegata al gruppo che si autoregola, si autogestisce e si autovaluta: sono gli alunni che si richiamano a vicenda per svolgere nel migliore modo possibile il compito assegnato e rispondono alle domande poste dagli altri membri del gruppo.

Al fine di far prendere piena coscienza agli alunni di tale autorità e di rendere il gruppo davvero efficace l'insegnante deve saper: motivare il lavoro, essere chiara in relazione ai comportamenti da attuare, far capire agli alunni che la responsabilità individuale e di gruppo è un requisito indispensabile per far funzionare il lavoro di gruppo.

CAPITOLO 2

1. Motivazione del lavoro sperimentale

La scelta di operare con le figure geometriche piane scaturisce dalla riflessione sul modo in cui esse vengono insegnate e studiate nella scuola elementare.

La prima esperienza che i bambini fanno con gli oggetti sono quelle di astrarre inconsapevolmente idee geometriche di forme, dimensioni e spazio, nel momento in cui entrano a scuola e sono messi di fronte a regole, proprietà e i muri si distaccano da quello che per loro è stato naturale apprendere perché entrano in gioco i simboli, i codici i quali se non esperiti e compresi mediante costruzioni di concetti, risultano incomprensibili. Inoltre considerando il concetto di superficie piana difficile da assimilare e il concetto d'equiestensione difficile da comprendere, mi sono proposta di sperimentare concretamente il concetto di equiscomponibilità, ovvero la scomposizione e la composizione di figure geometriche piane aventi diversa forma ma uguale estensione, affinché gli alunni si rendessero conto realmente delle caratteristiche e delle proprietà di ogni figura e delle diverse modalità di scomposizione che possono essere pensate, discusse, cancellate e modificate.

In tal senso risulta interessante introdurre un tipo di metodo che sia in grado di sviluppare livelli superiori di ragionamento, capacità di pensiero produttivo, divergente e critico attraverso un'efficace concertazione di idee, di concetti, di soluzioni che soltanto l'apprendimento di gruppo può sostenere e vantare. Affinché tutto questo accada è fondamentale garantire a tutti gli alunni pari opportunità educative mediante l'equoscambio e la partecipazione di tutti al lavoro di gruppo cercando di attenuare e diminuire

le caratteristiche di status sociale che hanno molta influenza sul contesto classe.

La modalità di Cooperative Learning che permette questo tipo d'intervento è la Complex Instruction di Elizabeth Cohen. Tale metodo “parte dalla constatazione che la formazione del piccolo gruppo favorisce i migliori e indica le strategie da perseguire affinché sia data a tutti i membri di un gruppo la stessa opportunità di esprimersi e di apprendere. Gli elementi essenziali che suggerisce sono: correggere i pregiudizi sulle abilità, educare gli studenti all'interazione e alle specifiche competenze secondo il compito richiesto, organizzare compiti complessi, attribuire a ciascuno un ruolo da svolgere, valutare il lavoro di gruppo per poterlo migliorare”. (Comoglio – Cardoso, 2000)

2. Analisi storico-epistemologica

La teoria di equiestensione la troviamo inizialmente negli “Elementi di Euclide”. Questa teoria viene sviluppata da Euclide nel 300 a. c a partire dal concetto di estensione considerato come primitivo e caratterizzato da una serie di postulati.

Nel 1833 Gerwien dimostrò che due poligoni piani di uguale area sono scomponibili in un numero finito di parti poligonali a due a due uguali.

Nel 1866 Duhamel servendosi di quanto dimostrato da Gerwien osservò che la teoria di equivalenza per i poligoni piani poteva essere costruita a partire (edificata) dall'equicomponibilità dei poligoni. Egli, limitando la sua indagine allo studio di figure piane a lati e rettilinei enunciò la seguente definizione: **due poligoni piani si dicono equivalenti se è possibile scomporli in egual numero di poligoni a due a due congruenti.**

Duhamel, fondandosi soltanto sulla nozione di equivalenza per somma, fu in grado di dimostrare tutta la parte diretta della teoria delle equivalenze fra poligoni già sviluppata da Euclide nei libri 1° e 2°.

Lo sviluppo della teoria dell'equivalenza per somma tra poligoni abbozzata da Duhamel fu svolta per intero da Foifofer nei suoi "Elementi di geometria" (1880).

Successivamente il matematico De Zolt osservò che la parte inversa della teoria di Duhamel non era esente da critiche poiché essa faceva ricorso ad una proposizione che mancava nei postulati della trattazione Euclidea. Tale proposizione oggi è nota come postulato di De Zolt: **se un poligono è diviso in parti uguali in un modo qualunque non è possibile, trascurando alcune di esse, disporre dei rimanenti in modo da coprire interamente il poligono dato.**

De Zolt stesso ne propose una dimostrazione la quale però risultò errata. Finalmente dopo altri tentativi e lunghe discussioni Schur nel 1892 diede una sistemazione ineccepibile della teoria dell'equivalenza basandosi sul postulato di De Zolt. Ne seguirono numerose altre, alcune di esse differiscono di poco, notevoli sono quelle di Veronese (1891) e Hilbert (1903).

In particolare l'italiano Veronese (1854/1917) parte dalla definizione dell'equivalenza come equicomponibilità e poi si serve della trasformazione di un triangolo in un altro equivalente di data altezza introducendo il concetto di segmento associato ad un triangolo.

Hilbert nei suoi "Grundlager der Geometrie" (1903, 3° edizione) basandosi su studi precedenti svolge considerazioni critiche molto importanti per caratterizzare la profonda discrepanza che sussiste tra l'equivalenza per somma e quella per differenza.

3. Comparazione testi

Per una riflessione epistemologica sul concetto di equiscomponibilità si è proceduto ad una revisione di concetti e ad un confronto di definizioni secondo due testi di liceo scientifico e due d'istituto magistrale per evidenziarne il tipo di studio.

La scelta di comparare testi di scuola superiore è scaturita dalla necessità di ovviare a false interpretazioni riguardo il concetto preso in esame e di avere una chiara visione dei concetti che ne stanno alla base.

In riferimento agli ultimi tre testi si nota come esse partano dall'idea comune di movimento rigido per spiegare l'equiestensione di figure piane e poi definire il concetto di equiscomponibilità.

<p>Nicosia - Cordova (11989), “Geometria” Società Editrice Internazionale – Torino</p>	<p>Cateni – fortini – Bernardi (1993), “<i>Il nuovo pensiero geometrico</i>” Le Monnier – Firenze</p>
<p><i>Def.</i> Due superfici piane si dicono equiestese o equivalenti quando hanno uguale estensione.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Il testo non definisce il concetto di superficie, ma quello di figura piana. <p><i>Def.</i> Una figura si dice piana quando tutti i suoi punti appartengono allo stesso piano.</p> <p><i>Def.</i> Una figura è un insieme qualsiasi non vuoto di punti</p> <p><i>Def.</i> Un insieme qualsiasi (non vuoto) di punti prende il nome di figura geometrica.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Il punto, la retta e il piano sono concetti primitivi. • Il concetto di estensione è ricavato dal testo in modo empirico e mediante composizione e scomposizione di figure uguali. <p><i>Def.</i> Due figure si dicono uguali o identiche se sono la stessa figura.</p>	<p><i>Def.</i> Due superfici avente uguale estensione di dicono equivalenti.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Il concetto di superficie è ricavato mediante considerazioni di carattere intuitivo, cioè paragonando la superficie ad un pezzo di stoffa. • Il concetto di estensione di una superficie è ricavato con esempi di carattere intuitivo. • Il testo ricava la definizione di equivalenza solo per i poligoni. <p><i>Def.</i> Due poligoni si dicono equivalenti quando sono equiscomponibili.</p> <p><i>Def.</i> Due poligoni si dicono equiscomponibili quando possono essere divisi in uno stesso numero di poligoni rispettivamente uguali.</p> <p><i>Def.</i> Diremo uguali (o congruenti) due figure quando, con un movimento, è possibile portare una di esse a coincidere punto per punto con l'altra.</p> <ul style="list-style-type: none"> • L'idea di movimento (rigido) viene introdotta come concetto primitivo. Le figure geometriche vanno pensate come corpi rigidi che possono

essere sottoposte a movimenti che li trasferiscono da una zona ad un'altra del piano o dello spazio.

- Il testo non spiega il concetto di spazio, ma lo rimanda al 16° capitolo del libro successivo a questo.
- Il testo non definisce il concetto di poligono, ma quello di **poligono convesso**.

Def. Si dice poligono convesso ABCD la figura “**intersezione**” dei **semipiani** S', S'', S'''

- Il testo non spiega cosa intende per poligono convesso.

Def. Si chiama **intersezione** di due figure A e B l'insieme formato dai soli punti che appartengono tanto ad A quanto a B. (L'intersezione di due figure A e B è anch'essa una figura).

Il testo afferma che:

- In matematica si usa il vocabolo “insieme” per indicare un qualunque raggruppamento di enti comunque scelti.
- Gli enti che, nel loro complesso, formano un insieme si dicono elementi di quell'insieme.
- L'insieme è un concetto primitivo.

Def. Si dice **semipiano** di origine r ciascuno dei due insiemi di punti

$\pi' = p' \cup r$ e $\pi'' = p'' \cup r$. (Due semipiani distinti, di comune origine, come π' e π'' , si dicono opposti). Con riferimento al precedente postulato.

P Ogni retta r suddivide il piano π in tre sottoinsiemi disgiunti: r , p' , p'' . I sottoinsiemi p' e p'' sono tali che un **segmento** AB i cui estremi appartengono entrambi a p' (o entrambi a p'') non ha alcun punto in comune con r , mentre un segmento CD i cui estremi appartengono l'uno a p' e l'altro a p'' ha un punto in comune con r .

Def. Si dice che A è **sottoinsieme** di B allorché ogni elemento di A è anche elemento di B (potendo, invece, gli elementi di B sia appartenere che non appartenere ad A).

Def. Dati due distinti punti A e B di una retta r , si dice **segmento** AB o, semplicemente, AB il sottoinsieme di r costituito da A , da B e dai punti compresi fra A e B (punti estremi).

- Il testo assume come primitivi i concetti di punto, retta e piano.

<p>Fraschini – Grazi (2000), “<i>Geometria</i>” Istituto italiano Edizioni Atlas – Bergamo</p>	<p>Melzi – Tonolini (1986), “<i>Corso di geometria</i>” Minerva Italica Editore - Bergamo</p>
<p>Def. Due figure A e B sono equicomposte se sono scomponibili in parte a due a due congruenti.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo non definisce la figura come tale , ma come “figura geometrica”. <p>Def. Si dice figura geometrica un qualunque sottoinsieme dello spazio, quindi un qualunque insieme di punti.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo definisce lo spazio come l’insieme di tutti i punti, ma non definisce i concetti di insieme e sottoinsieme. ▪ Il testo suppone dare come primitivi i concetti di punto, retta e piano. <p>Def. Chiameremo equiestesi o anche equivalenti due figure A e B che hanno la stessa estensione.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo intende per estensione la caratteristica che hanno i poligoni di occupare parti di piano. <p>Def. Si chiama poligono la figura formata da una poligonale e dalla</p>	<p>Def. Due superfici A e B che abbiano la stessa estensione si dicono equivalenti.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo suppone dare come primitivi i concetti di superficie piana e quello di estensione. ▪ Il testo tratta l’equivalenza dei poligoni in altro paragrafo. <p>Def. Se due poligoni sono scomponibili in parti a due a due uguali (equiscomponibili) per gli assiomi 31 e 33 sono equivalenti.</p> <p>A31 Due superfici uguali sono equivalenti.</p> <p>A33 Somma e differenza di superfici equivalenti sono equivalenti.</p> <p>Def. Quando due figure A e B non hanno punti comuni o hanno in comune soltanto parte del loro contorno si definisce somma la figura formata dall’unione dei punti di A e di B e si indica con $A + B$. Inoltr se ha la somma di due figure B e C la figura C si definisce differenza tra A e B e la si indica con $A - B$.</p> <p>Def. Due figure F e F1 vengono dette</p>

<p>parte finita di piano da essa delimitata.</p> <p>Def. Una spezzata chiusa non intrecciata si chiama poligonale.</p> <p>Def. Si chiama spezzata una linea formata da più segmenti consecutivi.</p> <p>Tali segmenti si chiamano lati della spezzata e i due estremi si chiamano vertici. Quando il 1° vertice coincide con l'ultimo la spezzata si dice chiusa. Se due lati non consecutivi di una spezzata si incontrano si dice che la spezzata è intrecciata.</p> <p>Def. Considerati due punti A e B su una retta orientata, si dice segmento l'insieme dei punti A e B e tutti quelli che sono compresi fra di essi.</p> <p>Def. Una retta in cui sia fissato un verso di percorrenza si dice orientata.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo introduce il concetto di equicomponibilità nel 2° paragrafo del suddetto capitolo. <p>Def. Due figure equicomposte sono sempre equivalenti.</p>	<p>uguali quando possono venir pensate come posizioni diverse due medesime figure in movimento cioè quando sono sovrapponibili.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo aggiunge a fine pagina una nota in cui precisa che la parola movimento è da intendersi come movimento rigido. <p>A13 In un movimento rigido la distanza dei punti non cambia.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Il testo spiega che la parola latina postulato è la traduzione del greco assioma. Infatti in latino postulare significa “chiedere insistentemente alcunché di ragionevole”. Inoltre non fa differenza tra assioma e postulato in quanto termini troppo sottili per l'autore. Le proprietà degli oggetti primitivi vengono fissate con certe proposizioni che vengono dette assiomi (dal greco $\alpha\chi\iota\sigma\mu\alpha$ che significa all'incirca “richiesta ragionevole”).
--	--

Def. Due F_1 e F_2 si dicono **congruenti** quando esiste un **movimento rigido** che le sovrappone in modo che ogni punto di F_1 coincida con un punto di F_2 ; in simboli si scrive $F_1 \cong F_2$.

- Il testo aggiunge ai concetti primitivi quello di movimento rigido intendendo con questo qualunque movimento di una figura nel piano che avviene senza che ci sia deformazione.
- Il testo non dà una definizione precisa di movimento rigido ma solo una spiegazione che ha lo scopo di fare in modo che tutti intendano la stessa cosa quando si usa questo termine.

CAPITOLO 3

1. Presentazione del lavoro sperimentale

Il presente lavoro è stato rivolto a 56 alunni di tre classi quinte del 1° Circolo Didattico della scuola “G. Garibaldi” di Marsala alunni nei mesi maggio-giugno 2002.

Si è utilizzato un disegno sperimentale a due gruppi:

- Il gruppo di controllo ove si è messo in atto il tradizionale metodo individualistico;
- il gruppo sperimentale ove si è introdotto il metodo del Cooperative Learning.

Lo scopo del lavoro è quello di evidenziare l’effetto positivo/negativo del fattore sperimentale (Cooperative Learning) rispetto alla variabile dipendente del gruppo di controllo (metodo individualistico).

La prima fase della sperimentazione ha previsto la somministrazione della seguente *consegna*:

“Hai a disposizione tre figure (triangolo, quadrato e rettangolo). Osservale bene ad una ad una, scomponi prima il triangolo in tante parti e utilizzandole tutte, prova a costruire altre figure geometriche piane; successivamente fai la stessa cosa con il quadrato e con il rettangolo”.

Dopo aver analizzato i risultati del gruppo di controllo si è previsto un secondo intervento (interviste) non previsto, alla luce delle difficoltà riscontrate dalla non chiara interpretazione del testo della consegna. Successivamente si è modificata la consegna e risomministrata ad un campione di 11 alunni in modo da poterli intervistare singolarmente.

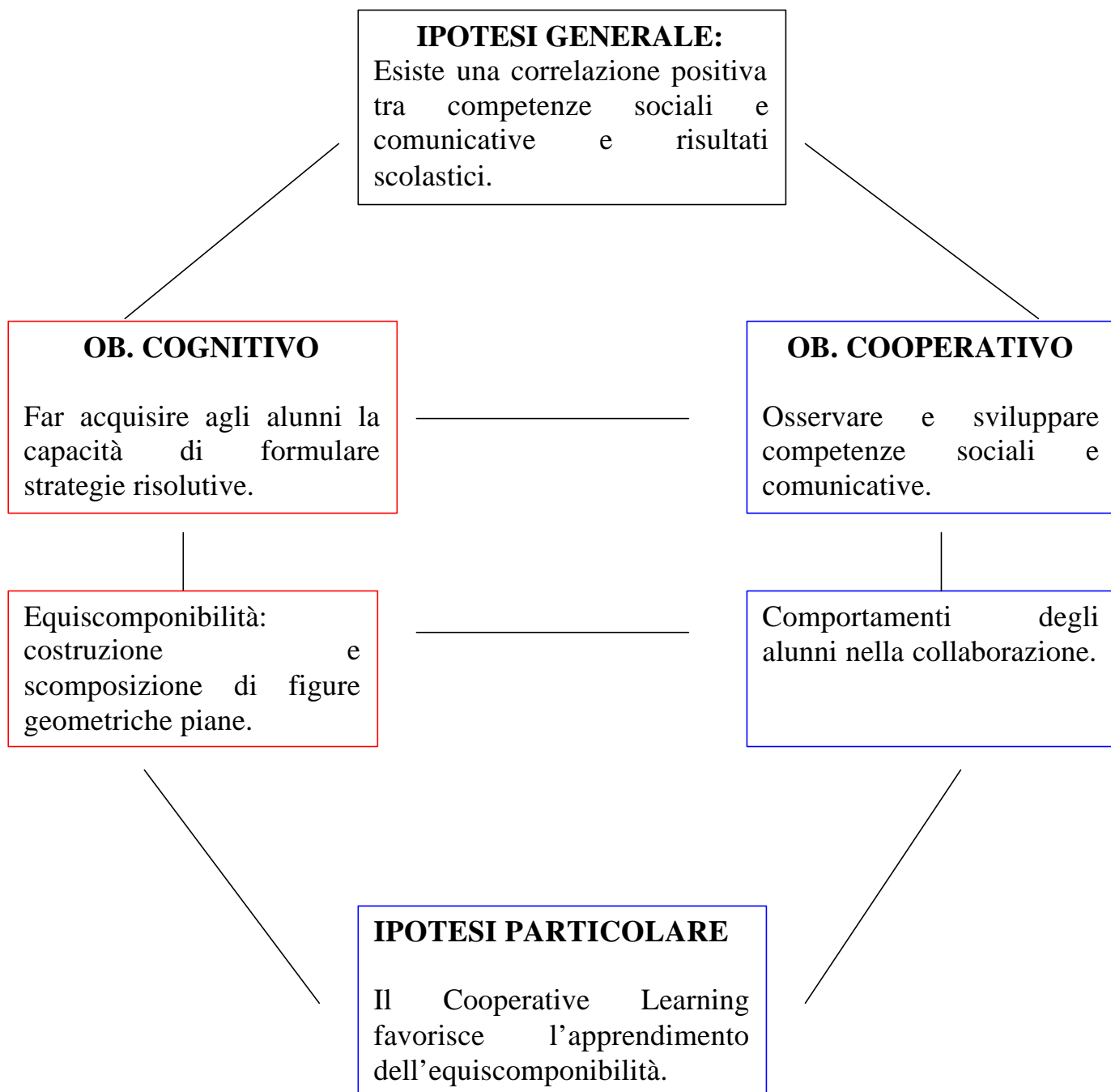
Consegna modificata:

Hai a disposizione un quadrato di 8 (10-12-14-16-18) quadratini. Osservalo bene, scomponilo in tante parti e, utilizzandolo tutto, prova a costruire altre figure geometriche piane (esempio triangolo, rettangolo, trapezio ecc..).

