

**Università degli Studi di Palermo, Facoltà di Scienze della Formazione
Dottorato in Psicologia**

TESI DI DOTTORATO

**I FATTORI COGNITIVI ALLA BASE
DELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO: MEMORIA
DI LAVORO, VELOCITÀ DI PROCESSAMENTO E
FUNZIONI ESECUTIVE**

Dott.ssa Claudia Lipari

Settore scientifico disciplinare M-PSI/01

Tutor
Prof.ssa Antonella D'Amico

Coordinatore
Prof. Girolamo Lo Verso

A.A. 2008-2009 - Ciclo XX

"La pittura può essere insegnata solo a quelli che per natura ne sono stati dotati, a differenza della matematica, in cui l'allievo impara molto più di quello che il maestro gli offre"
Leonardo da Vinci (1452-1519)

INDICE

Introduzione	5
<i>Prima Parte.</i> Apprendimento aritmetico e fattori cognitivi sottostanti: Analisi della letteratura	8
CAPITOLO 1.	
L'apprendimento aritmetico	9
1.1 Sviluppo filogenetico ed ontogenetico del numero	9
1.2 Lo sviluppo del concetto di numero nel bambino	12
1.3 Modelli cognitivi matematici	19
1.4 La Discalculia	22
1.4.1 Strumenti di valutazione e diagnosi	28
1.4.2 Comorbidita' tra Discalculia e Dislessia	29
CAPITOLO 2.	
La Memoria di Lavoro	33
2.1 Breve storia dello studio della memoria	33
2.2 Cos'è la Memoria di Lavoro	34
2.3 Il modello di Baddeley	35
2.3.1 Il circuito fonologico	36
2.3.2 Il taccuino visuospatiale	38
2.3.3 Il buffer episodico	39
2.3.4 L'esecutivo centrale	39
2.4 Memoria di lavoro e altri processi cognitivi	42
2.5 Altri modelli di Memoria di Lavoro	43
2.6 Modelli evolutivi	46
CAPITOLO 3.	
Memoria di lavoro e matematica: Status della ricerca	51
3.1 Memoria di Lavoro e apprendimento	51
3.2 Memoria di Lavoro e matematica	52
3.2.1 Velocità di processamento	55
3.2.2 Inibizione	55
3.3 Problemi nella ricerca	56
<i>Seconda Parte.</i> Analisi dei processi cognitivi alla base delle abilità aritmetiche: Contributi empirici	61
CAPITOLO 4.	
Studio 1. Memoria di lavoro, velocità di processamento e capacità di accesso al lessico in bambini con difficoltà aritmetiche	62
4.1 Introduzione	62
4.2 Materiali e metodo	64
4.3 Risultati	71
4.4 Discussione	76

CAPITOLO 5.	
Studio 2. Le Funzioni Esecutive in Bambini con Difficoltà Aritmetiche	79
5.1 Introduzione	79
5.2 Materiali e metodo	80
5.3 Risultati	86
5.4 Discussione	87
CAPITOLO 6.	
Studio 3. Funzioni Esecutive ed Apprendimento Aritmetico: Studio correlazionale	90
6.1 Introduzione	90
6.2 Materiali e metodo	91
6.3 Risultati	93
6.4 Discussione	98
Conclusioni generali	100
Bibliografia	103

INTRODUZIONE

Rispetto agli altri ambiti di ricerca sull'apprendimento, quali quelli della lettura e della scrittura, quello dell'apprendimento matematico è sicuramente più recente e meno esplorato. Quello dell'apprendimento matematico è inoltre un campo molto vasto se si considera tutto ciò che esso comprende: sviluppo della comprensione del concetto di numero e dei simboli ad esso correlati, apprendimento delle regole di sintassi numerica, sviluppo delle capacità di calcolo e apprendimento delle regole del calcolo scritto, memorizzazione della tavola pitagorica, nonché abilità logiche di soluzione di problemi. Ognuno di questi aspetti implica sicuramente capacità cognitive differenti e in diverso modo. L'obiettivo della ricerca è quello di chiarire quali e in che modo determinate strutture cognitive siano coinvolte, con ricadute non solo dal punto di vista prettamente scientifico, ma anche applicativo e clinico. L'individuazione dei fattori cognitivi sottostanti all'apprendimento matematico permetterebbe, infatti, la formulazione di metodi migliori di insegnamento e training specifici rispetto ad alcune abilità, ma anche una diagnosi precoce e trattamenti mirati nel caso delle difficoltà di apprendimento.

La letteratura che sinora si è interessata all'argomento, ha ormai da tempo messo in luce la relazione tra le abilità di memoria, e soprattutto della *Memoria di Lavoro*, con l'apprendimento matematico e con i disturbi ad esso legati. Tuttavia il quadro che ne risulta non è ancora del tutto chiaro e necessita di ulteriori approfondimenti.

Il presente lavoro, pertanto, attraverso tre differenti studi, mira ad un'analisi più approfondita del modello di Memoria di Lavoro in relazione all'apprendimento matematico. In una prima parte dell'elaborato vengono riportate le principali teorie che spiegano lo sviluppo dell'apprendimento aritmetico e dei disturbi specifici ad esso legati (capitolo 1), le teorie relative al modello di Memoria di Lavoro (capitolo 2), e viene nonché esposta una rassegna sullo stato attuale della letteratura che ha messo in relazione i due temi di ricerca (capitolo 3). Nella seconda parte vengono descritte le metodologie e i risultati di tre studi empirici. Il primo (capitolo 4) è uno studio di confronto fra gruppi di soggetti di classe quarta con Difficoltà Aritmetiche (DA) e controlli, volto a valutare quali specifici deficit di memoria di lavoro, e funzioni ad essa associate, caratterizzano le difficoltà di apprendimento in matematica. Nel secondo studio (capitolo 5) sono stati coinvolti, a distanza di un anno, gli stessi soggetti del precedente studio, al fine di valutare l'influenza delle funzioni esecutive della memoria

di lavoro sull'apprendimento matematico. Infine, nel terzo studio (capitolo 6) si è ulteriormente voluto approfondire il ruolo delle funzioni esecutive nell'apprendimento matematico utilizzando un disegno di tipo correlazionale su un campione più vasto di soggetti. Nelle conclusioni sono discusse le considerazioni generali ricavate dagli studi empirici effettuati, nonché esposti gli interrogativi ancora aperti rispetto a tale ambito di ricerca.

Prima parte

APPRENDIMENTO ARITMETICO E FATTORI COGNITIVI

SOTTOSTANTI: ANALISI DELLA LETTERATURA

Saranno qui di seguito esposti dei cenni sullo sviluppo del concetto di numero sin dalle sue origini e le più recenti e rilevanti teorie che spiegano lo sviluppo delle abilità numeriche di base a partire dal periodo neonatale, i meccanismi che portano ad una comune rappresentazione dei numeri e i processi di quantificazione, nonché i più accreditati modelli per l'elaborazione e la manipolazione del materiale aritmetico. A partire dalla trattazione dei modelli che illustrano il normale funzionamento dei processi aritmetici, sarà poi esaminato il disturbo specifico dell'apprendimento a loro carico, ovvero la Discalculia evolutiva. Da alcuni anni la ricerca si è soffermata sull'analisi delle eventuali cause e dei deficit cognitivi che la sottendono, individuando nella cosiddetta Memoria di Lavoro la principale funzione cognitiva alla base dell'apprendimento aritmetico. Tuttavia numerosi sono ancora i dubbi sia sulla corretta definizione e diagnosi della Discalculia, sia sull'effettiva strutturazione e funzionamento della Memoria di Lavoro per sé. Ciò comporta non pochi problemi nell'ambito della ricerca sull'argomento, in termini di criteri e strumenti da utilizzare, nonché in termini di comparabilità dei risultati ottenuti. Allo scopo di cercare di fare un po' di chiarezza a riguardo e di poter interpretare i dati ottenuti dagli studi empirici condotti alla luce delle più recenti considerazioni, in questa prima parte dell'elaborato verranno presi in considerazione i modelli classici, nonché quelli più recenti e di taglio evolutivo della Memoria di Lavoro, che implementano al loro interno altre importanti funzioni cognitive quali, ad esempio, la velocità di processamento dell'informazione e la capacità di inibizione delle informazioni irrilevanti.

CAPITOLO 1

L'APPRENDIMENTO ARITMETICO

1.1 Sviluppo filogenetico ed ontogenetico del numero

Quello che al giorno d'oggi conosciamo sullo sviluppo del concetto di numero nel bambino e dei vari processi che caratterizzano l'apprendimento aritmetico è sicuramente il frutto di ricerche che si sono interessate all'evoluzione del numero nella storia ed alle abilità numeriche più "semplici", presenti addirittura negli animali. Lo sviluppo ontogenetico del concetto di numero e delle abilità aritmetiche nel bambino, sin a partire dai primi mesi di vita, rispecchia esattamente le fasi dello sviluppo filogenetico del concetto di numero nella storia dell'uomo.

Al giorno d'oggi il concetto di numero è radicalmente impresso nel nostro linguaggio, pensiero e nella vita di tutti i giorni. Utilizziamo i numeri per dare un valore al denaro, alle misure di peso e di lunghezza, per riferirci ad una data o ad un indirizzo. E' proprio a causa di questa familiarità che ci risulta difficile immaginare un'era in cui l'uomo non possedeva né i simboli, né il concetto stesso di numero. In era primitiva l'uomo era essenzialmente un cacciatore, il cui interesse era esclusivamente quello di procacciare cibo per se stesso e per la propria famiglia. La sua vita quotidiana, quindi, non richiedeva una conoscenza specifica del numero, quanto piuttosto un'idea di quantità più indefinita. Egli, ad esempio, si preoccupava di stabilire se la legna per il fuoco o la cacciagione fosse sufficiente a soddisfare i bisogni della famiglia, piuttosto che conoscere esattamente la loro quantità. Ad un certo stadio egli ha cominciato a distinguere tra "uno" e "due", mentre tutto il resto è classificato come "tanti", ossia gruppi più numerosi di oggetti, non differenti l'uno dall'altro (Smeltzer, 1970). L'uomo primitivo, inoltre, non possedeva né parole né simboli che si riferissero ad un numero. Man mano che nella storia della sua evoluzione egli comincia a dedicarsi all'allevamento e al commercio, nasce anche la necessità di "contare" e di costruire un sistema di simboli che renda più semplice questa operazione. Lo sviluppo dei sistemi di notazione è andato di pari passo con lo sviluppo del concetto stesso di numero: all'inizio il numero era legato esclusivamente ad oggetti concreti. Poi, man mano, si sono sviluppati vari sistemi di notazione, dai più semplici ai più complessi (Dantzig,

1967; Smeltzer, 1970). I sistemi di notazione più semplici sono quelli *concreti*, in cui cioè dei segni (ad esempio una tacca su un albero, un nodo su un laccio) sono associati, in una corrispondenza uno-a-uno, ad un oggetto da numerare. Questo tipo di sistema non è più tanto efficiente man mano che la numerosità degli oggetti da contare aumenta (contare 45 tacche sarebbe come contare 45 oggetti). Quindi si passa ai sistemi di notazione *simbolici*, che associano un nuovo simbolo ad ogni numero (ad esempio, per i Romani, il simbolo V corrisponde al 5), ma ciò richiede la memorizzazione di un ampio numero di simboli. I sistemi di notazione più evoluti sono quelli di tipo *additivo*, che ovviano il problema di memorizzare un simbolo per ciascun numero: i simboli sono attribuiti solo ad alcuni numeri fondamentali, ad esempio 10 o 100 e poi ogni numero è dato dalla combinazione dei vari simboli (es 43 è dato da “10 10 10 10 1 1 1”). Infine, il sistema di notazione più efficiente è quello che tuttora viene da noi utilizzato, cioè quello di tipo *additivo-moltiplicativo*, che possiede una sintassi più complessa. Ad esempio per 310 noi non diciamo “cento cento cento dieci”, ma “tre-cento-dieci” (Dehaene, 1992). In tale sistema di notazione è importante il valore posizionale del numero. Una notazione numerica obbedisce al principio del valore della posizione quando la quantità che un numero rappresenta varia in base alla posizione che occupa nel numero. Di conseguenza, tre numeri uguali che formano il numero 222, si riferiscono a differenti ordini di grandezza: due centinaia, due decine e due unità.

La rappresentazione del numero si è quindi evoluta attraverso migliaia di anni, fino ad arrivare ai giorni nostri in cui la capacità di processare e utilizzare le informazioni numeriche fa ormai parte della nostra struttura cognitiva. Essa è oggi così radicata nell'uomo da essere presente non solo nelle culture industrializzate, ma anche in quelle più semplici. Sin dai primi studi di Galton (1880a; 1880b; vedi Seron et al., 1992), ci si è interessati di andare ad indagare come i numeri vengono rappresentati nella nostra mente. Egli ha descritto le rappresentazioni che un gruppo di 80 soggetti riferiva di “vedere” quando essi guardavano, ascoltavano o pensavano ai numeri. Qualcuno affermava di vedere i numeri come nelle tessere del domino o nelle carte da gioco, altri riferivano di vedere i numeri con un colore specifico. Quello che sorprendeva comunque era che la maggioranza dei soggetti sembrava avere un tipo di rappresentazione simile, che Galton ha chiamato “forma dei numeri”. Essa consiste in una linea, con o senza cambiamenti di direzione, che può essere colorata oppure occupare diversi livelli nello spazio. Allo stesso modo, più recentemente, Dehaene parla di una *Mental Number Line* (Dehaene, 1989; Dehaene, Dupoux e Mehler, 1990;

Dehaene e Cohen, 1991; Reynvoet e Brysbaert, 1999; Nuerk, Weger e Willmes, 2001; Reynvoet, Brysbaert e Fias, 2002; Fulbright et al., 2003), ossia una rappresentazione semantica della “magnitudo”, nella quale il numero, rappresentato sotto forma di parola o di simbolo arabo, viene tradotto in un codice quantitativo e trattato come una qualsiasi misura fisica, come la grandezza o il peso. La “comprensione” di un numero, ossia l’attivazione della quantità ad esso associata, è un processo che avviene automaticamente e in maniera inconscia (Dehaene, 1997). Questo processo è difficile da inibire, come dimostrato nello studio di Henik e Tzelgov (1982) in cui i soggetti non riuscivano ad ignorare la grandezza numerica di una coppia di numeri anche se il compito richiedeva di giudicarli esclusivamente sulla base della grandezza fisica (es. 1 e 9). Secondo Dehaene (1997) i numeri richiamano automaticamente una rappresentazione spaziale che si presenta in forma lineare.

La presenza di una rappresentazione lineare dei numeri è dimostrata da numerosi studi, ad esempio dalla presenza dell’effetto SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Code) (Dehaene, Bossini e Giraux, 1993; Fias, Brysbaert, Geypens e d’Ydewalle, 1996; Bull, Marschark e Blatto-Vallee, 2005; Nuerk, Wood, e Willmes, 2005). Si è osservato infatti che, in compiti in cui si chiedeva di rispondere “pari” o “dispari” alla presentazione di un numero sullo schermo, i soggetti erano più veloci a rispondere usando la mano destra alla comparsa di numeri grandi, viceversa erano più veloci a rispondere con la mano sinistra quando si trattava di numeri piccoli. Questo dimostra l’esistenza di una rappresentazione dei numeri di forma lineare, in cui i numeri procedono da sinistra verso destra. I numeri piccoli (0, 1 e 2 ad esempio) sono associati al lato sinistro, mentre i numeri grandi (8, 9 e 10) al lato destro. L’effetto SNARC non è influenzato dalla grandezza assoluta dei numeri, ma dalla loro grandezza relativa all’intervallo di numeri che viene utilizzato, ad esempio, quando l’esperimento utilizza un range di numeri da 0 a 5, i numeri 4 e 5 sono associati al lato destro, mentre vengono associati al lato sinistro quando si utilizza un range di numeri da 4 a 9 (Dehaene, 1992, 1997). L’effetto SNARC non dipende dalla dominanza emisferica, poiché si presenta allo stesso modo sia nei soggetti mancini che destrorsi e non viene compromesso quando si richiede ai soggetti di svolgere lo stesso compito con le mani incrociate (Dehaene et al. 1993). Sembra invece essere determinato culturalmente, poiché è stato riscontrato un effetto SNARC opposto in soggetti Iraniani, che scrivono da destra verso sinistra (Dehaene et al. 1993). Tuttavia, come si è visto, la nostra percezione dei numeri risponde alla legge di Weber, e così anche la nostra

rappresentazione di numeri (Buckley e Gillman, 1974). La linea numerica, infatti, sembra non procedere in maniera uniforme, ma va restringendosi man mano che si procede con i numeri più grandi (verso sinistra). Attraverso compiti di comparazione di numeri o di giudizio uguale-diverso, è stato riscontrato un *effetto distanza*, per cui il tempo di risposta è una funzione logaritmica della distanza tra le due cifre (Buckley e Gillman, 1974; Duncan e McFarland, 1980). La linea numerica presenta anche un *effetto grandezza*, per cui a distanza uguale, i numeri grandi sono più difficili da comparare rispetto a quelli piccoli. Poiché la linea numerica è compressa, la distanza tra 1 e 2 è maggiore rispetto alla distanza tra 8 e 9 (Dehaene, 1989; Dehaene et al., 1990).

La rappresentazione numerica si è sviluppata di pari passo alla necessità dell'uomo di "quantificare" ciò che gli sta intorno. Il processo di quantificazione può avvenire in tre modi differenti: attraverso il *subitizing*, la *stima* e il *conteggio* (Klahr, 1973; Klahr e Wallace, 1973). La differenza tra tali processi si può cogliere esaminando lo studio di Mandler e Shebo (1982), in cui si chiede a dei soggetti di determinare, più velocemente possibile, la quantità di alcuni item presentati su uno schermo. I risultati mostrano (vedi figura 1.1) che i tempi di risposta aumentano linearmente di 300 ms solo per numerosità da 4 a 6, mentre per numerosità da 1 a 3, i tempi di risposta sono molto più veloci e aumentano solo moderatamente con l'aumento del numero di item. Per numeri superiori a 7, invece i tempi di risposta si mantengono pressoché costanti.

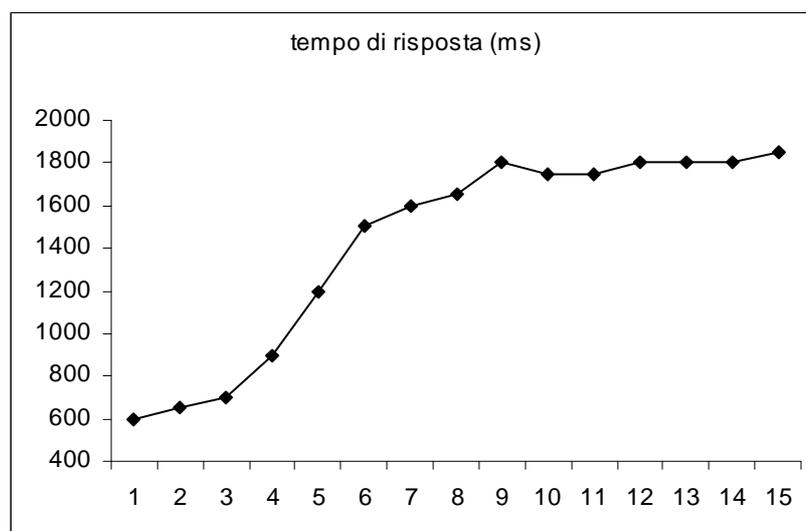


Figura 1.1 Tempi di risposta nella quantificazione di item presentati per 200ms (Mandler e Shebo, 1982)

Questo dimostra che per numerosità da 1 a 3 o da 1 a 4, non si utilizza la procedura del conteggio ad uno ad uno, ma la numerosità viene riconosciuta immediatamente, attraverso il subitizing. Per numeri da 4 a 6, il tempo aumenta costantemente di 300 ms, il tempo necessario per processare, e quindi contare, ogni singolo numero. Per i numeri dopo il 7, i tempi di risposta rimangono uguali, mentre aumenta notevolmente la percentuale di errori. Si parla quindi di stima o approssimazione per riferirsi a questo processo meno accurato, usato prevalentemente per numerosità più grandi.

Il subitizing è un processo assai discusso e controverso. Alcuni ritengono che esso sia dovuto alla percezione immediata di configurazioni spaziali, secondo cui il tre è identificato immediatamente in una configurazione di tipo triangolare, mentre il 4 viene “subitizzato” esclusivamente quando esso può essere visualizzato in una configurazione canonica, come un quadrato o un triangolo con un punto al centro (Mandler e Shebo, 1982). A sostegno di questa ipotesi, in effetti, si è riscontrato che il subitizing è più forte quando gli oggetti emergono chiaramente dallo sfondo, ma non quando la distinzione degli item richiede un processo attentivo, come ad esempio contare le lettere “O” in mezzo a lettere-distrattore “Q” (Trick e Pylyshyn, 1988). Gallistel e Gelman (1992) invece, ritengono che il subitizing sia basato su un conteggio preverbale e innato, rifacendosi al modello di Meck e Church (1983). Secondo questo modello, negli animali la percezione del tempo e della quantità è regolata da un “accumulatore” che raccoglie gli impulsi che si generano ogni volta che un oggetto o un evento viene contato. Il livello di impulsi raccolti nell’accumulatore viene associata ad una quantità.

A differenza del subitizing, invece, il processo di conteggio è stato ben definito da Gelman e Gallistel (1978), che ne hanno stabilito i cinque principi fondamentali:

1. *Corrispondenza uno ad uno*: ad ogni elemento da contare deve essere assegnato ad uno e ad un solo numero;
2. *Ordine stabile*: i numeri devono essere ordinati in una sequenza riproducibile;
3. *Cardinalità*: l’ultimo numero della serie rappresenta la proprietà dell’intero gruppo;
4. *Astrazione*: il conteggio si può applicare a qualsiasi insieme di entità (oggetti, eventi, costrutti mentali);
5. *Irrilevanza dell’ordine*: l’ordine in cui gli elementi da contare sono processati è irrilevante per il processo di conteggio.

Il processo di stima, o approssimazione, avviene invece quando è necessario processare una numerosità in maniera non troppo definita, come ad esempio il numero di persone in una stanza (Dehaene, 1997). L'approssimazione risulta sempre abbastanza accurata, anche se risente di alcune distorsioni: ad esempio tendiamo a sovrastimare la numerosità di alcuni oggetti se questi sono distribuiti in maniera regolare, viceversa tendiamo a sottostimare degli oggetti quando essi sono distribuiti in maniera irregolare; oppure sovrastimiamo o sottostimiamo gli stessi 30 puntini su un foglio a seconda che essi siano circondati da dieci o da cento pallini (Frith e Frith, 1972; Ginsburg, 1976). Inoltre il processo di stima è sensibile alla legge di Weber, secondo la quale la nostra stima della numerosità risente di un effetto *distanza* e di un effetto *grandezza*. Riusciamo cioè a discriminare più facilmente due quantità distanti come 80 e 100, piuttosto che due numeri vicini come 81 e 82 e, quando la distanza è costante, percepiamo più facilmente la differenza tra due quantità piccole, come 10 e 20, piuttosto che grandi, come 90 e 100. Anche la percezione numerica degli animali segue la stessa legge e nell'uomo questa influenza la nostra rappresentazione del numero.

E' interessante notare che anche gli animali sono soggetti agli stessi effetti legati al numero ed alla sua rappresentazione. Anche essi possiedono delle capacità aritmetiche, anche abbastanza complesse. Esse sono state dimostrate in numerosi studi ed in diverse specie: Davis e Memmott (1982) hanno dimostrato che ratti da laboratorio riescono a discriminare piccole quantità da due a quattro, mentre Pepperberg (1987, 1993) ha addestrato un pappagallo africano (*Psittacus erithacus*) ad etichettare verbalmente, con un numero, quantità da due a sei oggetti. Matzuzawa (1985) è riuscito ad addestrare scimpanzè a etichettare con numeri arabi, gruppi di oggetti da uno a sei. Inoltre gli animali sono in grado di processare anche quantità più grandi, come ad esempio i piccioni, che riescono a discriminare tra 45 e 50 colpi di becco (Rilling e McDiarmid, 1965).

Washburn e Rumbaugh (1991) hanno dimostrato anche la capacità degli animali di comprendere l'aspetto ordinale del numero: due scimmie (*Macaca mulatta*) erano addestrate a scegliere, tra due numeri arabi, quello più grande (da 0 a 5 in un primo esperimento e da 0 a 9 in un secondo), essendo poi ricompensate con il numero di pallottole di cibo corrispondenti alla carta scelta. Le scimmie sceglievano il numero più grande per l'88% delle volte. Altri studi hanno dimostrato anche capacità di conteggio e di calcolo. Per esempio, nell'esperimento di Rumbaugh e Washburn (1993) lo scimpanzè Lana riusciva a spuntare, sullo schermo di un computer, un numero di

quadratini uguale al numero arabo presentato; mentre Sheba (Boysen, 1993) riusciva a indicare il numero arabo corrispondente alla quantità di pallottole di cibo su un vassoio, nonché a sommare il numero di arance nascoste in una stanza (Boysen e Berntson, 1989).

Le capacità matematiche negli animali dimostrano la presenza di abilità matematiche innate anche nell'uomo (Gallistel e Gelman, 1992) e che precedono l'acquisizione del linguaggio (Starkey, Spelke e Gelman, 1991). Inoltre possono aiutarci ad indagare come queste abilità si sviluppano nell'uomo a partire dallo stadio neonatale (Boysen e Capaldi, 1993; Wasserman, 1993).

1.2 Lo sviluppo del concetto di numero nel bambino

Per anni la teoria predominante che spiegava lo sviluppo delle abilità matematiche è stata quella di Piaget (1965). La teoria strutturale dello sviluppo di Piaget, descrive lo sviluppo cognitivo come lo sviluppo di strutture logico-matematiche, enfatizzando la relazione tra ragionamento matematico e capacità cognitive generali. Per Piaget il bambino non impara il concetto di numero dagli adulti, ma in qualche modo deve scoprirlo da sé dando senso alla propria esperienza, e ciò non avviene prima dei 6-7 anni di età. Per Piaget il concetto di numero è acquisito solo dopo quello di cardinalità e seriazione (Piaget e Szeminska, 1941). La cardinalità è l'idea d'invarianza di un valore equivalenza tra gli oggetti, anche se la loro posizione nello spazio viene modificata. La seriazione consiste nel comprendere che un oggetto può essere contemporaneamente più grande di uno e più piccolo di un altro. Solo dopo aver acquisito questi due concetti fondamentali, il bambino può arrivare ad una conoscenza concettuale del numero. La sua teoria è dimostrata dai famosi esperimenti sulla conservazione della quantità e del numero. Ad esempio egli mostrava gettoni blu e rossi, disposti su due file in corrispondenza uno ad uno. Si chiedeva al bambino se il numero di gettoni fosse uguale nelle due file; poi si allargavano i pallini di una fila e si chiedeva se il numero di gettoni fosse ancora uguale. I bambini che non riescono ancora a comprendere l'invarianza del numero nonostante la diversa collocazione spaziale, rispondono che il numero di pallini è aumentato, semplicemente perché essi occupano più spazio sul piano. Secondo Piaget i bambini non riescono a risolvere correttamente problemi sulla conservazione del numero prima dello stadio operatorio.

Tuttavia numerosi studi contraddicono la teoria di Piaget, poiché dimostrano la presenza di capacità matematiche anche molto prima dei 6-7 anni di età, addirittura nella fase neonatale. I primi studi che hanno esaminato le capacità numeriche dei neonati sono stati quelli di Starkley e Cooper (1980). Essi hanno utilizzato la tecnica dell'*abituazione*: si mostrano ai neonati dei set di oggetti, dopo ripetute presentazioni il tempo di fissazione del bambino diminuisce, segno che si è abituato alla vista di quella quantità. Se quando si presenta una quantità differente, il tempo di fissazione aumenta di nuovo, vuol dire che il bambino riesce a discriminare tra le due quantità. Starkey ha dimostrato che i bambini dai quattro ai sette mesi riescono a discriminare tra due e tre oggetti, ma non tra quattro e sei. Questo tipo di studio è stato replicato in seguito numerose volte, con varie condizioni con set omogenei o eterogenei di oggetti (Antell e Keating, 1983; Starkey, 1992; Starkey, Spelke e Gelman, 1983, 1990; van Loosbroek e Smitsman, 1990) e si è trovato che i bambini riescono a discriminare quantità da uno a tre e qualche volta quattro e non solo con oggetti, ma anche con altri tipi di stimoli, ad esempio uditivi. Inoltre in uno studio cross-modale, Starkey et al. (1983) hanno mostrato a bambini di sette mesi fotografie con due o tre oggetti, presentate simultaneamente a due o tre battiti di tamburo, il bambino guardava di più la fotografia la cui quantità corrispondeva al numero di colpi di tamburo, dimostrando che i bambini possiedono la capacità di astrarre la quantità dall'informazione visiva e rapportarla alla quantità estratta dall'informazione uditiva.

Questo dimostra una sensibilità alle quantità da uno a tre che sembra essere innata (Gelman, 1990).

La comprensione dell'ordinalità del numero sembra svilupparsi a partire da un anno e mezzo (Cooper, 1984; Strass e Curtis, 1984). Nello studio di Strauss e Curtis (1984), attraverso il condizionamento operante, si insegnava a bambini a toccare la parte di un pannello che conteneva il numero più piccolo di pallini, distinguendo per esempio tra tre e quattro. Successivamente venivano presentati pannelli con due e tre pallini, così, se il bambino rispondeva solo in base al valore che veniva premiato, avrebbero risposto tre, mentre se rispondevano in base alla relazione ordinale, avrebbero risposto due. I bambini di 16 mesi riuscivano a rispondere al compito, dimostrando una sensibilità al concetto di *meno di*, mentre bambini di 12 mesi percepivano solo il cambiamento di numerosità, ma non l'idea di *meno di o più di*.

Wynn (1990; 1992a) ha condotto degli studi che dimostrano una precoce consapevolezza di addizione e sottrazione in bambini di cinque mesi. Lo studio era

basato sull'idea che i neonati dovrebbero essere sorpresi, e quindi fissare più a lungo, da dei pattern di oggetti di numerosità diversa da quella che si aspettavano. Negli esperimenti veniva mostrata al neonato una sequenza di addizione: prima si mostrava un oggetto, poi si copriva con uno schermo nero e ne veniva aggiunto un altro. Infine veniva tolto il pannello e mostrati uno, due o tre oggetti. Come previsto, i neonati fissavano più a lungo gli oggetti quando questi erano di numerosità errata (uno o tre) più di quando avevano la giusta numerosità (due). In un altro esperimento Wynn ha ottenuto gli stessi risultati se gli oggetti iniziali erano due e uno veniva rimosso: i bambini guardavano più a lungo quando le figure erano due piuttosto che uno solo, dimostrando la presenza di una precoce idea di sottrazione.

Tuttavia le abilità di conteggio vero e proprio, così come definito da Gelman e Gallistel (1978), emergono solo più tardi. E' frequente vedere dei bambini piccoli che contano tre oggetti dicendo "uno, due e sei" o anche "A, B e C", oppure che contano ripetutamente gli stessi oggetti. Non è sufficiente che il bambino sappia recitare a memoria la sequenza numerica, poiché anche gli altri principi devono essere soddisfatti. Rispetto all'acquisizione da parte del bambino dei principi e delle abilità di conteggio, si contrappongono due posizioni teoretiche: la teoria *principles-first*, di Gelman e Gallistel (1978), secondo la quale i principi del conteggio sono innati e guidano l'acquisizione delle procedure di conteggio. I bambini piccoli possono commettere una serie di errori di conteggio, ma essi sono dovuti alla difficoltà di ricordare e coordinare le procedure, non all'incapacità di comprendere i principi del conteggio. Ad essa si oppone la teoria *principles-after* (Fuson, 1988; Fuson e Hall, 1983), secondo la quale, invece, i principi di conteggio sono astratti progressivamente, in modo piagetiano, dopo l'esercizio ripetuto con le procedure di conteggio, che sono apprese mediante l'imitazione. Gli studi a sostegno della prima tesi hanno dimostrato la presenza dei principi di conteggio anche in bambini piccoli. Ad esempio, Gelman e Meck (1983) hanno testato la comprensione della corrispondenza biunivoca e dell'irrelevanza dell'ordine in bambini in età prescolare. I bambini dovevano giudicare se il conteggio effettuato da un pupazzo fosse giusto o sbagliato. I bambini riuscivano ad indicare quale conteggio fosse giusto o errato, anche se non erano capaci di contare correttamente. Inoltre è da notare che, quando il pupazzo contava in modo corretto, ma non seguendo l'ordine convenzionale da sinistra a destra, i bambini riuscivano a identificare il conteggio come corretto, anche se non avevano mai visto prima contare in questo modo. Il discorso è diverso per il principio di cardinalità. Anche se i bambini

tendono a ripetere l'ultima parola di una sequenza di conteggio (Gelman e Gallistel, 1978), sembrano non comprendere il principio di cardinalità prima dei tre anni e mezzo (Wynn, 1990; 1992b). Wynn (1992), infatti, ha dimostrato che bambini di 3 anni e mezzo riescono a rispondere alla domanda "Quanti sono?" con l'ultima cifra della sequenza, mentre bambini più piccoli tendono a ricontare gli oggetti. Inoltre, quando si chiede "Dammi 8 dinosauri", bambini di 3 anni e mezzo contano gli oggetti, mentre quelli più piccoli tendono ad afferrare gli oggetti a caso. Fluck e Henderson (1996) hanno ripetuto lo studio su un gruppo di bambini inglesi di classe media, riscontrando l'acquisizione del principio di cardinalità solo a 4 anni e 2 mesi, segno che essa è influenzata anche dalla cultura. Tuttavia Fazio (1994) ha riscontrato che bambini con disturbi del linguaggio imparano a contare correttamente molto più tardi rispetto ai coetanei, ma non mostrano nessun ritardo nell'acquisizione del principio di cardinalità. Per quanto riguarda il principio di astrazione, è stato dimostrato che i bambini piccoli contano set eterogenei di oggetti, animati e inanimati (Fuson, Pergamet e Lyons, 1985); azioni o suoni (Wynn, 1990). Hanno invece difficoltà a contare tipi (quanti tipi di animali?) o proprietà (quanti colori?), dicendo ad esempio quattro tipi anziché due quando si presentano tre gatti e un cane (Shipley e Shepperson, 1990). Sembra che il dibattito possa essere risolto attraverso la teoria del "*mutual development*", secondo la quale procedure e principi di conteggio si evolvono insieme, rinforzandosi a vicenda (Baroody, 1992; Sophian, 1997; Rittle-Johnson e Siegler, 1998).