Analizzando i lavori precedentemente svolti dagli alunni sulla base delle strategie e dei comportamenti adottati si è pensato di ridurre il numero delle figure da scomporre ad una sola figura al fine di evitare il sovraccaricamento di lavoro per via delle tre figure da scomporre e di invitare gli alunni a riflettere sui procedimenti da adottare più che sui risultati da ottenere.

Nella seconda fase si è proceduto a somministrare la consegna ai gruppi mettendo in atto il metodo del Cooperative learning nella modalità della Complex Instruction di E. Cohen, formulando un progetto d'intervento capace di attivare le risorse di ogni singolo alunno in relazione all'obiettivo cognitivo stabilito.

Per quanto riguarda tale obiettivo si è proceduto ad analizzare anticipatamente le possibili strategie di risoluzione degli alunni al fine di progettare un intervento efficace ed efficiente.



1.2 Progetto dell'intervento cooperativo

Tra i comportamenti sociali si è pensato di osservare e valutare **l'interdipendenza positiva e la responsabilità personale e di gruppo.**

Il modulo del lavoro si baserà **sull'equo scambio** in cui gli alunni si stimolino reciprocamente con le idee in modo che il contributo di ognuno diventi occasione di lavoro per qualsiasi membro del gruppo. Tutti gli alunni dovranno partecipare e avere un ruolo attivo alle discussioni sui ragionamenti e sulle strategie da mettere in atto e renderli chiari ai propri compagni.

Si affiderà una parte del compito a ogni alunno in modo da far partecipare e rendere responsabili ognuno di loro al fine di contribuire all'obiettivo di gruppo.

* * *

1. Preparare i gruppi alla cooperazione: l'insegnamento delle regole avverrà facendo sperimentare agli alunni alcune situazioni che richiedono l'interdipendenza positiva e la responsabilità personale e di gruppo facendo capire loro che senza tali abilità sociali non è possibile conseguire l'obiettivo stabilito, soltanto in questo modo potranno interiorizzarli. Bisogna costruire regole e norme su come ci si deve comportare in gruppo, affinché gli alunni rispettino e facciano rispettare le regole all'interno del gruppo.

La situazione di gioco scelta è il "naufragio" (problema di sopravvivenza) di Jay Hall: immaginate di essere i passeggeri di una nave che sta per affondare vicino a un'isola tropicale. Portate via dalla nave solo

otto oggetti e metteteli in ordine d'importanza. Attenzione! Ogni singolo membro del gruppo deve portare con se un oggetto.

Alla fine della situazione di gioco si procederà ad una serie di domande stimolo del tipo:

- Stanno parlando tutti?
- Vi state ascoltando a vicenda?
- Fate domande? Che cosa potreste chiedere per sapere le idee di un altro?
- State rispondendo alle domande dei compagni?
- State motivando le idee e ottenendo varie opinioni? Che cosa potreste chiedere se voleste scoprire le motivazioni che stanno dietro al pensiero?

Alla fine del gioco saranno discussi e rinforzati i comportamenti attuati e non e i ruoli che si dovranno assegnare.

2. Lezione introduttiva: chiarificazione dei ruoli e delle norme cooperative interiorizzate nella fase di preparazione alla cooperazione ed esplicitazione delle abilità cognitive riguardanti l'attività di cooperazione.

Le abilità di base richieste sono: saper leggere e comprendere la scheda di lavoro; saper produrre una breve spiegazione scritta riguardante le strategie attuate; saper disegnare figure geometriche piane, saper usare i materiali richiesti. Le abilità specifiche riguardano i processi cognitivi e la capacità di escogitare diverse strategie risolutive.

ISTRUZIONI SCRITTE: (geometria - equiscomponibilità) Compito individuale: ognuno di voi ha a disposizione un foglio di carta millimetrata. Il gruppo ha in comune un quadrato. Ciascun bambino deve osservare il quadrato appartenente al proprio gruppo e costruirne un altro sul foglio in modo da poterlo scomporre in tante parti e utilizzandole tutte provare a

costruire altre figure geometriche piane (ad esempio triangolo rettangolo, trapezio, parallelogramma ecc..). Compito di gruppo: discutete sulle figure da costruire che dovranno essere tutte diverse tra loro ma di uguale estensione al quadrato osservato. Dopo aver costruito le figure incollatele su un cartoncino, scrivetene il nome e una breve spiegazione delle strategie scoperte.

3. Formazione dei gruppi eterogenei: la classe è formata da 24 alunni: i gruppi saranno costituiti da cinque elementi ciascuno.

4. Assegnazione e spiegazione dei ruoli: i ruoli assunti dagli alunni non faranno parte del compito descritto nella scheda di lavoro perché si riferiscono al modo di lavorare del processo di cooperazione. Ogni alunno oltre a svolgere un ruolo dovrà contribuire alla discussione del compito e alla creazione del prodotto finale del gruppo. I ruoli saranno assegnati in modo da dare, anche ad alunni meno partecipativi, l'opportunità di inserirli nel gruppo e di renderli consapevoli delle loro capacità.

Facilitatore: assicura che ognuno riceva l'aiuto necessario per affrontare il compito; ha la responsabilità di trovare risposte alle domande all'interno del gruppo; l'insegnante viene da lui interpellato solo se nessuno nel gruppo è in grado di dare aiuto.

Controllore: si accerta che tutti abbiano completato la propria scheda di lavoro, rispondendo a tutte le domande.

Addetto ai materiali e al riordino: ha la responsabilità di disporre tutti i materiali nel centro d'apprendimento e di riporli come si deve e mettere a posto i tavoli.

Relatore: ha la responsabilità di riferire cos'ha scoperto il gruppo durante la fase conclusiva.

Armonizzatore: assicura che la comunicazione all'interno del gruppo sia circolare ed aperta a tutti; assicura che i conflitti vengano affrontati in maniera pacifica e risolti; assicura il consenso.

I ruoli per meglio essere ricordati saranno scritti sul cartoncino e gli alunni avranno addosso delle targhette con su scritto il ruolo attribuito. Inoltre saranno scritti su un cartellone le norme presentate da Morris (1977) per un comportamento cooperativo di problem solving:

- Esprimi le tue idee.
- Ascolta gli altri; dà a tutti l'opportunità di parlare.
- Chiedi agli altri le proprie idee.
- Motiva le tue idee e discuti molte idee diverse.

3. *Produzione del gruppo*: ogni gruppo alla fine dell'attività dovrà presentare una personale presentazione del lavoro svolto.

4. *Conclusioni*: al termine di ogni presentazione si procederà a una discussione in cui si ripercorreranno i punti salienti, creando dei collegamenti tra le varie presentazioni cioè tra le strategie di costruzione di figure geometriche piane attuate, facendo notare che non esiste un solo modo cioè quello proprio di costruire figure ma diverse strategie da considerare.

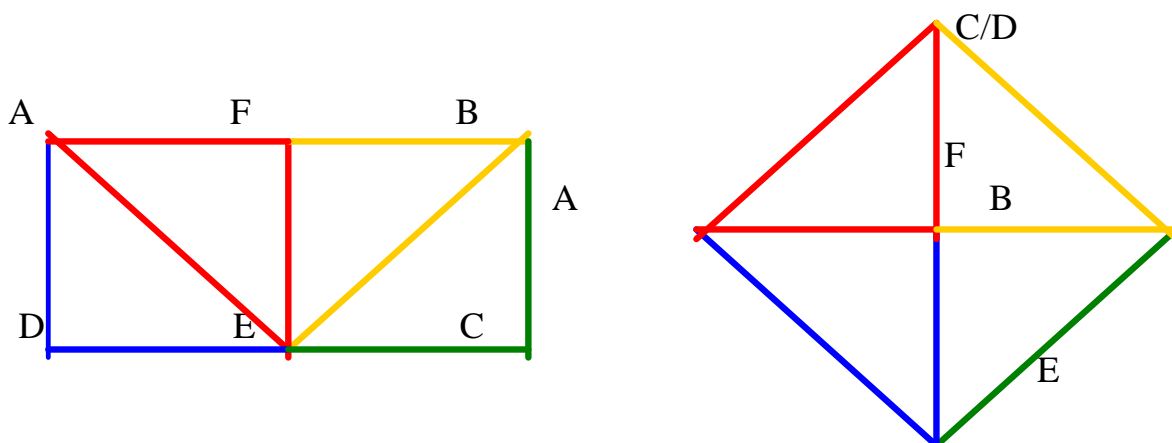
5. *Valutazione*: feedback durante la fase di lavoro e durante quella conclusiva. Durante lo svolgimento dell'attività si cercherà di rinforzare i comportamenti dei singoli alunni in modo da far scaturire una valutazione intrinseca. Ciò si farà non mostrando come si farà il lavoro, ma incoraggiandoli a tentare nuove strategie, a riconsiderare la scheda di

lavoro, o a rimettere in gioco le idee di tutti i membri. Inoltre per scoprire se un gruppo ha colto l'idea centrale del concetto si chiederanno agli alunni spiegazioni su ciò che hanno imparato. Nella fase di presentazione del lavoro si chiederanno spiegazioni non soltanto al relatore del gruppo, ma anche ai singoli membri del gruppo. Verranno inoltre valutati i nuovi comportamenti attuati nel gruppo.

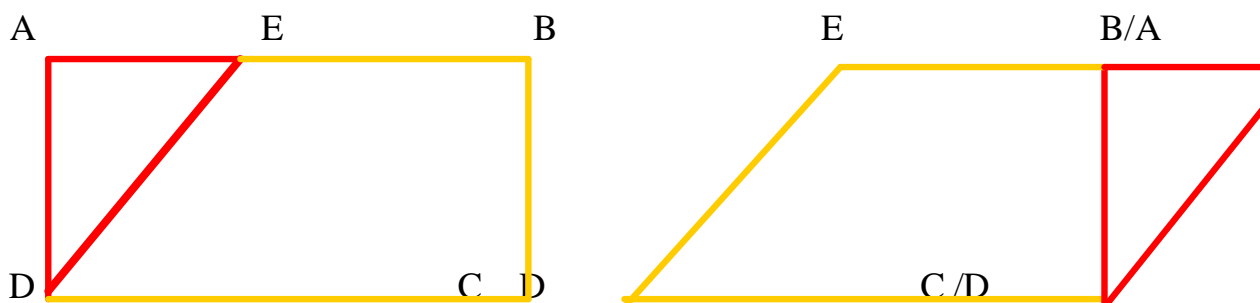
2. Analisi a-priori

Rettangolo

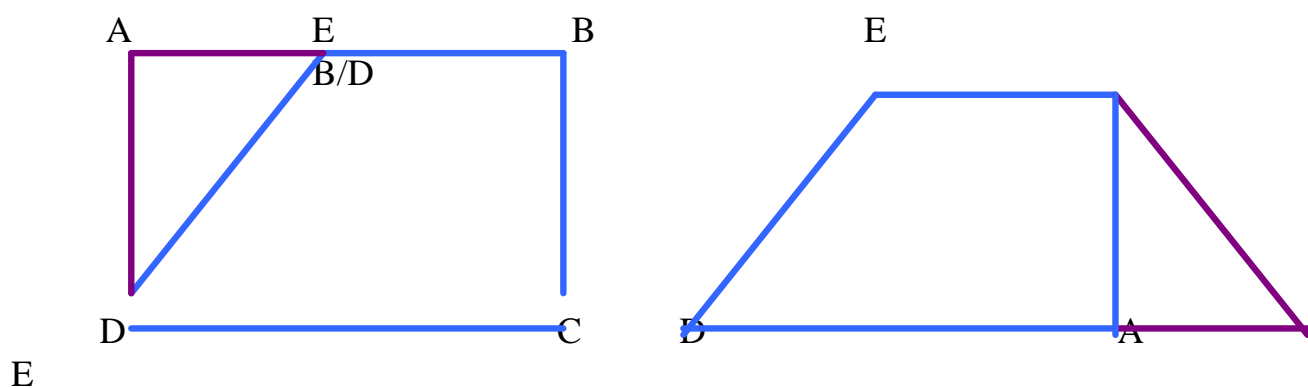
S1 Sui lati CD e AB si prendano i punti F ed E, si tracci il segmento FE parallelo a AD e BC. Unendo i vertici B e A al punto E si ottiene il triangolo isoscele EBA e i triangoli rettangoli ADE e EBC. Tagliando lungo i segmenti EA e EB, si facciano coincidere il lato DE del triangolo ADE con il lato FB del triangolo EBF; il lato EC del triangolo rettangolo EBC con il lato AF del triangolo ADE in modo da costruire **il rombo DECD**.



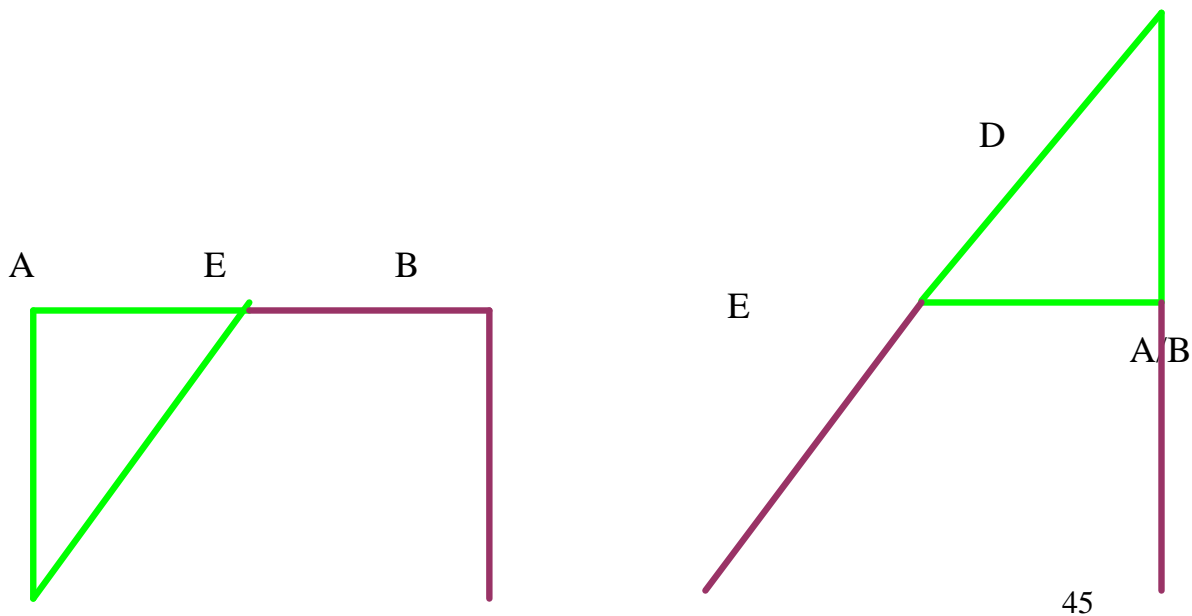
S2 Dal lato AB del rettangolo ABCD si contino 10 quadratini e si prenda il punto E. Dal vertice D si tracci il segmento DE in modo da ottenere il triangolo DAE e il trapezio EBCD. Si ritagli lungo il segmento ED, facendo coincidere il lato AD del triangolo DAE con il lato BC del trapezio rettangolo EBCD si costruisca **il parallelogramma EEDD**.



S3 Con lo stesso procedimento adottato per costruire il parallelogrammo si costruisce **il trapezio isoscele** DEBE facendo coincidere il lato DA del triangolo DAE con il lato BC del trapezio EBCD.

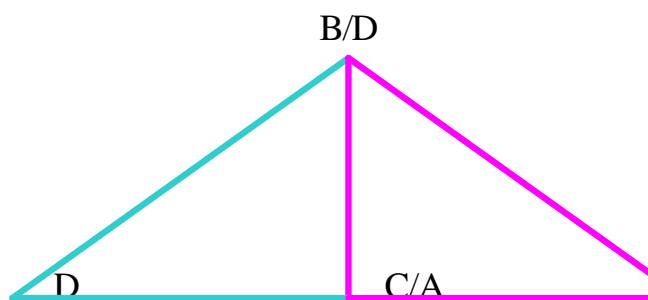
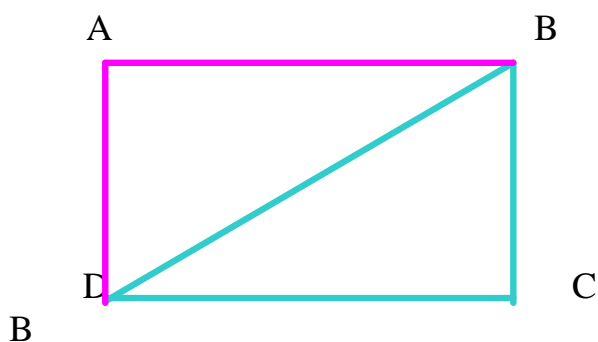


S4 Dal vertice D del rettangolo ABCD si tracci il segmento al punto medio E del lato AB, si ritagli e incollì il lato AE del triangolo EDA con il lato EB del trapezio EBCD in modo da ottenere **il triangolo rettangolo** DDC.

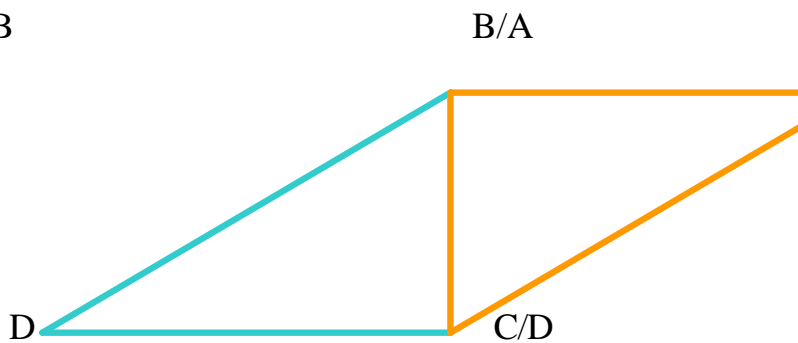
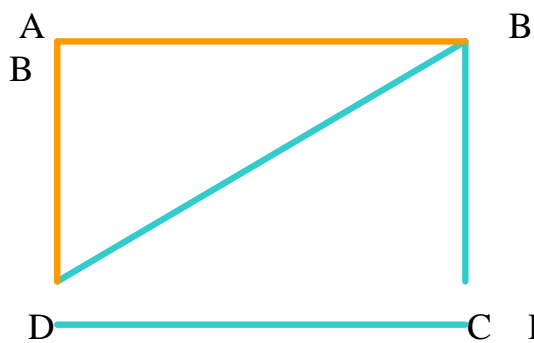




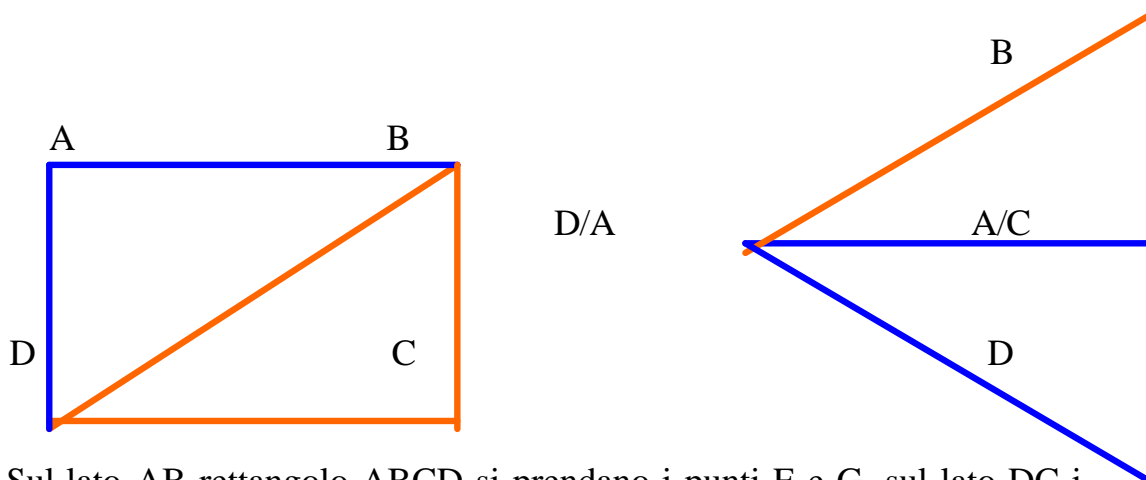
S5 Si tracci la diagonale DB, si ritagli i 2 rettangoli ottenuti ABD e BCD. Si incollì il lato DA del triangolo ABD con il lato BC del triangolo BCD e si costruisca **il triangolo isoscele** DBB.



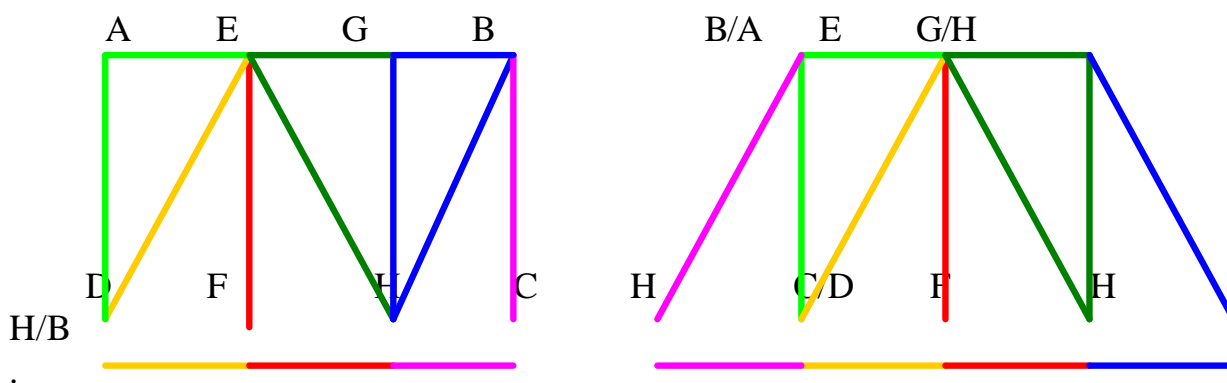
S6 Si tracci la diagonale DB, si ritagli i 2 rettangoli ottenuti ABD e BCD. Si incollì il lato dell'angolo retto del lato AD del triangolo ABD con il lato BC del triangolo BCD in modo da ottenere **il parallelogramma** DABC.



S7 Si tracci la diagonale DB, si ritagli i 2 rettangoli ottenuti ABD e BCD. Si incollino i vertice A e B del triangolo ABD ai vertici B e D del triangolo BCD e si costruisca il triangolo equilatero BDB.

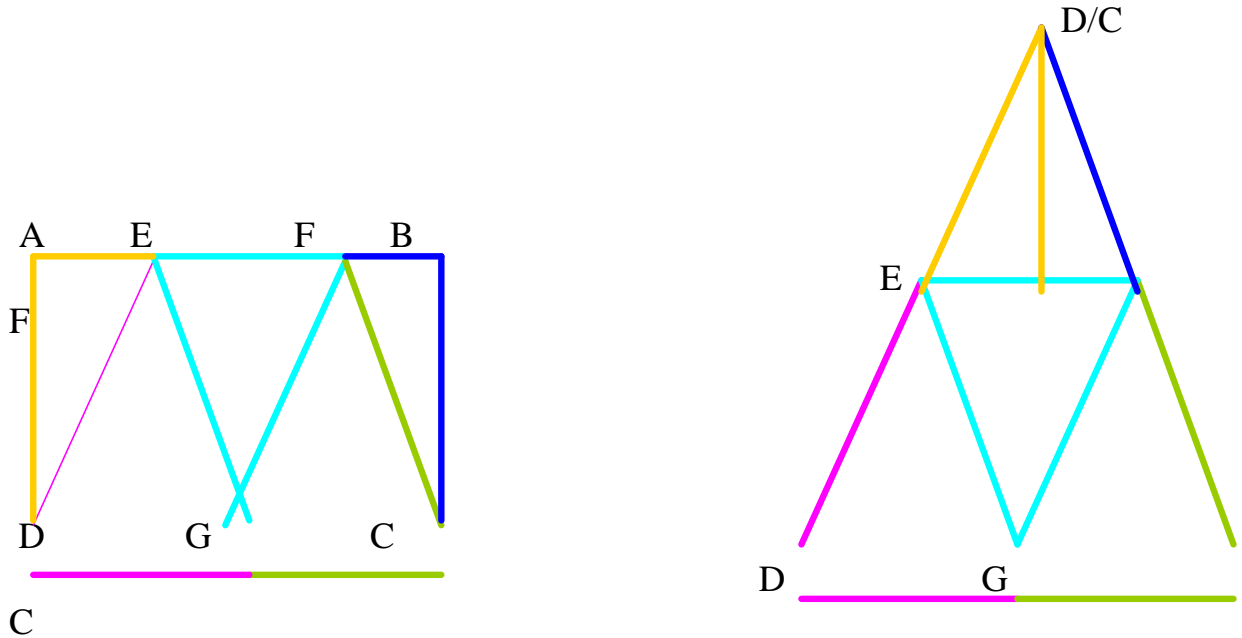


S8 Sul lato AB rettangolo ABCD si prendano i punti E e G, sul lato DC i punti F e H. Si traccino i segmenti DE, EF, EH, GH, HB, si ritaglino i triangoli ADE, DEF, FEH, EGH, GHB, HBC e si faccia coincidere il lato AD del triangolo ADE con il lato FE del triangolo DEF; il lato ED del triangolo DEF con il lato HB del triangolo BGH; il lato GH con il lato GH del triangolo GHE; il lato HE con il lato HE del triangolo EHF; il lato EF con il lato BC del triangolo BCH in modo da costruire il trapezio isoscele EDBH.

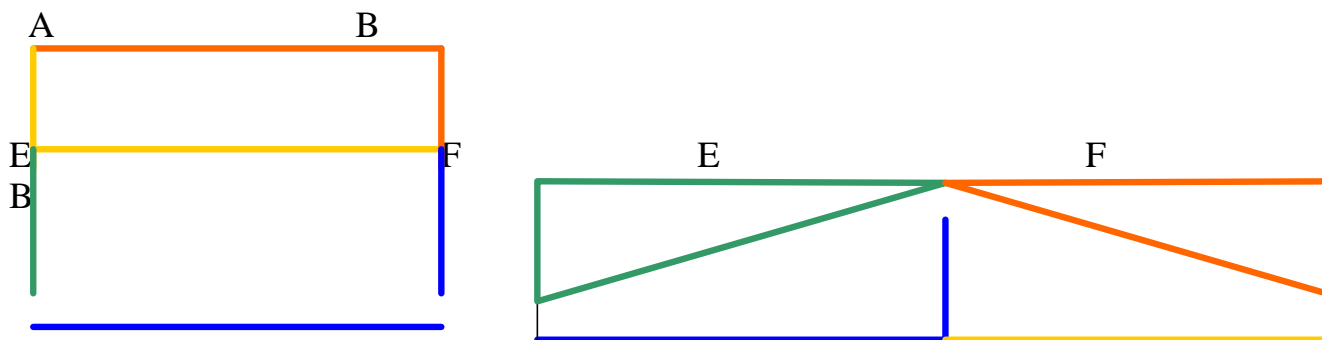


S9: Si prendano i punti E ed F sul lato AB e il punto G sul lato DC. Si traccino i segmenti DE, EG, GF, FC. Si faccia coincidere il lato EG del triangolo DEG con il lato EG del triangolo EGF in modo che il vertice E del triangolo DEG coincida con la base EF del triangolo EGF; il lato FG del triangolo EGF con il lato FG del triangolo GFC in modo che la base EF

del triangolo DEG coincide con il vertice F del triangolo GFC; il lato AD del triangolo DAE con il lato BC del triangolo FBC; la base FE del triangolo ottenuto FED con la base del trapezio EFCF in modo da **costruire il triangolo DCD**.



S10 Si tracci il punto medio E sul lato AD e quello F sul lato BC. Si ritaglino i due rettangoli ABFE ed FCDE; si incollì il lato AE del rettangolo ABFE con il lato FC del triangolo FCDE e si costruisca il rettangolo EBFDF. Si traccino i segmenti DF e FF, si ritaglino i triangoli DEF e FBF. Preso il triangolo DEF si incollì il lato FE con il lato DC del triangolo DBD e il lato FB del triangolo FBF con il lato CF del triangolo FCF/D in modo da costruire **il rombo DFFD/DAFF**.

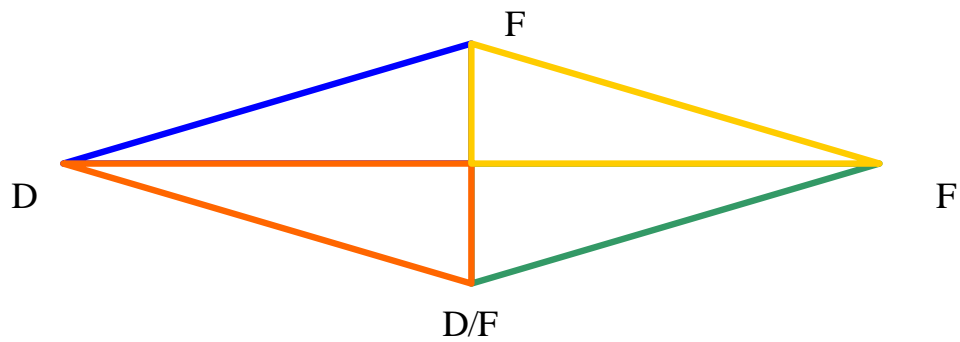


D
F

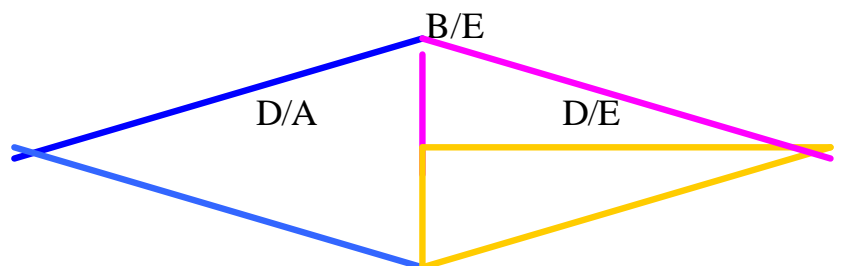
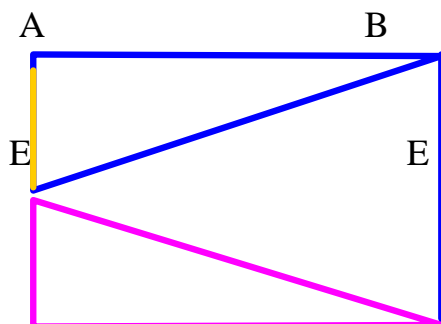
C

D

C



S11 Si tracci il punto medio E sul lato AD e dai vertici A e B i segmenti BE e CE. Si ritaglino i triangoli rettangoli ottenuti (BAE, CDE), si incolli il lato AB del triangolo BAE con il lato CD del triangolo CDE e si costruisca il triangolo isoscele BEE. Si incolli la base del triangolo isoscele EE a quella del triangolo isoscele BCE e si costruisca **il rombo** EBDCD.

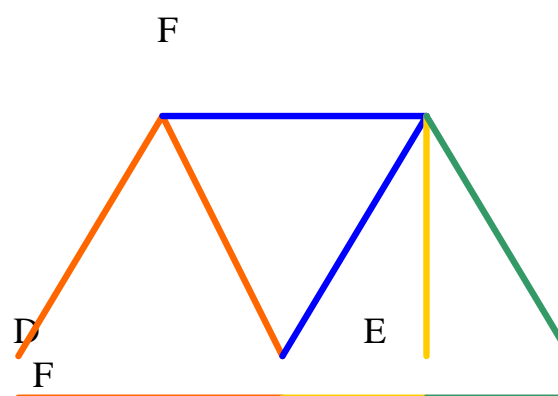
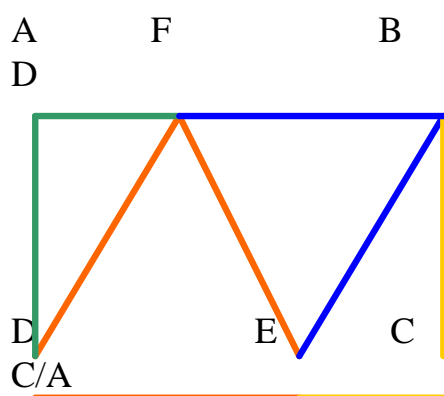


D

C

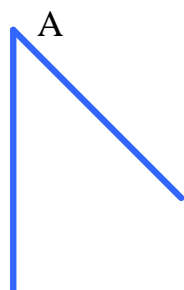
C/E

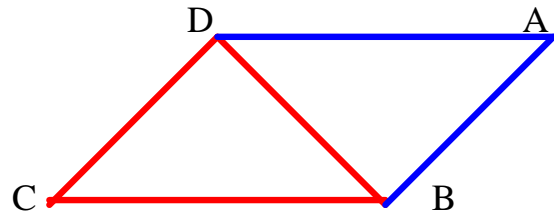
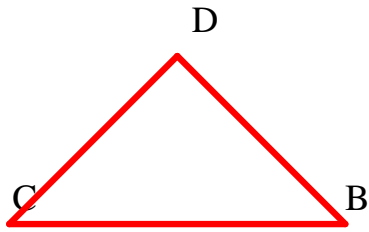
S12 Si prenda il punto E sul lato DC e si tracci il segmento EB. Sul lato AB si prenda il punto F, si traccino i segmenti EF e DF. Si faccia coincidere il lato FE del triangolo DFE con il lato FE del triangolo FEB; il lato BE del triangolo FEB con il lato BE del triangolo BCE; il lato DA del triangolo DAF con il lato BC del triangolo BCE e si costruisca **il trapezio** FDFD.



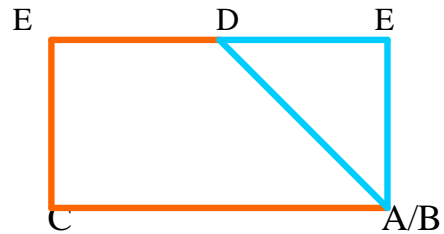
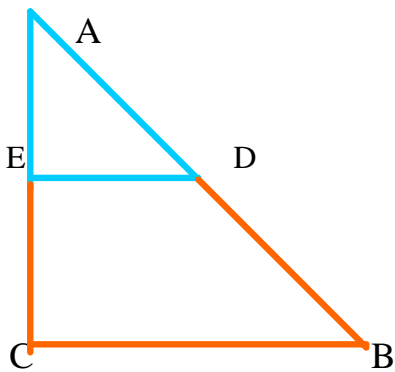
Triangolo

S1b Si tracci la perpendicolare CD al lato AB. Si faccia coincidere il lato DB del triangolo CDB con il lato DC del triangolo CDA e si costruisca **il parallelogramma** DABC.