Per quanto riguarda lo sviluppo della rappresentazione numerica, esso è stato indagato in alcuni studi: Berch, Foley, Hill e Ryan (1999) non hanno riscontrato la presenza dell'effetto SNARC prima dei nove anni di età. Tuttavia questo non esclude che bambini più piccoli possiedano una rappresentazione lineare dei numeri. Gli studi di Sekuler e Mierkiewicz (1977), Xu e Spelke (2000) e Brannon (2002) hanno dimostrato la presenza di un effetto distanza anche in bambini piccoli. Lucangeli, Zorzi e Cabrele (2006) hanno condotto uno studio che esamina la rappresentazione numerica in bambini di 5, 6 e 8 anni, riscontrando la presenza dell'effetto grandezza e distanza in tutte le fasce di età, ma entrambi gli effetti sembrano attenuarsi con l'aumentare dell'età. Ciò dimostra che la rappresentazione mentale sembra diventare più esatta man mano che i soggetti crescono e che la linea dei numeri si sviluppa attraverso un aumento graduale della differenziazione dei numeri (Shaffer, Eggleston, Scott, 1974; Siegler e Robinson, 1982).

1.3 Modelli cognitivi matematici

In letteratura sono stati formulati differenti teorie che modellizzano il funzionamento della rappresentazione dei numeri e dei processi di calcolo. Quelli più accreditati risultano essere il *triple-code model* di Dehaene (1992; Dehaene & Cohen, 1995) e il modello di McCloskey (McCloskey, Caramazza e Basili, 1985).

Nella formulazione del suo modello (figura 1.2), Dehaene definisce tre tipi fondamentali di codici di rappresentazione del numero, ognuno elaborato da aree cerebrali specifiche e distinte: il primo è il codice visivo arabo del numero (aree occipito-temporaliventrali bilaterali), attraverso il quale i numeri sono rappresentati come una stringa di cifre una di seguito all'altra (es. "32"). Il secondo codice è quello verbale (aree perisilviane sx), attraverso il quale i numeri sono rappresentati come sequenze di parole organizzate sintatticamente (es. "trentadue"). Questi due tipi di codice non contengono assolutamente nessuna informazione che rimanda alla semantica del numero, che è invece ciò che costituisce il terzo tipo di codice numerico, ossia il codice di grandezza analogica (aree intraparietali bilaterali). Esso associa direttamente gli altri due codici al valore espresso da quel determinato numero sulla linea numerica e lo mette a confronto con altre quantità numeriche. Il codice visivo permette ai numeri arabi di essere codificati rapidamente come una stringa di numeri e al tempo stesso permette alle rappresentazioni interne del numero di essere codificate e scritte sotto forma di numeri arabi, inoltre è il codice che entra in gioco durante lo svolgimento di calcoli scritti a più cifre. Il codice verbale processa le informazioni numeriche in entrata che sono presentate in modalità uditiva e scritta e allo stesso modo permette di esprimere verbalmente o sotto forma di parola scritta la rappresentazione numerica interna. E' anche il codice che entra in gioco nei processi di conteggio e durante l'utilizzo della tavola pitagorica (che viene memorizzata sotto forma di una stringa di parole). Il codice analogico lega il numero, presentato sotto forma di codice arabo o verbale, al suo corrispondente valore sulla linea numerica, dotandolo di significato. Ad esso sono legati i processi di subitizing e di stima, che permettono di accedere direttamente alla quantità nel caso in cui si presentino degli oggetti, in quantità inferiori a 4 nel caso del subitizing e in quantità superiori nel caso della stima. Il modello prevede inoltre una via diretta che collega i codici verbale e arabo che permetterebbe di trasformare un numero da un codice all'altro, senza necessariamente attribuirgli una quantità. Tuttavia, come già discusso precedentemente, Dehaene stesso

ha dimostrato come l'attribuzione semantica sia un processo automatizzato e difficile da inibire.

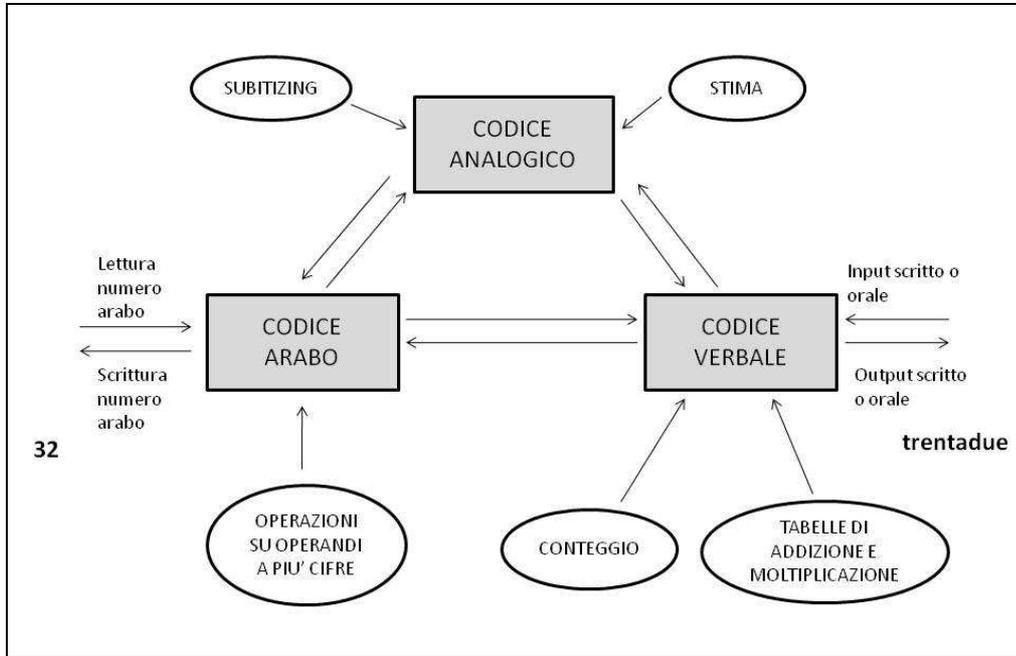


Figura 1.2 Triple-code Model, adattato da Dehaene (1992).

Il modello di McCloskey, Caramazza e Basili (1985; McCloskey, 1992) dell'elaborazione dei numeri (figura 1.3) è formulato sulla base dei disturbi numerici riportati a causa di danni cerebrali che dimostrano l'esistenza di moduli matematici separati ed indipendenti. Innanzitutto, infatti, il modello distingue tra un Sistema dei numeri, specifico per la comprensione e produzione, e un Sistema del calcolo, specifico per l'esecuzione dei calcoli. Le due componenti sono collegate però da una comune forma astratta del numero, che consente la comprensione della quantità legata a quel numero. All'interno di questi due moduli poi, possono a loro volta trovarsi delle componenti differenti e anch'essi indipendenti tra loro. Ad esempio il modulo dell'elaborazione dei numeri distingue componenti di comprensione (lettura) e di produzione (scrittura) dei numeri e ancora tra componenti specifiche per la forma araba e la forma verbale del numero.

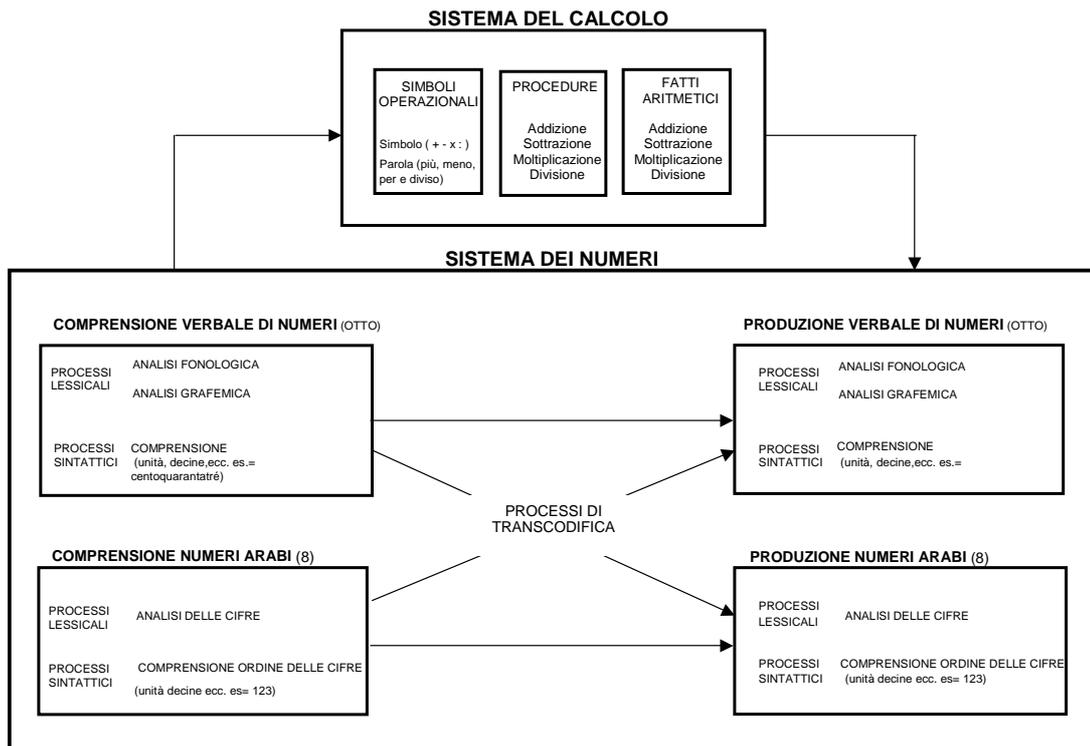


Figura 1.3 Modello di McCloskey, Caramazza e Basili (1985). Fonte: D'Amico (2002).

Infine è ipotizzata un'ulteriore distinzione tra processi lessicali e sintattici. I processi lessicali sono deputati alla comprensione e produzione di ogni singolo elemento presente in un numero, ad esempio delle singole cifre (o parole) 1, 4 e 9 all'interno del numero 149 ("uno", "quattro", "nove"). I processi sintattici invece hanno il compito di processare i numeri in base alla loro relazione in modo da elaborare il numero come un insieme, ad esempio 100, 40, 9 o "cento quaranta nove". Il sistema dei numeri elabora le informazioni numeriche da inviare al sistema del calcolo. Quest'ultimo è la sede di tutto ciò che attiene al calcolo, ma anch'esso include tre sottosistemi separati: uno specifico per i simboli aritmetici, uno per i fatti aritmetici e uno per le procedure di calcolo. Il sottosistema dei simboli permette di riconoscere i simboli di ogni operazione e attivare le corrette procedure per lo svolgimento o i fatti numerici in memoria legati a quell'operazione. I fatti aritmetici è quell'insieme di informazioni in memoria, come ad esempio le tabelline o operazioni molto semplici, che permettono di arrivare al risultato in maniera immediata e automatica senza svolgere il calcolo. Le operazioni più complesse invece devono essere svolte mediante il sistema capace di applicare le procedure di calcolo legate ad ogni operazione (si pensi a tutte le procedure di riporto e prestito nell'addizione e sottrazione o ai risultati parziali nella moltiplicazione).

Il punto di forza di questo modello, che lo ha reso anche il più accreditato, è la modularità delle sue componenti. Un danno cerebrale può colpire selettivamente una delle funzioni e lasciare intatte le altre. Questo modello ha così permesso la comprensione dei disturbi caratteristici riscontrati in alcuni pazienti con difficoltà nell'elaborazione dei numeri e ha portato alla identificazione di differenti forme di Discalculia (vedi paragrafo successivo), adottate poi anche nella classificazione delle discalculie evolutive.

1.4 La Discalculia

Il Disturbo Specifico del Calcolo (o Discalculia), secondo il DSM-IV (American Psychiatric Association, 1994), si manifesta quando un bambino ottiene scarsi punteggi ad un test standardizzato di matematica che discorda con il punteggio atteso in funzione della sua età, livello intellettuale ed educazione. Secondo l'ICD-10 (World Health Organization, 1992) la Discalculia comporta un deficit specifico nelle capacità aritmetiche che non può essere spiegato sulla base di un ritardo mentale generale o un insegnamento inadeguato. Il deficit riguarda più le abilità computazionali di base di addizione, sottrazione e moltiplicazione, piuttosto che abilità matematiche più astratte dell'algebra, trigonometria o geometria.

E' stato stimato che circa il 6% della popolazione scolastica sia affetto da qualche tipo di difficoltà in matematica (Kosc, 1974; Badian, 1983; Gross-Tsur, Manor e Shalev, 1996) e che circa il 70% di essi sia costituito da maschi (Badian, 1983).

Tuttavia, seppure la Discalculia si manifesti con alcune caratteristiche comuni, come la difficoltà nell'apprendimento e nella rievocazione di fatti aritmetici e nelle procedure di calcolo (Geary, 1993), è ancora oggi difficile individuarne gli aspetti chiave e costruire degli strumenti di misurazione adeguati.

Storicamente, prima dei recenti sviluppi della neuropsicologia cognitiva, l'unica teoria che aveva cercato di spiegare l'evoluzione del concetto di numero e di altri concetti matematici era quella piagetiana, secondo la quale la matematica non poteva essere concepita come un dominio indipendente ed autonomo rispetto ad altre funzioni.

Luria (1973) è stato il primo sostenitore delle correlazioni tra danni neurologici e tipo di disturbo cognitivo, evidenziando una specificità per le abilità matematiche indipendenti da altre funzioni cognitive, ad esempio spaziali o linguistiche. Il primo a

condurre uno studio sistematico sui disturbi del calcolo fu Henschen (1919), che coniò il termine “acalculia” quale deficit specifico, indipendente da altri tipi di disordini, anche se questa denominazione stava ad indicare qualsiasi tipo di compromissione nell’uso dei numeri. Tale concetto è stato poi ripreso da Berger (1926), il quale ha proposto una distinzione tra “*acalculia primaria*” (o *anaritmetia*) che comprende disturbi del calcolo non legati a disturbi generali del pensiero, del linguaggio o della memoria e “*acalculia secondaria*” in cui i deficit sono associati ad altre abilità.

Successivamente, Hecaen e collaboratori (Hecaen et al. 1961) hanno classificato le acalculie sulla base delle loro caratteristiche principali, distinguendo i processi di calcolo da quelli di elaborazione dei numeri e proponendo un’ulteriore classificazione, successivamente adottata anche da Geary (1993), in:

- *Anaritmetia*: difficoltà a richiamare i fatti aritmetici nella memoria a lungo termine, nell’applicazione delle procedure di calcolo e talvolta confusione dei simboli aritmetici, mentre rimane inalterata la capacità di leggere o scrivere i numeri.

- *Acalculia alessica o agrafica*: deficit a carico della lettura o scrittura dei numeri, mentre restano intatte le altre funzioni aritmetiche.

- *Acalculia spaziale*: disorganizzazione spaziale del calcolo scritto, per esempio nell’incolonnamento; omissione o inversione di numeri; difficoltà nel distinguere i simboli operazionali (ad esempio + e x).

Anche Grewel (1952) ha identificato quattro tipi di acalculia:

- *Frontale*: compromessa la capacità di utilizzare concetti matematici;

- *Temporale*: deficitaria la comprensione di numeri presentati attraverso la modalità uditiva;

- *Occipitale*: deficit percettivi che ostacolano la formazione di una rappresentazione unitaria di un numero a più cifre;

- *Parietale*: può assumere forme diverse poiché il lobo parietale è implicato in vari processi, soprattutto prassici.

I primi studi che hanno osservato delle analogie tra le caratteristiche dei disturbi matematici in età evolutiva ed i sintomi presenti negli adulti con discalculia acquisita, risalgono all’inizio del XIX secolo. Tuttavia le ricerche condotte sino ad oggi sono giunte a proposte di classificazione molto diverse tra loro.

Nel 1971, Johnson e Myklebust hanno analizzato le diverse fasi dell’apprendimento matematico, individuando una vasta gamma di difficoltà nel

calcolo e nella soluzione di problemi: difficoltà nel conteggio, difficoltà nella comprensione dei simboli aritmetici, difficoltà nell'eseguire le operazioni, difficoltà sintattiche nella lettura e scrittura dei numeri, difficoltà di scelta delle procedure corrette per la soluzione di problemi.

Anche Cohn (1968, 1971) ha descritto un insieme di caratteristiche comuni alla maggior parte dei bambini con discalculia, definita come “un ritardo nell'acquisizione delle capacità numeriche”: incapacità di riconoscere ed utilizzare i simboli aritmetici, incapacità di richiamare in memoria le tabelline e i numeri di riporto delle operazioni; incapacità di mantenere l'ordine dei numeri nello svolgimento di operazioni scritte.

Kosc (1974) propone sei tipi di discalculia dello sviluppo:

- *Verbale*: difficoltà nella denominazione dei numeri;
- *Protognostica*: difficoltà nella manipolazione di oggetti;
- *Lessicale*: riguarda la lettura dei simboli matematici e dei numeri;
- *Grafica*: è associata alla scrittura dei simboli e dei numeri;
- *Ideognostica*: incapacità di comprendere le relazioni matematiche e di fare calcoli mentali;
- *Operazionale*: disturbo nella capacità di eseguire operazioni.

Infine, il modello di Badian (1983) fa riferimento alle tre categorie di Hecaen, aggiungendone una quarta: la “*discalculia attentzionale-sequenziale*”, caratterizzata da deficit di memoria per i fatti aritmetici, per le tabelline e per le regole del riporto.

Queste classificazioni hanno fornito un quadro abbastanza esteso delle possibili modalità di espressione del disturbo, tuttavia rimangono solo ad un livello descrittivo. Solo dopo la formulazione di alcuni modelli cognitivi dell'elaborazione dei numeri e del calcolo è stato possibile comprendere il significato funzionale di ogni pattern di deficit osservato. Il modello oggi maggiormente accreditato è quello di McCloskey, Caramazza e Basili (1985; vedi capitolo 1), secondo il quale i tre moduli che lo compongono sono funzionalmente indipendenti e possono essere compromessi in maniera separata. Pertanto da questo modello deriva una tassonomia dei disturbi delle abilità matematiche che ne rispecchia l'organizzazione:

- *Disturbi nel processamento del numero* (lettura e scrittura dei numeri)
- *Disturbi nel recupero di fatti aritmetici*
- *Disturbi nella conoscenza procedurale* (applicazione degli algoritmi nelle operazioni).

Anche la Temple (1991), nella sua classificazione fa riferimento al modello di McCloskey, distinguendo tre tipologie:

- *Dislessia per le cifre*
- *Discalculia procedurale*
- *Discalculia per i fatti aritmetici*

Questa numerosa quantità di teorie e modelli differenti lascia intuire come anche la definizione stessa di discalculia non sia sempre univoca. Soprattutto lascia dubitare il fatto che, molto spesso, i modelli neuropsicologici formulati sullo studio di casi singoli con danni cerebrali acquisiti, vengono adottati per definire anche le caratteristiche della discalculia intesa come difficoltà specifica di apprendimento che un bambino sviluppa nel corso della sua crescita. Sebbene vi siano evidenze di numerose affinità nelle loro caratteristiche, analizzare la discalculia evolutiva negli stessi termini di quella acquisita non permette di indagare a fondo i processi sottostanti al mancato sviluppo delle normali abilità aritmetiche.

Nonostante le difficoltà di definizione e la non chiara distinzione con le discalculie acquisite, la discalculia evolutiva presenta determinate caratteristiche specifiche..

Nell'ambito della Consensus Conference del 2007, promossa dall'Associazione Italiana per la Dislessia, si sono stabilite alcune linee guida per la definizione e diagnosi dei Disturbi Specifici dell'Apprendimento. Nella sezione riguardante i Disturbi Specifici del Calcolo si sottolinea come, seppure nella letteratura ci siano diverse definizioni e sottoclassificazioni del disturbo, si è concordi nel ritenerlo caratterizzato da: debolezza nella strutturazione cognitiva legata al numero (meccanismi di subitizing, quantificazione, seriazione, comparazione numerica); da difficoltà nell'esecuzione delle procedure di lettura, scrittura e messa in colonna dei numeri; difficoltà di recupero di fatti aritmetici e algoritmi nelle procedure di calcolo; mentre invece si escludono dalla diagnosi le difficoltà di soluzione di problemi matematici. Rispetto alla diagnosi si concorda sulla necessità di adottare prove standardizzate che valutino la correttezza e la rapidità e sull'applicazione del criterio di $-2ds$ rispetto ai valori attesi in funzione dell'età o del livello scolastico. Si concorda nella possibilità di individuazione precoce dei casi a rischio a partire anche dall'età prescolare, in base all'acquisizione delle competenze numeriche di base, ma si concorda anche sull'impossibilità di eseguire una vera e propria diagnosi prima della fine del terzo anno della scuola primaria, soprattutto per evitare il rischio di individuazione di falsi positivi. Inoltre anche le linee guida

riferiscono che il disturbo aritmetico è nella maggior parte dei casi associato ai disturbi della lettura e della scrittura. Non vi è ancora un accordo preciso sull'ipotesi che, all'interno dei disturbi aritmetici, la compromissione selettiva di una o più sottocomponenti siano da definirsi come "sottotipi" del disturbo. Infatti, seppure nella maggior parte dei casi le difficoltà aritmetiche non siano specifiche, sono comunque documentati casi di soggetti con deficit selettivi (Caramazza e McCloskey, 1987; Temple, 1991; Sokol, Macaruso e Gollan, 1994) che hanno portato alla classificazione delle diverse forme di discalculia precedentemente elencate. Esiste una dissociazione tra deficit all'interno del sistema dei numeri e del sistema del calcolo (Sokol et al., 1994), in quanto sono documentati casi di difficoltà selettive nella transcodifica dei numeri, ma non nell'esecuzione di operazioni di calcolo, e, viceversa, soggetti capaci di leggere scrivere numeri correttamente, ma con abilità di calcolo compromesse. Lo stesso modello di McCloskey (McCloskey et al., 1985) è costruito sulla base delle dissociazioni riscontrate su pazienti, poichè il deficit selettivo a carico di una funzione e che ne lascia inalterata un'altra, dimostra l'indipendenza delle due. Ulteriori dissociazioni, infatti, sono state osservate sia all'interno del Sistema dei numeri che del Sistema del calcolo. Nel primo caso, infatti, sono documentati casi che dimostrano la dissociazione tra meccanismi di comprensione del numero a seconda che esso sia presentato sotto forma di codice arabo o verbale. Durante l'esecuzione di un compito in cui il soggetto deve stimare il numero più grande tra due, un paziente manifestava delle difficoltà solo quando i numeri venivano presentati in forma di parola scritta, mentre un secondo paziente manifestava difficoltà quando il numero era presentato sotto forma di codice arabo (McCloskey et al., 1985). La stessa dissociazione tra codice verbale e arabo è documentata nello studio di Sokol et al. (1994), che descrivono un caso di un bambino che ha difficoltà nella produzione scritta in codice arabo di un numero presentato oralmente che nella produzione verbale di un numero arabo. All'interno del sistema dei numeri, un'ulteriore dissociazione è riscontrata tra meccanismi sintattici e lessicali. Il deficit a carico dei meccanismi sintattici porta ad errori in cui non si tiene conto delle relazioni tra i numeri, ad esempio scrivere "100409" per il numero, presentato in forma orale, di "centoquarantanove". Il deficit a carico dei meccanismi lessicali, invece, porta ad errori nella produzione o comprensione di ogni singola cifra all'interno del numero, ad esempio "159" per il numero "centoquarantanove". Deficit selettivi sono stati documentati anche a carico del sistema del calcolo (McCloskey et al., 1985; Caramazza e McCloskey, 1987; Sokol et al., 1994; Temple, 1994),

rispettivamente per: simboli operazionali, fatti aritmetici, procedure di calcolo. Per il primo caso, ad esempio, Caramazza e McCloskey (1987) riportano di soggetti discalculici che confondono i simboli durante lo svolgimento di semplici operazioni presentate visivamente (es. $5-4=9$). Numerosi sono i casi riportati di soggetti discalculici con deficit selettivo nel recupero dei cosiddetti “fatti aritmetici” (Caramazza e McCloskey, 1987; Sokol et al., 1994; Temple, 1994). Questi soggetti non riescono a recuperare l’informazione numerica nella memoria a lungo termine e spesso ricorrono all’esecuzione di un vero calcolo per risolvere semplici operazioni come 2×3 (eseguendo ad esempio $2+2=4$; $4+2=6$). Da notare che questi soggetti mantengono intatto il significato e la conoscenza delle procedure delle varie operazioni e riescono comunque ad arrivare al risultato corretto, tuttavia ciò avviene non in maniera immediata, ma l’esecuzione dell’operazione richiede una certa quantità di tempo. Per tale motivo, nella fase di assessment sul recupero dei fatti aritmetici, vengono considerati come errori le risposte date al di fuori di quattro secondi circa. Senza adottare questo criterio che tiene conto del tempo di risposta, il deficit ai fatti numerici non verrebbe facilmente individuato. Tale deficit comunque può influire anche nella soluzione di operazioni scritte più complesse: spesso l’elevato carico cognitivo richiesto per eseguire ulteriori calcoli mentali durante lo svolgimento, ad esempio, di una moltiplicazione a più cifre, in cui già si devono tenere a mente altri calcoli ed i riporti, porta tali soggetti a commettere numerosi errori. Sono comunque documentati, infine, casi con preservate capacità di recupero di fatti numerici, ma difficoltà nell’esecuzione di operazioni a più cifre a causa di difficoltà nelle procedure di incolonnamento e di uso del riporto (Temple, 1992; Sokol et al., 1994).

Il modello di McCloskey spiega molte delle caratteristiche tipiche della discalculia evolutiva, tuttavia esso è stato costruito prevalentemente sulla base dei dati ricavati sulle discalculie acquisite, ossia quelle provocate da un danno cerebrale che può colpire selettivamente una regione del cervello e lasciarne intatte altre. Nel caso invece della discalculia evolutiva è comunque molto raro trovare dei casi con deficit così selettivi.

1.4.1 Strumenti di valutazione e diagnosi

In letteratura non c'è un unico test specifico per la diagnosi dei disturbi del calcolo, ma vengono utilizzati vari test, spesso con caratteristiche e criteri differenti. Nell'ambito della letteratura internazionale i test più frequentemente utilizzati sono:

- Woodcock & Johnson Mathematic Composite: è un sottotest del WJ-III (Woodcock, McGrew e Mather, 2001), un test che misura abilità cognitive e il successo scolastico in lettura, scrittura e matematica. Il sottotest matematico misura 4 aspetti: calcolo (calcolo scritto con carta e penna), fluenza matematica (velocità di esecuzione di calcoli semplici) problemi, concetti quantitativi (domande sui segni aritmetici ecc.)

- L' Iowa Test of Basic Skills (Hoover, Dunbar e Frisbie, 2001) è un test che valuta in livello di conoscenza in diverse aree disciplinari come ad esempio scienze, studi sociali, matematica ecc. La parte relativa alla matematica analizza la numerazione, sistema dei numeri, misurazione, geometria, e l'uso di addizioni e sottrazioni in problemi orali.

- Il Wide Range Achievement Test (WRAT3, Wilkinson, 1993) indaga tre aree: capacità di lettura, di spelling e capacità aritmetiche. La parte relativa all'aritmetica valuta le abilità di conteggio, lettura dei simboli matematici, soluzione di problemi orali ed esecuzione di operazioni scritte.

- Il Butterworth's Dyscalculia Screener (2003): è un test che misura abilità matematiche più elementari. Le prove da cui è composto infatti valutano: il tempo di reazione ad uno stimolo, l'enumerazione di pallini, confronto di grandezza tra numeri (stroop numerico), comprensione di addizioni e moltiplicazioni semplici. Questo test permette di individuare quattro livelli: Discalculia, Difficoltà di apprendimento, Problema con i simboli, Abilità matematica media.

In ambito italiano i test più usati per la valutazione delle abilità matematiche sono:

- Il test ABCA (Lucangeli, Tressoldi e Fiore, 1998) è composto da 10 subtest che includono calcolo a mente, calcolo scritto, recupero di combinazioni e fatti aritmetici, completamento di una serie di numeri, dettato di numeri, denominazione dei simboli aritmetici, inserimento dei simboli $>$ e $<$ tra due numeri, seriazione crescente e decrescente.

- Il test AC-MT (Cornoldi, Lucangeli e Bellina, 2002): è costituito da una parte che può essere somministrata collettivamente che prevede l'esecuzione di operazioni

scritte, giudizio di grandezza, sintassi, seriazione crescente e decrescente; la parte individuale prevede calcolo a mente, calcolo scritto, enumerazione (in avanti o indietro), dettato di numeri e recupero di fatti aritmetici.

- La Batteria per la Discalculia Evolutiva (BDE; Biancardi e Nicoletti, 2004): è un test a somministrazione individuale che valuta le abilità numeriche attraverso cinque subtest di: conteggio, lettura di numeri, scrittura di numeri, ripetizione di numeri, triplete e inserzioni e le abilità di calcolo attraverso cinque subtest di: tabelline, moltiplicazioni a mente, addizioni e sottrazioni entro la decina, addizioni e sottrazioni oltre la decina e calcolo scritto.

- Il test di Amoretti, Bazzini, Pesci e Reggiani (2007), è un test di profitto sulle conoscenze ed abilità matematiche in accordo con gli obiettivi previsti dai programmi ministeriali per la scuola elementare e media inferiore. Esso valuta le seguenti capacità: interpretazione delle informazioni contenute in un testo verbale, simbolico o figurato; elaborazione delle informazioni in esso contenute; consapevolezza e padronanza del calcolo; capacità di matematizzare una situazione assegnata verbalmente; riconoscimento di relazioni geometriche e utilizzo di proprietà. Gli item sono suddivisi in tre grossi temi: Logica, Probabilità e Statistica, Aritmetica e Geometria.

Da notare come ognuno di questi strumenti indaghi diversi aspetti che si possono racchiudere all'interno delle abilità matematiche. Si va dalla semplice capacità di enumerazione, conteggio, comprensione della quantità, fino a capacità di soluzione di problemi, di esecuzione di operazioni, recupero di fatti aritmetici ecc. Ovviamente l'utilizzo dell'uno o dell'altro test genera delle differenze sostanziali rispetto alle caratteristiche dei soggetti e alla definizione dei deficit individuati.

1.4.2 Comorbidità tra Discalculia e Dislessia

In uno studio su larga scala, Badian (1983) ha trovato che il 6,4% dei bambini di scuola elementare e media manifesta qualche forma di disabilità matematica, e il 4,9% manifesta qualche forma di disabilità di lettura. Il 56% dei bambini con difficoltà in lettura presenta anche scarso rendimento in matematica e il 43% dei bambini con difficoltà in matematica manifesta scarso rendimento in lettura. Alcuni autori ritengono che la comorbidità tra discalculia e dislessia sia dovuta a fattori cognitivi comuni

sottostanti e all'influenza di fattori genetici (Stevenson, Parker, Wilkinson, Hegion e Fish, 1976; Thomson, Detterman e Plomin, 1991).

Rourke (1993) ha esaminato bambini con difficoltà specifiche in matematica, riscontrando soprattutto problemi relativi alle abilità spaziali e psicomotorie, comparandoli con bambini con difficoltà sia in lettura che in matematica, che invece manifestano difficoltà in compiti di tipo verbale. L'autore ritiene che queste considerazioni indicano che la comorbilità tra difficoltà in lettura e matematica dipenda da disfunzioni a carico dell'emisfero sinistro, mentre le difficoltà specifiche in matematica siano legate a disfunzioni dell'emisfero destro. In contraddizione con i risultati di Rourke, Shalev e collaboratori (Shalev, Manor e Gross-Tsur, 1997) non hanno riscontrato differenze qualitative tra bambini con difficoltà in lettura e matematica e bambini con difficoltà specifiche in matematica. I bambini con doppio deficit ottengono punteggi più bassi in diversi compiti, ma gli autori concludono che ciò non è sorprendente, dato che la presenza di più di un disturbo indica una disfunzione cerebrale più diffusa.

I bambini con difficoltà in matematica che sono buoni lettori presentano un pattern cognitivo diverso rispetto a quelli che hanno anche difficoltà in lettura (Geary, Hamson e Hoard, 2000; Geary, Hoard e Hamson, 1999). Hanich e collaboratori (Hanich, Jordan Kaplan e Dick, 2001) hanno condotto uno studio con quattro gruppi di soggetti: un gruppo di bambini con prestazioni nella norma in lettura e matematica; un gruppo di bambini con difficoltà in lettura; un gruppo di soggetti con difficoltà in matematica, ma non in lettura e un ultimo gruppo di soggetti con difficoltà sia in matematica che in lettura. Gli autori erano interessati soprattutto al confronto tra gli ultimi due gruppi rispetto a diverse prove di risoluzione di problemi, calcolo approssimativo, calcolo a mente, comprensione del valore di numeri e calcolo scritto di numeri a più cifre. I risultati hanno evidenziato che i bambini con difficoltà solo in matematica hanno un vantaggio rispetto al gruppo con doppio deficit sul calcolo a mente, anche se entrambi i gruppi hanno risultati inferiori rispetto ai normali. I soggetti con doppio deficit inoltre ricorrono molto più spesso dei normali a strategie di conteggio sulle dita, anche se l'accuratezza risulta inferiore a quella degli altri tre gruppi. Per il recupero di fatti aritmetici, entrambi i gruppi con difficoltà in matematica hanno prestazioni inferiori rispetto al gruppo dei bambini con difficoltà in lettura e ai normali. Rispetto al calcolo approssimativo, i bambini con difficoltà in matematica hanno prestazioni inferiori dei bambini senza difficoltà in matematica, segno che la

capacità di effettuare delle approssimazioni rappresenta un deficit centrale per le difficoltà in matematica e sembra essere indipendente dalle abilità linguistiche, ma sembra legata a deficit spaziali sottostanti (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu e Tsivkin, 1999). I bambini con doppio deficit presentano particolari problemi nella risoluzione di problemi presentati in forma orale rispetto agli altri tre gruppi. Per il calcolo esatto, i bambini con difficoltà matematiche e doppio deficit utilizzano strategie di conteggio sulle dita più spesso degli altri bambini, anche se l'accuratezza dei bambini con doppio deficit risulta inferiore a quella degli altri tre gruppi. Per la comprensione del valore dei numeri, i bambini con doppio deficit hanno prestazioni inferiori rispetto ai normali e rispetto ai bambini con difficoltà specifiche in lettura o matematica. Per il calcolo scritto, entrambi i gruppi con difficoltà matematiche hanno prestazioni inferiori rispetto ai normali, ma non rispetto ai bambini con difficoltà di lettura. In breve lo studio di Hanich et al. (2001) ha dimostrato che i bambini con difficoltà specifiche in matematica sono da considerarsi separatamente rispetto ai soggetti con difficoltà sia in lettura che in matematica. I bambini con difficoltà in matematica hanno un vantaggio rispetto a quelli con doppio deficit rispetto ad abilità matematiche che sono legate all'aspetto linguistico (come ad esempio la risoluzione di problemi), ma non rispetto ad abilità legate alla grandezza numerica, a processi visuospatiali e automaticità.

Jordan e collaboratori (Jordan, Kaplan e Hanich, 2002) hanno messo in luce, attraverso un approccio longitudinale, le differenze dello sviluppo delle abilità matematiche e di lettura di bambini con difficoltà specifiche in lettura o in matematica, doppio deficit e controlli. Gli autori concludono che le abilità di lettura influenzano lo sviluppo in matematica, ma, al contrario, le abilità matematiche non influenzano lo sviluppo delle capacità di lettura.

Molti autori supportano l'ipotesi di un unico fattore sottostante (*single factor explanation*) ai disturbi di lettura e di calcolo; alcuni lo individuano nella Working Memory (Hitch e McAuley, 1991; Geary, 1993), altri nella rapidità di elaborazione dell'informazione (Kail, 1992) o nella capacità di automatizzazione (Fawcett e Nicolson, 1994). Geary ritiene che certe forme di difficoltà matematiche e di lettura derivino dallo stesso deficit di base, cioè la difficoltà nella rappresentazione e nel recupero di informazioni dalla memoria semantica, e che questo tipo di deficit sia genetico ed ereditabile (Geary, 1993; 1994). Uno dei pochi studi genetici condotti a riguardo è quello di Gillis e DeFries (1991), che hanno esaminato la relazione tra capacità matematiche e di lettura su un campione di 264 coppie di gemelli dislessici e

182 coppie di controllo, trovando che l'ereditabilità per le performance in matematica era di .51 per il gruppo dei dislessici e di .60 per i controlli. Tuttavia in entrambi i gruppi le prestazioni in matematica e in lettura erano altamente correlate. Anche Thompson et al. (1991) hanno trovato evidenze di un fattore genetico comune sottostante alle abilità matematiche e di lettura su gemelli monozigoti e dizigoti. Questo spiegherebbe non che lettura e matematica abbiano le stesse basi genetiche, ma che ci sia una sovrapposizione tra fattori genetici comuni, oltre a quelli propri per la lettura e per la matematica e da qui la comorbidità tra discalculia e dislessia (Geary, 1994).

CAPITOLO 2

LA MEMORIA DI LAVORO

2.1 Breve storia dello studio della memoria

La memoria rappresenta una delle funzioni cognitive più importanti per l'apprendimento e per la vita di tutti i giorni ed è per questo che è diventato uno dei principali oggetti della psicologia, che da lungo tempo si è interessata alla sua modellizzazione e misurazione. Ma è solo in tempi recenti che si sono identificate diverse forme e funzioni di memoria. Il primo a proporre una classificazione fu James (1890) che distinse una memoria *primaria*, che riguarda il presente conscio, da una *secondaria*, come il vasto insieme di informazioni immagazzinate nel corso della vita. I termini di memoria “a breve termine” e “a lungo termine” sono stati probabilmente conosciuti da Thorndike (1910), mentre nel 1949 Hebb parla di un magazzino *temporaneo* e uno *permanente* di memoria. Con l'avvento del modello cognitivo della *Human Information Processing* (HIP) negli anni '60, che paragona l'elaborazione mentale a ciò che avviene in un computer, la memoria assume un ruolo fondamentale nei processi cognitivi e viene formulato un numero cospicuo di modelli, tra i quali quello di Atkinson e Shiffrin (1968) emerge come il più accettato. Questo modello divide la memoria in tre principali magazzini: uno costituito da una memoria di tipo sensoriale, un secondo magazzino di memoria a breve termine, in cui vengono immagazzinate le informazioni prima di passare alla memoria a lungo termine. La memoria a breve termine sembra essere limitata non solo nel tempo, ma anche in termini di capacità. Famoso è l'articolo di Miller (1956) nel quale egli parla del “magico numero sette”, che limita la capacità della memoria a breve termine alla portata di sette, più o meno due, pacchetti di informazioni alla volta.

Nel 1972 altri due psicologi, Craig e Lockhart, dimostrarono che la durata della rappresentazione di un'informazione in memoria dipende dal livello più o meno profondo con il quale essa viene codificata, anche se non hanno fornito nessuna spiegazione su come la memoria sia strutturata.

Nel 1974, Baddeley e Hitch proposero quindi il loro modello multicomponenziale della Working Memory, un modello più complesso che prevede l'esistenza di due sottosistemi passivi di immagazzinamento, uno per le informazioni linguistiche e uno per quelle visuospatiali, e un sistema centrale che controlla e dirige queste due componenti e che rappresenta la struttura fondamentale della working memory. Più recentemente, Baddeley (2000, 2006) ha introdotto nel modello una quarta componente, che si occupa di interagire con la memoria a lungo termine e memoria semantica, in modo da costruire una rappresentazione più integrata delle nuove informazioni.

Dalla sua formulazione sino ad oggi, sebbene non sia l'unico e sebbene abbia ricevuto alcune critiche, quello di Baddeley è ancora oggi il modello più accreditato e riconosciuto di memoria di lavoro.

2.2 Cos'è la Memoria di Lavoro

La Memoria di Lavoro (MdL), o *Working Memory*, è la funzione di memoria più indagata negli ultimi anni. Fondamentalmente essa sembra essere un sistema di memoria che si occupa contemporaneamente del mantenimento e del processamento delle informazioni (Bayliss, Jarold, Baddeley, Gunn e Leigh, 2005). Da alcuni viene definita anche come l'uso delle informazioni temporaneamente immagazzinate per l'esecuzione di un compito cognitivo complesso (Hulme e Mackenzie, 1992) o come uno spazio mentale per la manipolazione delle rappresentazioni della memoria a lungo termine attivate (Stoltzfus, Hasher e Zacks, 1996). Per Baddeley, la MdL si riferisce ad "aspetti cognitivi on-line, di monitoraggio, processamento e mantenimento delle informazioni momento per momento che avviene durante lo svolgimento di compiti di laboratorio o nella vita di tutti i giorni" (Baddeley e Logie, 1999, p.28). Spesso risulta difficile per gli psicologi delimitare il concetto di MdL e distinguerla dalle altre funzioni cognitive (Dehn, 2008) alle quali risulta essere collegata. Essa infatti sembra entrare in gioco durante i processi di apprendimento (Baddeley e Hitch, 1974), di comprensione del linguaggio scritto e parlato (Atkinson e Shiffrin, 1968; Baddeley e Hitch, 1974; Kintsch e Van Dijk, 1978), di giudizio di veridicità (Baddeley e Lewis, 1981), ragionamento (Baddeley, 1968) e decision making (Hinson e Withney, 2006).

Alcuni psicologi considerano la memoria a breve termine come un sottotipo di memoria di lavoro, altri ritengono che le due funzioni siano due cose distinte e separate. Qualunque sia la visione adottata è bene tenere presente le differenze principali tra le due (Dehn, 2008):

- La memoria a breve termine immagazzina passivamente le informazioni, mentre la memoria di lavoro le processa.
- La memoria a breve termine è prettamente dominio-specifica (verbale o visuospaziale) mentre la memoria di lavoro è meno dominio-specifica.
- La memoria di lavoro ha relazioni più strette con l'apprendimento e con altre funzioni cognitive.
- La memoria a breve termine non ha funzioni di controllo, mentre la memoria di lavoro ha funzioni esecutive.
- La memoria a breve termine può operare indipendentemente dalla memoria a lungo termine, mentre la memoria di lavoro si collega alle strutture della memoria a lungo termine.

2.3 Il modello di Baddeley

Come accennato in precedenza, il modello di Baddeley (1986), anche se non l'unico, è quello a cui si fa più riferimento quando si parla di MdL. Questo modello prevede l'esistenza di componenti multiple che ci permettono di comprendere e rappresentare l'ambiente circostante, mantenere l'informazione dell'esperienza immediata, acquisire nuove informazioni e formulare e agire in funzione di obiettivi (Baddeley e Logie, 1999). Le componenti specializzate includono un sistema supervisore (l'Esecutivo centrale) e, nella prima formulazione del modello (1986), due sistemi temporanei di immagazzinamento, specializzati rispettivamente uno per le informazioni fonologiche (Circuito fonologico) e uno per le informazioni visuospatiali (Taccuino visuospatial) alle quali poi è stata aggiunta un'ulteriore componente per l'integrazione con la memoria a lungo termine (Buffer episodico) (vedi figura 2.1). I due magazzini specializzati sono utilizzati per mantenere tracce di memoria che sono simili ai meccanismi per la produzione del linguaggio, nel caso del circuito articolatorio, e ai meccanismi di generazione di immagini, nel caso del taccuino visuospatial. L'esecutivo centrale è considerato l'organismo regolatore della MdL e si

occupa di coordinare i due servosistemi, focalizzare e alternare l'attenzione e attivare le rappresentazioni della memoria a lungo termine, ma non è coinvolto nell'immagazzinamento a breve termine.

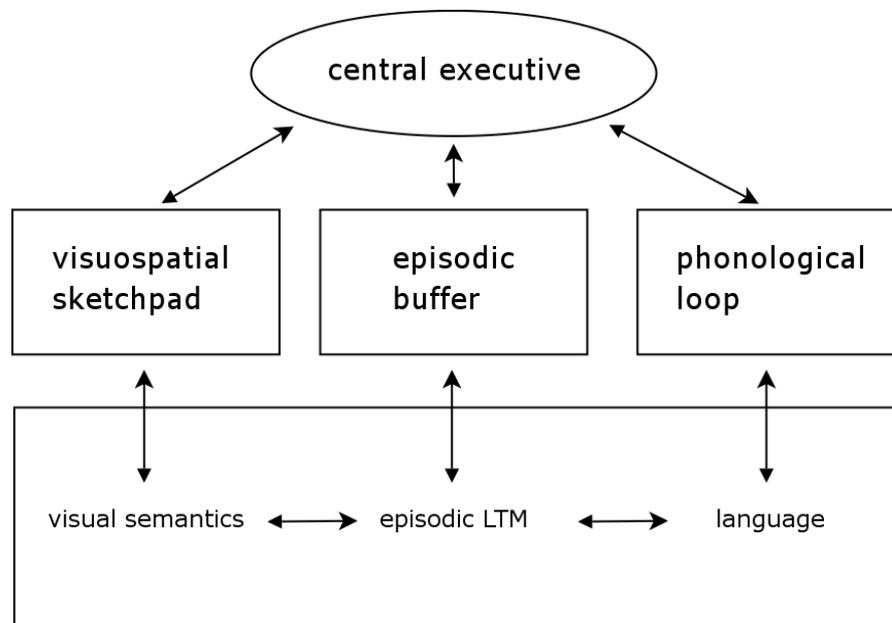


Figura 2.1 Modello di memoria di Lavoro di Baddeley (2006).

2.3.1 Il circuito fonologico

Il circuito fonologico (*phonological loop*) è un magazzino a capacità limitata per il mantenimento delle informazioni di tipo verbale (Baddeley, 1986). Baddeley a sua volta lo suddivide in altre due sottocomponenti: un magazzino fonologico di mantenimento passivo e un processo di ripetizione subvocalica (*rehearsal*). Il magazzino fonologico è paragonato ad un registratore, che registra le informazioni vocali su un nastro di durata determinata, tali informazioni vengono cancellate se il meccanismo di *rehearsal* non le continua a registrare sul nastro (Dehn, 2008). La traccia fonologica, infatti, decade dopo circa 2 secondi e il numero di item che possono essere registrati dipende dal tempo necessario per articularli (Baddeley, 1986). Questo vuol dire che il mantenimento di un'informazione verbale oltre i 2 secondi, è da attribuirsi al meccanismo di *rehearsal* che, ripetendo l'informazione, la mantiene in un circuito continuo, della durata di due secondi circa. Ciò è stato dimostrato empiricamente attraverso il cosiddetto fenomeno dell'*effetto lunghezza* (Baddeley, Thomson e

Buchanan, 1975). Infatti gli adulti riescono a memorizzare al 90% sequenze di cinque parole monosillabiche, mentre solo il 50% di parole con cinque sillabe, poiché le parole con più sillabe “sovraccaricano il sistema più rapidamente delle parole monosillabiche” (Baddeley, 1986, p. 78). In questo modo viene smentita la teoria secondo la quale la memoria fonologica ha una capacità di “sette, più o meno due” items, ma pare che piuttosto la misura di span sia influenzata dalla lunghezza delle parole e dal tempo necessario per articularle. Ecco perché nella misurazione di span di parole di soggetti con lingua differente è necessario utilizzare parole con lo stesso numero di sillabe per potere paragonare le prestazioni. Anche nel caso dello span di numeri, le lingue con le parole-numero più lunghe, come l’Italiano sono svantaggiate rispetto alle lingue con le parole più corte, come ad esempio il Giapponese (Baddeley, 1986). L’evidenza della codifica fonologica del materiale verbale è dimostrata anche dall’effetto della similarità fonologica, già riscontrato da Conrad (1964) quando notò che, quando i soggetti devono ricordare una sequenza di lettere, gli errori che compiono sono fonologicamente simili alla lettera da ricordare (ad esempio B, G, P, T, V). Tale effetto è stato poi riscontrato anche da Baddeley (1986) con parole fonologicamente simili come ad es. “cane”, “pane”, “rame” (in inglese *mad, man, mat, cap*) che vengono ricordate solo per il 9,6% delle volte, a differenza dell’82,1% delle parole dissimili. Parole dal suono simile generano infatti una confusione nel magazzino fonologico e durante la ripetizione subvocalica (Hulme e Mackenzie, 1992). Ciò invece non si verifica quando le parole sono semanticamente simili (ad es. grande, lungo, largo ecc., in inglese *huge, big, long, large*), il significato non interferisce significativamente con il ricordo a breve termine, mentre diventa una variabile cruciale nel ricordo a lungo termine (Baddeley, 1966). Il significato delle parole infatti attiva strutture di memoria a lungo termine che facilitano il ricordo.

Il meccanismo di ripetizione subvocalica è fondamentale per lo span verbale, poiché è stato dimostrato che impedire il rehearsal, ad esempio chiedendo ai soggetti di ripetere una parola, riduce notevolmente la lunghezza dello span (Murray, 1967; Baddeley, 1986, 1990). Attraverso la soppressione articolatoria è possibile quindi per valutare la capacità pura del magazzino fonologico e dimostra anche come il circuito fonologico possa essere distinto in un magazzino passivo e una funzione di ripetizione (Dehn, 2008).

Il circuito fonologico sembra essere una componente fondamentale del modello di MdL. Numerosi studi ne hanno dimostrato la relazione con le altre funzioni cognitive

e i processi di apprendimento, soprattutto quelli che interessano l'acquisizione del linguaggio, come per esempio lo spelling, incremento del vocabolario, comprensione della lettura e del linguaggio ecc. (Engle et al., 1999; si veda il capitolo 3 per gli studi sul ruolo del circuito fonologico nell'apprendimento matematico).

2.3.2 *Il taccuino visuospatiale*

Il taccuino visuospatiale (*visuo-spatial sketchpad*) è responsabile dell'immagazzinamento delle informazioni visive e spaziali, per esempio memoria degli oggetti e delle loro posizioni. Esso sembra anche occuparsi della produzione e manipolazione di immagini mentali (Baddeley, 2006; De Beni et al., 2007). Dapprima fu considerato come un unico magazzino, per poi essere stato recentemente suddiviso in due sottocomponenti: una visiva e una spaziale (Baddeley, 2006). La prima si occupa di immagazzinare le informazioni visive statiche, come per esempio la forma o il colore di un oggetto, mentre la seconda si occupa dell'immagazzinamento delle informazioni spaziali dinamiche, come movimento e direzione. In parallelo con la struttura del circuito fonologico, nel taccuino visuospatiale la componente visiva è un magazzino passivo e temporaneo, mentre la componente spaziale è un sistema attivo di ripetizione spaziale per il mantenimento di posizioni e movimenti, questa infatti necessita di una ripetizione continua per aggiornare di volta in volta le informazioni dinamiche e per aggiornare anche la componente visiva. Nel mondo reale gli oggetti tendono a mantenere le loro caratteristiche invariate nel tempo, rendendo questi processi piuttosto inutilizzati.

Sia la componente visiva che quella spaziale sembrano avere capacità e durata limitate. In realtà non si è ancora riusciti bene a specificare quali siano i limiti di ogni servosistema, comunque si è riscontrato che i pattern visuospatiali complessi sono memorizzati più difficilmente di quelli semplici, per esempio dei blocchi disposti in una matrice sono più facilmente rievocabili che se disposti in ordine sparso e le figure asimmetriche sono più difficili da ricordare rispetto a quelle simmetriche (Kemps, 1999).

Non è ancora chiaro nemmeno come funzionino i meccanismi di rehearsal visuospatiale, ma è stato dimostrato che compiti che impegnano i soggetti in un compito visuospatiale concorrente (per esempio chiedendo loro di spingere dei tasti o muovere

le braccia seguendo un target in movimento) danneggia l'immagazzinamento visuospatiale a breve termine (Logie e Marchetti, 1991; Henry, 2001).

Una serie di studi inoltre ha recentemente dimostrato che la memoria di lavoro visuospatiale sia coinvolta nei meccanismi di formulazione e manipolazione di immagini e nella costruzione di modelli mentali (Cornoldi et al. 1996; De Beni et al. 2007) anche se le due funzioni non possono essere sovrapposte (Morton e Morris, 1995). Inoltre lo svolgimento di un compito visuospatiale concorrente può o non danneggiare la formulazione di immagini, a seconda del tipo di compito (Salway e Logie, 1995; Pearson, Logie e Green, 1996).

2.3.3 *Il buffer episodico*

Il buffer episodico (*episodic buffer*) rappresenta la terza sottocomponente che non era presente nel modello iniziale del 1986, ma è stata aggiunta solo successivamente (Baddeley, 2000, 2006). In realtà questa nuova componente non introduce niente di nuovo al modello originario, poichè le funzioni adesso assegnate al buffer episodico erano prima incluse nella componente esecutiva centrale (Baddeley, 2006). Il buffer episodico viene descritto come un magazzino a capacità limitata, coscientemente accessibile, che si collega con la memoria alla memoria episodica e semantica a lungo termine in modo da costruire rappresentazioni integrate sulle nuove informazioni (Dehn, 2008). Questa viene descritta inoltre come una componente multimodale, che riceve informazioni sia dalla componente verbale che da quella visuospatiale, ma anche dalla memoria a lungo termine, per combinarle in un'unica rappresentazione episodica (Baddeley, 2000). Essa inoltre si occupa di trasmettere e recuperare le informazioni dalla memoria episodica e semantica a lungo termine e tale recupero sembra avvenire in maniera consapevole e cosciente (Baddeley, 2000).

2.3.4 *L'esecutivo centrale*

L'esecutivo centrale (*central executive*) rappresenta il nucleo della MdL. A causa però delle numerose funzioni che gli vengono attribuite, è anche la componente meno chiara e più difficile da definire. Alcune critiche affermano che esso sia stato spesso

utilizzato come un contenitore nel quale collocare tutto quello che non si trova all'interno degli altri servosistemi, o lo considerano come un *homunculus*, ossia un cervello nel cervello che prende le decisioni in maniera non specificata. In realtà Baddeley gli attribuisce delle funzioni specifiche (Baddeley e Logie, 1999). In primo luogo esso si occupa del coordinamento dei servosistemi. Ad esempio l'esecutivo centrale sembra entrare in gioco durante compiti di dual-task, ossia compiti che impegnano simultaneamente il circuito fonologico e il taccuino visuospatiale o nei compiti che richiedono simultaneamente l'immagazzinamento e il processamento delle informazioni (Tronsky, 2005). L'esecutivo centrale, al contrario dei servosistemi, sembra quindi essere modalità-indipendente (Dehn, 2008). Altre funzioni attribuite da Baddeley sono: la capacità di alternare le strategie di recupero di informazioni, di focalizzare l'attenzione su uno stimolo, inibendo l'interferenza di quelli irrilevanti; la capacità di recuperare e manipolare informazioni dalla memoria a lungo termine (Baddeley, 1996; 1999).

Per quanto riguarda le caratteristiche attentive che vengono attribuite all'esecutivo centrale, si può dire che per Baddeley esso non si occupa solo della memoria di lavoro, ma della regolazione attentiva di altre funzioni cognitive ad essa collegate. In qualche modo c'è chi paragona (Dehn, 2008) l'esecutivo centrale di Baddeley al Supervisory Attentional System (SAS) di Norman e Shallice (1980). Il SAS è un sistema attentivo che entra in funzione quando ci si presenta uno stimolo nuovo che non concorda con gli schemi automatizzati che regolano il nostro normale comportamento. Esso è quindi paragonabile all'esecutivo centrale per la sua funzione di attenzionare gli stimoli rilevanti ed inibire quelli irrilevanti e per il fatto che il suo intervento diminuisce in funzione del livello di automaticità del compito. Infatti anche il ruolo dell'esecutivo centrale è funzione del grado di automatizzazione delle strategie di memorizzazione come il *reharsal* o il *chunking*.

Nel tentativo di definire meglio il ruolo dell'esecutivo centrale, Baddeley ne ha più recentemente sottolineato la stretta connessione con la memoria a lungo termine (Baddeley, 1996). L'esecutivo centrale, infatti, ha il compito di attivare e recuperare le informazioni dalla memoria a lungo termine, stabilendo quale fra queste sia rilevante per il compito che si sta svolgendo e inoltre esso crea delle associazioni tra le nuove informazioni in entrata e quelle già possedute.

Più recentemente altri autori (Miyake et al., 2000) hanno individuato tre funzioni fondamentali dell'esecutivo centrale, quali quelle di *Shifting*, *Updating* e *Inibizione*.

Lo *Shifting* riguarderebbe la capacità dell'esecutivo centrale di spostare alternativamente l'attenzione tra compiti multipli, operazioni o sistemi mentali (Monsell, 1996). Compiti di shifting sono ad esempio quelli in cui si richiede di riprodurre la sequenza di lettere e numeri alternandoli tra loro, richiedendo così l'alternativo ancoraggio e disancoraggio al codice verbale e al codice numerico. La funzione di *Updating* richiede il monitoraggio e la codifica di nuove informazioni rilevanti per il compito e la sostituzione di queste ultime con le vecchie informazioni non più rilevanti (Morris e Jones, 1990). Jonides e Smith (1997) hanno suggerito che il processo di Updating necessiti anche di un "etichettamento" delle informazioni per distinguere quelle nuove da quelle vecchie e non più rilevanti. Compiti di Updating sono quelli nei quali si presentano delle informazioni al soggetto, ad esempio lettere, chiedendogli di rievocare le ultime tre della serie ogni volta che ne viene aggiunta una nuova. Infine la funzione di Inibizione riguarda l'abilità di inibire volontariamente una risposta automatica fortemente predominante. Miyake et al. (2000) specificano comunque che l'inibizione è da intendersi in questo senso e non come l'inibizione dell'attivazione intesa, come nei modelli connessionisti, come il decremento dell'attivazione dovuto ad un'attivazione negativa. Quest'ultimo tipo di inibizione infatti è di tipo automatico, mentre l'inibizione di una risposta automatica è un processo altamente controllato. Il classico compito di Stroop viene considerato come un misuratore dell'inibizione in quanto il soggetto deve inibire la tendenza a leggere la parola piuttosto che a denominare il colore con la quale essa è scritta.

L'inibizione comunque è il processo più discusso rispetto alla memoria di lavoro, poichè c'è chi ritiene che anche i processi di Updating e di Shifting richiedano un'inibizione e molti autori ritengono che non possa essere considerata come un unico costrutto (Arbuthnott, 1995; Dempster e Corkill, 1999; Shilling, Chetwynd e Rabbitt, 2002). Nigg (2000) ad esempio, distingue tra il *controllo dell'interferenza*, in cui vari stimoli e target concorrono tra loro, causando un decremento della performance; e *l'inibizione cognitiva*, che è invece un processo di soppressione attiva che controlla i contenuti sopprimendo le informazioni già attivate, ma irrilevanti, nella memoria di lavoro. Un ulteriore processo di inibizione, distinto da questi ultimi due, sembra essere l'inibizione di una risposta automatica (Bull e Sherif, 2001), tuttavia Friedman e Miyake (2004) hanno riscontrato che tale processo non è distinguibile dall'inibizione automatica. Censabella e Noël (2005) ritengono quindi che si possano distinguere due fondamentali tipi di inibizione, una *endogena* ed una *esogena*, a seconda che la fonte di

interferenza degli stimoli sia esterna, cioè data dall'ambiente circostante, oppure interna, nella memoria di lavoro. In questo senso quindi, una prova che valuta l'inibizione esogena è da considerarsi ad esempio la prova di Stroop, in cui l'interferenza è data da due stimoli concorrenti, ma esterni, mentre la valutazione dell'inibizione endogena, è data ad esempio dalla valutazione del numero di errori di intrusione nella prova di Listening span (Chiappe et al., 2000; Passolunghi et al., 1999; Passolunghi e Siegel, 2001).

2.4 Memoria di lavoro e altri processi cognitivi

Per le sue funzioni, la MdL ha un ruolo fondamentale per l'integrazione di pressoché tutte le altre funzioni cognitive, quali ad esempio l'attenzione, il ragionamento o l'intelligenza (McNamara e Scott, 2001), talvolta anche in modo da rendere difficile la distinzione da esse. La funzione cognitiva con la quale viene più spesso associata è l'attenzione. Studi dimostrano che coloro che hanno migliori prestazioni in compiti di memoria di lavoro esecutiva, sono anche maggiormente capaci di inibire e divergere l'attenzione (Conway, Cowan e Bunting, 2001), mentre bambini con scarso controllo attentivo hanno difficoltà anche in alcune prove di memoria di lavoro (Cornish Wilding e Grant, 2006). Mentre al contrario Siegel e Ryan (1989) riportano una dissociazione tra attenzione e working memory poiché soggetti con ADHD non hanno prestazioni inferiori su prove di working memory. Anche nel caso in cui siano separate, sicuramente vi è ad un certo punto una sovrapposizione delle due funzioni. Ciò che hanno maggiormente in comune è la capacità di attivare delle informazioni e inibire l'interferenza di stimoli irrilevanti. C'è chi sostiene che il fattore comune sia quindi dato dall'inibizione, intesa non solo come inibizione degli stimoli irrilevanti e delle rappresentazioni interne, ma anche come inibizione delle risposte inappropriate (Cornish et al., 2006). Un'altra possibile spiegazione è quella che entrambe facciano ricorso alle stesse risorse, limitate a poche unità, e che quindi, quando è la memoria di lavoro ad utilizzarle, l'attenzione ne viene danneggiata (Awh e Jonides, 2001).

La MdL inoltre è stata recentemente associata (Kane, Hambrick e Conway, 2005) al cosiddetto "ragionamento fluido", che è la capacità di ragionare in maniera induttiva e deduttiva per giungere alla soluzione di un problema, nonché uno dei fattori primari

dell'intelligenza (Carroll, 1993). Sono state riscontrate infatti correlazioni comprese tra .60 e .80 tra ragionamento fluido e working memory e studi di neuroimmagine dimostrano che entrambe le funzioni attivano le stesse aree della corteccia prefrontale (Kane ed Engle, 2002). E' possibile che l'alta correlazione tra le due variabili sia data dall'influenza di una terza variabile alla quale entrambe sono correlate. La terza variabile in questione potrebbe essere l'intelligenza generale (Oberauer et al., 2005; Cowan, 2005). Colom et al. (2004) hanno ottenuto correlazioni di .93 tra MdL e intelligenza, intesa come fattore *g* di Spearman (1904). Una così alta correlazione rende la memoria di lavoro il migliore predittore dell'intelligenza e lascia supporre che si possa trattare del medesimo costrutto. In realtà il consenso comune è che, seppure esse siano altamente correlate, le due siano da considerarsi come differenti (Kyllonen e Christal, 1990; Conway, Cowan ed Engle, 2003).

Un'altra funzione cognitiva molto legata alla MdL è sicuramente la velocità di processamento delle informazioni. Ackerman, Beier e Boyle (2002) hanno trovato, tra le due, una correlazione di .48. Anche in questo caso risulta difficile separare i due processi, anche se ci sono evidenze che essi siano da considerarsi come distinti (Leonard et al. 2007). In generale si può dire che la velocità di processamento implica la codifica e il recupero di informazioni, mentre la MdL è incrementata dalla velocità di processamento, che permette di processare un maggior numero di informazioni in minor tempo. Gli individui che processano più rapidamente le informazioni hanno più tempo per codificarle, ripeterle ed immagazzinarle. Da ciò può sembrare che la relazione tra MdL e velocità di processamento sia data soprattutto dal processo di rehearsal nel circuito fonologico, in realtà invece la MdL verbale non è determinata solo dalla velocità di articolazione, e si è inoltre riscontrato che la velocità di processamento è maggiormente correlata allo sviluppo della MdL che della memoria a breve termine (Bayliss et al., 2005).