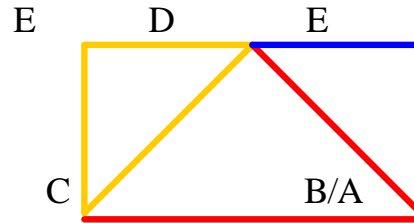
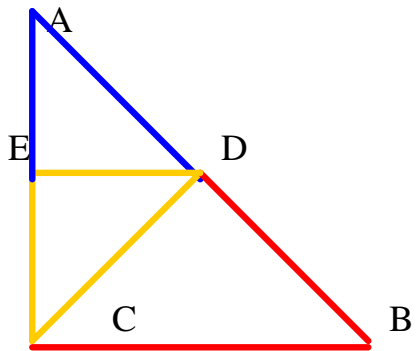




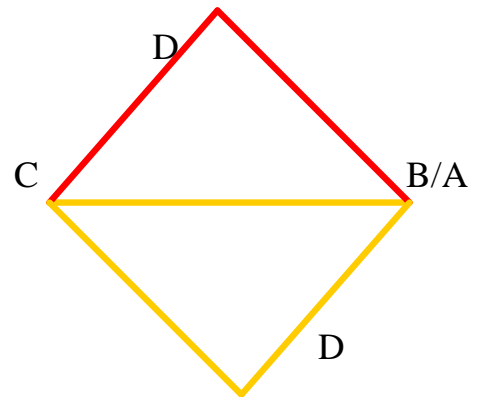
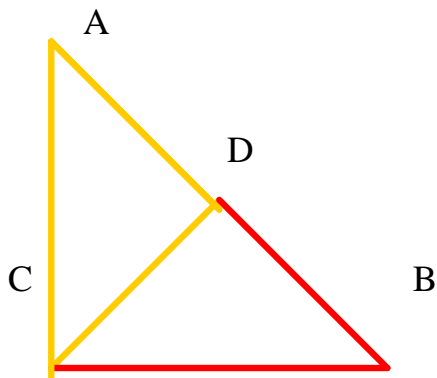
S2 Sul lato AB del triangolo ABC si prendi il punto medio D e si tracci la parallela DE al lato BC. Ritagliando il triangolo ADE e facendo coincidere il lato AD del suddetto triangolo con il lato DB del trapezio DECB si costruisca **il rettangolo** EEBC.



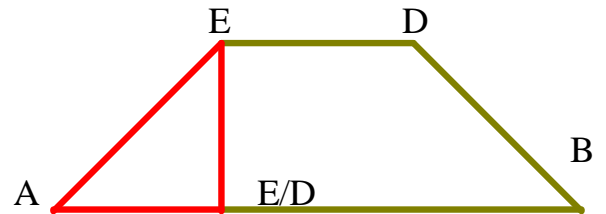
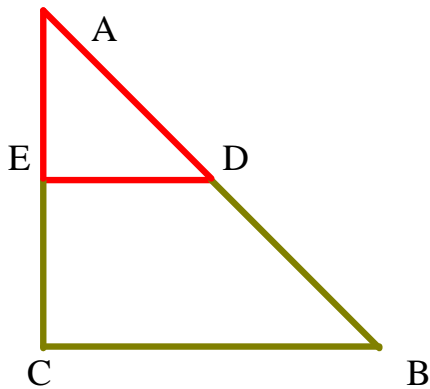
S3 Sul lato AB si prenda il punto medio D e si tracci la parallela DE al lato BC. Si ritagli il segmento DE e si faccia coincidere il lato DA con il lato DB in modo da costruire **il rettangolo** EEAC.



S4 Dal vertice C si tracci la perpendicolare CD al lato AB. Si ritagli lungo il segmento DC e si faccia coincidere con il lato AC del triangolo CDA e si costruisca **il parallelogramma** DBD.

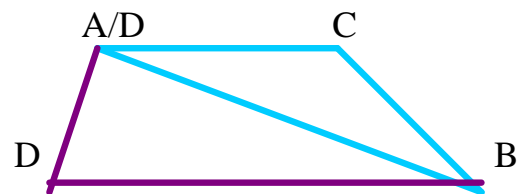
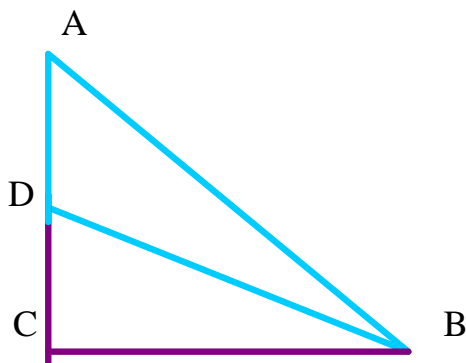


S5 Sul lato AB si prenda il punto medio D e si tracci la parallela DE al lato BC. Si ritagli il segmento DE s si faccia coincidere al lato EC del trapezio rettangolo EDBC in modo da costruire **il trapezio isoscele** AECE.

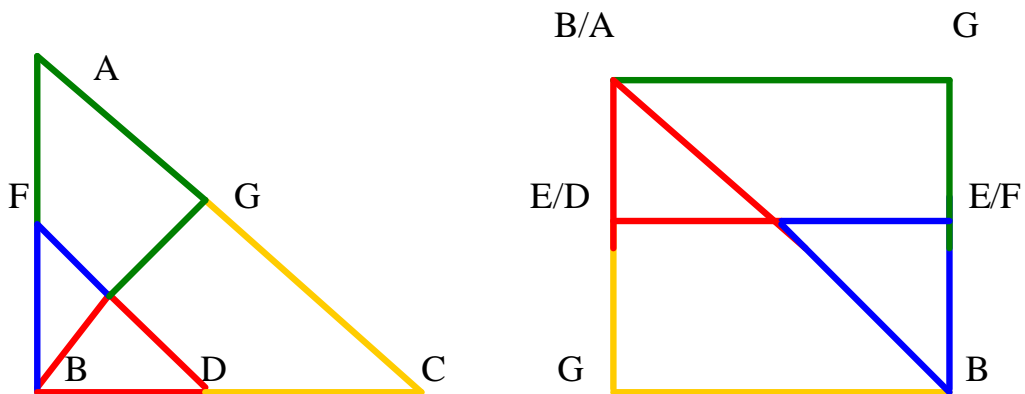


S5 (interviste): Traccio da uno dei vertici della figura un segmento in modo da disegnare un triangolo rettangolo e un trapezio rettangolo. Ritaglio le 2 figure ottenute e le incollo dalla parte degli angoli retti in modo da costruire il **trapezio isoscele**.

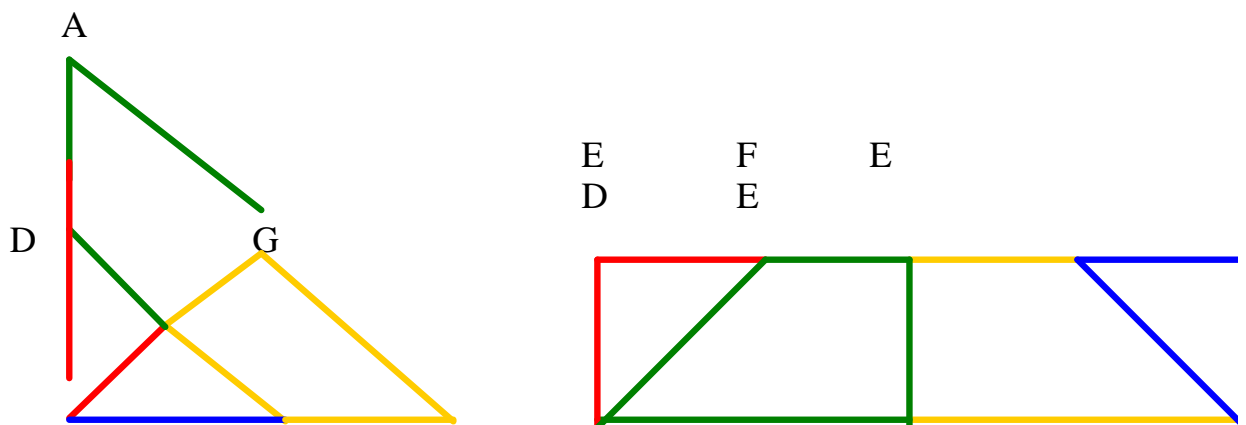
S6 Dal vertice B si tracci un segmento BD in modo da ottenere 2 triangoli scaleni BAD e BCD. Si ritagli lungo il segmento BD e si faccia coincidere il lato AB del triangolo BAD con il lato DB del triangolo BDC e si costruisca il **trapezio** BADC.



S7 Si tracci la perpendicolare BG al lato AC, sui lati BC e BA si prendano i punti medi D ed F e si tracci la parallela DF al lato AC. Sulla perpendicolare BG si prenda il punto medio E. Si ritaglino i 2 trapezi DEGC e EFAG, i triangoli DBE e BEF; si incolli il lato EF del triangolo BEF con il lato ED del trapezio DEGC; il lato FA del trapezio EFAG con il lato BF del triangolo BEF; il lato EF del trapezio EFAG con il lato EB del triangolo DBE. Si faccia coincidere il lato AD del triangolo ADG con il lato BG del triangolo BCG e si costruisca **il quadrato** BGDC.

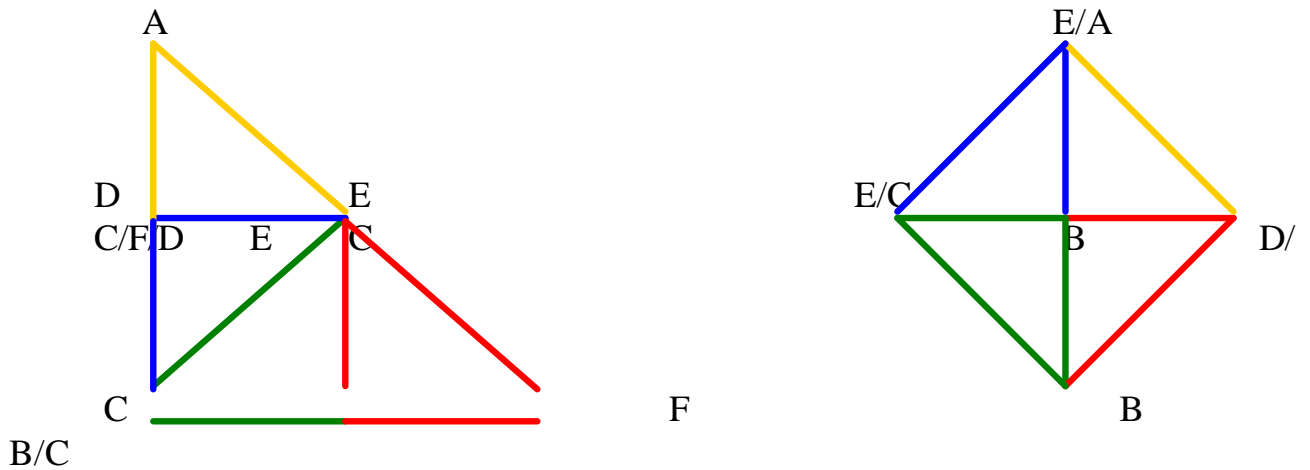


S8 Si tracci la perpendicolare BG al lato AC. Sui lati BC e AB si prendano i punti medi D ed F e la parallela DF al lato AC. Sulla perpendicolare BG si prenda il punto medio E, si ritaglino i 2 trapezi DEGC e EFAG e i triangoli DBE e BEF. Si incolli il lato EG del trapezio DEGC con il lato GE del trapezio EFAG, il lato DB del triangolo DEB con il lato DC del trapezio DEGC, il lato BF del triangolo BEF con il lato AF del trapezio EFAG in modo da costruire **il rettangolo** EFEB.



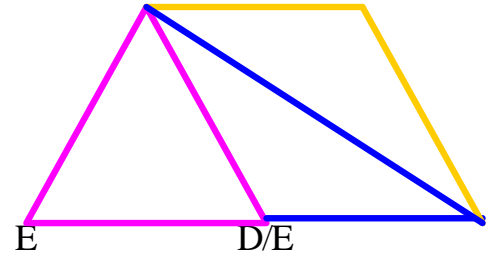
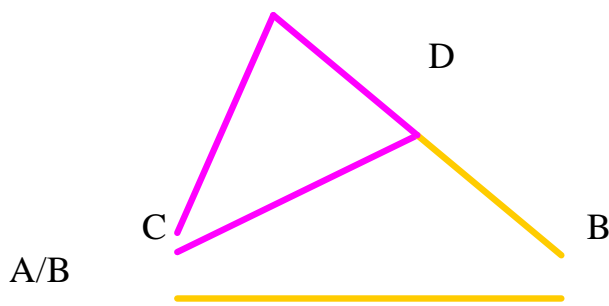
B F C AB G C/B

S9 Si tracci la perpendicolare CE al lato AB, sui lati AC e CB si prendano i punti D ed F contando 11 quadratini dal vertice C e dal vertice B. Si ritagli i triangoli BFE, FCE, CED, EDA, si faccia coincidere il lato FB del triangolo BFE con il lato CD del triangolo CED, il lato CF del triangolo FCE con il lato AD del triangolo EDA, il lato EE del triangolo ECE e il lato EE del triangolo EAE in modo da costruire **il quadrato** AEBC (errata).

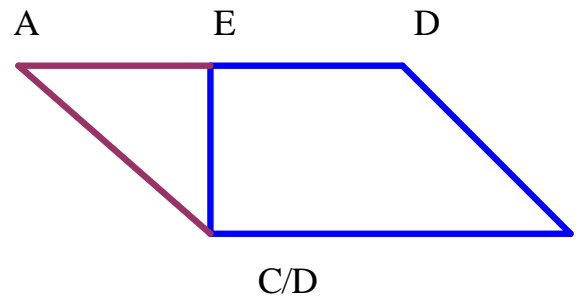
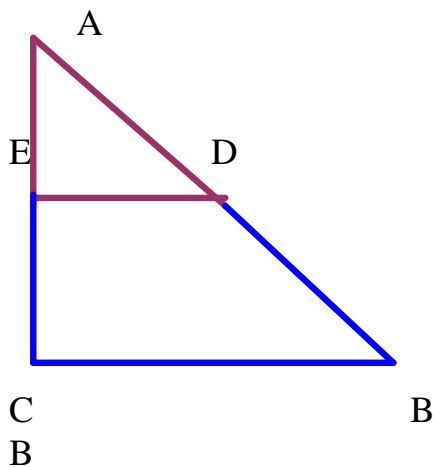


S10 Sul lato AB si prendano i punti D ed E. Dal vertice C si traccino i segmenti CE e CD in modo da ottenere 2 triangoli scaleni CEB, DCA e un triangolo isoscele ECD; si ritaglino e si faccia coincidere il lato CD del triangolo ECD con il lato EC del triangolo CEA, il lato CA del triangolo CDB con il lato AC del triangolo DCA e si costruisca **il trapezio** CADB.

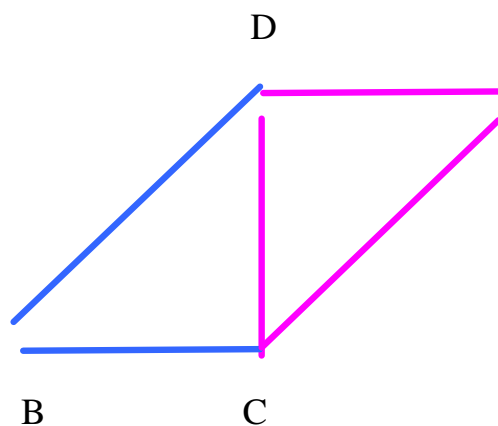
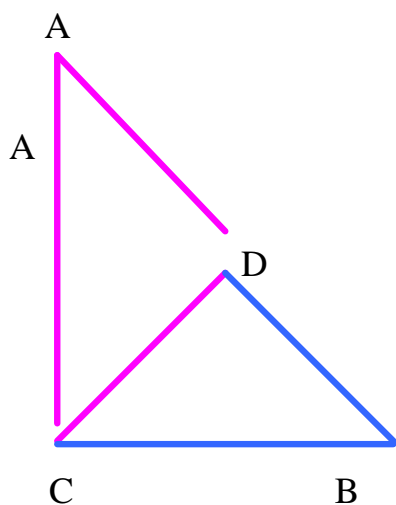




S11 Si tracci la parallela ED al lato CB. Si faccia coincidere il lato AE del triangolo AED con il lato CE del trapezio EDCE e si costruisca il **parallelogramma** ADCE.

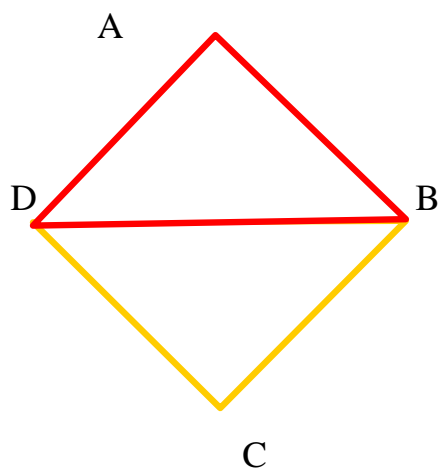
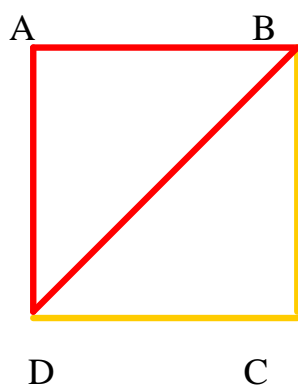


S12 Si tracci la perpendicolare CD al lato AB. Si faccia coincidere l'angolo retto D del triangolo DAC con l'angolo D del triangolo DCB e si costruisca il **parallelogramma** DACB.