2.5 Altri modelli di Memoria di Lavoro

Sebbene sia il più accreditato, quello di Baddeley non è l'unico modello di memoria di lavoro. Altri modelli e teorie sono state formulate nel corso degli anni (Dehn, 2008; per una rassegna). Esse condividono alcune caratteristiche col modello di Baddeley, ma se ne differenziano per altre.

Per Kane and Engle (Engle, 1996, Kane et al., 2001), ad esempio, la working memory è una funzione esecutiva attentiva, che è distinguibile dalla memoria a breve termine. Essi affermano inoltre che la capacità di working memory non deve essere valutata attraverso lo span, ma dall'abilità di controllare l'attenzione per mantenere le informazioni attive, velocemente recuperabili. Secondo questa visione inoltre, la working memory ha il ruolo non solo di tenere attive le informazioni, ma anche quello di inibire le informazioni irrilevanti. La capacità di working memory quindi dipende da quanto le funzioni esecutive riescono a mantenere l'attenzione sulle informazioni necessarie e ad inibire quelle irrilevanti. I soggetti con span elevato sarebbero quelli che riescono a processare un maggior numero di informazioni, essendo riusciti ad inibire l'interferenza interna di altre informazioni precedentemente attivate e non più rilevanti (Kane et al., 2001). Essi inoltre enfatizzano il ruolo della memoria di lavoro nell'accedere e nel mantenere le informazioni nella memoria a lungo termine. Nella versione più recente della teoria (Unsworth ed Engle, 2007) la working memory è considerata come un sottoinsieme di unità di memoria, alcune delle quali sono fortemente attivate in una componente a breve termine limitata, mentre le altre risiedono in un magazzino più ampio che può essere mantenuto per un tempo più lungo. Focalizzando l'attenzione, la memoria di lavoro mantiene attive un numero limitato di unità (generalmente 4) per il processo in corso. Tale modello non è in disaccordo con quello di Baddeley, che più volte ha sottolineato il ruolo dei processi di attivazione ed inibizione dell'esecutivo centrale, ma se ne differenzia per quanto riguarda ciò che determina la capacità di memoria. Mentre Baddeley la determina in base allo span verbale e visuospatiale, per Kane ed Engle essa è data dalla capacità di inibire le informazioni irrilevanti.

Anche il modello di Cowan (2005) enfatizza il ruolo del focus attentivo e dei livelli di attivazione, oltre che a quello di expertise. Tale modello prevede una stretta interdipendenza tra memoria di lavoro e memoria a lungo termine, supponendo anzi l'esistenza di un unico magazzino di informazioni con differenti livelli di attivazione. All'interno della memoria lungo termine, tale modello distingue tra informazioni attivate e un largo numero di informazioni inattivate. All'interno delle prime, solo alcune sono poi tenute altamente attive dal focus attentivo, che ha capacità limitata (figura 2.2). È il livello di attivazione a distinguere quindi le tre "vasche" di informazioni: una vasca più ampia di informazioni a lungo termine, disponibili per l'attivazione ed il recupero; una seconda vasca di informazioni recentemente attivate da

processi coscienti o inconsci e automatici di recupero; un piccolo numero di informazioni che sono nel focus dell'attenzione, dal quale esse entrano ed escono molto velocemente, a seconda di ciò che serve al momento. La capacità limitata di questo modello sta nel focus attentivo, che può mantenere solo dalle tre alle cinque informazioni (o gruppi di informazioni) alla volta. Cowan infatti parla di un "magico numero quattro" anziché sette (Cowan, 2001), universale per tutti gli individui, per qualsiasi tipo di modalità e indipendentemente dal livello di expertise. Ciò che varia è solo la grandezza delle informazioni, ma non il numero.

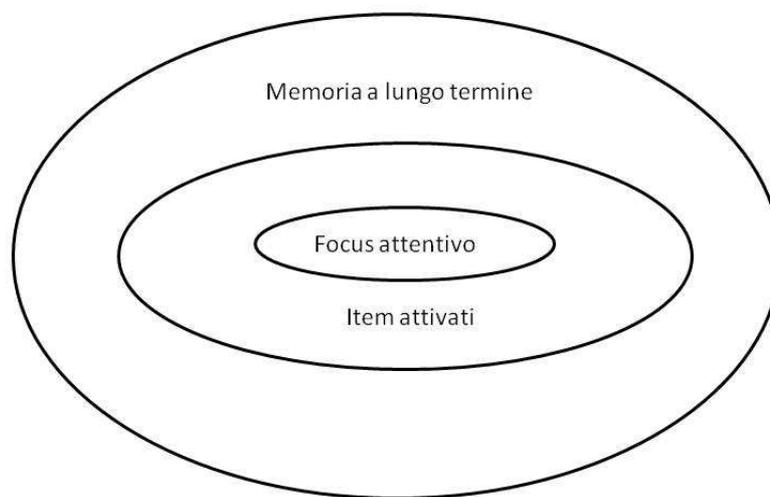


Figura 2.2 Modello di Cowan dei processi incorporati.

A differenza di Cowan, Oberauer (2002) sostiene che in realtà la capacità del focus attentivo è di un solo item alla volta e cioè l'oggetto dell'operazione in corso o di quella successiva. Il modello di Oberauer (2002) infatti aggiunge un terzo cerchio a quello di Cowan: egli ipotizza che all'interno della memoria a lungo termine ci sia un ampio gruppo formato dalle informazioni attivate di recente, tra queste solo un piccolo gruppo di 4 circa è direttamente accessibile; è poi il focus attentivo che, fra queste quattro, seleziona e processa solo un'informazione alla volta.

Infine c'è anche chi propone una Memoria di Lavoro a lungo termine (Ericsson e Kintsch, 1995). Secondo questa concezione, la MdL non è distinta dalla memoria a lungo termine, ma anzi ne rappresenta una funzione. Ciò che viene ricordato in realtà non viene recuperato dalla memoria a breve termine, ma da quella a lungo termine. La

capacità della MdL a lungo termine è data da quanti nodi della rappresentazione a lungo termine si riesce ad attivare contemporaneamente.

2.6 Modelli evolutivi

I modelli di memoria di lavoro sinora proposti hanno esaminato esclusivamente il suo funzionamento nell'adulto, pochi autori ne hanno invece esaminato l'aspetto evolutivo. Tra questi, uno dei primi a formulare una teoria evolutiva della memoria di lavoro, è stato sicuramente il neo-piagetiano Pascual-Leone (1970; Pascual-Leone & Baillargeon, 1994; Pascual-Leone & Morra, 1991). In generale, la prospettiva neo-piagetiana ritiene che lo sviluppo della memoria di lavoro sia alla base dello sviluppo di tutti gli altri processi cognitivi, che la memoria di lavoro sia limitata e che la sua capacità incrementi con l'età. In particolare, la teoria degli Operatori Costruttivi (Theory of Constructive Operators, o TCO) di Pascual-Leone prevede due livelli di costrutti cognitivi, ossia gli "operatori" e gli "schemi". I primi costituiscono le unità base della cognizione, sono trasportatori di informazioni e costrutti situazione-specifici. Una sottocategoria di schemi è costituita dagli "schemi esecutivi", che si occupano del controllo della performance. Gli operatori sono invece utilità di funzionamento, non generano di per sé informazioni, ma si servono degli schemi per generare una determinata performance, ad esempio fornendo l'energia necessaria per l'attivazione di determinati schemi o l'inibizione di altri. Alcuni degli operatori sinora postulati sono ad esempio: il Field (campo) operator, la Mental attention, l'Interrupt operator, il Content learning ecc. Ogni performance è il risultato della sinergia tra operatori e schemi. Ad esempio, nel momento in cui si presenta uno stimolo, viene attivata una serie di schemi, che costituiscono il "campo" della Mental attention. La selezione ed attivazione di questi schemi dipende da tre meccanismi: L'M-operator (Mental operator), che aumenta l'attivazione degli schemi rilevanti per il compito; l'I-operator (Interruption operator), che inibisce l'attivazione di schemi irrilevanti per il compito, e gli schemi esecutivi. Riguardo all'aspetto evolutivo di questi schemi ed operatori, Pascual-Leone ha ipotizzato lo sviluppo solo dell'M-operator. La sua capacità, ovvero la M-capacity, è data dal numero massimo di schemi (informazioni o chunk di informazioni) che possono essere simultaneamente attivati in una singola operazione mentale. Tale capacità è limitata e si sviluppa con l'età ad intervalli che corrispondono agli stadi

piagetiani. Lo sviluppo del numero di schemi (sia per quelli di natura verbale che quelli di tipo visuospatiale) che si è capaci di attivare va quindi da 1, all'età di tre anni, a 7, all'età di 15 anni, incrementando di 1 schema ogni due anni (Johnson, Fabian, & Pascual-Leone, 1989; Morra, Moizo, & Scopesi, 1988).

Sebbene questa teoria sia molto differente dal modello proposto da Baddeley, alcuni autori hanno cercato di trovare dei punti in comune tra le due teorie (Ribaupierre e Bailleux, 1994; Kemps, Rammelaere e Desmet, 2000). Kemps et al. (2000) attraverso uno studio volto ad esaminare le prestazioni di bambini dai 5 ai 9 anni in un compito di memoria visuospatiale, hanno cercato di spiegarne i risultati alla luce di entrambe le teorie, che essi ritengono essere complementari. Essi infatti hanno riscontrato che, in accordo con la teoria di Pascual-Leone, il numero di elementi correttamente rievocati nelle prove visuospatiali evolveva proporzionalmente all'età, rispettando le previsioni di due elementi per i bambini di 5-6 anni e di quattro elementi per i bambini di 8-9 anni. Essi hanno inoltre riscontrato che l'introduzione della soppressione articolatoria durante l'esecuzione dei compiti visuospatiali inficia la performance nei bambini più grandi, ma non in quelli più piccoli, i quali, come dimostrato in alcuni studi a supporto del modello di Baddeley (Hitch, Woodin e Baker, 1989), non ricorrono ancora al circuito fonologico per ricodificare il materiale visuospatiale in forma verbale, ma ne mantengono un'immagine pittorica, con un conseguente effetto nullo della soppressione articolatoria.

Nonostante il tentativo di alcuni autori di accostare la TCO al modello di Baddeley, notevoli rimangono le differenze sostanziali tra le due teorie. Una differenza da tenere sicuramente in considerazione è che, mentre Miyake ha attribuito alla componente esecutiva del modello di Baddeley l'importante funzione inibitoria (Miyake et al., 2000), nella teoria di Pascual-Leone tale funzione è indipendente dagli schemi esecutivi, ma, in quanto operatore indipendente (Interrupt operator), costituisce invece una risorsa energetica per gli schemi esecutivi quali shifting e updating (Im-Bolter, Johnson e Pascual-Leone, 2006).

Più recentemente, sono state proposte due ulteriori teorie evolutive delle memoria di lavoro: la teoria di Towse (Towse, Hitch, Hamilton, Peacock e Hutton, 2005) e dall'altro quella di Barrouillet (Barrouillet e Camos, 2001). Tali teorie, con argomentazioni contrastanti tra loro, spiegano l'incremento, con l'età, della capacità di memoria di lavoro.

Per il primo autore la capacità della MdL dipende più dalla durata che dalla difficoltà del compito secondario (dual task), per cui l'incremento dello span con l'età è dovuto all'aumento progressivo della rapidità nel processamento dell'informazione nei bambini più grandi. Towse ha creato un paradigma per la misurazione del "periodo" di memoria: a differenza che nello span, il numero di item da ricordare rimane costante, mentre quello che varia è il tempo necessario a processare ogni singolo item. Un esempio del paradigma utilizzato da Towse et al. (2005) è illustrato in figura 2.3: al soggetto vengono presentati quattro item costituiti da semplici operazioni, delle quali il soggetto alla fine deve rievocare il risultato. A differenza di un normale compito di span, in questo caso il numero di item viene mantenuto costante (quattro), mentre quello che viene fatto variare e che determina il livello di difficoltà è il tempo necessario a processare ogni singolo item per determinare il risultato dell'operazione. Towse ha così dimostrato che il periodo di memoria è strettamente correlato allo span: la capacità di memoria è più bassa quando il tempo di ritenzione del materiale da ricordare aumenta e tale fenomeno è consistentemente presente in fase evolutiva, come riscontrato anche da studi longitudinali su bambini (Hitch, Towse e Hutton, 2001). Egli ha così sottolineato la rilevanza anche del tempo di processamento, oltre che della sola capacità, nel determinare le performance in compiti di memoria di lavoro (Towse et al., 2005).

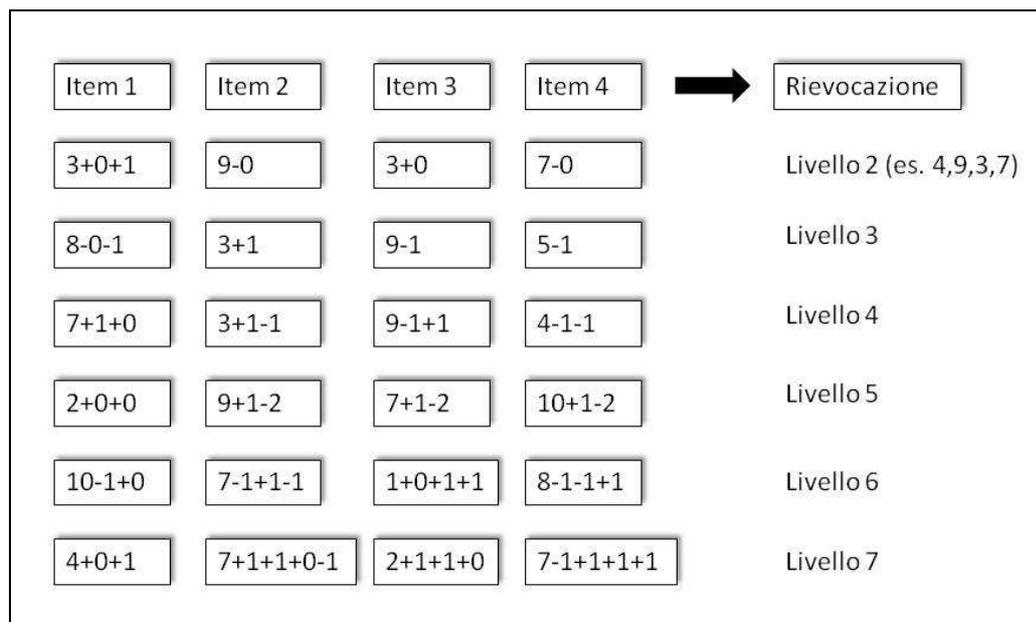


Figura 2.3 esempio del paradigma utilizzato da Towse et al. (2005) per la misurazione del "periodo" di memoria.

Il TBRS (time-based resource-sharing) di Barrouillet et al. (Barrouillet e Camos, 2001; Barrouillet, Bernardin e Camos, 2004; Barrouillet e Camos, 2007) si basa su quattro assunti principali:

1. Le due funzioni principali della MdL, ossia il processamento ed il mantenimento, attingono alla stessa risorsa attentiva limitata.
2. Un freno limita i processi centrali, permettendo un solo processo attenzione-richiedente alla volta. Ciò determina che quando l'attenzione è impegnata nel processamento, non è disponibile per un processo di mantenimento in memoria.
3. Nel momento in cui l'attenzione lascia il processamento a favore del mantenimento, questo ultimo processo viene deteriorato da un indebolimento legato al tempo, per cui le tracce mnestiche decadono col tempo, rendendo necessario una loro riattivazione prima che decadano del tutto.
4. La condivisione delle risorse attentive è resa possibile da un loro continuo e rapido spostamento dal processamento al mantenimento, che avviene durante i brevi intervalli che si verificano mentre il processo concorrente è in atto.

Sulla base di questi quattro assunti, quando in un compito di MdL il tempo necessario per il processamento è mantenuto costante, qualsiasi incremento nel tempo necessario allo spostamento attentivo che il compito richiede, aumenta il periodo di decadimento delle tracce mnestiche, comportandone una maggiore perdita. Tale modello si contrappone alla teoria di Towse, poichè mentre in quel caso è il tempo necessario al processamento che viene variato, in questo caso esso è mantenuto costante e maggiore peso viene dato invece allo spostamento attentivo e al mantenimento delle informazioni.

Il paradigma (vedi figura 2.4) utilizzato da Barrouillet e colleghi prevede la somministrazione di alcuni item da rievocare (es. lettere), ma subito dopo ciascun item viene intercalato un compito concorrente diviso in step di numero variabile; aumentando il numero degli step o mantenendone costante il numero e diminuendo il tempo necessario al processamento di un numero fisso di step, si compromette la rievocazione finale (Barrouillet et al., 2004).

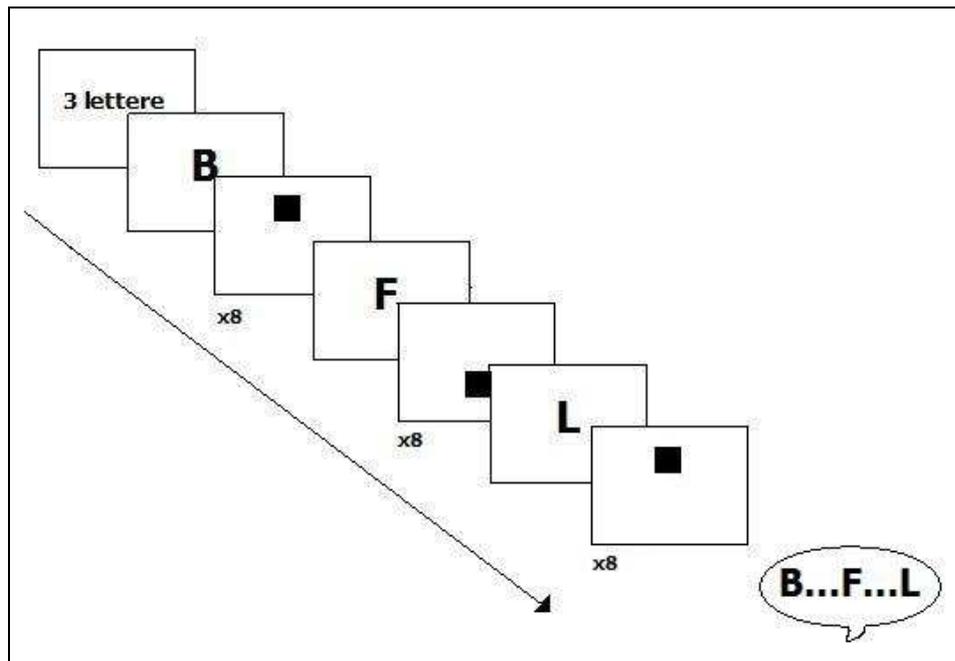


Figura 2.4 Esempificazione del paradigma usato da Barrouillet et al. 2004. Al soggetto viene dapprima presentata una schermata che indica il numero di consonanti da rievocare al termine di ogni singolo trial, dopo vengono presentate le lettere target, seguite da otto schermate in cui il soggetto deve determinare la posizione del quadratino premendo gli appositi tasti. Alla fine il soggetto deve rievocare, nel corretto ordine, le consonanti presentate.

In prospettiva evolutiva, gli autori ipotizzano che prima dei sette anni di età i bambini non utilizzino meccanismi di riattivazione attentiva, poichè è stato riscontrato che in questa fascia di età la capacità di MdL non è intaccata dal sovraccarico cognitivo del compito concorrente (Barrouillet, Gavens, Vergauwe, Gaillard e Camos, in press), ma che dopo i sette anni di età questi meccanismi funzionino allo stesso modo che nell'adulto, anche se nei bambini il decadimento temporale sembra essere più cospicuo che negli adulti (Portrat, Camos e Barrouillet, in press).

Nonostante le loro diversità, bisogna sottolineare come la recentissima nascita di nuovi modelli abbia innanzitutto portato a soffermarsi non più su un singolo aspetto della MdL, ossia quello della sua capacità, ma abbia proposto la necessità di indagare meglio i processi che stanno alla base del suo funzionamento ed inoltre sottolineano l'importanza dello studio di tali processi in prospettiva evolutiva, sia per comprendere meglio la loro origine e funzionamento e sia per capire meglio come i diversi processi cognitivi quali la velocità di processamento delle informazioni o i meccanismi di inibizione siano alla base del funzionamento della memoria di lavoro.

CAPITOLO 3

MEMORIA DI LAVORO E MATEMATICA: STATUS DELLA RICERCA

3.1 Memoria di Lavoro e apprendimento

Le ricerche di tipo applicativo sulla Memoria di Lavoro hanno ormai da tempo dimostrato che essa sembra costituire la variabile principale che determina le differenze individuali nell'apprendimento (es., Swanson, Cochran ed Ewers, 1990; Gathercole, Lamont e Alloway, 2006). Il processo di apprendimento, infatti, richiede la manipolazione delle informazioni, l'interazione con la memoria a lungo termine e simultaneamente l'immagazzinamento e processamento delle informazioni. "Quasi tutto quello che deve essere imparato e ricordato deve passare attraverso la MdL" (Dehn, 2008, p. 92). Essa infatti è coinvolta in tutti i processi volti all'apprendimento, dalla comprensione del linguaggio, della scrittura, al ragionamento e problem solving. Gli studi che hanno messo in relazione MdL e apprendimento scolastico hanno ottenuto livelli di correlazione da .55 a .92 (Swanson, 1995). Ad esempio, la sottoscala di MdL del test di abilità cognitiva Woodcock-Johnson III (Woodcock et al., 2001) è correlata con punteggi da .38 a .59 con le misure di rendimento scolastico di capacità linguistiche, lettura e matematica (McGrew e Woodcock, 2001). Le relazioni tra MdL e le capacità di lettura sono ormai note (D'Amico, 2000, 2002). La comprensione di un testo scritto, ad esempio, richiede numerose abilità che coinvolgono la MdL: codificare le singole parole e accedere al loro significato, assemblare ogni singolo significato in unità di significato più grandi, formulare le immagini mentali, integrare le informazioni con la memoria a lungo termine. Allo stesso modo la MdL è sicuramente implicata nei processi cognitivi che entrano in gioco nell'apprendimento matematico.

3.2 Memoria di Lavoro e matematica

Come per gli altri processi di apprendimento, la Memoria di Lavoro è sicuramente un fattore chiave anche per quello matematico. Essa, infatti, entra in gioco in maniera considerevole nel momento in cui, ad esempio, si devono eseguire dei calcoli a mente, in cui è necessario mantenere informazioni in memoria come il riporto, le tabelline ecc., e al contempo elaborare nuove informazioni (Adams e Hitch, 1998).

La relazione tra memoria e matematica è stata dimostrata ormai in numerosi studi, ad esempio da McGrew e Woodcock (2001), che hanno ottenuto correlazioni da .51 a .59 tra le due variabili, o da Swanson e Beebe-Frankenberger (2004) che trovano una correlazione di .54. D'Amico (2006) ha inoltre dimostrato che training specifici per il potenziamento della memoria di lavoro incrementano le prestazioni in matematica in bambini di scuola primaria.

La relazione con la matematica risulta chiara quando si considera la MdL come una variabile unitaria, ma si complica nel momento in cui si voglia indagare nello specifico il ruolo di ciascuna componente della MdL, intesa secondo il modello di Baddeley (1986). In tal caso i risultati ottenuti non sono sempre univoci e chiari.

E' ormai ampiamente dimostrato il ruolo fondamentale della componente esecutiva esplorata mediante diversi compiti, come il *Counting span*, che utilizza materiale numerico, il *Listening span* (Daneman e Carpenter, 1980), che utilizza materiale di tipo verbale, o i compiti che richiedono lo *shifting* tra codici di recupero verbale e numerico (es. Bull e Scerif, 2001; D'Amico e Guarnera, 2005; D'Amico e Passolunghi, 2009; McLean e Hitch, 1999; Passolunghi e Siegel, 2001, 2004; Passolunghi e Cornoldi, 2008). Più controversi sono i risultati relativi al coinvolgimento del Circuito fonologico-articolatorio: la maggior parte degli studi in letteratura ha riscontrato che i soggetti con DM risultano avere punteggi nella norma nelle prove di span di parole (Bull e Johnston, 1997; Passolunghi e Siegel, 2001; D'Amico e Guarnera, 2005) e ripetizione di non-parole (McLean e Hitch, 1999; D'Amico e Guarnera, 2005); rispetto al materiale numerico invece, in alcuni casi è stata riscontrata una prestazione normale nello span di cifre, (Bull e Johnston, 1997; Geary, Hamson e Hoard, 2000; Geary, Hoard e Hamson, 1999; Passolunghi e Cornoldi, 2008), mentre in altri, prestazioni nettamente inferiori del gruppo DM rispetto ai controlli (Passolunghi e Siegel, 2001; Swanson e Sachse-Lee, 2001; D'Amico e Guarnera, 2005).

Differenze tra bambini con DM e controlli rispetto a prove che coinvolgono il Taccuino visuospatiale sono state riscontrate in molti studi ma, anche in questo caso, non in modo del tutto chiaro: McLean and Hitch (1999), e successivamente Swanson e Sachse-Lee (2001), riportano che bambini con DM e abilità di lettura nella norma hanno difficoltà nella prova di Span di Corsi, ma non nel Matrix Task, che richiede il ricordo a breve termine di pattern spaziali. Più recentemente, D'Amico e Guarnera (2005) hanno trovato differenze tra i gruppi sia nello Span di Corsi che nel Matrix task. Infine, Passolunghi e Cornoldi (2008), hanno messo in luce che il gruppo con DM si differenzia dai controlli solo nelle prove di Span di Corsi indietro, compito considerato "attivo", in quanto richiede una manipolazione delle informazioni da ritenere in memoria, ma non nello Span di Corsi in avanti, considerato "passivo" in quanto richiede solo la riproduzione di una sequenza memorizzata.

Tale contraddittorietà nei risultati potrebbe essere dovuta a diverse cause: prima di tutto, il considerare la matematica o come unitaria o approfondirne solo un aspetto, ovviamente non permette di cogliere le differenze nell'intervento dei fattori cognitivi su ogni singola abilità matematica. Inoltre la maggioranza degli studi utilizza una metodologia di confronto tra gruppi con soggetti con difficoltà matematiche e controlli, lavorando quindi con campioni necessariamente esigui, piuttosto che indagare tale fenomeno su una popolazione più vasta di soggetti nel normale apprendimento matematico. Infine tali studi sono condotti prevalentemente su bambini dalle classi dalla terza alla quinta della scuola primaria, in cui le abilità matematiche richieste sono non solo superiori, ma anche qualitativamente differenti rispetto a quelle richieste nei livelli scolastici inferiori. Cercando di ovviare a tali inconvenienti, D'Amico e Lipari (2009) hanno condotto uno studio che analizza le relazioni tra le varie componenti della memoria di lavoro con le abilità matematiche, distinte specificamente in processi di calcolo e processi numerici e analizzate lungo tutto l'arco della scuola primaria. I risultati ottenuti, anche in questo caso, mettono in luce il ruolo di primaria importanza dei processi esecutivi sia nelle abilità di calcolo che nelle abilità numeriche. Non è stata riscontrata una specificità per il tipo di informazioni numeriche o verbali a carico dell'esecutivo centrale nelle sue relazioni con la matematica. Tuttavia tali relazioni sembrano entrare in gioco più fortemente a partire dalle classi terza e quarta. Tali risultati indicano verosimilmente che le abilità matematiche previste per la prima classe, per lo più calcoli entro la decina, uso delle dita per il conteggio ed enumerazione entro il 20, coinvolgono in misura molto minore i processi esecutivi, rispetto alle abilità

matematiche richieste a partire dalla terza classe (calcoli a più cifre, processamento sintattico di numeri a più cifre, uso esperto delle tabelline, ecc). Rispetto alla componente del Circuito fonologico, è risultato che esso sia meno coinvolto nelle abilità di processamento del numero, mentre sembra maggiormente influente per tutto l'arco della scuola primaria, per lo svolgimento dei processi di calcolo, che richiedono il mantenimento in memoria a breve termine di informazioni numeriche, come ad esempio il riporto e il prestito. L'entità delle relazioni, comunque, varia sensibilmente in funzione del tipo di materiale che viene utilizzato nelle prove di memoria. Infatti, sono prevalentemente le prove che coinvolgono materiale numerico a risultare associate alle abilità matematiche, mentre molto più deboli o nulle sono le relazioni tra le prove aritmetiche e le prove di memoria a breve termine che coinvolgono solo materiale linguistico (ripetizione di non parole e span di parole). Questi risultati, già riscontrati nella letteratura precedente (Passolunghi e Siegel, 2001, 2004; D'Amico e Guarnera, 2005), suscitano il dubbio che la relazione tra span di cifre ed abilità aritmetiche sia in realtà mediata da una difficoltà di base nel processamento del materiale numerico o nella velocità di accesso alla rappresentazione a lungo termine del numero.

Infine, relativamente al coinvolgimento del Taccuino visuospatiale, i risultati ne evidenziano l'importanza per i processi di calcolo. In effetti, la memorizzazione delle configurazioni spaziali, può rivelarsi particolarmente importante per le operazioni di incolonnamento, prestito o riporto. Al contrario essa non mostra alcuna relazione con le abilità numeriche misurate nelle classi prima e terza, entrando in gioco solo nelle classi di livello superiore, probabilmente nel momento in cui la sintassi numerica richiede capacità visuospatiali nel determinare il valore delle cifre a seconda della loro posizione.

La letteratura che si è interessata ad indagare le relazioni tra apprendimento aritmetico e memoria di lavoro ha perlopiù fatto riferimento al modello proposto da Baddeley, che per anni è stato il modello principale di riferimento. Nel corso degli ultimi anni, tuttavia, la ricerca sulla memoria di lavoro ha proposto altre alternative e solo da pochi anni la ricerca sull'apprendimento matematico sta allargando la sua attenzione dal modello di Baddeley anche ad altre teorie più recenti, anche se non vi è ancora un gran numero di studi effettuati e soprattutto che riguardano sempre l'aspetto matematico della soluzione di problemi (si veda ad esempio Barrouillet, Mignon e Thevenot, 2008; Barrouillet e Lepine, 2005; Agostino, 2008).

3.2.1 *Velocità di processamento*

La ricerca che si è interessata nello specifico delle difficoltà di apprendimento matematico, ha messo in luce anche l'influenza di due fattori cognitivi, quali l'inibizione e la velocità di processamento delle informazioni (Hitch e McAuley, 1991; Geary, 1994; D'Amico e Passolunghi, *in press*), che, come discusso nel capitolo precedente, sono strettamente legate alla memoria di lavoro. Temple e Sherwood (2002) hanno riscontrato che bambini con difficoltà matematiche (DM) sono più lenti rispetto ai controlli nella denominazione di colori ed oggetti. Indagando nello specifico le informazioni di tipo numerico, Geary (1994), ad esempio, ha confrontato la velocità di conteggio tra bambini di classe prima con DM e controlli, dal quale è risultato che non c'è differenza tra i gruppi per quanto riguarda il conteggio, ma che il gruppo DM risulta significativamente più lento in altri processi quali la lettura e la denominazione di numeri. Lo stesso risultato è stato trovato anche da Hitch e McAuley (1991) su bambini di 8-9 anni e da Fuchs et al. (2005). Tali risultati vengono interpretati da Landerl, Bevan e Butterworth (2004) come la difficoltà specifica in bambini con DM nella rappresentazione e nel processamento del materiale numerico. Tale difficoltà specifica potrebbe influenzare il riconoscimento o l'utilizzo delle etichette numeriche nel conteggio (Logie e Baddeley, 1987) o il recupero dei fatti aritmetici dalla memoria a lungo termine (Geary, 1994). Recentemente, D'Amico e Passolunghi (2009) hanno anche loro riscontrato una lentezza di bambini con DM rispetto ai controlli in prove di denominazione e di capacità di accesso alla memoria a lungo termine, seppure non specifica per il codice numerico, ma anche per quello verbale. Tale risultato disconferma la teoria di Landerl et al. di una difficoltà specifica dei bambini con DM nel processamento del materiale numerico e sembra invece andare a sostegno dei risultati di Temple e Sherwood, dimostrando invece una generale lentezza nel processamento delle informazioni, non solo di carattere numerico.

3.2.2 *Inibizione*

Nel precedente capitolo si è discusso come il processo di inibizione sia un aspetto cruciale per definire e spiegare la memoria di lavoro e quindi importante anche nell'apprendimento in generale e nell'apprendimento matematico in particolare. Una

consistente letteratura ha infatti riscontrato problemi di intrusione di informazioni irrilevanti in bambini con difficoltà di comprensione della lettura (Chiappe, Hasher e Siegel, 2000; De Beni, Palladino, Pazzaglia e Cornoldi, 1998), mentre Passolunghi e Siegel (2001; 2004) hanno dimostrato che bambini con DM compiono più errori di intrusione nel compito di Listening span rispetto ai controlli. Engle (2002), infatti ritiene che la differenza nelle capacità di working memory tra bambini DM e controlli risieda nell'incapacità di inibire le informazioni irrilevanti che sovraccaricano la memoria di lavoro. Alcuni autori, quali Barrouillet, Fayol, e Lathulière (1997; vedi anche Conway ed Engle, 1994; Koontz e Berch, 1996) attribuiscono a difficoltà di inibizione di risultati errati, la difficoltà dei bambini DM di recuperare i fatti aritmetici; Geary et al. (2000) gli errori nell'esecuzione di calcoli; Passolunghi e Siegel (2004) la difficoltà di risolvere problemi matematici all'incapacità di inibire le informazioni irrilevanti dal testo di un problema.

Volendo tuttavia distinguere il processo di inibizione secondo quanto definito da Nigg (2000) e da Censabella e Noel (2005) non considerandolo come un processo unico, ma cioè distinto in inibizione controllata ed automatica e per stimoli endogeni ed esogeni, D'Amico e Passolunghi (2009), non hanno trovato differenze tra bambini DM e controlli nella capacità di inibizione automatica, ma solo in quella controllata, ritenendo pertanto che il processo di inibizione non sia coinvolto *in toto* nell'apprendimento matematico, ma soltanto quello di tipo controllato, ovvero che richiede uno sforzo attivo e cosciente nel non attenzionare le informazioni attivate in precedenza, ma che non sono più rilevanti ai fini del compito. Tale risultato è in accordo con quanto ritrovato anche da Johnson, Im-Bolter e Pascual-Leone (2003) secondo i quali l'inibizione automatica non spiega le differenze nell'apprendimento tra bambini dotati e non.

3.3 Problemi nella ricerca

Il quadro che riguarda i rapporti tra le varie componenti della memoria di lavoro e l'apprendimento matematico risulta solo in parte definito e spesso è caratterizzato da risultati contraddittori. La spiegazione di tale contraddittorietà può risiedere in diverse cause, sia di carattere teorico che metodologico. Come si è detto in precedenza, un

primo aspetto sicuramente importante riguarda quali aspetti dell'apprendimento matematico vengono esaminati.

Nel primo capitolo si è discusso ampiamente come l'apprendimento matematico sia la risultante di numerosi processi cognitivi, differenti l'uno dall'altro. Si è potuto vedere come siano da distinguere innanzitutto i processi prettamente aritmetici da quelli che riguardano le capacità di ragionamento nel problem solving matematico. Ancora più nello specifico, si è visto come, all'interno dei processi aritmetici, si debba ulteriormente distinguere tra processi che riguardano il calcolo e quelli che riguardano l'elaborazione e la comprensione del numero. Ovviamente, trattandosi di processi diversi, essi coinvolgono le capacità di memoria di lavoro e le sue componenti in maniera differente. Tuttavia nella ricerca, molto spesso, l'apprendimento matematico viene considerato in maniera unitaria o, al contrario, viene esaminato soltanto attraverso uno dei suoi numerosi aspetti. Nel primo caso, la generalizzazione dei processi matematici porta ad avere un quadro dell'incidenza delle funzioni di memoria non del tutto chiaro; nel secondo caso, invece, talvolta si tende a generalizzare dei risultati, ottenuti invece dall'esame di un aspetto specifico. Si è già discusso, inoltre, come gli strumenti esistenti ed utilizzati nella ricerca per la valutazione dell'apprendimento matematico siano specifici per la misurazione di determinate capacità piuttosto che di altre. E' importante quindi che, nella ricerca in quest'ambito, siano chiaramente definiti gli aspetti matematici che si intende esaminare.

Ulteriori problematiche emergono soprattutto nel caso dello studio delle difficoltà di apprendimento. Innanzitutto, spesso in letteratura sono stati utilizzati strumenti e criteri differenti da uno studio all'altro, rendendo difficile il confronto dei vari risultati. I criteri di inclusione per determinare le difficoltà specifiche in matematica, ad esempio, vengono adottati dai diversi autori in maniera differente. Shalev e Gross-Tsur (2001), ad esempio, parlano di "Discalculia Evolutiva" ("Developmental Dyscalculia") per distinguerla dalla sua forma acquisita. Geary parla di "disabilità matematiche" includendo bambini che si trovano al di sotto del 30° percentile (Geary, Hoard & Hamson, 1999) o del 35° percentile (Geary, Hoard & Hamson, 2000) del Woodcock-Johnson III. Jordan et al. (2003) parlano di "Difficoltà Matematiche" includendo bambini al di sotto del 35° percentile del Woodcock-Johnson Broad Mathematics Composite. Koontz e Berch (1996) usano il termine "disabilità dell'apprendimento aritmetico" e includono bambini al di sotto del 25° percentile all'Iowa Test. D'Amico e Guarnera (2005) parlano di "basse prestazioni aritmetiche" includendo soggetti al di

sotto del 5° percentile del test ABCA. Altri studi si soffermano specificamente sulla capacità di soluzione di problemi (Passolunghi e Siegel, 2001, 2004), individuando come “scarsi risolutori” soggetti al di sotto del 30° percentile del test di Amoretti et al. (1994). La Discalculia vera e propria richiede criteri più ristretti. Ad esempio il Butterworth’s Dyscalculia Screener (Butterworth, 2003) indica come “Discalculico” chi ottiene un punteggio inferiore all’11° percentile in almeno due scale del test.

Da tutto ciò si può capire la difficoltà, che si incontra spesso nella ricerca sulle disabilità matematiche, di poter mettere a confronto tra loro risultati di studi differenti per arrivare alla formulazione di risultati generali.

Una considerazione va fatta anche rispetto alle diverse metodologie utilizzate in letteratura per l’individuazione di campioni con difficoltà aritmetiche. Generalmente si somministrano collettivamente, all’interno delle classi, test standardizzati di matematica; successivamente si procede con un approfondimento sui soggetti individuati somministrando ulteriori test per escludere deficit intellettivi più generali, valutare le abilità linguistiche, di lettura (eventuale comorbidità con la dislessia), capacità di comprensione. Un ulteriore criterio per l’esclusione è lo svantaggio socio-culturale. Questo è un aspetto molto importante perché esso non emerge dai normali test somministrati, in cui le prestazioni di un bambino con svantaggio possono essere del tutto simili a quelle di soggetti con disturbi specifici. Questo tipo di metodologia, anche se adeguata, risulta molto dispendiosa in termini di tempo e spesso in molti studi si utilizzano altre metodologie. Ad esempio, Landerl et al. (Landerl, Bevan e Butterworth, 2004) individuano un campione di soggetti definiti discalculici partendo da una prima selezione basata sul giudizio degli insegnanti, ai quali viene chiesto di segnalare quei soggetti che sembrano avere un livello intellettuale normale, ma che presentano difficoltà specifiche in matematica. Somministrano poi dei test standardizzati per valutare le abilità di lettura e l’intelligenza non-verbale. Quindi somministrano una prova computerizzata di fatti aritmetici (addizioni, sottrazioni e moltiplicazioni) in cui si misurano l’accuratezza e i tempi di risposta. Si indicano come discalculici i soggetti con tre deviazioni standard al di sotto della media del gruppo di controllo. Anche la fase di selezione del campione è quindi molto delicata nel caso delle difficoltà di apprendimento matematico. Nell’interpretazione dei risultati bisogna tenere presente quali sono le caratteristiche del gruppo preso in esame e come esso sia stato selezionato.

Da tenere in considerazione anche il fatto che la bassa percentuale d'incidenza dei bambini con difficoltà matematiche specifiche obbliga spesso la ricerca ad operare con campioni di numerosità modesta ed anche questo fattore ostacola la possibilità di una generalizzazione dei risultati.

La ricerca nell'ambito dell'apprendimento matematico, come si può vedere, risulta caratterizzato da non poche difficoltà che devono essere controllate attraverso il rigore metodologico e un'adeguata e forte teoria di riferimento.

Seconda parte

ANALISI DEI PROCESSI COGNITIVI ALLA BASE DELLA RELAZIONE TRA MEMORIA DI LAVORO ED ABILITÀ ARITMETICHE: CONTRIBUTI EMPIRICI

Nella seconda parte del presente elaborato vengono esposti i dati e discussi i risultati di tre studi empirici condotti e volti ad esaminare le relazioni esistenti tra apprendimento aritmetico (nonchè le difficoltà specifiche ad esso legate) e i processi cognitivi che, come discusso nella parte teorica, sono maggiormente imputati quali fattori di base, mentre la letteratura classica sull'argomento ha esaminato tali relazioni avendo come modello di riferimento esclusivamente quello di Baddeley, anche alla luce dei più recenti sviluppi della letteratura, si è invece cercato di indagare ancora più nel dettaglio le componenti che costituiscono la Memoria di Lavoro, soprattutto della componente esecutiva, e di tenere in considerazione anche altri fattori cognitivi ad essa strettamente legati, come la velocità di processamento delle informazioni e i meccanismi di inibizione. Nonostante le numerose difficoltà metodologiche che spesso si incontrano nella ricerca sulle difficoltà aritmetiche, legate soprattutto alla selezione di soggetti "puri", si è comunque cercato di osservare uno stretto rigore metodologico e una definizione chiara degli obiettivi che ci si proponeva e alle motivazioni sulla scelta di determinati strumenti di indagine piuttosto che di altri.

Capitolo 4

STUDIO 1.

MEMORIA DI LAVORO, VELOCITÀ DI PROCESSAMENTO E CAPACITÀ DI ACCESSO AL LESSICO IN BAMBINI CON DIFFICOLTÀ ARITMETICHE

Lo scopo del primo studio è quello di analizzare le eventuali differenze tra soggetti con difficoltà aritmetiche, soggetti con associate difficoltà in lettura e controlli, in prove volte a misurare la componente fonologica (*Span di cifre e Span di parole*), quella esecutiva (*Listening span e Counting span*) e quella visuospatiale (*Span di Corsi*). I risultati hanno dimostrato una significativa differenza tra soggetti con difficoltà aritmetiche e controlli rispetto alla prova del Listening span e una allo Span di Corsi, mentre non sono emerse le attese differenze nella prova di Span di cifre. Sono state inoltre esaminate le differenze fra i tre gruppi rispetto alla velocità di processamento delle informazioni (denominazione di numeri e lettere), all'accesso al lessico verbale e numerico (effetto di priming) e alla capacità di inibizione (negative priming). I risultati non hanno evidenziato una differenza tra i gruppi rispetto alla denominazione, seppure vi sia una tendenza dei soggetti con difficoltà aritmetiche ad essere più lenti nella denominazione di numeri. Non si sono riscontrate differenze sulla prova di priming o di negative priming, ma solo una generale lentezza dei due gruppi con deficit rispetto ai controlli.

4.1 Introduzione

Come discusso nella prima parte di questo elaborato, la memoria di lavoro ed altre funzioni cognitive ad essa legate, sono cruciali nel determinare le differenze individuali nell'apprendimento matematico e un danno a loro carico può rappresentare la causa delle differenze dei bambini discalculici rispetto al normale sviluppo delle abilità aritmetiche. Rispetto alla memoria di lavoro, in particolare, la letteratura lascia ancora aperti alcuni dubbi. Innanzitutto rispetto al circuito fonologico non è chiaro se nei soggetti discalculici ci sia un deficit specifico solo per lo span numerico o se esso sia indipendente dal tipo di materiale. Anche rispetto al taccuino visuospatiale non si è ancora chiarito se sia l'influenza visiva o spaziale a determinare le differenze tra discalculici e controlli. Più definita è invece la situazione del ruolo dell'esecutivo centrale, il cui deficit a suo carico è ormai stato ampiamente dimostrato essere caratteristica delle difficoltà matematiche (Bull e Scerif, 2001; McLean e Hitch, 1999; Passolunghi e Siegel, 2001, 2004; Daneman e Carpenter, 1980; D'Amico e Guarnera, 2005; D'Amico e Lipari, in press). Alcuni autori ritengono che i deficit caratteristici dei soggetti con difficoltà aritmetiche specifiche possano essere dovute ad una difficoltà specifica nell'elaborazione del materiale numerico o da una difficoltà nel recupero delle

informazioni numeriche dalla memoria a lungo termine. Si è già discusso, infatti, come i soggetti discalculici siano caratterizzati da una lentezza specifica della denominazione di numeri (Bull & Johnston, 1997; Geary, 1993; Geary, Hamson & Hoard, 2000; Hitch & McAuley, 1991), ma non di lettere (Bull & Johnston, 1997) o di nomi di colori (Landerl, Bevan, Buttherworth, 2004); o di come essi siano caratterizzati dalla difficoltà di recuperare fatti aritmetici dalla memoria a lungo termine (Geary, 1993; Jordan, Hanich, Kaplan, 2003).

La presente ricerca pertanto si è proposta un triplice obiettivo: innanzitutto quello di verificare i risultati della letteratura rispetto all'influenza della memoria di lavoro nelle difficoltà aritmetiche. Il secondo obiettivo è di verificare se soggetti con difficoltà aritmetiche abbiano un deficit nell'elaborazione delle informazioni, se tale deficit sia specifico per il materiale numerico piuttosto che verbale ed infine verificare se le difficoltà relative al materiale numerico siano dovute invece ad una difficoltà nell'accesso alle informazioni nella memoria a lungo termine. Il terzo obiettivo, indagato nello studio 2, è quello di analizzare nello specifico il ruolo dell'esecutivo centrale, suddividendolo nelle sue funzioni di shifting, updating ed inibizione (Miyake, 2000).

Per tali scopi è stato selezionato un campione di soggetti di classe quarta che presentavano difficoltà aritmetiche (DA) e confrontato con un gruppo di controllo (C). Per eliminare inoltre l'influenza delle difficoltà di lettura, spesso associate con le difficoltà in matematica, si è voluto selezionare un terzo gruppo con difficoltà sia nell'area aritmetica che nella lettura (DD).

Rispetto alla valutazione della memoria di lavoro ci si attende di trovare delle differenze tra DA e controlli rispetto alle prove di tipo esecutivo, indipendentemente se di tipo verbale o numerico. Differenze tra i due gruppi si attendono inoltre rispetto alla valutazione del taccuino visuospatiale. Infine, per il circuito fonologico ci si attende che DA e controlli differiscano in particolare per le prove di span di numeri, e meno o per nulla per quello di parole.

Rispetto al secondo obiettivo invece, la velocità di processamento del materiale numerico e verbale è stata valutata attraverso una prova di *Naming* che utilizza numeri e lettere come stimoli. La capacità di accesso alle informazioni nella memoria a lungo termine è stato invece valutato utilizzando una prova di *Priming*, anch'esso con numeri e lettere come stimoli. L'ipotesi è che, se i bambini DA possiedono una difficoltà nell'elaborazione delle informazioni, i loro tempi di risposta saranno superiori rispetto

ai controlli, e se tale difficoltà è specifica per il materiale numerico, essi saranno più lenti dei controlli solo nella denominazione di numeri, ma non di lettere. Se invece la difficoltà non risiede nel processamento, ma nel recupero delle informazioni dalla memoria a lungo termine, la facilitazione di questo recupero fornita dal paradigma di Priming dovrebbe ridurre le differenze tra DA e controlli.

Un secondo aspetto che si voleva esaminare nello studio 1, riguarda un'altra delle funzioni cognitive che risultano particolarmente deficitarie nei bambini con DA, ossia la difficoltà nell'inibizione di informazioni irrilevanti. Si è infatti, anche in questo caso, ampiamente discusso di come le funzioni esecutive, in particolare il processo di inibizione, siano rilevanti per l'apprendimento matematico. Anche in questo caso ci si pone il dubbio se la difficoltà di inibizione, che spesso determina le minori prestazioni in soggetti DA nell'esecuzione di prove cognitive che richiedono il simultaneo recupero e processamento di informazioni, sia specifica per il tipo di materiale utilizzato, numerico vs. verbale. Si è voluto quindi indagare anche questo aspetto attraverso il paradigma del *Negative priming*, che nei soggetti normali dimostra l'efficienza dei processi attentivi di inibizione dell'informazione irrilevante (e.g. May, Kane & Kasher, 1995). In particolare si voleva analizzare se i soggetti con difficoltà specifiche di calcolo presentino un effetto del priming negativo analogo a quello dei soggetti normali e, in secondo luogo, se tale effetto si manifesti in maniera differente quando viene utilizzato materiale numerico piuttosto che verbale.

4.2 Materiali e Metodo

Soggetti

Il campione di partenza è costituito da 199 soggetti in totale (età media in mesi = 113,95) frequentanti la classe quarta di due scuole primarie della città di Palermo. Al fine di escludere i soggetti con capacità cognitive generali al di sotto della media, sono state dapprima somministrate le prove collettive di Vocabolario del test PMA (Thurstone & Thurstone, 1962) e il test PM47 (Raven, 1947). Sono stati esclusi dalla ricerca i casi che hanno riportato punteggi inferiori a 70 (2 ds al di sotto della media) alla prova di vocabolario e prestazioni inferiori al 10° percentile nel test PM47.

Tutti i soggetti hanno inoltre svolto le prove collettive, per il proprio livello scolastico, volte a valutare le abilità matematiche (AC-MT, Cornoldi et al., 2002) e di lettura (prova di Comprensione del test MT, Cornoldi, Colpo e Gruppo MT, 1981).

Sulla base delle norme delle prove standardizzate, sono stati valutati come “a rischio” i soggetti che hanno ottenuto punteggi uguali o al di sotto di 4 nella scala di Calcolo scritto o di 13 o al di sotto nella scala di Conoscenza numerica del test AC-MT e quelli che hanno ottenuto un punteggio uguale o inferiore a 5 al test di comprensione di lettura. Sono stati così individuati n. 11 soggetti (7 m, 4 f) con difficoltà specifiche nell’area aritmetica (Difficoltà aritmetiche, DA) e n. 8 soggetti (2 m, 6 f) con difficoltà sia in matematica che in lettura (Doppio deficit, DD). E’ stato inoltre creato un gruppo di controllo costituito da n. 19 soggetti che hanno ottenuto punteggi nella norma ai test standardizzati, appaiati a ciascun soggetto dei precedenti due gruppi per età e sesso (vedi tabella 4.1).

<i>Gruppo</i>	<i>n</i>	<i>Età</i>	<i>Operazioni</i>	<i>Conoscenza</i>	<i>Comprensione</i>
		<i>Mesi*</i>	<i>scritte*</i>	<i>numerica*</i>	<i>lettura*</i>
DA	11	113.36 (3.04)	3.1 (1.45)	14.2 (2.93)	6.3 (.90)
DD	8	111.75 (2.38)	2.4 (1.06)	12.5 (3.82)	3.9 (1.13)
Controlli	19	112.78 (2.76)	6.6 (1.01)	19.5 (1.90)	8.5 (1.35)

Tabella 4.1 Caratteristiche dei tre gruppi selezionati. *media (ds).

Dall’analisi multivariata della varianza (MANOVA) effettuata per determinare le differenze sulle prove di matematica e lettura, è emerso un fattore Gruppo con $F_{(35)}=10.5$; $p<.001$ che indica che le medie relative alle prove differiscono significativamente nei tre gruppi. Dall’analisi a coppie per verificare le singole differenze tra i gruppi è risultato che: il gruppo DA si differenzia significativamente dal gruppo dei Controlli sia per Conoscenza numerica (Mean difference=5.29; $p<.001$) che per Operazioni scritte (Mean difference=3.54, $p<.001$), ma non rispetto al gruppo DD (per Operazioni scritte Mean difference =.72; n.s. e per la Conoscenza numerica, Mean difference=1.68; n.s.). Il gruppo DD si differenzia dai Controlli sia per matematica (per Operazioni scritte Mean difference=4.26; $p<.001$ e per la Conoscenza numerica, Mean

difference = 6.97; $p < .001$) che lettura (Mean difference=4.6, $p < .001$). Il gruppo DA si differenzia per lettura sia rispetto al gruppo DD (Mean difference = 2.4; $p < .001$) che comunque rispetto ai Controlli (Mean difference=2.2; $p < .001$). Rispetto a quest'ultimo dato è da specificare che le prestazioni del gruppo DA in lettura sono comunque sufficienti, nonostante si differenzino significativamente dai Controlli, che invece tendono ad ottenere punteggi comunque più alti.

Misure

Il primo obiettivo della ricerca era quello di valutare la memoria di lavoro, attraverso prove che ne valutano le tre differenti componenti e confrontare le prestazioni nei tre gruppi. Sono quindi state utilizzate prove per la valutazione del circuito fonologico sia con materiale numerico che verbale, rispettivamente attraverso le prove di *Span di cifre* e *Span di parole* (di seguito descritte). Anche l'esecutivo centrale è stato valutato attraverso la prova verbale del *Listening span* e quella numerica del *Counting span*. Per il taccuino visuospatiale è stato invece utilizzato il *Corsi block task*.

- *Span di parole* (Sechi, D'Amico, Longoni e Levi, 1997): una lista di parole bisillabiche ad alta frequenza (es. "sole" o "gatto") viene letta a voce alta, il soggetto deve rievocare le parole nell'ordine esatto di presentazione. Ogni set prevede tre liste, di lunghezza da tre a sette items. La prova viene interrotta quando il soggetto non rievoca correttamente tre liste dello stesso set. Il punteggio di span corrisponde al numero di item della lista più lunga correttamente rievocata. Per ottenere un punteggio più sensibile alle differenze individuali è stato inoltre calcolato il numero totale di liste correttamente rievocate. Tale prova è largamente usata per la misurazione della capacità del circuito fonologico.

- *Span di cifre* (dalla WISC-R, Wechsler, 1974): una lista di numeri viene letta a voce alta, il soggetto deve rievocare i numeri nell'ordine esatto di presentazione. Ogni set prevede tre liste di lunghezza crescente da tre a sette items, la prova viene interrotta quando il soggetto non rievoca correttamente tre liste dello stesso set. Il punteggio di span corrisponde al numero di item della lista più lunga correttamente rievocata. Anche per questa prova è stato calcolato un punteggio corrispondente al totale di liste correttamente rievocate. Anche questa prova viene comunemente utilizzata in letteratura per valutare la capacità del circuito fonologico.

- *Listening span task*: Prova realizzata da D'Amico (2002a) ed ispirata al noto compito di Daneman e Carpenter (1980). E' una delle prove più usate per misurare la componente Esecutivo centrale, poiché richiede contemporaneamente l'immagazzinamento e la manipolazione di materiale verbale. La prova è composta in tutto da 12 set di frasi, di lunghezza crescente da 2 a 5 frasi (3 set per ogni lunghezza). L'esaminatore legge a voce alta una frase per volta (es. l'uccellino dorme nel letto), chiedendo al bambino di esprimere un giudizio "vero/falso" sul suo contenuto e di tenere a mente l'ultima parola di ogni frase (letto), che dovrà ripetere, nello stesso ordine di presentazione, alla fine del set di frasi. La prova viene interrotta quando il bambino sbaglia 3 set consecutivi della stessa lunghezza. Il punteggio di span corrisponde alla lunghezza massima del set di frasi di cui sono state correttamente rievocate le ultime parole. Calcolato anche il punteggio corrispondente al numero totale di liste correttamente rievocate.

- *Counting span task*: la prova, riprodotta secondo il modello ideato da Case, Kurland e Goldberg (1982) si compone di 12 set di cartoncini che presentano una serie di cerchi colorati in blu e giallo, di numerosità crescente da 2 a 5 cerchi (3 set per ogni lunghezza). L'esaminatore presenta un cartoncino per volta e chiede al bambino di contare i cerchi gialli e di tenere a mente il totale di ciascun conteggio, che dovrà ripetere alla fine del set di cartoncini nello stesso ordine di presentazione. La prova viene interrotta quando il bambino sbaglia 3 set consecutivi della stessa lunghezza. Il punteggio di span corrisponde alla lunghezza massima del set di cartoncini di cui sono stati correttamente rievocati i totali. Calcolato anche il punteggio corrispondente al numero di liste correttamente rievocate. Per le sue caratteristiche, la prova richiede contemporaneamente la manipolazione di materiale numerico (conteggio) ed il mantenimento di una informazione numerica (il totale di pallini gialli di ciascun cartoncino), pertanto da considerarsi come prova di tipo esecutivo.

- *Span di Corsi* (Corsi, 1972): lo sperimentatore produce una sequenza fissa di posizioni toccando dei cubetti disposti in ordine casuale su una tavolozza. Il soggetto deve riprodurre la sequenza toccando i cubetti nello stesso ordine. Le sequenze sono di lunghezza crescente da 2 a 10 (3 sequenze per ogni set). La prova viene interrotta quando il soggetto riproduce in modo errato due sequenze di una serie. Il punteggio di span corrisponde al numero di item della sequenza più lunga correttamente rievocata, mentre è stato ricavato anche un punteggio corrispondente al numero di liste correttamente rievocate.

Rispetto al secondo obiettivo della ricerca ossia quello di valutare le differenze tra DA e controlli nella velocità di elaborazione delle informazioni numeriche e verbali, la velocità di accesso al lessico verbale e numerico nella memoria a lungo termine e viceversa la capacità di inibire informazioni irrilevanti, sono state utilizzate due prove computerizzate, rispettivamente di *Naming*, *Priming* e di *Negative priming*.

- *Naming*: prova computerizzata che utilizza numeri e lettere come stimoli. La prova è costituita da 40 trials, 20 con numeri (da 1 a 20) e 20 con lettere (alfabeto italiano, tranne la lettera O, per la sua affinità con il numero 0), preceduti da quattro trials di prova. In ogni trial un numero o una lettera scritti in carattere Times New Roman, formato 200, vengono fatti comparire sullo schermo per una durata massima di 8000 millisecondi o sino all'onset vocale, registrato dalla VoiceKey. Ogni trial è intervallato da una schermata bianca della durata di 800 millisecondi (vedi figura 4.1). Il compito del bambino è di denominare il numero o la lettera il più velocemente possibile. Gli errori e i trials non validi vengono registrati manualmente dallo sperimentatore e non considerati nel calcolo dei punteggi medi di risposta. Ricavati due punteggi, uno di velocità media di denominazione dei numeri e uno di denominazione di lettere. Questa prova ha la funzione di confermare il risultato, riportato in letteratura, che evidenzia come i soggetti discalculici siano significativamente più lenti, anche se non necessariamente meno accurati dei controlli nel denominare materiale numerico ma non linguistico.

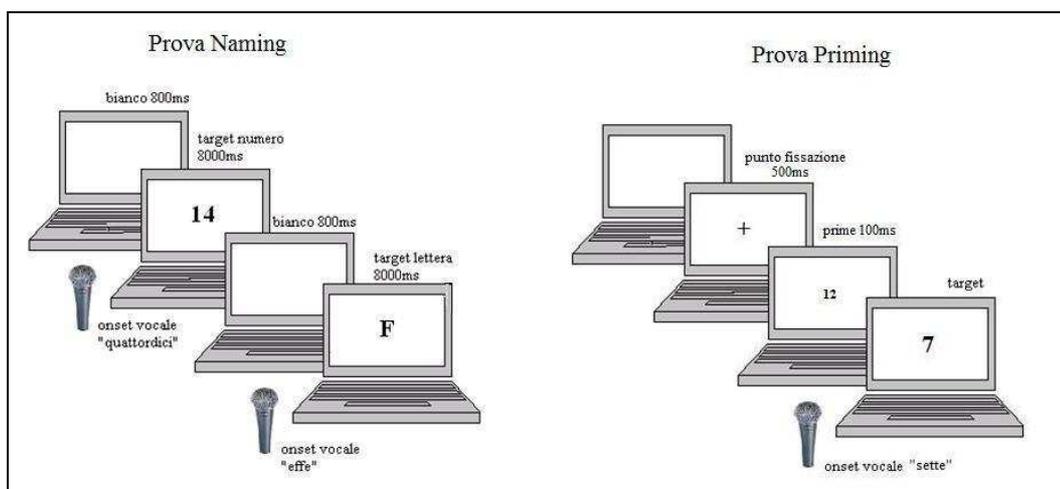


Figura 4.1 Prove di Naming e Priming.

- *Priming*: prova computerizzata che utilizza il paradigma di priming con numeri e lettere come stimoli. Il paradigma di priming prevede che la denominazione di uno stimolo venga facilitata dalla precedente presentazione di uno stimolo ad esso semanticamente connesso. In tal modo la denominazione di un numero o di una lettera dovrebbe essere più rapida quando essi sono preceduti da un altro numero od un'altra lettera. La prova è composta da 80 trials, 20 per ciascuna delle quattro condizioni (2 condizioni di priming: numero/numero, lettera/lettera; 2 condizioni di controllo lettera/numero, numero/lettera) preceduti da 4 trials di prova. L'ordine di presentazione dei trials è randomizzato. Ogni trial è composto da 3 eventi (vedi figura 4.1): il primo è un punto di fissazione che rimane visibile sullo schermo per la durata di 500 millisecondi, successivamente appare un prime (numero o una lettera in formato 100), che rimane visibile per 100 millisecondi, infine appare il numero o la lettera target in formato 200, visibile per la durata di 8000 millisecondi o sino alla risposta vocale, registrata tramite la VoiceKey. Il compito del soggetto è quello di denominare, il più velocemente possibile, il numero o la lettera target. Rispetto al prime, al soggetto viene esplicitamente chiesto di ignorarlo. Gli errori o i trials non validi vengono registrati manualmente dallo sperimentatore su un apposito foglio di notazione e vengono poi eliminati dal calcolo dei tempi medi di risposta. Vengono registrati i tempi medi di risposta nelle condizioni di priming con i numeri e con le lettere e nella condizione di controllo (sempre considerando separatamente numeri e lettere). Questa prova ha la funzione di verificare l'ipotesi secondo la quale, se la lentezza nella denominazione del materiale numerico dei discalculici dipende dalla difficoltà di accesso al materiale numerico nella memoria a lungo termine, tale difficoltà dovrebbe essere annullata attraverso la preattivazione di tali informazioni. In tal modo le differenze nella denominazione di numeri tra discalculici e controlli dovrebbe essere annullata.

- *Negative Priming*: E' una prova computerizzata che utilizza il paradigma del negative priming (vedi May, Kane e Hasher, 1995; per una rassegna), che consiste nella presentazione di due trials, entrambi contenenti due stimoli di cui uno rappresenta il target, mentre l'altro il distrattore, che deve essere ignorato. Il distrattore del primo trial diventa il target del secondo trial. Ciò comporta un ritardo nel processamento del secondo stimolo, poiché è necessaria una reattivazione dello stimolo che era stato precedentemente inibito. L'effetto del negative priming è considerato come una prova del normale processo di inibizione automatica. Nella

prova computerizzata sono stati utilizzati come stimoli i numeri da 1 a 20 e lettere dell'alfabeto italiano (escludendo la "O" e la "I" per la loro somiglianza con 0 e 1). La prova è preceduta da un'esercitazione di 8 trials, mentre la prova vera e propria è composta da 80 trials, 40 trials con numeri e 40 con lettere. Ogni trial è composto da quattro eventi (vedi figura 4.2): il primo è un punto di fissazione (+) della durata di 500 millisecondi; il secondo è l'evento prime, che rimane visibile sullo schermo per la durata di 8000 millisecondi o sino all'attivazione della Voicekey, che registra l'onset vocale; il terzo è una schermata bianca di intervallo della durata di 500 millisecondi; il quarto è l'evento target, anch'esso visibile per 8000 millisecondi o sino alla risposta vocale. Ogni trial è intervallato dal successivo da una schermata bianca della durata di 1000 millisecondi. Negli eventi prime e target vengono presentati due numeri o due lettere, disposti verticalmente una rispetto all'altro, in carattere Times New Roman, formato 150, ma uno di colore nero e l'altro di colore ROSSO.

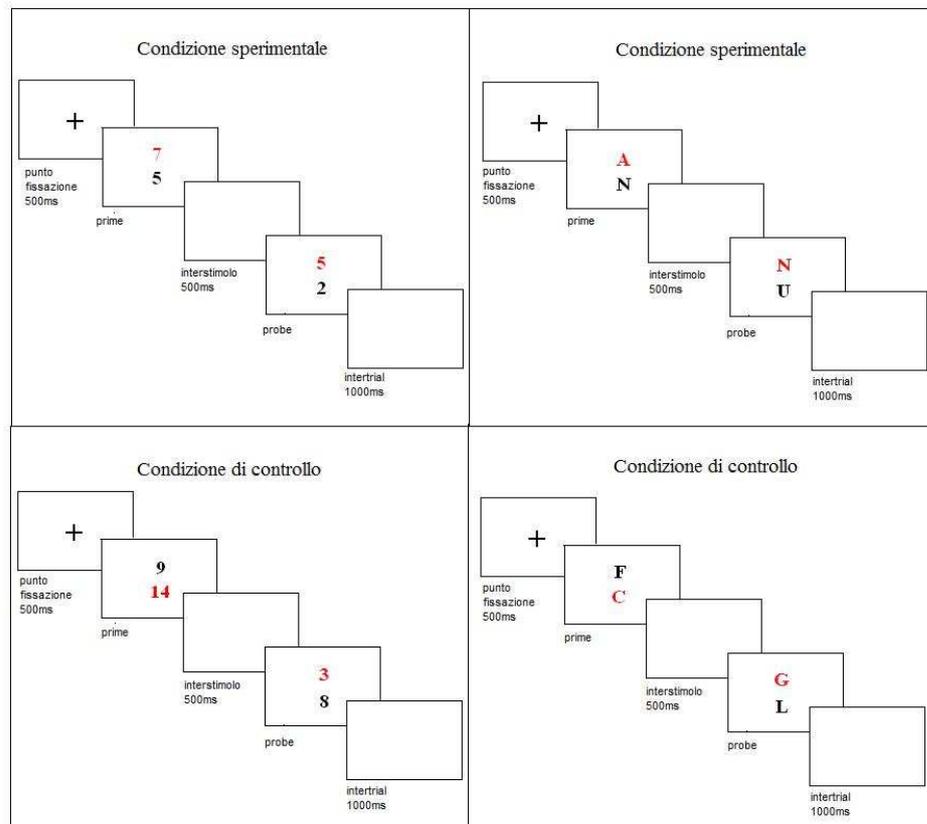


Figura 4.2 Prova di Negative Priming. Istruzioni per il soggetto: Denomina il numero/lettera in rosso; ignora il numero/lettera in nero.