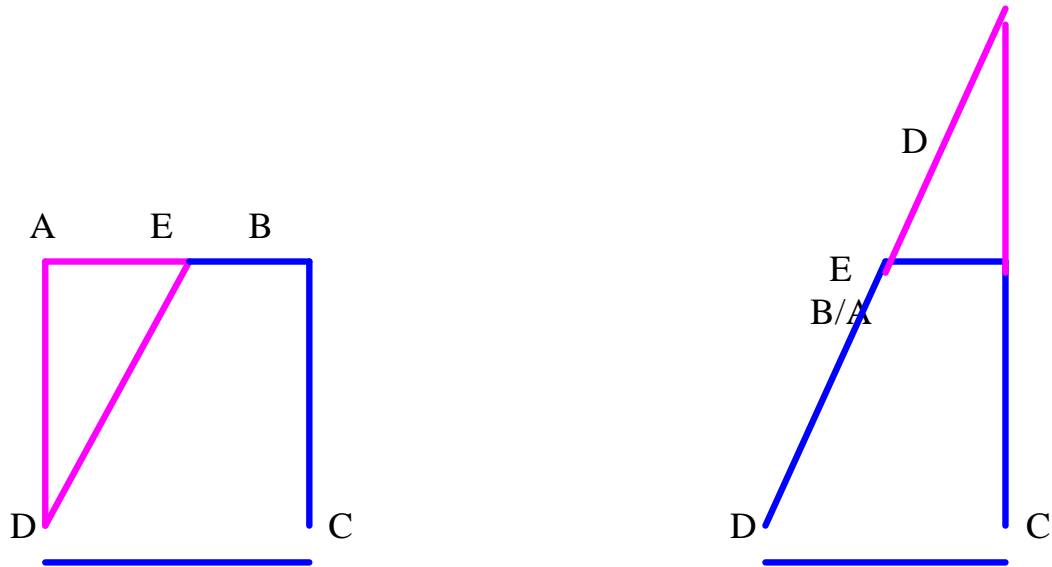
Quadrato

S1 Si tracci la diagonale BD e si ritaglino i triangoli DAB e DCB; facendo coincidere il lato BD del triangolo DAB con il lato BD del triangolo DCB si costruisca il rombo ABCD.

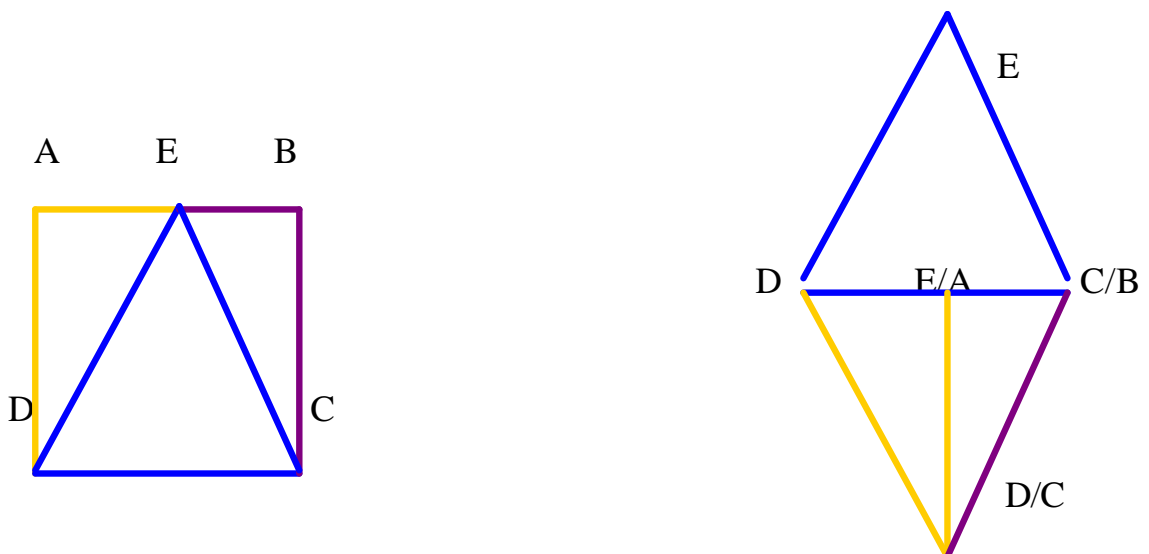


S2: Si prenda il punto medio E sul lato AB, dal vertice D si tracci il segmento DE. Siano DEA il triangolo rettangolo e EBCD il trapezio

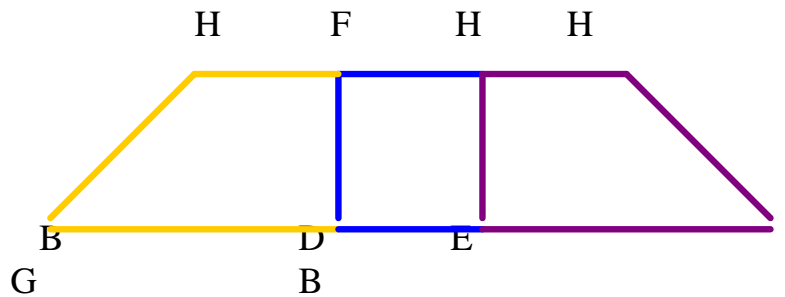
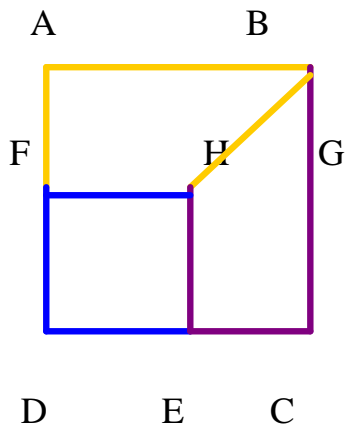
rettangolo. Facendo coincidere il lato AE con il lato EB si costruisca il **triangolo rettangolo** DDC.



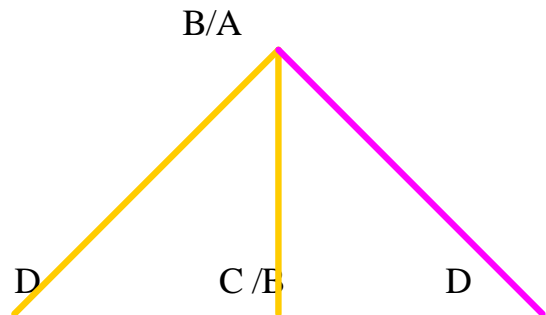
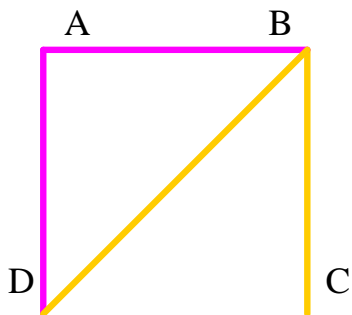
S3: Dai vertici D e C si traccino 2 segmenti che vanno a congiungersi sul punto medio E del lato AB in modo da ottenere i triangoli rettangoli ADE e ECB e il triangolo isoscele DEC. Si incollino i lati ED del triangolo rettangolo ADE e EC del triangolo rettangolo ECB e si costruisca il triangolo isoscele ADB. Si faccia coincidere il lato DC con il lato AB dei 2 triangoli isosceli DEC e ADB e si costruisca il **rombo** DECD.



S4: Sui lati DC e AD si prendano i punti E ed F. Sia FG la parallela ai lati AB e DC con H suo punto medio. Si traccino i segmenti HE parallelo al lato FD del quadrato FHED e HB metà diagonale di DB. Si ritaglino i trapezi EHBC e FHBA, e il quadrato FHED. Incollando il lato FD del quadrato FHED con il lato AF del trapezio FHBA e il lato HE del quadrato FHED con il lato EC del trapezio EHBC si costruisca **il trapezio isoscele BHHB**.

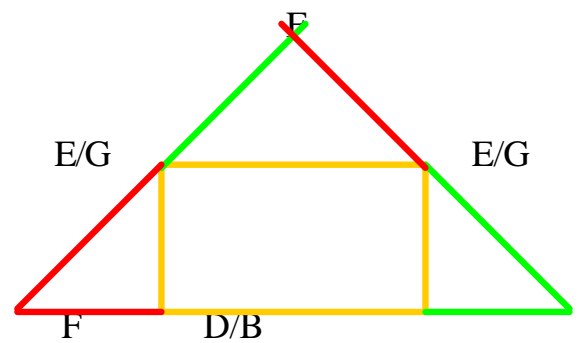
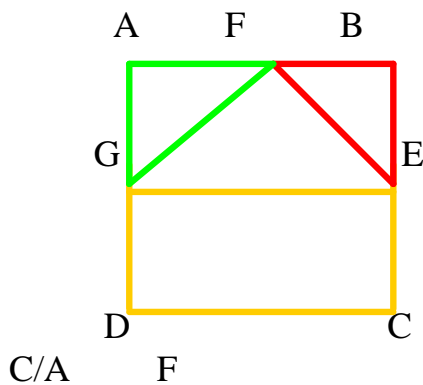


S5: Si tracci la diagonale DB, si ritagli i triangoli DCB e BAD ottenuti, si incollino il lato BC del triangolo DCB con il lato AB del triangolo BAD e si costruisca **il triangolo isoscele ADD**.



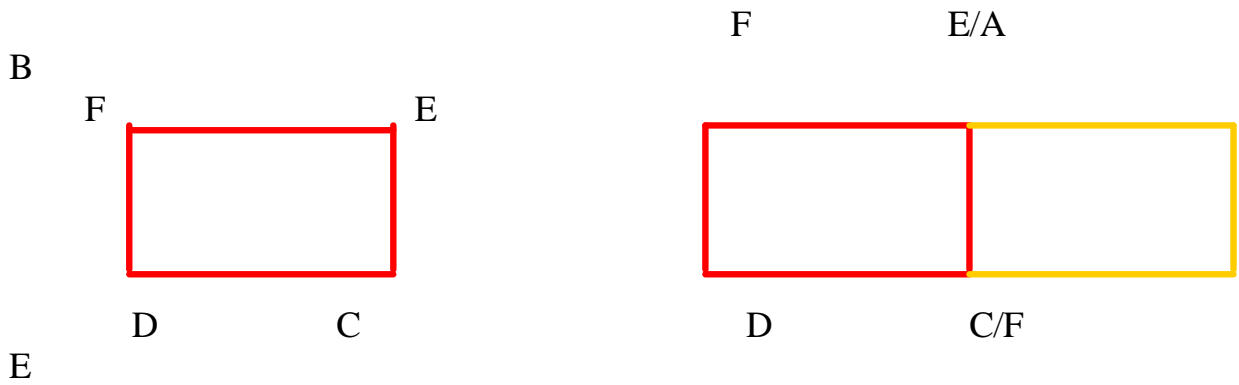
S5 (interviste) : Traccio una diagonale, ritaglio i 2 triangoli rettangoli ottenuti e li incollo facendo coincidere le basi in modo da costruire **il triangolo equilatero**.

S6: Sui lati AD e BC si prendano i punti E e G, si tracci GE parallelo ad AB. Sul lato AB si prenda il punto F, si tracci FG e FE in modo da ottenere il triangolo GEF. Si ritaglino i triangoli GAE e EBF, si faccia coincidere il lato EB del triangolo EBF con il lato DG del triangolo rettangolo DGE, il lato AG del triangolo GAE con il lato CE del triangolo rettangolo DGE e si costruisca **il triangolo isoscele FFF**.



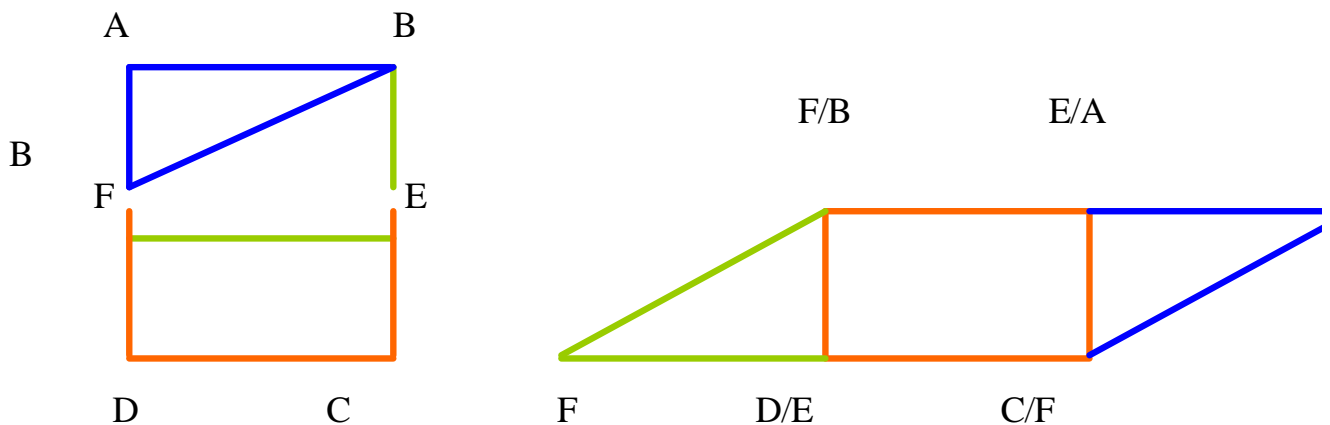
S7: Sui lati AD e BC si prendano i punti medi E ed F, si tracci la parallela EF al lato AB e al lato CD. Si ritaglino i 2 rettangoli ABEF ed FECD, si incollino facendo coincidere il lato AF con il lato EC e si costruisca **il rettangolo FBED**.





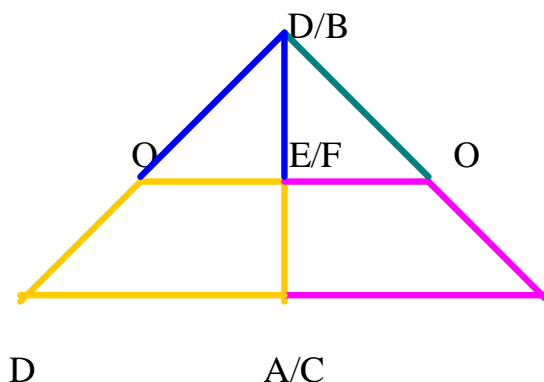
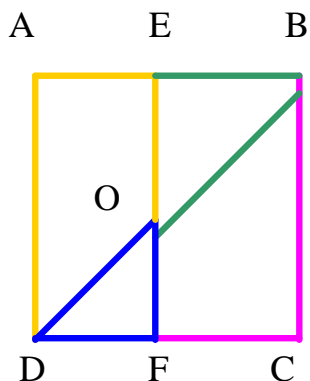
S7 (interviste): Divido a metà il quadrato e incollando le 2 figure ottenute l'una accanto all'altra costruisco **il rettangolo**.

S8: Sui lati AD e BC si prendano i punti medi E ed F, si tracci la parallela EF al lato AB e al lato CD in modo da ottenere i rettangoli ABEF e FECD. Si tracci la diagonale BF e si ottengano 2 triangoli rettangoli : ABF e BEF. Si ritagli il rettangolo ABEF lungo la diagonale BF, si incollì il lato AF del triangolo AFB con il lato FD del rettangolo FECD in modo da ottenere il trapezio rettangolo EFBC; il lato BE del triangolo BEF con il lato EC del rettangolo EFBC e si costruisca **il parallelogramma BBFF**.



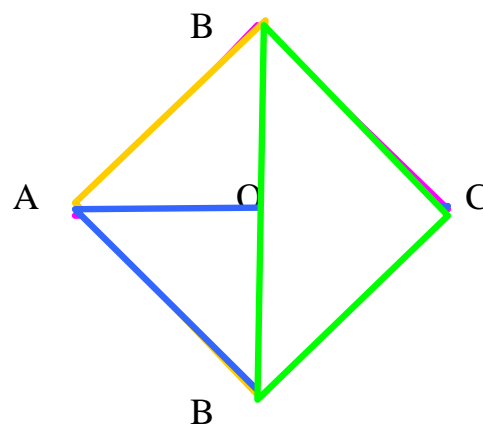
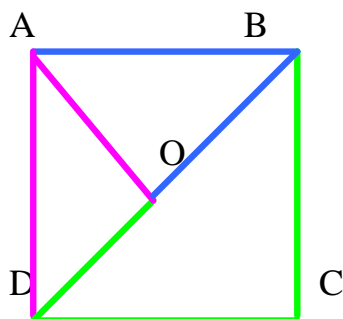
S9: Si tracci la diagonale BD, sui lati AB e CD si prendano i punti medi E ed F e si tracci EF parallelo a AD e BC; sul segmento EF si prendi il punto

medio O . Si ritaglino i trapezi rettangoli $AEOD$ e $CFOB$, i triangoli rettangoli DFO e BEO , si incollino il lato AE del trapezio $AEOD$ con il lato FC del trapezio $CFOB$ (in modo da ottenere il trapezio isoscele $DOOB$), il lato DF del triangolo rettangolo DFO con il lato EB del triangolo rettangolo BEO (in modo da ottenere il triangolo isoscele ODO), il lato OO del triangolo ODO con il lato OO del trapezio isoscele $DOOB$ e si costruisca il **triangolo isoscele** DBD .



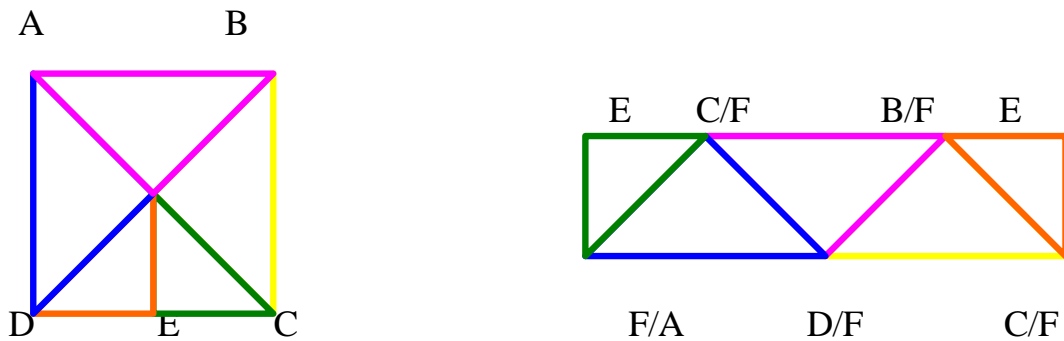
B

S10 Si traccino le diagonali AC e DB , si ritaglino i triangoli AOB , BOC ; COD , DOA . Si faccia coincidere il lato OB del triangolo AOB con il lato OB del triangolo BOC ; il lato CO del triangolo BOC con il lato CO del triangolo COD ; il lato OD del triangolo COD con il lato OD del triangolo DOA ; il lato OA del triangolo DOA con il lato OA del triangolo AOB e si costruisca il **rombo** $ADCB$.

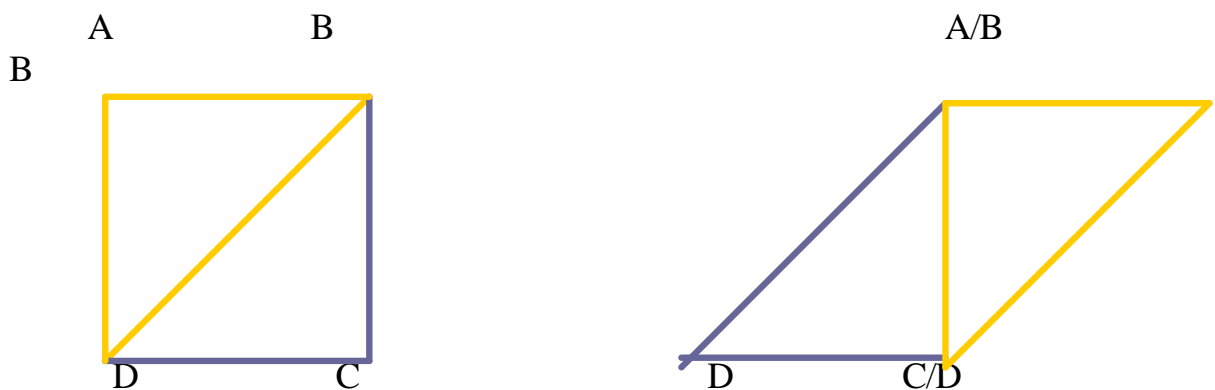


S10 (interviste): Disegno un triangolo isoscele e 2 triangoli rettangoli, li ritaglio e incollo e incollo i 2 triangoli rettangoli alla base del triangolo isoscele in modo da costruire **il rombo**.

S11 Si traccino le diagonali AC e BC. Si prenda il punto medio E sul lato DC e si tracci la perpendicolare FE al triangolo DFC. Si ritaglino i triangoli AFB, BFC, FEC, FED e DFA. Si incolli il lato DF del triangolo DFA con il lato AF del triangolo AFB; il lato BF del triangolo AFB con il lato CF del triangolo BFC; il lato BF del triangolo BFC con il lato DF del triangolo FED; il lato AF del triangolo DFA con il lato EF del triangolo FEC e si costruisca **il rettangolo EEFF**.



S12 Si Tracci la diagonale BD e si ritaglino i triangoli BAD e BCD. Si faccia coincidere il lato BC del triangolo BCD con il lato AD del triangolo BAD e si costruisca **il parallelogramma ABCD**.



3. Risultati del gruppo di controllo

3.1 Analisi quantitativa

Dopo aver esaminato i lavori degli alunni si è proceduto alla raccolta dei dati utilizzando tre strumenti:

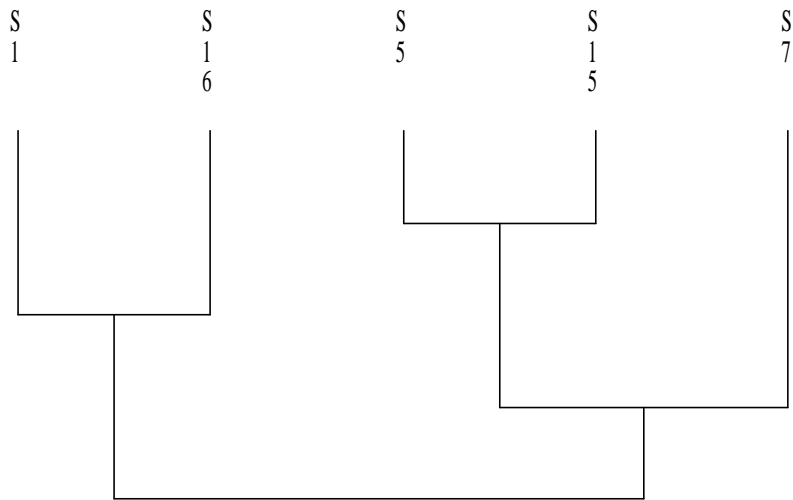
- Tabelle delle frequenze (vedi allegati);
- grafici elaborati con il programma Chic¹;
- interviste (vedi analisi qualitativa).

Si analizzano di seguito i dati in relazione ai grafi della similarità che mettono in evidenza le strategie che si assomigliano:

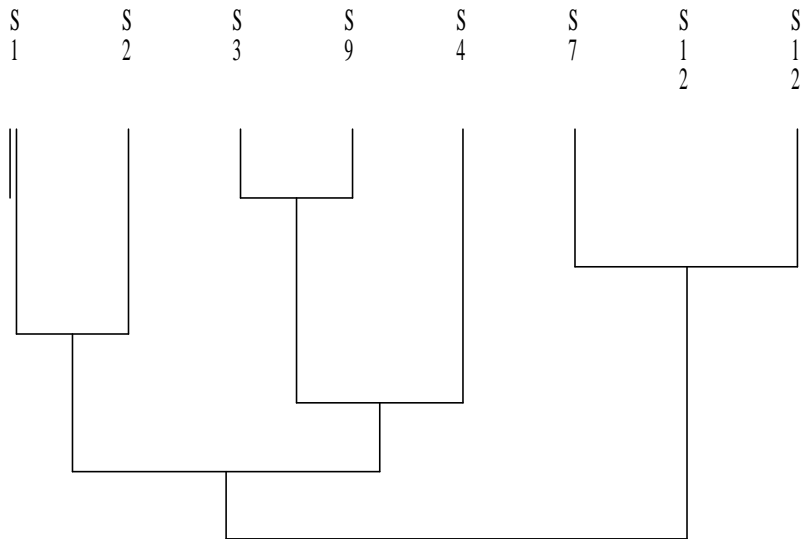
- si distinguono due gruppi di strategie simili per il quadrato, con due sottogruppi che occupano distanze differenti in base alla relazione di similarità più vicine o più lontane. Le strategie più utilizzate sono state S5, S7, S15 appartenenti al secondo gruppo ed S1 al primo (vedi allegato)
- due gruppi per il rettangolo di cui al primo gruppo due sottogruppi di strategie simili. Le strategie più utilizzate sono state S2, S3 (rispettivamente per il 1° e 2° gruppo) e S7 (per il 2°) sono state quelle più utilizzate.

Lo scopo di tali grafici è di evidenziare quanto e come si colleghino le strategie adottate in modo da stabilire quale logica ci sia dietro le costruzioni effettuate.

¹ I grafici che elabora questo strumento permettono di verificare e scegliere il livello di accettabilità delle implicazioni, stabilite in accordo con le leggi probabilistiche della statistica inferenziale. GRAS R. (1997), "Metodologia di analisi d'indagine", Quaderni di ricerca in didattica, n.7, Palermo
Disponibile on-line al seguente indirizzo: <http://math.unipa.it/%grim/memquad.htm>



Arbre de similarité : C:\WINDOWS\Desktop\QuadDef2.csv



Arbre de similarité : A:\tabulaz dati tesi\Dati Rettangolo\rett.csv

3.2 Analisi qualitativa

Esaminando i lavori degli alunni, le tabulazioni e i grafici dei dati in relazione alle figure geometriche si cercherà di descrivere più obiettivamente possibile i comportamenti attuati dagli alunni e le strategie da loro adottate.

Inizialmente l'attività somministrata ha avuto degli effetti inibitori sugli alunni forse perché mai sperimentata individualmente e criticamente o forse perché poco compresa. La prima reazione è stata quella di consultare il libro di testo andando a ricercare le figure da costruire e le loro relative proprietà. Le tabulazioni, infatti, rilevano come le strategie più comuni siano S2 e S7 per il rettangolo, S4 per il triangolo, S1 e S7 per il quadrato (vedi analisi a-priori).

La maggior parte degli alunni ha svolto in maniera meccanica e acritica l'attività attenendosi solo a quelle immagini errate o superate e da loro accettate come modello da applicare a qualsiasi situazione problema.

Analizzando attentamente i lavori emerge poca chiarezza concettuale rilevata dall'uso del linguaggio adottato per spiegare la procedura seguita per costruire. Si nota, inoltre, la forte influenza che le posizioni standard per mezzo delle quali in genere si presentano le figure nei libri di testo e non solo. Questa influenza è tangibile nella costruzione operata dall'A3 il quale inizialmente incolla il trapezio con la base minore rivolta verso il basso in seguito credendola sbagliata la incolla nella pagina successiva con la base maggiore rivolta verso il basso.

Tale risultato può essere interpretato alla luce di un insegnamento basato su presentazioni di figure standard tali da far pensare all'alunno che non esistano altre posizioni che tuttavia permettano di conservare le caratteristiche geometriche delle figure, ma che ne alterino le stesse.

Questa concezione è diffusa e largamente adottata dalla maggior parte degli alunni che, per la ripetitività delle attività, sono soliti approcciarsi ad esse in modo passivo e poco costruttivo. Inoltre la ripetizione delle figure costruite dalla scomposizione del rettangolo si pensa sia dovuta all'errata interpretazione della consegna la quale spiega la diversità delle figure non in funzione della loro posizione ma in base alle caratteristiche propria di ogni figura geometrica costruita.

Il linguaggio utilizzato dall'A3 per spiegare la procedura secondo la quale costruisce dal rettangolo il triangolo isoscele è appropriato ma non corrisponde alla figura realmente costruita. Le intenzioni erano di costruire un triangolo isoscele ma non avendo calcolato bene l'estensione dei piccoli triangoli è venuta fuori una figura non corrispondente a quella che era l'immagine mentale pensata in precedenza.

L'alunno in ogni modo dopo aver costruito la figura ha riflettuto poco e non è ritornato ad osservare la figura che avrebbe potuto rifare o semplicemente darle il suo appropriato nome ovvero quello di triangolo scaleno.

La constatazione di tale atteggiamento induce a pensare che per l'A3, come per quasi tutti gli alunni, la figura geometrica sia pensata soltanto come il risultato di qualità spaziali quali la grandezza, la posizione e la forma senza nessun riferimento a qualità concettuali quali l'astrattezza, la generalità, l'idealità e perfezione (Bruno D'Amore, 2001).

In realtà gli alunni non riescono ad attribuire alla figura le specifiche proprietà geometriche, ma si bloccano alle prime intuizioni che hanno su di loro e cioè agli enti mentali denominati anche "concetti figurati".

All'allegato inerente al lavoro svolto dall'A5 si osservi la precisione con la quale definisce la figura somministrata come obiettivo e oggetto di lavoro, l'iniziale esigenza di dividere le figure in più triangoli ma anche la

mancanza di fiducia nel procedimento adottato dedotto dal diverso risultato ottenuto; ciò può dipendere dalla difficoltà dell'alunno nel momento in cui si trova ad approcciarsi alla consegna proposta che esige prestazioni che normalmente non erano richieste nelle loro attività scolastiche.

Si osservino le diverse scomposizioni attuate dagli A6, A12 e A15; analizzandoli separatamente si osserva che:

- L'A6 ha utilizzato un procedimento di scomposizione più complesso per costruire il rombo rispetto a quello usato per la costruzione delle altre figure. Inoltre si osserva l'errata denominazione della figura che rappresenta il parallelogramma ma che in realtà lo chiama parallelepipedo. Tale constatazione può indurre a pensare che l'alunno o abbia mancanze a livello di terminologia oppure che non abbia ben chiaro le caratteristiche che distinguono le figure piane da quelle solide;
- L'A12 ha costruito il trapezio isoscele ma il ragionamento adottato per spiegare la procedura di tale costruzione non la rispecchia fedelmente per due motivi:
 1. L'alunno aveva in mente di scomporre la figura in triangoli scaleni anche se in realtà non lo ha fatto ha scritto il ragionamento come se avesse attuato quel procedimento;
 2. Ha false concezioni sul triangolo.
- L'A15 non è in grado di spiegare il procedimento adottato per scomporre le figure.
- A16 ha scomposto la figura di riferimento in modo errato.

Da alcuni lavori, inoltre emerge l'uso di termini poco appropriati quali semicerchio, parallelepipedo, pezzetti triangolari, linea obliqua, triangolo rettangolo-scaleno ecc.; ciò potrebbe derivare dalla poca chiarezza

concettuale, dalla non chiara distinzione tra enti geometrici e/o da semplici verbalismi.

Interessante è a tal proposito mettere a confronto le tabulazioni delle tre figure geometriche (quadrato, triangolo e rettangolo) al fine di esaminare la stretta connessione tra tutte le strategie utilizzate dagli alunni per costruire le diverse figure con uguale estensione (vedi allegato tabulazione frequenze).

Il dato più indicativo emerso è quello relativo alla somma delle frequenze della S1 per il rettangolo, S4 per il triangolo, S1 e S10 per il quadrato. Le 24 strategie utilizzate per costruire il rombo evidenziano la forte e diffusa misconcezione che gli alunni hanno sulle proprietà del rombo e in generale un su tutte le figure. Per giustificare quanto detto si documentano i ragionamenti scritti formulati in base ai procedimenti adottati al fine di render chiare le strategie di scomposizione e costruzione delle figure geometriche.

- **A1:** *“Ho creato un rombo attraverso un quadrato. L’ho creato tagliando il quadrato a metà”*
- **A2:** *“Ho tracciato una diagonale dal quadrato così....l’ho appeso in modo diverso da formare un rombo”*
- **A3:** *“Ho tagliato due triangoli e li ho messi come un rombo”(dal triangolo).”Io ho tagliato il quadrato in due triangoli e ho ottenuto il rombo”*
- **A4:** *“Per ottenere questo rombo ho preso un quadrato e l’ho tagliato verticalmente e l’ho incollato”*
- **A5:** *“Ho ruotato il quadrato e ho ottenuto il rombo”, “Ho tagliato il triangolo in due triangoli e ho ottenuto un rombo”*

- **A7:** *“Ho preso un triangolo e l’ho diviso a metà con attenzione poi l’ho incollato e ho ottenuto un rombo”*
- **A8:** *“Ho preso un triangolo rettangolo e l’ho tagliato e così ho ottenuto un rombo”*
- **A9:** *“Per fare questo rombo ho usato un quadrato l’ho tagliato a triangoli e mi è venuto un rombo”*
- **A10:**
- **A11:** *“Con il triangolo ho formato un rombo ho tracciato una linea in mezzo ed o posizionato in modo da formare un rombo”*
- **A12:** *“Tagliando il quadrato in due parti ho ottenuto un rombo”, “Da un triangolo rettangolo ho ottenuto un rombo”*
- **A13:** *“Ho tagliato il quadrato in diagonale formando dei triangoli che uniti formano un rombo”*
- **A14:** *“Ho disegnato il quadrato che mi ha dato la maestra in un foglio di carta millimetrata e ho tagliato la figura ed ho ottenuto un rombo”, “Ho disegnato il triangolo che mi ha dato la maestra in un foglio di carta millimetrata e ho tagliato la figura, ed ho ottenuto un rombo”*
- **A15:** *“Ho osservato bene un quadrato, dopo ho riportato la stessa figura sulla carta tagliandola ho capito che da quella figura si poteva ricavare benissimo un rombo. Ho ritagliato la figura ottenuta, e dopo l’ho attaccata sul quaderno”*
- **A16:** *“Per fare questa figura ho preso un foglio ho disegnato un quadrato e l’ho ritagliato poi ho fatto una*

linea in mezzo e ho ritagliato in due parti in fine li ho incollati ed è spuntato un rombo”

- **A17:** *“Ho costruito questa figura facendo una linea orizzontale”(dal triangolo)*
- **A18:** *“Con il quadrato ho ottenuto un rombo, tagliando una diagonale. Così ho ottenuto un rombo”*
- **A19:** *“Ho tagliato un quadrato l’ho tagliato a metà dai vertici li ho uniti ed ho ottenuto un rombo”*
- **A20:** *“Ho tagliato un quadrato in forma diagonale e ho ottenuto un rombo” “Ho tagliato un triangolo equilatero a metà e poi l’ho unito”(dal triangolo)*

Comparando i ragionamenti emerge la diffusa falsa convinzione che il rombo sia un quadrato disegnato con le diagonali orizzontale e verticale, che ruotando il quadrato si ottenga il rombo e che tagliando il triangolo rettangolo si possa costruire il rombo. Il misconcetto rintracciato, dunque, potrebbe essere indotto da un modello ritenuto definitivo che racchiude le seguenti informazioni:

1. Denominazione della figura geometrica in base alla posizione che occupa nello spazio;
2. Rotazione intesa come deformazione di figure;
3. Falsi concetti geometrici in relazione al triangolo, al quadrato e al rombo.

La concezione più diffusa è quella relativa alla denominazione della figura in base alla posizione che occupa nello spazio e di conseguenza l’insufficiente conoscenza e/o chiarezza relativa ai concetti geometrici principali quali angolo, lato, diagonale, altezza, perimetro e area.

Le false concezioni si rilevano maggiormente nei lavori svolti dall'A5, A19, A20 e in generale dalle conversazioni effettuate con tutti gli alunni. Analizzando le costruzioni geometriche dell'A19 e dell'A20 si nota l'errata denominazione del triangolo equilatero del primo e il curioso abbinamento dei termini triangolo rettangolo-scaleno del secondo. Il motivo di tale errata denominazione di figura potrebbe attribuirsi alla mancata conoscenza delle caratteristiche proprie di ogni triangolo nonché delle loro corrette denominazioni.

* * *

Il testo della consegna1 ha suscitato meno inibizione e difficoltà per quel che riguarda la costruzione delle figure (vedi allegato consegna1).

Dalle interviste condotte al campione degli 11 alunni emerge una più chiara consapevolezza delle procedure adottate al conseguimento delle scomposizioni/composizioni delle figure, ma nonostante ciò si evidenziano molte fotocopie di processi e risultati conseguiti in questo senso.