Al soggetto viene chiesto di denominare, il più velocemente possibile, il numero o la lettera in rosso e di ignorare quello in nero. La posizione (in alto o in basso) dello stimolo target è randomizzata. La sequenza di eventi delle condizioni di controllo e di priming negativo è schematizzata in figura 4.2 ed è ispirata alle procedure descritte nel lavoro di May, Kane e Kasher (1995). I tempi di presentazione interstimolo, sono analoghi a quelli utilizzati da Johnson, Im-Bolter e Pascual-Leone (2003) in una ricerca condotta su bambini di età compresa tra i 6 e gli 11 anni. L'ordine di presentazione delle prove è randomizzato. La prova prevede due condizioni, una sperimentale e una di controllo. Nella condizione di controllo gli stimoli dell'evento prime e del probe sono differenti, mentre nella condizione sperimentale il distrattore dell'evento prime diventa lo stimolo target dell'evento probe. Gli errori vengono annotati dallo sperimentatore su un apposito foglio di notazione. Gli errori o gli item non validi non vengono considerati nel calcolo dei tempi medi di risposta. Ricavati quattro indici, rispettivamente per le condizioni di negative priming e di controlli e con numeri e lettere. Dai risultati a questa prova ci si attende che i bambini discalculici, non riuscendo ad inibire adeguatamente lo stimolo distrattore, siano meno soggetti all'effetto del negative priming nella denominazione di numeri e lettere rispetto ai controlli. Questo risultato confermerebbe le loro difficoltà nei processi di inibizione già riscontrato in altre ricerche (Passolunghi e Siegel, 2001; 2004; D'Amico e Passolunghi, in press). Sarebbe inoltre lecito ritenere che, qualora l'effetto del negative priming sia significativamente inferiore quando vengono utilizzati numeri piuttosto che lettere, i bambini con discalculia manifestano particolari difficoltà nell'inibire materiale numerico irrilevante.

4.3 Risultati

Memoria di lavoro

I valori medi dei punteggi dei tre gruppi alle prove di memoria di lavoro sono riportati in tabella 4.2.

Dall'analisi multivariata della varianza (MANOVA) condotta per confrontare i tre campioni sulle prestazioni alle prove di memoria di lavoro non è emersa una significatività del fattore Gruppo ($F_{(2,35)}=1.84$; n.s.) che dimostra che i tre gruppi non si

differenziano in generale sulle prove di memoria di lavoro. Nessuna significatività è emersa nemmeno per il fattore Gruppo considerato sulle singole prove ($F_{(2,35)}$ da .08 a 2.05; n.s.). Tuttavia dal confronto per coppie è emersa una differenza significativa tra il gruppo DA e Controlli rispetto alla prova del Listening span (*Mean difference* =.67; $p = .05$) e una tendenza alla significatività tra DA e Controlli per la prova di Span di Corsi (*Mean difference* =.72; $p = .07$).

	Span di cifre	Span di parole	Counting span	Listening Span	Span di Corsi
DA	5.72 (.26)	4.64 (.21)	3.73 (.28)	2.54 (.26)	4.54 (.3)
DD	5.25 (.31)	4.75 (.25)	3.5 (.32)	2.87 (.31)	4.87 (.35)
Controlli	5.58 (.2)	4.74 (.16)	3.79 (.21)	3.21 (.2)	5.26 (.23)

Tabella 4. 2 Punteggi dei tre gruppi alle prove di memoria di lavoro. Media (ds).

Riproducendo lo stesso tipo di analisi, ma utilizzando come variabili delle prove di memoria non la misura di span, ma il numero totale di liste rievocate si ottiene una tendenza alla significatività per il fattore Gruppo rispetto alla prova di Listening span ($F_{(2,35)}=2.88$; $p = .07$). Dall'analisi del confronto a coppie è risultata nuovamente differenza significativa tra DA e Controlli rispetto alla prova di Listening span.

I punteggi medi sono riportati in tabella 4.3.

	Span di cifre	Span di parole	Counting span	Listening Span	Span di Corsi
DA	38.82 (3.68)	22.54 (2.7)	17.36 (2.43)	8.18 (1.36)	29.64 (3.49)
DD	28.87 (4.32)	22.87 (3.17)	18.26 (2.86)	10 (1.59)	32.25 (4.09)
Controlli	35.79 (2.8)	25.74 (2.06)	15.37 (2.86)	12.21 (1.03)	33.89 (2.66)

Tabella 4.3 Punteggi medi in termini di numero di liste rievocate nelle prove di memoria di lavoro. Media (ds).

Velocità di processamento e inibizione

I tempi medi di risposta (msec) alle singole prove, in termini di medie e deviazioni standard e relativi a ciascun gruppo, sono riportati in tabella 4.4.

	<i>Naming</i>		<i>Priming</i>				<i>Negative priming</i>			
			si		no		si		no	
	num	lett	num	lett	num	lett	num	lett	num	lett
DA	751 (108)	805 (152)	749 (101)	777 (122)	755 (122)	780 (116)	1001 (156)	967 (160)	978 (160)	991 (149)
DD	811 (76)	840 (70)	821 (99)	831 (77)	836 (82.1)	919 (105)	1065 (137)	1045 (160)	1024 (102)	990 (69)
Controlli	753 (112)	794 (108)	725 (66)	760 (65)	746 (68)	772 (90)	905 (99)	900 (94)	900 (94)	901 (99)

Tabella 4.4 media e deviazione standard (indicata tra parentesi) dei tempi di risposta (in millisecondi) alle varie prove.

Naming

E' stata condotta un'Analisi fattoriale della Varianza 3x2 con tre livelli del fattore Between Gruppo (DA, DD e Controlli) e due livelli del fattore Within Stimoli (numeri/lettere) utilizzando quale variabile dipendente il tempo di denominazione. Da tale analisi è stato rilevato solo un effetto Stimoli con $F_{(1,35)}=14.63$; $p<.001$ che indica che i tempi di risposta per gli stimoli verbali sono maggiori degli stimoli numerici. Anche se il gruppo con DD si caratterizza per tempi medi di denominazione maggiori rispetto agli altri due gruppi (vedi grafico 4.1), tale differenza non è risultata significativa, poiché non è stato riscontrato nessun effetto del fattore Gruppo ($F_{(2,35)}=.709$; n.s.). Nemmeno l'interazione Stimoli x Gruppo è risultata significativa ($F_{(2,35)}=.351$; n.s.). Tale risultato indica che, indipendentemente dal gruppo, tutti i soggetti sono più lenti nella denominazione di lettere piuttosto che di numeri. Tale risultato non conferma l'ipotesi di partenza, basata anche sulla letteratura, di una maggiore difficoltà dei soggetti discalculici nella denominazione di numeri o, in generale, nel processamento delle informazioni.

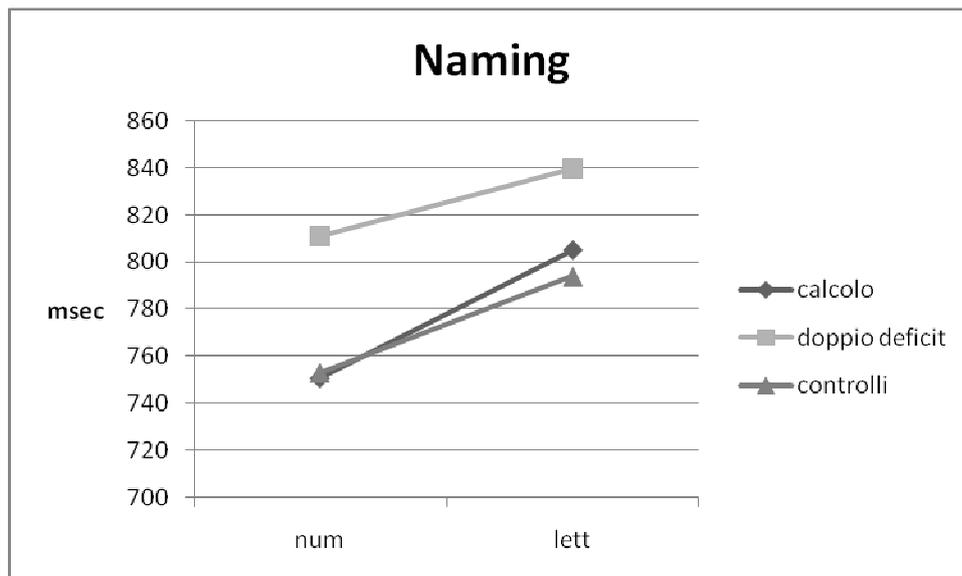


Grafico 4.1 tempi medi di risposta dei tre gruppi nella denominazione di numeri e di lettere.

Priming

I dati relativi alla prova di Priming sono stati analizzati mediante un'analisi della varianza con disegno fattoriale 3x2x2 con tre livelli del fattore between Gruppo (DA, DD e Controlli), 2 livelli del fattore within Priming (presente/assente) e 2 livelli del fattore within Stimoli (lettere/numeri). Da tale analisi è emerso l'effetto del Gruppo con $F_{(2,35)} = 4.53$, $p < .05$ che dimostra una significativa differenza tra i soggetti nei tempi di risposta. L'analisi delle differenze a coppie tra i gruppi dimostra che il gruppo DD si differenzia significativamente sia dal gruppo DA (*Mean Difference*=86.4, $p < .05$) che dal gruppo dei Controlli (*Mean Difference*=100.9, $p < .01$), mentre non sono emerse differenze tra DA e Controlli (*Mean Difference*=14.5; n.s.).

E' emerso inoltre un effetto Stimoli con $F_{(1,35)} = 14.61$; $p < .001$ che indica che, anche nella prova di priming, le lettere sono denominate più lentamente rispetto ai numeri. E' emerso anche un effetto Priming con $F_{(1,35)} = 7.63$; $p < .05$, che indica come i soggetti siano sensibili all'effetto di priming, denominando gli stimoli preattivati più velocemente di quelli non preattivati. Non sono invece emerse delle interazioni Stimoli x Gruppo ($F_{(2,35)} = .37$, n.s.), il che dimostra che, indipendentemente dal gruppo, le lettere sono denominate più lentamente rispetto ai numeri. Non è emersa nemmeno l'interazione di Priming x Gruppo ($F_{(2,35)} = 2.03$; n.s.), il che dimostra che tutti e tre i gruppi sono sensibili all'effetto Priming. Nemmeno l'interazione di Priming x Stimoli è risultata significativa ($F_{(1,35)} = 2.34$; n.s.), indicando che l'effetto Priming si ha sia con stimoli numerici che verbali. Mentre l'interazione Stimoli x Gruppo x Priming è

risultata essere vicina alla significatività con $F_{(2,35)}=3.17$, $p =.54$, indicando una differenza nell'effetto del priming su un tipo di stimoli per i tre gruppi.

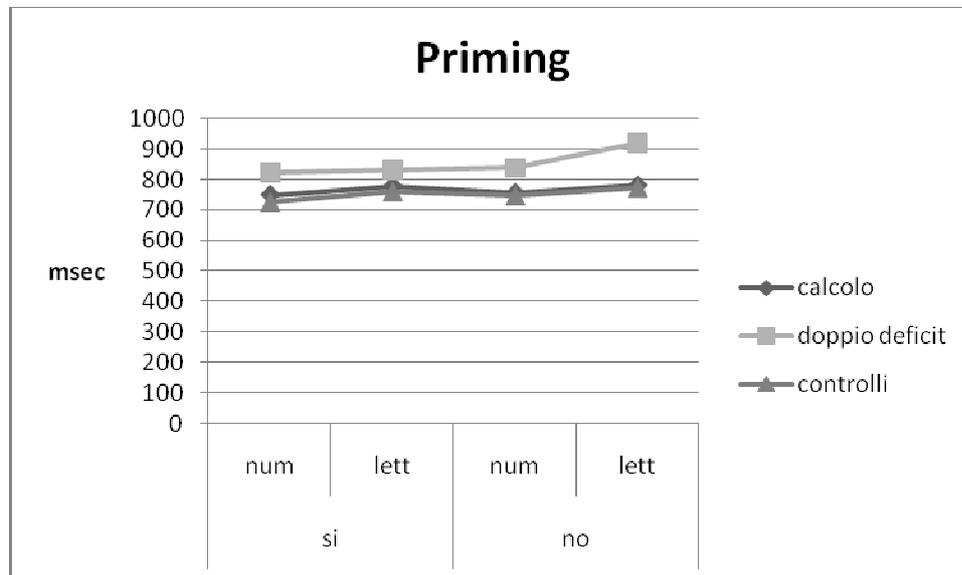


Grafico 4.2 tempi medi di risposta dei tre gruppi per numeri e lettere e nella condizione di priming presente o assente.

Negative priming

I dati ottenuti rispetto alla prova di Negative priming sono stati analizzati mediante un'analisi della varianza con disegno fattoriale $3 \times 2 \times 2$ con tre livelli del fattore between Gruppo (DA, DD e Controlli), 2 livelli del fattore within Priming Negativo (presente/assente) e 2 livelli del fattore within Stimoli (lettere/numeri). Da tale analisi è risultato un significativo effetto del Gruppo con $F_{(2,35)}= 3.91$, $p < .05$. Dall'analisi dei confronti a coppie effettuate per esaminare le singole differenze tra i gruppi è risultato che il gruppo DD differisce significativamente dai Controlli (*Mean Difference*=1.3; $p < .05$). La differenza tra DA e DD non è risultata significativa (*Mean Difference*=4.71; n.s.) mentre la differenza tra DA e Controlli è vicina alla significatività (*Mean Difference*=8.32; $p = .07$). I gruppi DA e DD risultano quindi significativamente più lenti dei Controlli, a prescindere dalla condizione di negative priming presente e assente e degli stimoli numerici o verbali.

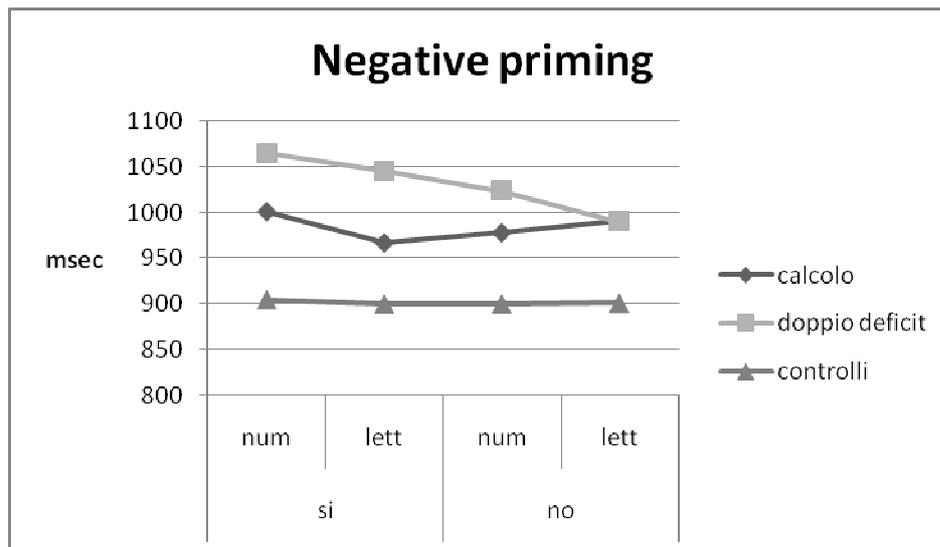


Grafico 4.3 tempi medi di risposta dei tre gruppi per numeri e lettere e nelle condizioni di priming negativo presente o assente.

L'effetto Stimoli non è risultato significativo ($F_{(1,35)}=2.67$, n.s.) ad indicare che non vi è una differenza nei tempi di denominazione tra numeri e lettere.

Anche l'effetto del Negative Priming è risultato significativo con $F_{(1,35)}=4.27$; $p<.05$, a dimostrazione che i tempi di risposta nella condizione di negative priming sono significativamente superiori rispetto alla condizione di controllo.

E' inoltre emersa un'interazione Negative priming x Gruppo con $F_{(2,35)}=3.56$, $p<.05$, che dimostra un diverso effetto del priming negativo sui tre gruppi; mentre le interazioni Stimoli x Gruppo, Stimoli x Negative priming e Stimoli x Negative priming x Gruppo non sono risultate significative (rispettivamente con $F_{(2,35)}=.74$; $F_{(1,35)}=3.56$ e $F_{(2,35)}=1.76$, n.s.).

4.4 Discussione

I risultati ottenuti rispetto alla valutazione della memoria di lavoro hanno nuovamente messo in luce l'importanza dell'esecutivo centrale nel determinare le differenze tra soggetti con difficoltà in matematica e non, confermando quanto già riscontrato in letteratura. In particolare, le differenze tra bambini con difficoltà aritmetiche e controlli sono emerse nella prova di Listening span, che utilizza materiale verbale, e non nella prova di counting span, che utilizza materiale numerico. Tale

risultato dimostra come l'esecutivo centrale sia dominio indipendente ed esclude l'ipotesi di deficit esecutivi specifici per il tipo di materiale nei soggetti con difficoltà aritmetiche. Si è inoltre riscontrata l'influenza anche della prova di Span di Corsi, nella quale i soggetti con difficoltà aritmetiche tendono ad ottenere prestazioni inferiori rispetto ai controlli. Anche questo dato è già stato ottenuto in altre ricerche e consolida l'idea dell'influenza anche della componente visuospaziale rispetto alla matematica. Non sono emerse, come invece atteso, differenze significative rispetto alla prova del circuito fonologico con materiale numerico. Tuttavia ciò non è in netta contraddizione con la letteratura nella quale tale differenza è talora riscontrata (Passolunghi e Siegel, 2001; Swanson e Sachse-Lee, 2001; D'Amico e Guarnera, 2005) talora no (Bull e Johnston, 1997; Geary, Hamson e Hoard, 2000; Geary, Hoard e Hamson, 1999; Passolunghi e Cornoldi, 2008).

Rispetto ai risultati ottenuti nell'analisi dei tempi di denominazione dei tre gruppi nella prova di naming, è emerso come tutti i soggetti, indipendentemente dal gruppo, siano più lenti nella denominazione di lettere piuttosto che di numeri. Tale risultato era già emerso nello studio di D'Amico e Passolunghi (in press), che lo attribuiscono alla maggiore familiarità con la denominazione di stimoli numerici piuttosto che alfabetici. Nella vita di tutti i giorni è infatti più probabile che ci si imbatta nella denominazione di numeri ad una o due cifre per la lettura di un numero telefonico, una targa o un indirizzo, mentre la necessità di denominare delle singole lettere è sicuramente meno frequente. Per tale motivo quindi i tempi medi di risposta nella denominazione di lettere sono superiori ai numeri anche per i soggetti del gruppo dei Controlli. Il risultato ottenuto non conferma quindi l'ipotesi di partenza, e sostenuta anche nella letteratura (Bull & Johnston, 1997; Geary, 1993; Geary, Hamson & Hoard, 2000; Hitch & McAuley, 1991; Bull & Johnston, 1997), di un deficit specifico nei soggetti discalculici nella denominazione di numeri piuttosto che di lettere. Tuttavia si è riscontrato che, seppure non significativamente, i soggetti del gruppo con difficoltà sia nell'area aritmetica che nella lettura hanno tempi di denominazione maggiori rispetto agli altri due gruppi. Questo probabilmente spiegherebbe che le differenze tra DA e controlli nella velocità di denominazione riscontrati in letteratura, possano essere causati dalle difficoltà in lettura spesso associate a quelle matematiche e indica quindi la necessità di tenere in considerazione anche la lettura quale fattore di controllo nello studio delle difficoltà aritmetiche.

Rispetto alla prova di Priming, attraverso la quale si voleva esaminare la capacità di accesso alle informazioni nella memoria a lungo termine, non si sono riscontrate differenze tra DA e Controlli, dimostrando che essi subiscono allo stesso modo l'effetto priming sia con numeri che con lettere. Questo risultato dimostra che eventuali differenze non sono da ricercarsi nella capacità di accesso alla memoria a lungo termine. Tuttavia la differenza del gruppo con DD (generalmente più lenti) rispetto agli altri due gruppi, indicherebbe che le eventuali difficoltà nell'accesso alle informazioni nella memoria a lungo termine sia determinato dalle difficoltà nella lettura piuttosto che da quelle specifiche in matematica.

Dall'analisi della prova di priming negativo si è notato come tutti e tre i gruppi siano soggetti all'effetto del priming negativo, ma che tuttavia DA e DD siano significativamente più lenti dei Controlli a prescindere dalla condizione di negative priming o dal tipo di stimoli. Questo risultato conferma quanto già osservato da D'Amico e Passolunghi (2009) che hanno riscontrato il medesimo "comportamento" rispetto alla prova di priming negativo, ma su soggetti con difficoltà aritmetiche specifiche piuttosto che con doppio deficit.

Capitolo 5

STUDIO 2. LE FUNZIONI ESECUTIVE IN BAMBINI CON DIFFICOLTÀ ARITMETICHE

Gli stessi soggetti dello studio 1 sono stati recuperati in classe quinta, allo scopo di indagare le funzioni attribuite alla componente esecutiva della memoria di lavoro, ovvero quelle di *shifting*, *updating* ed *inibizione* e distinguendo ulteriormente quest'ultima in *inibizione* di tipo controllato ed automatico per stimoli endogeni ed esogeni. A seguito del follow-up delle prestazioni in matematica e in lettura, i soggetti non hanno però riconfermato la suddivisione nei tre gruppi effettuata l'anno precedente, in quanto i discalculici hanno presentato problemi anche nella lettura. Sono comunque state testate le capacità esecutive e messe in correlazione con le differenti abilità aritmetiche. I risultati hanno messo in luce la particolare importanza della funzione di *shifting* nel determinare le differenze individuali nella capacità di esecuzione di calcoli scritti che nella comprensione del valore numerico, mentre solo l'*inibizione* controllata dell'informazione endogena è risultata coinvolta nei processi di calcolo.

5.1 Introduzione

Un secondo aspetto che si intendeva valutare attraverso questa ricerca era legato all'influenza delle funzioni esecutive nel determinare le differenze individuali rispetto all'apprendimento matematico ed alle difficoltà ad esso legate. La recente letteratura ha messo in luce infatti come le capacità di *shifting* e di *updating* influenzino l'abilità matematiche, valutate soprattutto in termini di *problem solving* matematico (Blair, Knipe e Gamson, 2008; Passolunghi e Pazzaglia, 2004; Blair et al., 2008) e ancora come l'incapacità di *inibizione* di stimoli irrilevanti sia una caratteristica dei cattivi solutori di problemi (Passolunghi e Siegel, 2001). Inoltre si è notato come, differenziando i processi di *inibizione* in controllata vs. automatica e per stimoli endogeni vs. esogeni (vedi cap. 2), i soggetti discalculici differiscono rispetto ai controlli per le prestazioni a prove di *inibizione* controllata dell'informazione endogena (Passolunghi e Siegel, 2001), ma non sempre per altri tipi di *inibizione* (Censabella e Noël, 2005; 2008). Pochi studi si sono occupati di indagare le funzioni esecutive in rapporto agli aspetti più aritmetici della matematica, a carico dei quali ricadono le difficoltà dei soggetti con *Discalculia*. A questo scopo è stato realizzato un secondo studio durante l'anno successivo, coinvolgendo gli stessi soggetti che hanno preso parte allo studio 1 e che frequentavano adesso la classe quinta della scuola primaria. Si ritiene infatti che, data la già conclamata associazione tra deficit esecutivi e

difficoltà aritmetiche, approfondire l'analisi differenziando le funzioni esecutive può meglio chiarire tale relazione. E' stato quindi eseguito un follow-up delle prestazioni relative alle prove di apprendimento della matematica e della lettura. Ai soggetti sono state poi proposte prove per la valutazione delle funzioni di shifting e updating, nonché prove volte a valutare differenti tipi di inibizione, ossia: a) la prova di Stroop numerico per la valutazione dell'inibizione controllata di stimoli esogeni, b) la prova di Negative priming quale misura dell'inibizione automatica di stimoli endogeni, c) gli errori di intrusione nella prova di Updating sono stati considerati quali misura della capacità controllata di inibizione di stimoli endogeni.

5.2 Materiali e Metodo

Soggetti

Gli stessi bambini valutati in classe IV sono stati recuperati, l'anno successivo, mentre frequentano la classe V. A causa di trasferimenti in altri istituti, è stato possibile recuperare solo 8 degli 11 soggetti con difficoltà specifiche per il calcolo (DA) e solo 6 degli 8 soggetti con difficoltà sia aritmetiche che di lettura (DD). Essi sono stati quindi appaiati con un gruppo di controllo costituito da 9 soggetti, recuperati dal gruppo di controllo dell'anno precedente. E' stato quindi eseguito un follow-up rispetto alle prove standardizzate di apprendimento di matematica e lettura.

Nonostante vi sia una discreta correlazione tra le valutazioni effettuate in classe IV e quelle in classe V (vedi tabella 5.1), a seguito del follow-up i soggetti non hanno confermato la classificazione dei sottogruppi effettuata l'anno precedente.

	<i>Comprensione lettura IV</i>	<i>Operazioni scritte IV</i>	<i>Conoscenza numerica IV</i>
Comprensione lettura V	.59**	.41*	.42*
Operazioni scritte V	.44*	.73**	.58**
Conoscenza numerica V	.26	.55**	.64**

Tabella 5.1 Correlazioni tra le prove di lettura e matematica somministrate in classe IV e in classe V l'anno successivo agli stessi soggetti. * $p < .05$; ** $p < .001$ (2 code).

Analizzando i valori medi (vedi tabella 5.2) il gruppo precedentemente classificato come difficoltà specifiche in matematica (DA), ottiene prestazioni medie non sufficienti anche nella prova di Comprensione della lettura, mentre due dei nove soggetti del gruppo di controllo ottengono un punteggio al limite nel subtest di Operazioni scritte.

<i>Gruppo</i>	<i>N</i>	<i>Calcolo*</i>	<i>Conoscenza numerica*</i>	<i>Comprensione lettura*</i>
DA	8	2.75 (2.19)	11.25 (5.67)	4.5 (2.14)
DD	6	3 (1.79)	12,17 (4.40)	3 (1.55)
Controlli	9	5.88 (1.46)	17.12 (2.95)	6.38 (1.06)

Tabella 5.2 Caratteristiche dei tre gruppi a seguito del follow-up effettuato in classe V. *media (ds)

Poiché non è possibile considerare la stessa attribuzione ai sottogruppi eseguita nello studio precedente, i soggetti sono stati riuniti e considerati come un unico campione. In tal modo l'analisi da effettuare, qualora le variabili si distribuiscano in maniera normale, dovrà essere di tipo correlazionale. Rispetto a ciò le ipotesi sono che le funzioni esecutive di shifting ed updating abbiano un ruolo nel determinare le differenze individuali rispetto all'apprendimento matematico, ma che esso risulti in maniera differente a seconda che vengano considerate le capacità di calcolo o la conoscenza numerica. Rispetto all'inibizione invece, dall'esame della letteratura, non si attendono correlazioni tra l'inibizione di tipo controllato ed esogeno, né di tipo automatico ed endogeno rispetto alle abilità matematiche, ma solo rispetto all'inibizione di tipo controllato di informazioni endogene.

Misure

Al fine di valutare i processi esecutivi, nelle loro varie funzioni di Shifting, Updating ed Inibizione, sono state utilizzate le seguenti prove:

- *Verbal making trail task* (Reitan, 1958): questa prova viene comunemente utilizzata in letteratura per esplorare i processi esecutivi di *shifting*, la capacità cioè di "spostarsi" da un codice di recupero all'altro. Al bambino viene chiesto di recitare

oralmente la sequenza numerica (da 1 a 11), e quella alfabetica (da A a M) alternando ogni numero alla lettera corrispondente (es. 1 A, 2 B, 3 C, ecc). Viene registrato, in secondi, il tempo totale di svolgimento della prova. Per permettere di ricavare un'unica misura della prova che sia sensibile anche degli errori, nella procedura di somministrazione, il tempo non viene fermato quando un bambino sbaglia: lo sperimentatore fa notare al bambino l'eventuale errore, chiedendo di correggere. Il numero di errori ricade quindi all'interno del tempo totale di esecuzione della prova, che aumenta con l'aumentare di esso. Questa prova è ampiamente utilizzata in letteratura come prova di memoria di lavoro ed in particolare come prova di shifting, poiché implica la capacità di spostarsi alternativamente tra due differenti codici, quello numerico e quello alfabetico e contemporaneamente di mantenere in mente l'ultimo numero e lettera pronunciati per ricordare la posizione sulla sequenza numerica e su quella alfabetica.

- *Color making trail task*: adattata dalla versione per adulti di D'Elia e Satz, (1989), anche questa prova è comunemente utilizzata per misurare i processi di *shifting*. Si presenta al bambino un foglio formato A4 con 11 pallini gialli e 11 rosa, con dentro i numeri da 1 a 11. Ogni numero appare quindi una volta nel pallino giallo e una in quello rosa. Il bambino deve tracciare un percorso unendo i pallini da 1 a 11, ma alternando il colore giallo a quello rosa, da 1 giallo a 11 rosa. Viene registrato, in secondi, il tempo totale di svolgimento della prova. Anche per questa prova, al fine di ricavare un'unica misura, il tempo è stato reso sensibile del numero di errori commessi. Entrambe le prove di making trails sono volte a misurare le capacità di shifting, poiché richiedono il continuo spostamento della memoria di lavoro da un codice all'altro.

Rispetto all'abilità di shifting, poiché in letteratura è stato riscontrato che essa sia predittiva delle abilità matematiche (Blair e Razza, 2007; Blair et al. 2008), si ritiene che risulti anche un fattore cruciale nel determinare le differenze tra soggetti con difficoltà matematiche e non.

- *Updating task* (Palladino, Cornoldi, De Beni & Pazzaglia, 2002): la prova è composta da 4 blocchi, ciascuno composto da 4 liste di 12 parole. Ogni lista (figura 5.1) è composta da parole target, parole non target (oggetti od animali) e filler (parole astratte). Il compito del bambino è di ascoltare ciascuna lista e alla fine dire i nomi (3 o 5 a seconda delle condizioni) degli animali o degli oggetti più piccoli presenti nella lista. Ogni blocco varia per il livello di mantenimento (3 o 5 animali

od oggetti target) e di inibizione (3 o 5 animali od oggetti non target). Per abbreviare il tempo di somministrazione, sono state proposte solo 2 liste per ogni blocco. Sono state registrate il numero totale di parole ricordate.

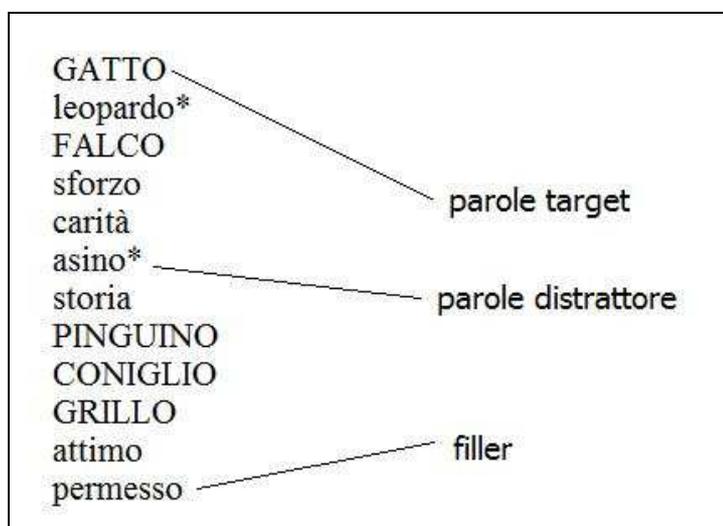


Figura 5.1 esempio di lista nelle prova di Updating (Palladino et al., 2002).