Si nota, infatti, la ripetizione di figure quali il rombo e il parallelogramma; ciò può essere attribuito alla poca autonomia di pensiero in quanto l'alunno crede che affidarsi agli altri sia sicuro e non incorra a "pericoli", alla poca fiducia nelle proprie capacità che richiedono un costante adattamento ai diversi tipi di compito e che se non sostenute e stimolate diventano asettiche e passive.

Discussioni

Procedendo alla discussione sulle scomposizioni sono emerse alcune differenti e rilevanti strategie quali: S13 per l'A1, S5 per l'A5, S19 per l'A7, S20 per l'A8 e S21 per l'A10.

Dalla discussione e dal grafico delle frequenze è scaturita l'originalità della S13 che l'A1 ha adottato inizialmente per costruire un cerchio ma notate le difficoltà nello scomporre tale figura ha preferito procedere alla costruzione del rettangolo. La logica adottata in precedenza è quella di scomporre il quadrato in pezzetti sempre più piccoli affinché si arrivasse a costruire quelle linee curve di cui è costituito il cerchio.

Insegnante: *scomponendo in questo modo la figura cosa hai pensato di costruire?*

L'A1 riflette e non risponde forse perché non è sicuro di ciò che vuole costruire o perché intimidito dalla domanda.

Alunno1: *maestra ho pensato di costruire il cerchio ma non riesco a farlo!*

Insegnante: *ti sei chiesto il motivo?*

Alunno1: *no, allora provo a farne un'altra!*

Insegnante: *il cerchio che forma ha?*

Alunno1: *rotonda*

Insegnante: *i pezzetti che hai tagliato anche se molto piccoli riescono a comporre un cerchio e ad assumere quindi la forma curva?prova!*

L'alunno prova ma senza ottenere alcun risultato.

Alunno1: *non riesco a farlo! Penso proprio che proverò a costruire il rettangolo.....*

Seconda figura

Alunno1: *maestra ho in mente di costruire un rombo, ma non ho idea di come tagliarlo*

Insegnante: *rifletti e pensa come può essere formato un rombo*

Alunno1: *è formato da un triangolo grande e da due triangoli più piccoli*

Insegnante: *per te questa è l'unica composizione o c'è ne sono altre?*

Alunno1: *non so! Adesso provo*

* * *

Insegnante: *quante figure sei riuscito a costruire?*

Alunno5: *tre figure*

Insegnante: *come hai proceduto?*

Alunno5: *ho tagliato il quadrato lungo la sua diagonale e ho costruito il parallelogramma e il triangolo isoscele*

Insegnante: *come hai costruito il triangolo isoscele?*

Alunno5: *tagliando il quadrato lungo una diagonale e ruotando le due figure*

Insegnante: *cosa significa per te il termine ruotare?*

Alunno5: *muovere qualcosa*

Esaminando l'allegato relativo all'alunno5 si nota, rispetto a quella utilizzata dagli altri compagni, una terminologia appropriata e la capacità di attribuire alla figura l'idea di movimento rigido ovvero quella della rotazione. Tale capacità si pensa possa essere il risultato inconsapevole di un'esperienza effettuata durante la costruzione di figure, ma non compreso nella sua applicazione reale alla geometria.

* * *

Insegnante: *come hai costruito il rombo?*

Alunno7: *ho tagliato il quadrato dagli angoli fino a metà lato e sono venuti fuori tre triangoli che incollati base con base hanno formato il rombo*

Insegnante: *adesso come pensi di scomporre la figura*

Alunno7: *taglio il quadrato da quest'angolo fino a più della metà del lato, incollo un lato del triangolo ottenuto con l'altro lato della figura rimasta e costruisco il parallelogramma*

Sebbene il linguaggio utilizzato sia privo di termini appropriati l'alunno rende chiara la procedura adottata per la costruzione di tali figure.

Osservando la prima figura costruita si nota la denominazione dei due triangoli rettangoli in "un triangolo a metà" come se non fossero riconosciuti come tali, ma come un triangolo isoscele. Tale considerazione può dipendere da una visione definitiva della costruzione della figura che può essere percepita composta principalmente da due triangoli isosceli anche se un triangolo è diviso a metà.

La seconda figura (parallelogramma) anche se costruita con procedura diversa rispetto alle altre può non rispecchiare la consapevolezza delle proprie caratteristiche rappresentando soltanto un modo spontaneo di procedere.

* * *

Insegnante: *hai già scomposto il quadrato?*

Alunno8: *sì, ho costruito il rombo*

Insegnante: *come lo hai costruito?*

Alunno8: *ho tagliato il quadrato in quattro quadrati più piccoli ma non avevo un'idea precisa come comporli, dopo vari spostamenti li ho incollati in diagonale ed è venuto fuori un rombo*

Insegnante: *sai dirmi cosa si intende per quadrato e/o per rombo?*

Alunno8: *allora.....il quadrato ha tutti i lati uguali invece il rombo.....non ricordo!*

Insegnante: *prova a disegnare tutte e due le figure e a riflettere sulle differenti caratteristiche che le distinguono.*

L'alunno8 presenta il misconcetto secondo il quale il quadrato disegnato con la diagonale orizzontale e verticale è un rombo. Anche qui, come nel gruppo di controllo, può esserci una conoscenza basata solo su "concetti figurati" cioè sulle prime intuizioni di enti mentali relativi alle figure geometriche piane conseguenza questa della falsa comprensione secondo la quale la diversa forma della figura rispetto a quella di partenza (quadrato) dipenda dalla sua posizione. Ciò può essere frutto della poca esperienza avuta con questa figura presentata sempre nella stessa posizione.

Indicativa è invece l'esperienza fatta con il rettangolo che nonostante sia incollato dall'alunno in posizione verticale conserva le caratteristiche proprie e non perde significato in tale posizione. L'esigenza di adattare l'estensione della figura allo spazio del foglio è servita al fine di creare un'adeguata situazione di conflitto tale da modificare la struttura concettuale degli alunni riguardo il rettangolo.

Infatti l'alunno8, e in generale un po' tutti gli alunni non ha avuto difficoltà nell'adeguare questa nuova immagine del rettangolo a quella "vecchia" confermata dall'esperienza cioè "il rettangolo appoggiato sulla base orizzontale più lunga e con l'altezza, verticale, più corta"(Bruno D'Amore, 2001).

Insegnante: *come pensi di scomporre il quadrato?*

Alunno8: *lo taglio a metà*

Insegnante: *bene...adesso mostrami cosa pensi di costruire*

Alunno8: *so già cosa fare...incollo il lato più corto di uno dei due rettangoli all'altro e ottengo il rettangolo grande.*

Ho pensato di scomporre il quadrato in un altro modo tagliandolo a metà in diagonale.

Insegnante: *quale figura hai in mente di costruire?*

Alunno8: *beh!....pensandoci bene ci sono più costruzioni da fare. Adesso penso di costruire un rettangolo*

Insegnante: *quale!*

Alunno8: *ecco...questo!!*

In quest'ultima costruzione l'alunno nonostante abbia proceduto con logica ha in ogni modo dimostrato di non conoscere bene le sue proprietà geometriche.

* * *

Insegnante: *come hai costruito il rettangolo?*

Alunno10: *ho tagliato a metà il quadrato e le parti le ho attaccate vicine*

Insegnante: *perché hai indicato la figura con le lettere? non hai sbagliato anzi quello che hai fatto è utile sai dirmi perché?*

Alunno10:(non risponde)

Dopo un po'

Alunno10: *maestra ho scomposto il quadrato in questo modo forse però ho sbagliato!*

Insegnante: *perché pensi di avere sbagliato?*

Alunno10: *ho tagliato due triangoli senza punte*

Insegnante: *queste figure che tu hai chiamato "triangoli senza punte" in realtà hanno un nome specifico, sai dirmi quale?*

Alunno10: *allora.....la figura più grande è il trapezio, quella piccola....umhh.....*

Insegnante: *osserva bene la figura più piccola cosa noti di simile con quella più grande?*

L'alunno si dimostra insicuro in relazione alla denominazione delle figure, problema riconducibile ad un modello ormai consolidato di presentazione standard delle stesse, secondo la loro posizione nello spazio e/o alla poca attenzione prestata alle loro caratteristiche geometriche.

4. Risultati del gruppo sperimentale

La seconda fase è stata prevista allo scopo di introdurre il fattore sperimentale, si è voluto verificare l'influenza che tale fattore ha nella presentazione e risoluzione del compito richiesto.

L'intento è di voler comprendere in che modo le variabili del metodo cooperativo facilitino od ostacolino lo sviluppo dell'obiettivo cognitivo.

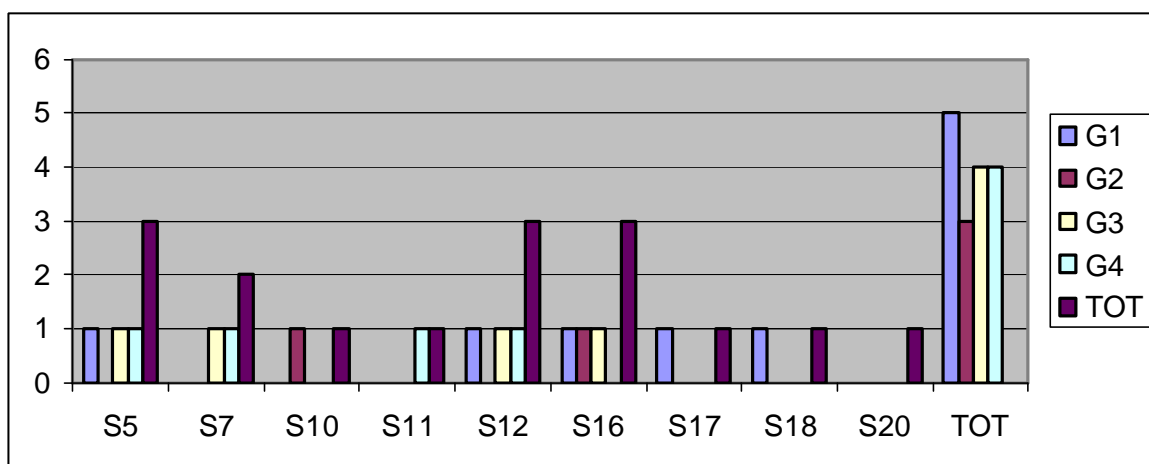
4.1 Analisi quantitativa

Tentando di stabilire delle connessioni tra il compito di tipo cognitivo e quello cooperativo si è proceduto alla raccolta dei dati di ognuno utilizzando due strumenti:

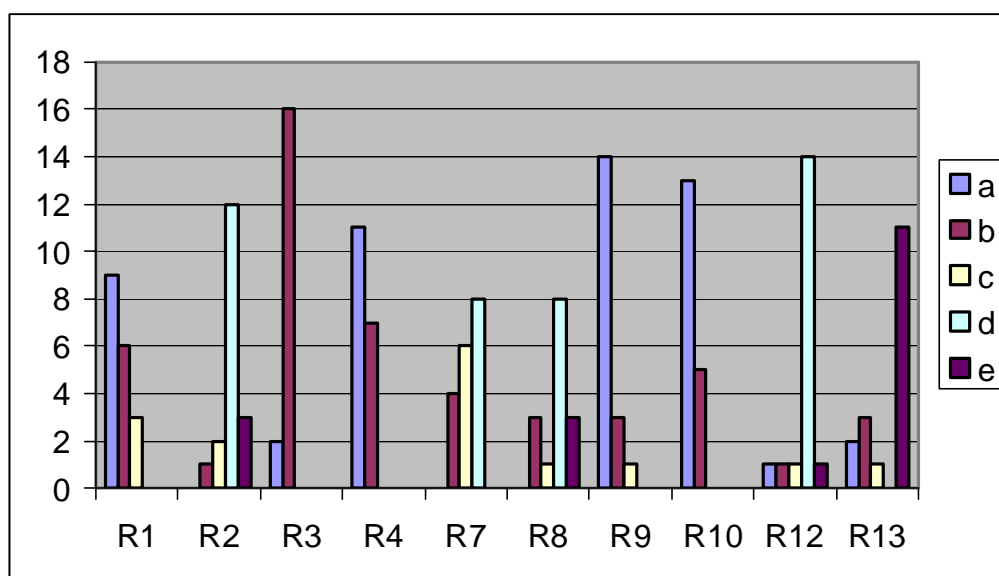
- La tabella delle frequenze relative al numero di strategie adottate;
- il questionario per gli alunni, formulato in base ai criteri stabiliti nel progetto dell'intervento cooperativo, per verificare il successo/insuccesso dei comportamenti cooperativi (Cohen, 1999).

La tabella fa emergere, rispetto ai dati raccolti nel gruppo di controllo, una quantità uguale o addirittura minore di strategie adottate.

Le strategie più utilizzate sono state: S5, S12, S16 e quello che ne ha adottato di più è stato il G1.



Il questionario rileva che il 78% degli alunni trova l'attività interessante e non troppo difficile anche se inizialmente alcuni di loro (9 su 18) elencano il tipo di abilità necessaria per poter svolgere un buon lavoro e alla domanda: "C'è stata un'abilità in cui hai pensato di riuscire molto bene? Quale?" tutti gli alunni rispondono in base all'obiettivo cognitivo a differenza di un alunno che scrive: "Saper collaborare", senza specificare il tipo di abilità in cui riesce bene; il 66% degli alunni parla nella discussione di gruppo da tre a quattro volte; il 74,5% si sente responsabile sia del proprio lavoro sia del lavoro di gruppo; l'88% dichiara di aver bisogno dei compagni per continuare a svolgere il proprio lavoro; il 74,5% va d'accordo con tutti nel gruppo e si ascolta reciprocamente. (vedi allegato)



Spiegazione della legenda: R1 a =molto interessante, b =abbastanza interessante, c =un po' interessante, d =non molto interessante, e =per niente interessante. R2 a = estremamente difficile, b =piuttosto difficile, c =talvolta difficile, d =non troppo difficile- in giusta misura, e =molto facile. R3 a =sapevo bene cosa fare, b =all'inizio non ho capito, c =non mi è stato mai chiaro. R4 a =sapevo bene cosa fare, b =all'inizio non ho capito, c =non mi è stato mai chiaro. R7 a = nessuna, b =una o due volte, c =da

tre a quattro volte, d =cinque volte o più. R8 a = ho avuto paura di esprimere la mia opinione, b =qualcun altro mi ha interrotto, c =non mi è stata data la possibilità di esprimere la mia opinione, d =ho parlato quando ho voluto, e =nessuno ha fatto attenzione a quello che ho detto, f =non ero interessato al problema, g =oggi non mi sono sentito bene. R9 a =si, b =solo in parte, c =no. R10 a =si, b =solo in parte, c =no. R12 a =con pochi di loro, b =con metà di loro, c =con la maggior parte di loro, d =con tutti loro, e =con nessuno di loro. R13 a =solo alcuni di loro, b =metà di loro, c =la maggior parte di loro, d =tutti loro, eccetto uno, e =tutti loro. (vedi allegato).

4.2 Analisi qualitativa

Il lavoro sperimentale si è svolto in quattro momenti, partendo da una dimensione ludica, fino ad assumere progressivamente una connotazione di vero e proprio apprendimento di gruppo.

La *prima fase*, propedeutica alla comprensione del principio d'interdipendenza positiva e responsabilità personale e di gruppo, si è attivata mettendo in pratica il gioco del “Naufragio” di Jay Hall (vedi progetto dell'intervento cooperativo).

Il primo momento, dedicato a questa fase, è stato di comprendere il tipo di concezione che gli alunni hanno in relazione al lavoro di gruppo.

Si è dato modo, infatti, di esprimere opinioni e idee su tutte quelle variabili che entrano in gioco in questo tipo di lavoro, cercando di stimolare la discussione ponendo agli alunni domande del tipo: “Avete mai pensato cosa potrebbe accadere se uno o più giocatori di calcio terminassero improvvisamente di giocare nel corso di una partita importante?” o “se un operaio di una fabbrica smettesse di far funzionare una macchina che produce qualcosa?”.

La classe ha potuto discutere e riflettere sui comportamenti sociali che avrebbe attuato nella fase successiva.

La fase del gioco è iniziata dividendo la classe in gruppi di lavoro in modo casuale, cercando soprattutto di non far scegliere agli alunni i propri amici; ciò ha causato non pochi problemi e lamentele da parte di alcuni di loro.

In quel momento, dunque, si è nuovamente intrapreso una piccola discussione che ha permesso di spiegare loro l'importanza della coesione di gruppo anche se si lavora con persone che si conoscono di meno e dei vantaggi che si ricavano nell'istaurare nuovi rapporti e scambi d'opinione.

Si sono formati quattro gruppi costituiti da quattro o cinque alunni distribuendo ad ogni gruppo un foglio bianco sul quale scrivere gli oggetti che ogni membro riteneva necessario alla sopravvivenza sull'isola.

Durante il gioco, i gruppi erano talmente intenti a discutere su quello che avrebbero dovuto portare sull'isola che dimenticavano di mettere in atto i comportamenti discussi poiché vi erano alunni che in alcuni casi dominavano la discussione, in altri non ascoltavano le idee dei compagni.

Si è pensato, dunque, d'intervenire facendo ricordare che esistono delle regole da rispettare e che non si può lavorare in gruppo se le persone che vi fanno parte non sono d'accordo tra loro.

Nel momento in cui gli alunni riprendono il gioco di gruppo alcuni di loro dubitano l'importanza degli oggetti scelti dagli altri membri e chiedono parere esterno, emerge la dipendenza dalla figura dell'insegnante; il secondo intervento ha voluto, infatti, far comprendere che il successo della sopravvivenza dipende dalla loro responsabilità e organizzazione di gruppo.

Il momento conclusivo del gioco ha permesso di collegare l'esperienza concreta ai comportamenti sociali discussi in precedenza, anche se sperimentati in parte perché il primo approccio al metodo cooperativo.

Il dopo-gioco ha fatto emergere importanti risultati dal punto di vista pratico poiché il dominio da parte di alcuni alunni e il chiedere aiuto alla figura esterna ha attivato discussioni sul tipo di decisioni da prendere, riflessioni sul modo di gestire l'interazione di gruppo e l'importanza di risolvere i dubbi all'interno del gruppo senza ricorrere all'aiuto di figure esterne. Inoltre alcuni alunni affermano di essere soddisfatti di tale attività perché stimolati ad aprirsi e ad ascoltare gli altri.

La *seconda fase* consiste nell'introdurre e spiegare i ruoli da realizzare nel lavoro di gruppo e nel rinforzare le norme cooperative discusse e in parte effettuate.

Spiegare i ruoli e soprattutto far capire come metterli in pratica è stato difficile e complesso sia per il tipo di attività da affrontare che di per sé non richiede l'acquisizione di abilità sociali sia per il modo in cui intervenire nei momenti critici ove si vengono a creare situazioni di scambi di ruoli all'interno dei gruppi.

Il passo successivo, dunque, è stato quello di rendere il più semplice possibile agli alunni la comprensione delle norme cooperative e dei ruoli mediante la pubblicazione su un cartellone in modo da averli presenti e chiariti ogni volta se ne presentasse il bisogno.

Si è proceduto, quindi, a spiegare le funzioni che ogni ruolo ricopre e il motivo per cui è assegnato all'interno del gruppo; gli alunni in quel momento sembravano aver compreso l'importanza dei ruoli che ognuno di loro avrebbe dovuto svolgere nel lavoro di gruppo successivo.

Dopo aver concluso i tempi dedicati alla spiegazione e alla chiarificazione delle abilità sociali, si è proceduto alla *formazione dei gruppi eterogenei* seguendo lo stesso raggruppamento della prima fase, in modo da mantenere la stessa coesione di gruppo instauratasi precedentemente.

Ai gruppi già suddivisi e sistemati fisicamente (l'uno accanto all'altro in modo da facilitare l'interazione e nello stesso tempo collocati a distanza dagli altri gruppi) in classe sono stati assegnati i seguenti ruoli: *facilitatore e controllore* a coloro che generalmente non si assumono responsabilità e non si preoccupano se gli altri hanno bisogno d'aiuto, *l'addetto ai materiali e al riordino* a quegli alunni che non hanno cura dei propri e degli altrui oggetti, il relatore ad alunni che non si espongono molto nei momenti di discussione di classe e *l'armonizzatore* a coloro che non riescono a trovare accordi e consensi, ma cerca spesso di provocare liti e discussioni.

La *terza fase* relativa alla lezione introduttiva ha permesso di far chiarezza sia sui ruoli e le norme cooperative precedentemente discusse sia sulle abilità richieste agli alunni per portare a termine il lavoro di gruppo.

Si è raccomandato, consegnata la scheda di lavoro ai gruppi, di leggere e comprendere a fondo le istruzioni scritte costituite da due compiti (vedi progetto intervento cooperativo) uno individuale e l'altro di gruppo, di utilizzare al meglio il materiale e di porre domande al facilitatore su chiarimenti relativi alla consegna.

La fase del lavoro di gruppo ha permesso di verificare la reale interiorizzazione delle norme cooperative e l'originalità di soluzione nelle costruzioni geometriche.

In relazione alla scheda di lavoro, si è avuto modo di osservare molta insicurezza da parte alcuni alunni nel riconoscere diverse figure geometriche piane e nel ricostruirle prestando attenzione alla loro estensione.

Osservando i gruppi si ha la sensazione che tutto funzioni e che proceda come da manuale, ma fermandosi attentamente ad ogni gruppo e prendendo nota di ciò che accade si rilevano difficoltà in relazione ai ruoli assegnati.

Si è cercato, dunque, di osservare per cinque/dieci minuti ogni gruppo in modo da aver chiaro il tipo di relazione che si viene a creare tra i membri relativamente al compito richiesto.

Nel momento in cui iniziano a collaborare gli alunni si sentono responsabili del proprio ruolo anche se non sanno bene come e quando intervenire poiché dicono: "...tu che ruolo hai?"(G3), "io sono il facilitatore...tu invece?"(G1), "chi è il relatore?"(G1), "io credo di avere il ruolo di chi sistema la carta...non ricordo chi è di voi il controllore!"(G4), "che cosa si deve dire per fare il facilitatore?"(G2), "io faccio l'armonizzatore...il controllore chi è?" (G3) ecc...

La difficoltà di attuare i ruoli in ogni modo non ha inciso sull'attuazione dell'interdipendenza positiva e la responsabilità personale e di gruppo; tali comportamenti sono stati rilevati sia durante il lavoro di gruppo sia analizzando le risposte che i singoli alunni hanno dato al questionario somministrato a fine lavoro.

L'intenzione di collaborare è evidente ma messa in difficoltà da atteggiamenti ancorati al vecchio lavoro di gruppo ove non si predilige il rapporto studente-studente, ma studente-curricolo e studente-insegnante.

Analizzando attentamente i singoli gruppi si osserva che:

- il G1 esegue molte più figure e con strategie diverse da quelle adottate dagli altri gruppi anche se non comprende la consegna poiché due delle figure costruite non sono della stessa estensione della figura presa come riferimento (il quadrato). È il gruppo che più di tutti gli altri s'impegna non solo nell'attività proposta, ma anche nella collaborazione poiché si crea tra i membri un forte senso d'interdipendenza e di responsabilità personale e di gruppo. I comportamenti che maggiormente hanno successo sono: ascoltare le idee altrui, esprimere e discutere con gli altri le proprie idee, dare la

parola a tutti i membri del gruppo. È emerso, però, un effetto di status negativo ovvero un'alunna molto riservata e con poca autostima non partecipava al lavoro se non in modo molto silente. La partecipazione di L., infatti, si limita nel riportare le idee relative all'attività alla compagna più vicina che comunica quanto ricevuto agli altri membri. In quel momento si è intervenuti facendo capire che tutti i membri hanno il dovere di stimolare e sostenere coloro che non riescono a partecipare verbalmente poiché ognuno rappresenta una risorsa preziosa per il gruppo. Inoltre, si è mostrato pubblicamente compiacimento nei confronti del lavoro e delle idee avute da L. dando così un esempio a coloro che non ritenevano la compagna capace di dare un contributo al gruppo. I ruoli non hanno avuto molto successo poiché si rileva poca organizzazione da parte dei membri nel gestire la comunicazione in relazione al compito richiesto e lo scambio d'atteggiamenti: il facilitatore talvolta si fa dominare dal controllore, l'addetto al materiale e al riordino non fa altro che intervenire continuamente a sproposito, l'armonizzatore sta in silenzio, il controllore non calcola i tempi di lavoro, il relatore non prende appunti sulla discussione e sui comportamenti attuati.

- Il G2 è molto lento e confuso, porta avanti poche strategie fermandosi un po' troppo sia sulla scomposizione sia sulla costruzione delle figure. S'istaura un tipo d'interazione bidirezionale poiché i membri non si consultano con tutti ma con alcuni in particolare; ciò influenza molto l'attività rendendola poco interessante e produttiva. L'assegnazione dei ruoli è inutile e poco efficace per il gruppo poiché non sono presi nella giusta considerazione; esso in ogni caso mette in atto solo i comportamenti necessari al fine di svolgere un tranquillo lavoro di gruppo.

- Il G3 mette in atto una sola strategia quella per costruire il parallelogramma poiché le altre figure costruite rispecchiano il misconcetto relativo al rombo ovvero il quadrato è scomposto in due o quattro triangoli, ricostruito in maniera identica a quella precedente e posizionato in obliquo. In relazione all'apprendimento di gruppo si sforza di attuare i comportamenti sociali e ogni tanto qualche membro dice: “Ricorda quello che ha detto la maestra, dobbiamo collaborare non lavorare ognuno per conto nostro”, “...è importante sapere quello che ognuno sta pensando e dirlo agli altri”. La constatazione di tali affermazioni fa capire come alcuni di loro comprenda l'importanza di non trascurare nel lavoro di gruppo i comportamenti cooperativi, anche se ciò è scaturito più che da motivazione interna da motivazione esterna fornita in questo primo approccio dalla figura esterna al gruppo. L'assegnazione dei ruoli non è efficace poiché crea confusione e poca comunicazione tra i membri in relazione all'attività. Il problema relativo alla produzione di una sola strategia e delle altre adottate in maniera errata scaturisce anche dall'incomprensione del ruolo del facilitatore che avrebbe dovuto rileggere la consegna cercando di spiegarla in modo chiaro e porre domande del tipo: “avete capito tutti?”, “devo rileggerla?”, “c'è qualcuno che non ha chiaro quello che deve fare?”... L'unico ruolo che funziona è quello dell'addetto al riordino e al materiale che puntualmente si alza per togliere la carta e mettere in ordine.
- anche il G4, come il G2 e il G3, mette in atto poche strategie. I membri non riescono a svolgere i ruoli assegnati perché si confondono, in ogni caso sono comunicativi, disposti all'interazione e responsabili sia del proprio compito sia di quello di gruppo. Il

gruppo non sembra confuso rispetto a quello che deve fare anzi inizia subito a lavorare, darsi sostegno e a discutere sull'attività; non si verificano conflitti né effetti di status. L'unico momento in cui il gruppo incontra difficoltà è quando non riesce a scrivere sul cartellone il nome di una figura geometrica dalla forma poco chiara (il parallelogramma). Tale dubbio ha fatto nascere l'esigenza da parte dei membri di consultare la figura esterna; l'intervento di tale figura, però, non ha dato immediatamente la risposta che il gruppo si aspettava, ma ha voluto stimolarlo affinché arrivasse da solo alla soluzione e a comprendere che ogni figura geometrica è tale perché si distingue secondo particolari caratteristiche.

A fine lavoro si è chiesto ai gruppi di presentare una personale versione delle strategie adottate e di ripercorrere i punti salienti della discussione di gruppo, i problemi incontrati sia a livello cognitivo che interpersonale e ciò che avrebbero voluto cambiare.

Nella fase di *presentazione di gruppo* si nota una scarsa attenzione ai processi di lavoro e una mancata riflessione sui comportamenti attuati e non; ciò può dipendere dall'insuccesso avuto nello svolgere i ruoli e/o nel tipo di spiegazione ricevuta nella fase di preparazione ai gruppi.

Le presentazioni si differenziano unicamente per la disposizione delle figure geometriche sul cartellone, soltanto il G4 esplicita il tipo di scomposizione scrivendo sotto le figure il ragionamento limitandosi, al momento della presentazione alla classe, a descrivere il procedimento adottato.

Nel momento in cui gli alunni e in particolare il relatore di ogni gruppo ha avuto difficoltà nell'esprimere il procedimento di scomposizione adottato, si è intervenuti ponendo le seguenti domande-stimolo: "Come avete proceduto per costruire tale figura?", "avevate idee, osservando a

colpo d'occhio il quadrato, su quale figura costruire?", "qual è stata la figura che vi ha dato più problemi e quale invece quella che ne ha dato di meno e perché?", "quali sono stati i problemi relativi ai comportamenti effettuati e non?", "quali sono, se ci sono stati, i problemi relativi allo svolgimento dei ruoli?"ecc...

I gruppi, dunque, hanno iniziato ad esporre i problemi relativi alle strategie adottate e all'interazione di gruppo: "abbiamo ritagliato la figura in tanti modi (in triangoli, rettangoli ehm.), a volte sapevamo come scomporla altre volte tagliavamo senza pensarci su.

Abbiamo avuto qualche problema quando si è costruito il trapezio e il...perché...invece la figura che è venuta più facile da costruire è stata il parallelogramma, il rettangolo.

Non tutti esprimevano le idee sulle figure, alcuni facevano la propria figura e non la comunicavano... alcuni hanno svolto i ruoli altri hanno dimenticato, il facilitatore ha fatto il suo lavoro"(G1);

"abbiamo costruito le figure utilizzando i triangolini del quadrato ritagliato, a volte non eravamo tutti d'accordo e si creava caos. Non abbiamo avuto problemi con nessuna figura in particolare.

Alcuni compagni parlavano più di altri e dicevano che le figure costruite erano poco belle perché ritagliate male. I ruoli non ho capito se funzionavano perché tutti si sono confusi"(G2);

"all'inizio non abbiamo capito cosa fare poi ognuno ha ritagliato il quadrato e ha fatto una figura...la figura più facile da costruire è il rombo perché l'abbiamo tagliato in due parti e incollato in modo obliquo...difficile nessuna.

Non abbiamo utilizzato nessun comportamento in particolare perché non ne avevamo bisogno per lavorare. Nessuno ha avuto problemi per svolgere i ruoli ..qualcuno non lo faceva." (G3);

“abbiamo osservato bene il quadrato e discusso su quanti modi tagliarlo, ognuno ha diviso il suo quadrato e chiedeva se andava bene la figura che stava facendo, la maggior parte delle volte per gli altri andava bene. La figura che ha dato più problemi è il parallelogramma perché all’inizio non capivamo bene che tipo di figura era.

Il nostro gruppo chiacchierava continuamente sulle figure da costruire... alcuni non erano d’accordo sulle figure da incollare sul cartellone perché criticavano come erano tagliate, colorate..soprattutto rimproveravano le femmine. Solamente un nostro compagno facilitatore guidava un po’ il gruppo e a volte diceva di fare silenzio”(G4).

Dopo le presentazioni si è proceduto ad analizzare tutto ciò che è stato detto in classe in modo da dare delle risposte a quelle domande a cui gli alunni non hanno saputo rispondere, criticando e sottolineando sia in positivo che in negativo tutti quei comportamenti non specificati e non effettuati; si è anche rispiegato il concetto di equiscomponibilità alla lavagna mediante esempi di scomposizioni di figure.

La valutazione dei comportamenti si è verificata sia osservando i gruppi durante il lavoro sia confrontando le discussioni delle presentazioni dei gruppi con le risposte date al questionario somministrato a fine lavoro.

Dall’analisi delle risposte emerge la consapevolezza dei comportamenti da attuare e di aver bisogno del gruppo per portare a termine il proprio lavoro (posso chiedere consigli ai miei compagni, consultarmi, risolvere qualche dubbio ecc.), ma la pratica osservata coincide poco con ciò che gli alunni rispondono al questionario.

Tutto ciò significa che gli alunni hanno bisogno di fare molta pratica per lavorare insieme e far funzionare il gruppo; questo, infatti, rappresenta il primo approccio al Cooperative learning poiché esso ha bisogno di essere

compreso e attuato molto gradualmente coordinandolo anche con altri obiettivi cognitivi che vadano dal semplice al complesso.

Un apprendimento di gruppo che si rispetti deve avere il tempo di essere maturato e soprattutto scaturito da motivazione intrinseca; tale sperimentazione ha voluto essere, infatti, uno stimolo ad intraprendere nuovi percorsi e metodologie che rispettino i rapporti tra i pari che sono, nella pratica educativa, fonte di ricchezza non solo per l'apprendimento ma anche per l'insegnamento.

CAPITOLO 4

1. Conclusione

Al termine della sperimentazione possiamo concludere sostenendo la verifica di una parte dell'ipotesi: il compito cognitivo non ha dato i risultati sperati poiché gli alunni hanno ricevuto un tipo d'insegnamento della matematica legato alla risoluzione di algoritmi e alla memorizzazione di regole; il compito collaborativo, al contrario, anche se ha reso l'attività poco produttiva da un lato, dall'altro è stata capace di far sentire gli alunni protagonisti del loro apprendimento e responsabili del loro lavoro.

2. Problemi aperti

La sperimentazione ha dato l'opportunità di approcciarsi a due metodologie differenti: individuale e cooperativa.

Rimangono, tuttavia, aperte alcune problematiche non esaminate che possono aprire nuove ricerche al fine di migliorare e arricchire il presente lavoro:

- I risultati di tale lavoro sarebbero stati diversi se l'obiettivo cognitivo avesse compreso altri tipi di prove?
- Gli strumenti utilizzati si sono rivelati sufficienti al tipo di consegna in questione e ai bisogni degli alunni?
- Vi è una vasta esperienza del metodo preso in considerazione?
- Il Cooperative learning è valido per tutti i contenuti o compiti, è più efficace rispetto al metodo individualistico?

Tali interrogativi fanno emergere il carattere non esaustivo e incompleto della sperimentazione e mettono in luce ciò che non è stato preso in considerazione, ma anche gli errori e gli imprevisti.

Bibliografia

- Bruno D'Amore. *Didattica della matematica* (2001). Pitagora Editrice Bologna
- C. Bernardi, (2001). *Un'esperienza di problem solving* in "Incontri con la matematica, n°15/novembre 2001, Comune di Castel S. Pietro Terme, pagg 27-36.
- C. Cornoldi, (2001). *Aspetti psicologici delle difficoltà in matematica* in "Incontri con la matematica, n°15/novembre 2001, Comune di Castel S. Pietro Terme, pagg. 37-46.
- Elizabeth G. Cohen. *Organizzare I gruppi cooperativi. Ruoli, funzioni, attività* (1999). Erickson
- Lucia Mason – Marina Santi, (1995). *Ragionamento collaborativo e cambiamento concettuale. Uno studio esplorativo* in "Orientamenti Pedagogici", n°42/1995, pagg. 989-1012.
- Mario Comoglio- Miguel Angel Cardoso. *Insegnare ad apprendere in gruppo. Il Cooperative Learning* (2000). Las - Roma
- Pierpaolo Maini – Mario Comoglio, (1995). *Il "Cooperative Learning" a scuola* in "Orientamenti Pedagogici", n°42/1995, pagg. 461-490.
- Rosa Grazia Romano. *Il gioco come tecnica pedagogica di animazione* (2000). Pensa Multimedia Editore, Lecce.
- Silvia Cavalleri – Pierpaolo Maini, (1999). *L'apprendimento Cooperativo. Un percorso di Cooperative Learning nell'istituto tecnico "Marconi" di Dalmine (Bg)* in "Animazione scuola", febbraio (1999). pagg 78-85.

<http://giovani.ups.urbe.it/coop/doc/62.htm>

http://www.ftcoop.it/formazionelavoro/Pacto/Formazione/cooperative_learning.htm

http://www.scintille.it/articolo.asp?id=MA_001

http://www.scintille.it/articolo.asp?id=CG_001

http://www.scintille.it/articolo.asp?id=CG_002

http://www.scintille.it/articolo.asp?id=CG_006

http://www.scintille.it/articolo.asp?id=CG_015

http://www.scintille.it/articolo.asp?id=CG_007