Il processo di updating in letteratura è risultato essere un fattore decisivo per la capacità di soluzione di problemi (Passolunghi e Pazzaglia, 2004). Poiché i soggetti discalculici sono caratterizzati da deficit nell’aspetto aritmetico della matematica, ma non nella soluzione di problemi, non ci si aspetta che l’updating costituisca un fattore determinante delle differenze tra discalculici e controlli.

Infine, per valutare la capacità di Inibizione sono state utilizzate le prove computerizzate di *Effetto Navon*, *Negative priming* e il numero di *Intrusioni* nella prova di Updating.

- *Effetto Navon*: altri studi che hanno analizzato le capacità di controllo dell’interferenza in rapporto alla matematica (van der Sluis, de Jong e van der Leij, 2004) hanno utilizzato una variante dell’effetto stroop, con un compito in cui il soggetto deve denominare la quantità e non il valore di numeri presentati sullo schermo ad esempio per lo stimolo “222”, il soggetto deve rispondere 3 e cioè la quantità delle cifre. Tale compito implica la necessità di inibire la tendenza a denominare le cifre. Questo tipo di prova utilizza, come baseline di controllo, la denominazione di quantità di altri stimoli non-numerici (ad esempio triangoli).

Tuttavia l'esperienza con tale tipo di prova fa emergere delle difficoltà allorché la semplice denominazione di quantità utilizzata come baseline risulta avere tempi maggiori di risposta rispetto alle altre due condizioni, non permettendo di rilevare l'effetto dello strop. Per tale motivo si è deciso di utilizzare una prova di strop che richieda la denominazione di stimoli numerici senza tuttavia comportare la denominazione di quantità. È stata quindi appositamente creata una prova che utilizza un effetto noto in psicologia come *Effetto Navon* (Navon, 1977). Tale effetto dimostra che noi attenzioniamo dapprima lo stimolo globale piuttosto che quello particolare. Ad esempio, in una situazione in cui si trova uno stimolo come quelli rappresentati in figura 5.2, si è più portati ad attenzionare la lettera o il numero che costituisce la figura grande, piuttosto che i singoli numeri o lettere piccoli da cui sono formati. In tal modo, qualora venga richiesto di denominare il numero o la lettera piccoli, il soggetto dovrebbe inibire la tendenza automatica ad attenzionare lo stimolo grande. Tale compito richiede quindi l'inibizione controllata di stimoli esogeni, in quanto l'ambiguità sta nello stimolo stesso. Nella prova computerizzata quindi, un numero o una lettera compaiono sullo schermo, ma ogni lettera/numero è composto da numeri/lettere più piccoli (vedi figura 5.2). Il compito del soggetto è quello di denominare, il più velocemente possibile, il numero o la lettera in formato piccolo, inibendo la Gestalt, che porta invece a denominare il numero/lettera nel formato più grande. La prova è costituita dal 48 trials, preceduti da 4 trials di prova. Le possibili condizioni per gli stimoli sono 2: condizione incongruente (8 trials per i numeri e 8 trials per le lettere); condizione incongruente con codici differenti (4 trials numero vs. lettera e 4 trials lettera vs. numero); condizione congruente (8 trials per i numeri e 8 per le lettere).

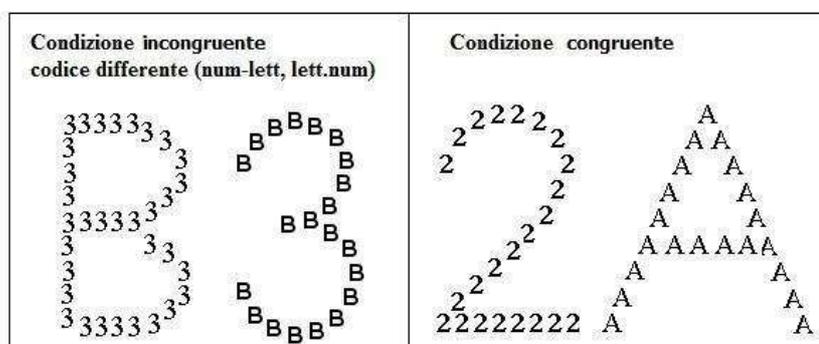


Figura 5.2 Stimoli utilizzati per valutare l'effetto Navon (1977)

L'indice di Navon è stato calcolato sottraendo i tempi medi di risposta della condizione congruente ai tempi medi di risposta della condizione incongruente e poi dividendo per i tempi medi di risposta della situazione congruente (incongruente – congruente/congruente). Valori positivi di tale indice indicherebbero l'effetto Navon.

- *Negative Priming*: prova già utilizzata nel precedente studio, ed utilizzata come misura dell'inibizione automatica di stimoli endogeni. A differenza dello studio precedente, in questo caso non era necessario distinguere i tempi nella condizione di negative priming vs. controllo, quindi è stato ricavato un unico indice dell'effetto di negative priming, sottraendo i tempi di risposta nelle condizioni di controllo (media tra numeri e lettere) a quelli nella condizione di negative priming e dividendo ulteriormente per la condizione di controllo. Valori positivi di tale indice rivelerebbero la presenza di un effetto di priming negativo. Tale prova è stata utilizzata per misurare l'inibizione automatica di stimoli endogeni. L'inibizione viene considerata automatica perché, nell'attenzione lo stimolo target il soggetto deve inibire il distrattore, il che avviene automaticamente nonostante l'esplicita consegna di ignorarlo. Tale inibizione è dimostrata dal rallentamento della denominazione dello stesso stimolo, precedentemente inibito, quando esso costituisce il target. L'inibizione è inoltre considerata endogena poiché richiede la soppressione di uno stimolo precedentemente attivato all'interno della memoria a lungo termine.

- *Intrusioni nel compito di Updating*: il numero totale di intrusioni nella prova di Updating è stato utilizzato come misura dell'inibizione controllata endogena. Sono stati classificati quali intrusioni gli errori secondo i quali il soggetto nomina il nome di un animale che non è un target poiché non è da includersi nei 3 o 5 animali o oggetti più piccoli della lista (es. "asino" e "leopardo" in una lista in cui ci sono "gatto", "falco", "pinguino", "coniglio" e "grillo"). Un numero maggiore di intrusioni rappresenta infatti l'incapacità di inibire, nella memoria di lavoro, delle informazioni precedentemente attivate, ma non più rilevanti ai fini del compito. Il soggetto, dopo aver elaborato semanticamente le parole relative ad animali ed oggetti, deve inibire quelli che non sono rilevanti alla soluzione del compito. Pertanto questo tipo di inibizione è considerata essere di tipo controllato ed endogeno in quanto il soggetto deve inibire informazioni in memoria, che sono cioè "entrate" nel suo sistema cognitivo.

5.3 Risultati

Poiché i soggetti non hanno confermato l'assegnazione ai tre sottogruppi effettuata l'anno precedente, non è stato possibile effettuare un'analisi di confronto fra gruppi, ma è stato necessario considerare i soggetti in un unico gruppo. Gli indici di Skewness e di Kurtosis (tabella 5.3) indicano che le variabili si distribuiscono normalmente tra i soggetti, considerati come un unico gruppo.

	M	SD	minimum	maximum	skewness	kurtosis
<i>Comprensione lettura</i>	4.7	2.08	1	8	-.02	-1.09
<i>Calcolo scritto</i>	4.04	2.29	0	8	-.183	-.907
<i>Conoscenza numerica</i>	14.72	4.91	3	20	-.752	-.499

Tabella 5.3 Statistiche descrittive delle prove relative all'apprendimento matematico e della lettura, dopo aver riunito in soggetti in un unico gruppo.

In primo luogo, su tutto il gruppo, è stata verificata l'effettiva presenza degli effetti di Navon e Negative priming. Dal confronto tra la condizione congruente ($M=1669.1$; $ds=320.6$) e quella incongruente ($M=1863.92$; $ds=428$) si è riscontrato un effetto Navon con $F_{(1,19)}=9.48$, $p<.01$, poichè gli stimoli nella condizione incongruente sono denominati più lentamente di quelli della condizione congruente. L'indice di Navon è stato poi calcolato sottraendo i tempi medi di risposta della condizione congruente ai tempi medi di risposta della condizione incongruente e poi dividendo per i tempi medi di risposta della situazione congruente. Dal confronto tra i tempi medi di risposta alla condizione di negative priming e di controllo nella prova di Negative priming, non è emersa una significatività dell'effetto di Negative priming ($F_{(1,17)}=2.85$; $p=.11$), sebbene i valori medi indichino comunque che i tempi medi di risposta nella condizione di Negative priming ($M=861.97$; $ds=23.34$) siano superiori a quelli della condizione di controllo ($M=842.99$; $ds=25.39$). La non significatività di tale effetto comunque potrebbe essere dovuta allo scarso numero di soggetti disponibili per l'analisi. L'indice di Negative priming è stato poi calcolato sottraendo i tempi medi di risposta della condizione di controllo ai tempi medi di risposta alla condizione di negative priming e poi diviso per i tempi della condizione di controllo.

È stata eseguita poi l'analisi delle correlazioni tra le prove relative all'apprendimento matematico e della lettura e le prove volte a valutare le funzioni

esecutive. I risultati, riportati in tabella 5.4, non hanno evidenziato nessuna correlazione tra le funzioni esecutive e le capacità di comprensione della lettura. Le operazioni scritte sono risultate significativamente correlate con l'abilità di Shifting, misurata attraverso la prova del Verbal making trail ($r = -.37, p < .05$) e con la capacità di Inibizione, soprattutto con l'inibizione di stimoli endogeni (Updating intrusioni, $r = -.52, p < .001$; negative priming, $r = .47, p < .05$); mentre è risultata vicina alla significatività con l'inibizione controllata di stimoli esogeni (Navon, $r = -.35, p = .06$). La Conoscenza numerica è risultata anch'essa correlata con la prova di shifting ($r = -.44, p < .05$); mentre è risultata essere correlata all'inibizione solo quando essa è misurata attraverso la prova di Navon ($r = -.42, p < .05$). Né la prova di Updating né la prova di Color making trail sono risultate correlate all'apprendimento matematico.

	<i>Shifting</i>		<i>Updating</i>	<i>Inibizione</i>		
	Verbal Making trail	Color Making trail	Updating task	Navon	Negative Priming	Updating intrusioni
Comprensione lettura	.09	-.01	.13	-.08	-.04	.07
Operazioni scritte	-.37*	-.33	.29	-.35^a	.47*	-.52**
Conoscenza numerica	-.44*	-.21	.23	-.42*	-.04	-.29

Tabella 5.4 Correlazioni tra abilità aritmetiche e di lettura e funzioni esecutive. * $p < .05$; ** $p < .001$, ^a $p = .06$ (2 code).

Dall'analisi della Regressione Stepwise per le Operazioni scritte rispetto alle misurazioni delle funzioni esecutive ($F_{(4,19)}=15.75, p < .001$) tutte le quattro funzioni che correlavano con le Operazioni scritte sono risultate significative: il Verbal making trail con $\beta = -.277, t = 2.45, p < .05$; la prova di Navon con $\beta = -.257, t = 2.27, p < .05$; l'effetto del Negative priming con $\beta = .61, t = 5.32, p < .001$ e le Intrusioni nell'Updating con $\beta = -.564, t = -4.87, p < .001$.

Dall'analisi della Regressione Stepwise per la Conoscenza numerica rispetto alle misurazioni delle funzioni esecutive ($F_{(1,22)}=6.92, p < .05$) solo l'effetto di Navon è risultato significativo con $\beta = -.474, t = -2.64, p < .05$.

5.4 Discussione

Lo scopo del secondo studio era inizialmente quello di esaminare le differenze nelle funzioni esecutive di soggetti con Discalculia rispetto ai controlli. Purtroppo, nonostante le accortezze metodologiche, il follow-up delle prove standardizzate di matematica e lettura, effettuato a distanza di un anno, non ha permesso di mantenere l'assegnazione dei gruppi effettuata l'anno precedente. È comunque da sottolineare che le differenze si sono avute soprattutto rispetto al gruppo dei discalculici, che l'anno successivo ha dimostrato di avere delle difficoltà anche nell'ambito della lettura. Questo dato comunque, seppure di ostacolo ai fini della ricerca, sottolinea ancora una volta la stretta relazione tra difficoltà matematiche e lettura ed evidenzia come la lettura sia comunque un fattore da controllare nella ricerca sulle difficoltà matematiche.

L'analisi di tipo correlazionale ha comunque permesso di mettere in luce alcuni aspetti rilevanti. Innanzitutto si è visto come il distinguere i diversi processi matematici produca risultati differenti rispetto alle funzioni cognitive implicate. L'aspetto della matematica più legato alla comprensione del valore numerico è risultato essere associata esclusivamente alla funzione esecutiva di shifting. Ciò può significare che probabilmente la comprensione del valore numerico sia legata alla capacità di spostarsi da un codice all'altro, cioè di passare dalla rappresentazione simbolica del numero al codice semantico ad esso associato. L'aspetto matematico relativo invece alle capacità di calcolo scritto è risultato essere legato anch'esso alla capacità di Shifting, ma anche al processo di inibizione. Andando poi a distinguere all'interno dell'inibizione stessa, si è visto come essa sia influente indipendentemente se di tipo controllato o automatico, tuttavia l'inibizione di stimoli endogeni (negative priming ed intrusioni) sembra essere maggiormente influente rispetto a quella di tipo esogeno (effetto Navon). Tale risultato sembra essere del tutto coerente se si considerano i meccanismi che entrano in funzione durante la risoluzione di un calcolo scritto, in cui è necessario tenere attive in memoria delle informazioni numeriche, ma che diventano irrilevanti man mano che si esegue il calcolo e sostituite con nuove informazioni. Tale processo implica ovviamente la capacità di inibire queste informazioni numeriche precedentemente attivate, ma non più rilevanti, ma anzi di disturbo, ai fini della svolgimento corretta soluzione dell'operazione.

Tuttavia, pur avendo aperto la strada ad interessanti riflessioni, questo tipo di ricerca condotto su un campione così esiguo non permette di potere giungere a delle

conclusioni definitive. Si ritiene pertanto necessario approfondire l'analisi delle funzioni esecutive su un campione più vasto di soggetti.

CAPITOLO 6

STUDIO 3

FUNZIONI ESECUTIVE ED APPRENDIMENTO ARITMETICO: STUDIO CORRELAZIONALE

Nell'ultimo studio si è approfondita l'analisi delle funzioni esecutive su un numero più ampio di soggetti, rapportandole al normale apprendimento matematico di 103 bambini di classe quarta della scuola primaria. A tal fine sono state loro somministrate prove standardizzate per la valutazione delle abilità aritmetiche (abilità di calcolo e comprensione numerica) e una prova per la valutazione dei fatti numerici. I risultati sono stati poi correlati con i punteggi alle prove per la valutazione delle capacità di shifting, di updating e di inibizione. I risultati hanno messo in evidenza l'importanza della funzione di shifting rispetto a tutte le capacità aritmetiche considerate. Non è emersa un'influenza della funzione di updating e di inibizione.

6.1 Introduzione

Lo studio 2 della precedente ricerca aveva come obiettivo quello di approfondire l'analisi delle funzioni esecutive in relazione alle difficoltà di apprendimento matematico. Tuttavia, a causa delle difficoltà metodologiche, tale aspetto si è potuto indagare soltanto su un ristretto numero di soggetti. Si è quindi ritenuto necessario indagare nuovamente la loro influenza rispetto al normale sviluppo dell'apprendimento matematico esaminando un campione più ampio di soggetti. Lo studio precedente ha comunque messo in luce come, differenziando la matematica in processi strettamente legati al calcolo da quelli legati alla comprensione del numero, emergano relazioni differenti rispetto alle funzioni esecutive. In particolare la funzione di shifting, ossia quella che permetterebbe di spostare l'attenzione alternativamente da un codice di informazioni all'altro e già individuata dalla letteratura come coinvolta nell'apprendimento matematico (Blair et al., 2008), sarebbe più strettamente legata alla capacità di svolgere operazioni scritte. Nessun risultato significativo è stato riscontrato rispetto alla funzione di *updating*, ossia la funzione che permette di aggiornare costantemente le informazioni rilevanti all'interno della memoria di lavoro. La funzione di *inibizione* è risultata anch'essa importante soprattutto per le abilità di calcolo scritto. In particolare, andando ulteriormente a differenziare all'interno di tale processo, è emerso il maggiore apporto dell'inibizione, sia controllata che automatica, delle informazioni endogene; mentre l'inibizione controllata del materiale esogeno è

legata alle abilità di comprensione del valore numerico. Nel presente studio si è inoltre voluto aggiungere un ulteriore aspetto delle capacità matematiche, ossia quello relativo ai cosiddetti “fatti numerici” (vedi capitolo 1), ossia quelle operazioni che vengono direttamente richiamate dalla memoria a lungo termine senza l’esecuzione di un calcolo. Si ritiene infatti che tale abilità sia strettamente legata alle funzioni esecutive, soprattutto all’inibizione, poiché rievocare ad esempio il risultato di una tabellina, implica non solo il recupero dalla memoria del risultato corretto, ma anche l’inibizione di tutti i risultati errati che possono essere fonte di errore.

In base ai risultati della ricerca precedente e alla luce della letteratura, ci si attende di trovare l’influenza soprattutto della funzione di shifting rispetto a tutte le abilità matematiche considerate. Rispetto alla funzione di Updating non si possono fare previsioni poiché la letteratura lo ha esaminato solo in relazione alla soluzione di problemi. Da esaminare invece il ruolo dell’inibizione che si attende entrare in gioco in maniera differente rispetto alle specifiche abilità matematiche. Allo scopo di verificare tali ipotesi, prove relative ai tre diversi aspetti della matematica sono state somministrate a bambini di classe quarta di scuola primaria e messe in relazione con prove volte a valutare le funzioni esecutive.

6.2 Materiali e Metodo

Soggetti

La ricerca ha coinvolto 113 bambini (44 f, 69 m; età media in mesi 113.16) di classe quarta di due scuole primarie della città di Palermo. Nessuno dei bambini riportava diagnosi di disabilità intellettive o fisiche, svantaggio socio-culturale o problemi comportamentali.

Misure

E’ stato effettuato un assessment generale delle capacità cognitive e abilità di lettura attraverso le seguenti prove:

- Prova di *Vocabolario* del test PMA di Thurstone & Thurstone (1962). Per la valutazione delle competenze linguistiche e dell’intelligenza verbale.
- *PM47* (Raven, 1947), per la valutazione delle capacità intellettive generali e dell’intelligenza non-verbale.

- Prova di *Comprensione* della lettura delle Prove di lettura MT (Cornoldi & Colpo, 1981). Somministrata la prova prevista per la classe quarta.

Sono state poi valutate le abilità matematiche attraverso le seguenti prove:

- *AC-MT* (Cornoldi, Lucangeli, e Bellina, 2002): prova già utilizzata e descritta nel capitolo precedente. Somministrata la prova prevista per la classe quarta. Dalla prova sono stati ricavati i due punteggi delle scale di *Comprensione numerica* e *Calcolo scritto*.
- *Fatti aritmetici*: prova computerizzata, già utilizzata da Landerl, Bevan e Butterworth, (2004). La prova è composta da 36 operazioni semplici, presentate in tre blocchi differenti rispettivamente di 12 addizioni, 12 moltiplicazioni e 12 sottrazioni. Ogni blocco è preceduto da quattro operazioni di prova. Utilizzati numeri ad una sola cifra da 2 a 9 ed evitate le operazioni del tipo $3+3$ o 5×5 . Ogni operazione è presentata una sola volta. Gli items vengono presentati sullo schermo di un computer, ai soggetti viene richiesto di dare la soluzione il più velocemente possibile e cercando di non fare errori. Nessuna istruzione particolare viene data nel caso il soggetto non sappia la risposta. I tempi di risposta vengono registrati dalla Voice-key, mentre gli errori e le omissioni vengono registrate dallo sperimentatore su un apposito foglio di notazione. Vengono classificati come errori anche le risposte corrette date oltre il tempo di 4 secondi, poiché un tempo superiore implica l'adozione di una strategia di calcolo, piuttosto che la rievocazione di un fatto aritmetico.

Le prove utilizzate per la valutazione delle funzioni esecutive sono le stesse utilizzate nella ricerca precedente (vedi Studio 2):

- *Verbal making trail task* (Reitan, 1958): prova già utilizzata nella ricerca precedente per valutare la funzione esecutiva di shifting, in quanto prevede l'alternanza tra il codice numerico e quello alfabetico.
- *Color making trail task*: adattata da D'Elia e Satz, (1989), anch'essa descritta precedentemente e utilizzata come prova per la valutazione della funzione di shifting. Questa prova richiede infatti l'alternanza tra codice numerico e il codice visivo, rappresentato dai due diversi colori di sfondo.
- *Updating task*: prova di Palladino et al. (2002), precedentemente utilizzata per la valutazione della funzione di updating.

- *Effetto Navon*: utilizzato come misurazione dell'inibizione controllata di stimoli esogeni.
- *Negative Priming*: prova utilizzata per la valutazione della capacità di inibizione automatica dell'informazione endogena.
- *Intrusioni* nel compito di *Updating*: per la valutazione dell'inibizione controllata di informazioni endogene.

Le prove collettive per la valutazione delle abilità intellettive e generali e quelle relative all'apprendimento della lettura e della matematica sono state somministrate collettivamente, in orario scolastico e all'interno delle rispettive classi. Le prove sono state suddivise in due sessioni, una comprendente la prova PM47 e la prova AC-MT ed un'altra comprendente la Prova di lettura MT e la prova di Vocabolario. Tra una sessione e l'altra il tempo massimo intercorso è stato di una settimana circa. Le prove computerizzate e le prove individuali per la valutazione delle funzioni esecutive sono state somministrate individualmente, in un locale tranquillo all'interno delle stesse scuole.

6.3 Risultati

I risultati relativi alle statistiche descrittive delle variabili sono riportati in tabella 6.1. Tutte le variabili si distribuiscono in maniera normale, con buoni indici di Skewness e Kurtosis, tranne per le prove di Vocabolario, Color making trail ed effetto Navon, per le quali gli indici di curtosi indicano una tendenza verso i punteggi più alti.

L'effetto di Navon è risultato significativo, con $F_{(1,111)}=36.81$, $p<.001$, poichè gli stimoli nella condizione incongruente ($M=1168.97$; $ds=25.55$) vengono denominati più lentamente rispetto a quelli nella condizione congruente ($M=1052.74$; $ds=23.15$). Anche l'effetto di Negative priming è risultato significativo con $F_{(1,111)}=47.64$, $p<.001$, poichè gli stimoli nella condizione di negative priming ($M=956.58$; $ds=8.47$) sono denominati più lentamente rispetto a quelli nella condizione di controllo ($M=930.25$; $ds=8.77$).

	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>skewness</i>	<i>kurtosis</i>
<i>Età</i>	113.16	4.81	102	122	-.299	-.734
<i>Vocabolario (PMA)</i>	54.46	3.92	39	60	-2.032	4.348
<i>PM47</i>	30.63	3.4	20	36	-.899	.682
<i>Lettura (MT)</i>	9.5	2.21	3	14	-.190	-.157
<i>Conoscenza numerica</i>	19.02	2.52	13	22	-.873	.403
<i>Calcolo scritto</i>	6.34	1.58	2	8	-.868	.045
<i>Fatti aritmetici tot %</i>	72.45	16.63	34	100	-.508	-.724
<i>Fatti aritmetici add %</i>	79.13	18.42	25	100	-1.063	.395
<i>Fatti aritmetici mol %</i>	62.74	23.50	8	100	-.404	-.711
<i>Fatti aritmetici sott %</i>	76.14	22.16	4	100	-.508	-.724
<i>Verbal Mak trail (sec)</i>	42.44	16.82	16	115	1.366	2.994
<i>Color Mak trails (sec)</i>	49.49	19.06	23	150	2.267	7.802
<i>Updating</i>	19.56	3.58	11	27	.101	-.583
<i>Negative Priming</i>	.03	.04	-.15	.13	-.683	2.922
<i>Navon</i>	.12	.13	-.44	.72	-.346	6.695
<i>Intrusioni Updating</i>	5.53	3.48	0	20	1.173	2.281

Tabella 6.1 Statistiche descrittive delle variabili rispetto al campione di riferimento.

Abilità generali

Dall'analisi della correlazioni tra abilità intellettive generali (vedi tabella 6.2) è risultato che l'età dei soggetti non è correlata con le abilità linguistiche di vocabolario o di comprensione della lettura, mentre risulta correlata con l'intelligenza non verbale ($r = .24$, $p < .05$). Le prove di Vocabolario, PM47 e Comprensione della lettura sono risultate tutte correlate tra loro con valori di r da .24 a .53 ($p < .05$).

	<i>Età</i>	<i>Vocabolario (PMA)</i>	<i>PM47</i>
<i>Età</i>	-		
<i>Vocabolario (PMA)</i>	.06	-	
<i>PM47</i>	.24*	.48**	-
<i>Comprensione lettura</i>	.02	.53**	.24*

Tabella 6.2 Correlazioni tra abilità intellettive generali ed età.

Abilità matematiche

Le abilità matematiche sono risultate tutte altamente correlate l'una con l'altra (vedi tabella 6.3), con valori di r da .26 a .79 ($p < .001$).

		1	2	3	4	5
1	Conoscenza numerica	-				
2	Calcolo scritto	.28**	-			
3	Fatti aritmetici Tot	.35**	.49**	-		
4	Fatti aritmetici add	.26**	.44**	.79**	-	
5	Fatti aritmetici molt	.28**	.42**	.78**	.42**	-
6	Fatti aritmetici sottr	.29**	.31**	.79**	.54**	.36**

Tabella 6.3 Correlazioni tra prove matematiche. Correlazione r di Pearson a due code, ** $p < .001$; * $p < .05$

Funzioni esecutive

Dall'analisi delle correlazioni che mette in relazione le funzioni esecutive fra loro (tabella 6.4) è risultato che le prove di shifting sono correlate fra loro ($r = .28$, $p < .001$) e che la prova di updating è correlata sia allo shifting ($r = -.31$, $p < .001$) che all'inibizione (da .21 a .39, $p < .05$). tra le prove di inibizione l'effetto navon è correlato con le intrusioni nell'Updating ($r = -.20$, $p < .05$).

		1	2	3	4	5
1	Verbal mak trail	-				
2	Color mak trail	.28**	-			
3	Updating	-.13	-.31**	-		
4	Navon	-.15	.13	.16	-	
5	Negative priming	.05	-.06	.21*	.09	-
6	Intrusioni Updating	-.11	.00*	-.39**	-.20*	-.07

Tabella 6.4 Correlazioni tra funzioni esecutive. Correlazione r di Pearson a due code, ** $p < .001$; * $p < .05$

Assessment generale e matematica

Mettendo in relazione le caratteristiche generali con le abilità matematiche (vedi tabella 6.5) è risultato che l'età dei soggetti non è correlata con esse correlate. La Conoscenza numerica è risultata correlata all'intelligenza verbale (PMA con $r = .35$, $p < .001$) e a quella non-verbale (PM47 con $r = .32$, $p < .001$), nonché con la Comprensione della lettura ($r = .38$, $p < .001$). L'abilità di calcolo scritto non è risultata

correlata con nessuna delle variabili prese in considerazione, mentre i fatti aritmetici correlano con l'intelligenza verbale ($r = .30$, $p < .001$) e con la lettura ($r = .21$, $p < .05$).

	<i>Età</i>	<i>Vocabolario (PMA)</i>	<i>PM47</i>	<i>Lettura Compr.</i>
Conoscenza numerica	.03	.35**	.32**	.38**
Calcolo scritto	-.15	.18	.06	.09
Fatti aritmetici	.08	.30**	.18	.21*

Tabella 6.5 Correlazioni tra abilità intellettive generali e prove matematiche. Correlazione r di Pearson a due code, ** $p < .001$; * $p < .05$

Assessment generale e funzioni esecutive

Dall'analisi delle relazioni tra le prove di assessment generale e le funzioni esecutive (tabella 6.6) è emerso che la funzione di shifting è quella che risulta maggiormente correlata con le abilità generali con valori di r da .25 a .36, $p < .05$. la prova di updating è risultata correlata solo con l'intelligenza non-verbale ($r = .23$, $p < .05$), mentre solo l'inibizione controllata dello stimolo esogeno (effettoNavon) è risultata correlata con l'intelligenza verbale ($r = .23$, $p < .05$) e con quella non-verbale ($r = .24$, $p < .001$).

		<i>Età</i>	<i>Vocabolario</i>	<i>PM47</i>	<i>Lettura</i>
<i>Shifting</i>	Verbal Making trails	-.01	-.29**	-.36**	-.14
	Color Making trails	.05	-.25*	-.35**	-.29**
<i>Updating</i>	Updating	.02	.10	.23*	.17
<i>Inhibition</i>	Negative Priming	.17	-.09	-.02	.05
	Navon	.08	.23*	.24**	.14
	Updating intrusioni	.08	-.18	-.10	-.13

Tabella 6.6 Correlazioni tra abilità intellettive generali e funzioni esecutive. Correlazione r di Pearson a due code, ** $p < .001$; * $p < .05$

Funzioni esecutive ed abilità matematiche

Infine, l'analisi delle correlazioni tra funzioni esecutive ed abilità matematiche (tabella 6.7) è risultato che la funzione di *shifting*, misurata attraverso entrambe le prove, è correlata con tutte le prove matematiche, con valori di r da .22 a .47, $p < .05$.

La funzione di updating, è invece risultata correlata solo con la prova di fatti aritmetici ($r = .19$, $p < .05$). L'inibizione controllata dello stimolo esogeno (effetto Navon) è risultata correlata con la prova di Fatti aritmetici con $r = .26$, $p < .05$.

		<i>Conoscenza numerica</i>	<i>Calcolo scritto</i>	<i>Fatti aritmetici</i>
<i>Shifting</i>	Verbal Making trails	-.23*	-.27**	-.42**
	Color Making trails	-.22*	-.13	-.22*
<i>Updating</i>	Updating Task	.14	.08	.19*
<i>Inhibition</i>	Negative Priming	.08	-.02	.09
	Navon	.16	.03	.26*
	Updating intrusioni	-.01	.00	-.07

Tabella 6.7 Correlazioni tra funzioni esecutive ed abilità matematiche. Correlazione r di Pearson a due code, ** $p < .001$; * $p < .05$

Dall'analisi della regressione Stepwise per la Conoscenza numerica rispetto alle misurazioni delle funzioni esecutive ($F_{(1,102)}=6$; $p < .05$) è risultato che solo la funzione di shifting misurata attraverso la prova del Color making trail è legata alla Conoscenza numerica con $\beta = -.27$, $t = 17.98$; $p < .01$; mentre quella misurata attraverso il Verbal making trail viene esclusa con $\beta = -.17$, $t = -1.71$; n.s.

Rispetto alle abilità di Calcolo ($F_{(1,102)}=8.15$, $p < .01$) la regressione Stepwise ha confermato l'influenza dello shifting misurato attraverso il Verbal making trail con $\beta = -.27$, $t = 2.86$; $p < .01$.

Infine, rispetto ai Fatti aritmetici ($F_{(1,102)}=22.5$, $p < .001$), dalla regressione Stepwise è risultato che anch'essa sia legata alla funzione di shifting del Verbal making trail con $\beta = -.42$, $t = -4.74$, $p < .001$, mentre l'inibizione della prova di Navon è risultata vicina alla significatività con $\beta = .17$, $t = 1.95$, $p = .054$. La regressione ha invece escluso la prova del Color making trail ($\beta = -.11$, $t = -1.23$, n.s.) e di Updating ($\beta = .13$, $t = 1.47$, n.s.).

6.4 Discussione

Rispetto all'obiettivo principale che la ricerca si proponeva, ossia quello di indagare il ruolo delle funzioni esecutive nell'apprendimento matematico, si sono ottenuti risultati in linea con la letteratura e che in più apportano una distinzione più approfondita sui singoli aspetti che caratterizzano le abilità matematiche. Rispetto alla funzione di *shifting*, che era già stata indicata come un fattore legato alle abilità matematiche in termini di capacità di soluzione di problemi (Blair et al, 2008), si è visto come essa sia risultata l'unica funzione ad essere influente sulla matematica in generale, essendo legata sia agli aspetti di calcolo, che di comprensione del valore semantico del numero, nonché alla capacità di rievocare fatti aritmetici. Anche la funzione di *updating* sembra collegata alla soluzione di problemi (Passolunghi e Pazzaglia, 2004; D'Agostino, 2008), tuttavia dai risultati ottenuti non è risultata in relazione con gli aspetti più prettamente aritmetici della matematica considerati in questa ricerca, che non ha confermato le ipotesi di partenza. Tuttavia non si esclude che, utilizzando un maggior numero di prove che misurino la funzione di *updating*, anche con stimoli numerici piuttosto che prettamente verbali, una relazione possa emergere e si ipotizza che la differenza con altri risultati della letteratura possa essere dovuta al tipo di prove e alle modalità utilizzate. Infine, rispetto alla funzione di inibizione, l'analisi correlazionale ha fatto emergere una relazione tra l'inibizione controllata dello stimolo esogeno e l'abilità di richiamare dalla memoria fatti aritmetici, ma tale relazione non è stata poi confermata dall'analisi della regressione. Non sono emerse invece relazioni con gli altri tipi di inibizione, controllata e automatica, di informazioni endogene, che invece erano state ipotizzate essere influenti, soprattutto per le abilità di calcolo. Il quadro dell'inibizione resta quindi ancora da chiarire. Recentemente, Censabella e Noel (2008) hanno confrontato discalculici e controlli rispetto a tre tipi differenti di inibizione in termini di soppressione dell'informazione irrilevante nella memoria di lavoro (*listening span*), inibizione di una risposta prepotente (*stroop*) e controllo dell'interferenza (*flanker task*, denominazione di lettere in presenza di un distrattore), non trovando nessuna differenza nei due gruppi. Le autrici ritengono quindi che l'inibizione entri in relazione con la matematica quando questa è considerata in termini di soluzione di problemi, ma non in relazione agli aspetti prettamente aritmetici. Al contrario, tuttavia, D'Amico e Passolunghi (2009) hanno messo in luce che l'inibizione controllata dell'informazione endogena, misurata

mediante il numero di intrusioni, nella prova di Listening span, discrimina tra soggetti con difficoltà aritmetiche e controlli. Le autrici concludono che il numero di errori in una prova che utilizza una procedura di span sarebbe una misurazione più sensibile delle differenze individuali.

A prescindere dall'obiettivo principale di questa ricerca, essa ha comunque messo in luce ulteriori risultati nella valutazione della matematica e di come essa sia legata alle abilità intellettive generali. Infatti è emerso che sia l'aspetto legato alla comprensione del valore semantico del numero, che la capacità di richiamare dalla memoria fatti numerici, sono legati alle capacità intellettive sia verbali che non verbali. Ciò, invece, non avviene per le capacità di calcolo, che richiedono invece la capacità di utilizzare delle procedure in maniera più automatizzata.

A prescindere dall'obiettivo principale di questa ricerca, essa ha comunque messo in luce ulteriori risultati nella valutazione della matematica e di come essa sia legata alle abilità intellettive generali. Infatti è emerso che sia l'aspetto legato alla comprensione del valore semantico del numero, che la capacità di richiamare dalla memoria fatti numerici, sono legati alle capacità intellettive sia verbali che non verbali. Ciò, invece, non avviene per le capacità di calcolo, che richiedono invece la capacità di utilizzare delle procedure in maniera più automatizzata.

CONCLUSIONI GENERALI

La letteratura esaminata ha focalizzato l'attenzione sulle capacità di memoria di lavoro, velocità di processamento e funzioni esecutive, indicandole come i principali fattori determinanti delle differenze individuali nell'apprendimento aritmetico e attribuendo ai deficit a carico di tali funzioni le più presumibili cause delle difficoltà aritmetiche, sebbene molti aspetti non siano ancora stati del tutto chiariti e numerosi siano ancora i dubbi. L'obiettivo principale del presente elaborato è stato quindi quello di approfondire ed indagare, attraverso la realizzazione di tre studi empirici, indagare il ruolo specifico di ogni singola componente e funzione cognitiva, in relazione, a sua volta, ad ogni aspetto specifico che costituisce l'apprendimento/difficoltà aritmetico/a. In particolare, nello studio 1 ci si è posti l'obiettivo di indagare il ruolo di ogni singola componente della Memoria di Lavoro del modello di Baddeley, nonché di altre funzioni cognitive quali la velocità di processamento delle informazioni, la capacità di accesso alle informazioni nella memoria a lungo termine e la capacità di inibire le informazioni irrilevanti, nel determinare le differenze di prestazione tra soggetti con difficoltà aritmetiche e controlli. Nello studio 2 si è invece voluto approfondire meglio il ruolo della componente esecutiva e delle funzioni ad essa attribuite, e ancora più in particolare si è analizzato il ruolo dell'inibizione. Lo scopo prefisso era quello di esaminare, come nel primo studio, le differenze fra soggetti con difficoltà aritmetiche e controlli. Infine, nello studio 3, si sono indagate nuovamente le funzioni della componente esecutiva ed in particolare dell'inibizione, ma stavolta all'interno delle normali abilità aritmetiche e con un numero più ampio di soggetti rispetto a quelli coinvolti nei due studi precedenti.

I risultati del primo studio hanno innanzitutto messo in luce la necessità di distinguere i vari processi matematici e ha dimostrato come ciò permetta di cogliere le sfumature nell'influenza apportata dalle diverse funzioni cognitive. In riferimento all'influenza della memoria di lavoro nel determinare le differenze tra discalculici e controlli, si è confermato il ruolo fondamentale della componente esecutiva del modello di memoria di lavoro. Si è messo in luce come tale componente, in quanto avente un ruolo centrale di supervisione, non sia dominio dipendente, disconfermando così l'ipotesi, talvolta sostenuta da alcuni autori, di un deficit specifico per le informazioni numeriche a carico dell'esecutivo centrale in soggetti con difficoltà aritmetiche. Tale

risultato motiva quindi la necessità dell'attuale ricerca di un approfondimento all'interno della componente esecutiva e incoraggia la ricerca futura a chiarire ulteriormente questo aspetto. Si è inoltre confermata, anche se i risultati sono piuttosto deboli, anche l'importanza della componente visuospaziale nelle difficoltà aritmetiche. Rispetto invece al ruolo della componente del circuito fonologico, non si è riscontrata l'attesa differenza, tra discalculici e controlli, nel ricordo di materiale numerico rispetto a quello verbale. Dai risultati, inoltre, non sono emerse le differenze, riportate invece in letteratura, tra soggetti discalculici e controlli nella denominazione di numeri piuttosto che di lettere, anche se una tendenza non significativa in questo senso è stata comunque riscontrata. Tuttavia sia i soggetti con difficoltà aritmetiche specifiche che quelli con associata difficoltà in lettura sono risultati generalmente più lenti rispetto ai controlli nella denominazione sia di numeri che di lettere, manifestando quindi una minore velocità nel processare le informazioni in generale, indipendentemente se di tipo numerico o verbale. Questa generale lentezza non sembra attribuibile alla capacità di accesso al lessico nella memoria a lungo termine, poichè non si sono riscontrate differenze significative tra i gruppi rispetto alla prova di priming semantico. Infine, anche la valutazione delle capacità di inibizione non ha fatto emergere differenze specifiche rispetto al tipo di materiale utilizzato, ma, ancora una volta le differenze emergono in termini di velocità di risposta, nel senso che i soggetti con difficoltà aritmetiche risultano essere comunque più lenti. Ciò andrebbe inoltre in qualche modo a sostenere le più recenti teorie sulla memoria di lavoro, soprattutto quella di Towse, che vede la velocità di processamento delle informazioni proprio come una funzione cognitiva di base ai processi di working memory.

Lo studio 2 ha, purtroppo, presentato alcune difficoltà sul piano metodologico, poichè il follow-up sugli stessi soggetti coinvolti nello studio 1 ad un anno di distanza, non ha permesso di confermare l'attribuzione ai gruppi con difficoltà aritmetiche, doppio deficit e controlli. Ciò comunque riflette una generale difficoltà nella ricerca in tale ambito. Si è visto infatti come sia comunque difficile, pur adottando una metodologia adeguata nei criteri di selezione, individuare dei soggetti con difficoltà puramente matematiche che non presentino anche altri tipi di problemi difficili da controllare come, ad esempio, condizioni di svantaggio socio-culturale. È da notare che le differenze rispetto all'anno precedente riguardavano soprattutto le difficoltà nella lettura, che, in qualche modo, sono comunque presenti in soggetti con difficoltà matematiche. La comorbidità tra difficoltà matematiche e di lettura, infatti, fa in modo

che spesso soggetti con difficoltà specifiche nell'area aritmetica presentino anche prestazioni di lettura, seppure sufficienti, significativamente inferiori rispetto ai controlli. Nonostante le difficoltà metodologiche e la debolezza dei risultati, essi comunque si sono dimostrati in linea con quanto emerso poi dallo studio 3, effettuato su un campione più numeroso di soggetti. Innanzitutto entrambi gli studi hanno confermato l'influenza delle capacità di shifting su tutti gli aspetti aritmetici della matematica considerati. Al contrario, non è emersa l'influenza delle capacità di updating, che in letteratura era stata invece associata alla capacità di soluzione di problemi. Tali risultati portano ad ipotizzare che la funzione di shifting sia coinvolta nell'apprendimento matematico legato agli aspetti prettamente aritmetici, ma non nella soluzione di problemi, nella quale invece potrebbe essere interessata la funzione di updating. Non risulta invece ancora chiaro il quadro rispetto all'inibizione. Anche distinguendo i processi di inibizione controllata ed automatica per stimoli endogeni ed esogeni, il quadro ottenuto non è risultato coerente nei due studi. Si ipotizza che tali differenze nei risultati, sia tra i due diversi studi, sia rispetto alla letteratura esistente, possano essere dovute alle prove ed alle procedure diverse utilizzate per la misurazione della funzione di inibizione. Tali considerazioni incoraggiano la ricerca successiva ad approfondire e verificare tali ipotesi, attraverso la realizzazione di studi che indaghino le funzioni esecutive in rapporto a tutti gli aspetti dell'apprendimento matematico.

Concludendo, la presente ricerca ha approfondito ed esaminato importanti aspetti messi in luce dalla letteratura, ne ha confermato alcuni risultati ed ipotesi ed ha ricavato ulteriori considerazioni e spunti di riflessione che sicuramente meritano di essere ulteriormente indagati in ricerche future.

BIBLIOGRAFIA

- Ackerman, P.I., Beier, M.E., e Boyle, M.O. (2002). Individual differences in working memory within a nomological network of cognitive and perceptual speed abilities. *Journal of Experimental psychology: General*, 131, 567-589.
- Adams, J. W., & Hitch, G. J. (1998). Children's arithmetic and working memory. In C. Donlan (Ed.) *The development of mathematical skills*. Hove: Psychology Press.
- Agostino, A. (2008). *The development of mathematical reasoning: Role of M-capacity, inhibition, updating, and shifting*. Unpublished doctoral dissertation, York University, Toronto, ON.
- American Psychiatric Association (1994). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (4th ed.). Washington, DC: American Psychiatric Association.
- Amoretti G., Bazzini L., Pesci A., Reggiani M. (2007). *MAT-2. Test di matematica. Scuola Primaria*, GIUNTI O.S. Organizzazioni Speciali, Firenze,
- Antell, S.E. e Keating, D.P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695-701.
- Arbuthnott, K. A. (1995). Inhibitory mechanisms in cognition: Phenomena and models. *Cahiers de Psychologie Cognitive/Current Psychology of Cognition*, 14,3-45.
- Atkinson, R.C e Shiffrin, R.M., (1968). Human memory: a proposed system and its control processes. In *The psychology of learning and motivation: advances in research and theory Vol. 2* (K.W. Spence ed.) pp.89-195. New York: Academic Press.
- Awh, E. e Jonides, J. (2001). Overlapping mechanism of attention and spatial working memory. *Trends in Cognitive Science*, 5, 119-126.
- Baddeley, A.D. (1966). Short-term memory for word sequences as a function of acoustic, semantic and formal similarity. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 18, 362-365.
- Baddeley, A.D. (1968). A three-minute reasoning test based on grammatical transformation. *Psychonomic Science*, 10, 341-342.
- Baddeley, A.D. (1986). *Working memory*, Oxford University Press, Oxford.
- Baddeley, A.D. (1990). The development of the concept of working memory: implications and contributions of neuropsychology. In G. Vallar e J. Shallice (Eds.), *Neuropsychological impairments of short-term memory* (pp. 1-27). New York: Cambridge University Press.
- Baddeley, A.D. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 49A, 5-28.
- Baddeley, A.D., (2000). The episodic buffer: A new component in working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417-423.
- Baddeley, A.D. (2003). Working memory and language: An overview. *Journal of Communication Disorders*, 36, 189-208.
- Baddeley, A.D. (2006). Working memory: An overview. In S.J. Pickering (Ed.), *Working memory and education*, pp.1-31, Burlington, MA: Academic Press.
- Baddeley, A.D e Hitch, G. (1974). *Working memory*. In G.H. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* (vol.8, pp. 47-89). New York: Academic Press.
- Baddeley, A.D. e Lewis, V.J. (1981). Inner active processes in reading: the inner voice, the inner ear and the inner eye. In *Interactive processes in reading* (A.M. Lesgold e C.A. Perfetti, eds.) pp. 107-129. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Baddeley, A.D. e Logie, R.H., (1999). Working Memory: The Multiple-Component Model. In A. Miyake e P. Shah (Eds.), *Models of Working Memory, mechanisms of Active maintenance and Executive Control*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Baddeley, A.D, Thomson, N. e Buchanan, M. (1975). Word length and the structure of short-term memory. *Journal of Verbal Learning and verbal Behavior*, 9, 176-189.
- Badian, N. A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In H. R. Myklebust (Ed.), *Progress in learning disabilities* (Vol. 5, pp. 235–264). New York: Stratton.
- Baroody, A.J. (1992). The development of preschoolers' counting skills and principles. In J. Bideaut (Ed.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Barrouillet, P., Bernardin, S., & Camos, V. (2004). Time constraints and resource sharing in adults' working memory spans. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133, 83–100.
- Barrouillet, P., e Camos, V. (2001). Developmental increase in working memory span: Resource sharing or temporal decay? *Journal of Memory and Language*, 45, 1–20.
- Barrouillet, P., & Camos, V. (2007). The time-based resource-sharing model of working memory. In N. Osaka, R. Logie, & M. D'Esposito (Eds.), *The cognitive neuroscience of working memory* (pp. 59–80). Oxford, UK: Oxford University Press.
- Barrouillet, P., Fayol, M., e Lathulière, E. (1997). Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning disabilities. *International Journal of Behavioural Development*, 21, 253–275.
- Barrouillet, P., Gavens, N., Vergauwe, E., Gaillard, V., Camos, V. (in press). Working memory span development: A time-based resource-sharing model account. *Developmental Psychology*.
- Barrouillet, P. e Lépine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 183–204.
- Barrouillet, P., Mignon, M. e Thevenot C. (2008). Strategies in subtraction problem solving in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99, 233–251.
- Bayliss, D.M., Jarrold, C., Baddeley, A.D., Gunn, D.M., e Leigh, E., (2005). Mapping the developmental constrains on working memory span performance. *Developmental Psychology*, 41, 579-597.
- Berch, B.D., Foley, J.F., Hill, R.J., & Ryan, P.M. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 286-308.
- Berger, H., (1926). Uber Rechenstorungen bei Herderkrankungen des Grauhirns. *Archiv fur Psychiatrie und Nevenkrankheiten*, 78, 238-263.
- Biancardi, A. & Nicoletti, C. (2004). *BDE – Batteria per la Discalculia Evolutiva*. Torino: Omega.
- Blair, C., Knipe, H. e Gamson, D. (2008). Is There a Role for Executive Functions in the Development of Mathematics Ability? *Mind, Brain and Education*, 2 (2), 80-89.
- Blair, C. & Razza, R.P. (2007). Relating effortful control, executive function, and false-belief understanding to emerging math and literacy ability in kindergarten. *Child Development* , 78 , 647 – 663.

- Boysen, S.T. e Berntson, G.G. (1989). Numerical competence in a chimpanzee (*Pan troglodytes*). *Journal of Comparative Psychology*, 103, 23-31.
- Boysen, S.T. e Capaldi, E.J. (Eds.), (1993). *The development of numerical competence: Animal and human models* (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83, 223-240.
- Buckley, P.B. e Gillman, C.B. (1974). Comparison of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103, 1131-1136.
- Bull, R., e Johnston, R. S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1-24.
- Bull, R., Marschark, M. e Blatto-Vallee, G. (2005). SNARC hunting: Examining number representation in deaf students. *Learning and Individual Differences*, 15, 223-236.
- Bull, R., e Scerif, G. (2001). Executive Functioning as a Predictor of Children's Mathematics Ability: Inhibition, Switching, and Working Memory. *Developmental Neuropsychology*, 19(3), 273-293.
- Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia Screener*. London: Nelson.
- Caramazza, A. e McCloskey, M. (1987). Dissociation of calculation processes. In G. Deloche e X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: Cognitive neuropsychological perspective*. Hilldale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carroll, J.B., (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Case, R., Kurland, D. M., & Coldberg, J, (1982). Operational efficiency and the growth of short-term memory span. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33, 386-404.
- Censabella, S. e Noël, M.P., (2005). The Inhibition of Exogenous Distracting Information in Children with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 400-410.
- Censabella, S. e Noël, M.P., (2008). The inhibition capacities of children with mathematical disabilities. *Child Neuropsychology*, 14, 1-20.
- Chiappe, P., Hasher, L., & Siegel, L. S. (2000). Working memory, inhibitory control, and reading disability. *Memory & Cognition*, 28, 8-17.
- Cohn, R. (1968). Developmental dyscalculia. *Paediatric Clinics of North America*, 15, 651-668.
- Cohn, R. (1971). Arithmetic and learning disabilities. In H. Myklebust (a cura di), *Progress in learning disabilities*. New York: Grune & Stratton.
- Colom, R., rebollo, I., Palacios, A., Juan-Espinosa, M. E Kyllonen, P.C. (2004). Working memory is (almost) perfectly predicted by g. *Intelligence*, 32, 277-296.
- Conrad, R. (1964). Acoustic confusion in immediate memory. *British Journal of Psychology*, 55, 75-84.
- Conway, A.R.A., Cowan, N. e Bunting, M.F. (2001). The cocktail party revised: The importance of working memory capacity. *Psychonomic Bulletin & Review*, 8, 331-335.
- Conway, A.R.A., Cowan, N. ed Engle, R.W. (2003). Working memory capacity and its relation to general intelligence. *Trends in Cognitive Science*, 7, 547-552.
- Conway, A. R. A., & Engle, R. W. (1994). Working memory and retrieval: A resource-dependent inhibition model. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123, 354-373.
- Cooper, R.G. Jr. (1984). Early number development: Discovering number space with addition and subtraction. In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills: The*

- eighteenth annual Carnegie symposium on cognition* (pp. 157-192). Hilldale, NJ: Erlbaum.
- Cornish, K., Wilding, J., e Grant, C. (2006). Deconstructing working memory in developmental disorders of attention. In S.J. Pickering (Ed.), *Working memory and education*, (pp. 157-188). Burlington, MA: Academic Press.
- Cornoldi, C., Colpo, G. e Gruppo MT (1981). *La verifica dell'apprendimento della lettura*. Firenze: Organizzazioni Speciali.
- Cornoldi, C., Logie, R.H., Bradimonte, M.A., Kaufmann, G. E Reisberg, D. (Eds.). (1996). *Stretching the imagination: Representation and transformation in mental imagery*. New York: Oxford University Press.
- Cornoldi, C., Lucangeli, D. & Bellina, M. (2002). *AC-MT – Test di valutazione delle abilità di calcolo*. Trento: Erickson.
- Corsi, P.M. (1972). Human memory and the medial temporal region of the brain. *Dissertation Abstract International*, 34 (02), 819B. (University Microfilms No. AAI05-77717).
- Cowan, N. (2001). The magical number 4 in short-term memory: Age differences in verbal span of apprehension. *Child Development*, 70, 1082-1097.
- Cowan, N. (2005). *Working memory capacity*. New York: Lawrence Erlbaum.
- Craig, F.I.M. e Lockhart, R.S. (1972). Levels of processing: a framework for memory research. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 11, 671-684.
- D'Amico A., (2000). Il ruolo della memoria fonologica e della consapevolezza fonemica nell'apprendimento della lettura. Ricerca longitudinale. *Psicologia Clinica dello Sviluppo*, 1, 125-144.
- D'Amico, A. (2002a). *Lettura, scrittura e calcolo. Processi Cognitivi e Disturbi dell'Apprendimento*. Roma: Carlo Amore.
- D'Amico, A. (2002b). Processi implicati nella ripetizione di non parole verosimili ed inverosimili. *Ricerche di Psicologia*, XXV(3), 7–22.
- D'Amico, A. (2006). Potenziare la memoria di lavoro per prevenire l'insuccesso in matematica. *Età Evolutiva*, 83, 88-97.
- D'Amico, A., e Guarnera, M. (2005). Exploring working memory in children with low arithmetical achievement. *Learning and Individual Differences*, 15(3), 189-202.
- D'Amico, A. e Lipari, C. (2009). Il ruolo della memoria di lavoro per l'apprendimento matematico nel corso della scuola primaria. In S. Di Nuovo e S. Buono (Eds.), *Disturbi dell'apprendimento e disabilità intellettive nel ciclo evolutivo*, Troina (EN): Città aperta edizioni.
- D'Amico, A. e Passolunghi, M.C. (2009). Naming speed, Effortful and Automatic Inhibition in Children with Arithmetic Learning Disabilities. *Learning and Individual Difference*, doi: 10.1016/j.lindif.2009.01.001.
- Daneman, M. e Carpenter, P.A. (1980). Individual Differences in Working Memory and Reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 19, 450-466 .
- Danzig, T. (1967). *Number: The language of science*. New York: The Free Press.
- Davis, H. e Memmott, J. (1992). Counting behaviour in animals: A critical examination. *Psychological Bulletin*, 92, 547-571.
- De Beni, R., Palladino, P., Pazzaglia, F., & Cornoldi, C. (1998). Increases in intrusion errors and working memory deficit of poor comprehenders. *Quarterly Journal of Experimental Psychology: Human Experimental Psychology*, 51, 305–320.
- De Beni, R., Pazzaglia, F., Meneghetti, C e Mondoloni, A. (2007). Working memory components and imagery instructions in the elaboration of a spatial mental model. *Psychological Research*, 71, 373-382.
- Dehaene, S. (1989). The psychophysics of numerical comparison: A re-examination of apparently incompatible data. *Perception and Psychophysics*, 45, 557-566.

- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1-42.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense. How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, S., Bossini, S. e Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and numerical magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, *122*(3), 371-396.
- Dehaene, S. e Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, *29*, 1045-1074.
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G. e Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends Neuroscience*, *21*, 355-361.
- Dehaene, S., Dupoux, E. e Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, *16*, 626-641.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., e Tsivkin, S., (1999), Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, *284*, 970-974.
- Dehn, M.J. (2008). *Working Memory and Academic Learning. Assessment and Intervention*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- D'Elia, L., e Satz, P. (1989). *Color Trails 1 and 2*. Odessa, FL: Psychological Assessment.
- Dempster, F. N., & Brainerd, C. J. (1995). *Interference and inhibition in cognition*. San Diego, CA: Academic Press.
- de Ribaupierre, A., & Bailleux, C. (1994). Developmental change in a spatial task of attentional capacity: An essay toward an integration of two working memory models. *International Journal of Behavioral Development*, *17*, 5-35.
- Duncan, E.M. e McFarland, C.E. (1980). Isolating the effects of symbolic distance and semantic congruity in comparative judgments: an additive-factors analysis. *Memory and Cognition*, *8*, 612-622.
- Engle, R.W. (1996). Working memory and retrieval: An inhibition-resource approach. In J.T.E. Richardson, R.W. Engle, L. Hasher, R.H. Logie, E.R. Stoltzfus e R.T. Zacks (Eds.), *Working memory and human cognition* (pp. 89-119). New York: Oxford University Press.
- Engle, R. W. (2002). Working memory capacity as executive attention. *Current Directions in Psychological Science*, *11*, 19-23.
- Engle, R.W., Tuholski, S.W., Laughlin, J.E., e Conway, A.R.A. (1999). Individual differences in working memory capacity and general fluid intelligence: A latent-variable approach. *Journal of Experimental Psychology: General*, *128*, 309-331.
- Ericsson, K.A. e Kintsch, W. (1995). Long-term working memory. *Psychological Review*, *102*, 211-245.
- Fawcett, A. e Nicolson, R. (a cura di) (1994), *Dyslexia in children, multidisciplinary perspectives*. Harvester: Wheatsheaf.
- Fazio, B. (1994). The counting abilities of children with specific language impairments: A comparison of oral and gestural tasks. *Journal of Speech and Hearing Research*, *37*, 358-368.
- Fias, W., Brysbaert, M., Geypens, F., & d'Ydewalle, G. (1996). The importance of magnitude information in numerical processing: evidence from the SNARC-effect. *Mathematical Cognition*, *2*, 95-110.
- Fluck, M. e Henderson, L. (1996). Learning to estimate the mathematics classroom: A conversation-analytic approach. *Journal for research in Mathematics Education*, *29*, 334-356.

- Friedman, N. P., & Miyake, A. (2004). The relations among inhibition and interference control functions: A latent variable analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, *133*, 101–135.
- Frith, C.D. e Frith, U. (1972). The solitaire illusion: An illusion of numerosity. *Perception & Psychophysics*, *11*, 409-410.
- Fulbright, R.K., Manson, S.C., Skudlarski, P., Lacadie, C.M. and Gore, J.C. (2003). Quantity Determination and the Distance Effect with Letters, Numbers, and Shapes: A Functional MR Imaging Study of Number Processing. *AJNR Am J Neuroradiol* *23*, 193–200.
- Fuchs, L.S., Compton, D.L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J.D., & Hamlett, .L.(2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, *97*, 493-513.
- Fuson, K.C. (1988). *Children's counting and concept of number*. New York: Springer.
- Fuson, K.C. e Hall, J.W. (1983). The acquisition of early number word meanings. In H. Ginsburg (Ed.), *The development of children's mathematical thinking* (pp. 49-107). New York: Academic Press.
- Fuson, K.C, Pergaent, G.G. e Lyons, B.G. (1985). Collection terms and preschoolers' use of the cardinality rule. *Cognitive Psychology*, *17*, 315-323.
- Gallistel, C. R. e Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting e computation. *Cognition*, *44*, 43-74.
- Galton, F. (1880a). Visualised numerals. *Nature*, *21*, 252-256.
- Galton, F. (1880b). Visualised numerals. *Nature*, *21*, 494-495.
- Gathercole, S.E, Lamont, E. ed Alloway, T.P. (2006). Working memory in the classroom. In S.J. Pickering (Ed.), *Working memory and education* (pp. 219-240). Burlington, MA: Academic Press.
- Geary, D. (1993) Mathematical Disabilities: Cognitive, Neuropsychological and Genetic Components, *Psychological Bulletin*© 1993 by the American Psychological Association, *114*(2), 345–362.
- Geary, D.C. (1994). *Children's Mathematical Development. Research and practical applications*. Washington DC: American Psychological Association.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., e Hoard, M. K. (2000) Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *77*, 236-263.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., e Hamson, C. O., (1999) Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *74*, 213-239.
- Gelman, R. (1990). First principle organizing attention to and learning about relevant data: Number and the animate-inanimate distinction as examples. *Cognitive Science*, *14*, 79-106.
- Gelman, R. e Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of numbers*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gelman, R. e Meck, E. (1983). Preschooler's counting: Principles before skill. *Cognition*, *13*, 343-359.
- Gillis, J.J., e DeFries, J.C. (1991). Confirmatory factor analysis of reading and mathematics performance measures in the Colorado reading Project. *Behaviour Genetics*, *21*, 572-573.
- Ginsburg, N. (1976). Effect of item arrangement on perceived numerosity: Randomness vs. regularity. *Perceptual and motor skills*, *43*, 663-668.
- Grewel, F. (1952). 'Acalculia', *Brain*, *75*, 397-407.
- Gross-Tsur, V., Manor, O. e Shalev, R.S. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Dev. Med. Child Neurol.*, *38*, 25-33.

- Hécaen, H., Angelergues, R. and Houillier, S. (1961). Les variétés cliniques des acalculies au cours des lésions rétrorolandiques : Approche statistique du problème [The clinical varieties of the acalculies in retrorolandic lesions : A statistical approach to the problem]. *Revue Neurologique*, 105, 85-103.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D. e Dick, J. (2001), Performance across different areas of mathematical cognition in Children with Learning Difficulties, *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 615-626.
- Henik, A. e Tzelgov, J. (1982). Is three greater than five: The relation between physical and semantic size in comparison task. *Memory and Cognition*, 10, 389-395.
- Henry, L.A., (2001). How does the severity of a learning disability affect working memory performance? *Memory*, 9, 233-247.
- Henschen S.E. (1919). Ueber Sprach- Musik- und Rechen- mechanismen und ihre Lokalisationenim Grosshirn, *Zeitschrift fur die gesamte Neurologie und Psychiatrie*, 52, 273-298.
- Hinson, J.M. e Whitney, P. (2006). Working Memory Load and Decision Making: A reply to Franco-Watkins, Pashler, and Rickard *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, v32 n2 p448-450.
- Hitch, G. J. e McAuley, E. (1991), Working Memory in children with specific arithmetical learning disabilities. *British Journal of Psychology*, 82, 375-386.
- Hitch, G. J., Towse, J. N., & Hutton, U. (2001). What limits children's working memory span? Theoretical accounts and applications for scholastic development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 184–198.
- Hitch, G. J., Woodin, M. E., & Baker, S. (1989). Visual and phonological components of working memory in children. *Memory and Cognition*, 17, 175–185.
- Hoover, H.D., Dunbar, S.B., Frisbie D.A. (2001). *The Iowa Tests of Basic Skills*. Rolling Meadows, IL: Riverside Publishing.
- Hulme, C.E Mackenzie, S. (1992). *Working memory and severe learning difficulties*. East Sussex, UK: Lawrence Erlbaum.
- Hutton, U.M.Z. e Towse, J.N. (2001). Short-term memory and working memory as indices of children's cognitive skills. *Memory*, 9, 383-394.
- James, W. (1890). *The principles of psychology*. New York: Henry Holt.
- Johnson, J., Fabian, V., & Pascual-Leone, J. (1989). Quantitative hardware stages that constrain language development. *Human Development*, 32, 245–271.
- Johnson, J., Im-Bolter, N., & Pascual-Leone, J. (2003). Development of mental attention in gifted and mainstream children: the role of mental capacity, inhibition, and speed of processing. *Child Development*, 74 (6), 1594-1614.
- Johnson, D.J., & Myklebust, H. R. (1971). *Lernschwächen - Ihre Formen und ihre Behandlungen*. Stuttgart: Hippokrates.
- Jonides, J., & Smith, E. E. (1997). The architecture of working memory. In M. D. Rugg (Ed.), *Cognitive neuroscience* (pp. 243–276). Cambridge, MA: MIT Press.
- Jordan, N.C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74 (3), 834-850.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Hanich, L.B., (2002) Achievement Growth in Children with Learning Difficulties in Mathematics: Findings of a Two-Year Longitudinal Study, *Journal of Educational Psychology*, 94 (3), 586-597.
- Kail, R., (1992), Processing speech, speech rate and memory. *Developmental Psychology*, 28, 899-904.

- Kane, M.J., Conway, A.R.A., Bleckley, M.K. ed Engle, R.W. (2001). A controlled attention view of working memory capacity. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 169-183.
- Kane, M.J. ed Engle, R.W. (2002). The role of prefrontal cortex in working memory capacity, executive attention, and general fluid intelligence: An individual-differences perspective. *Psychonomic Bulletin and Review*, 9, 637-671.
- Kane, M. J., Hambrick, D. Z., & Conway, A. R. A. (2005). Working memory capacity and fluid intelligence are strongly related constructs: Comment on Ackerman, Beier, and Boyle (2004). *Psychological Bulletin*, 131, 66–71.
- Kemps, E., De Rammelaere, S., & Desmet, T. (2000). The development of working memory: Exploring the complementarity of two models. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 89–109.
- Kintsch, W. e van Dijik, T.A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review*, 85, 363-394.
- Klahr, D. (1973). Quantification processes. In W.G. Chase (Ed.), *Visual information processing* (pp. 3-34). New York: Academic Press.
- Klahr, D. e Wallace, J.C. (1973). The role of quantification operators in the development of conservation. *Cognitive Psychology*, 4, 301-327.
- Koontz, K.L., e Berch, D. B. (1996). Identifying simple numerical stimuli: Processing inefficiencies exhibited by arithmetic learning disabled children. *Mathematical Cognition*, 2(1), 1–23.
- Kosc, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7, 164-177.
- Kyllonen, P.C., e Christal, R.E. (1990). Reasoning ability is (little more than) working memory capacity?! *Intelligence*, 14, 389-433.
- Landerl, K., Bevan, A. e Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9 years-old students. *Cognition*, 93, 99-125.
- Leonard, L.B., Weismer, S.E., Miller, C.A., Francis, D.J., Tomblin, J.B., e Kail, R.W. (2007). Speed of processing, working memory and language impairment in children. *Journal of Speech, Language and hearing Research*, 50, 408-428.
- Logie, R.H., & Baddeley, A. D. (1987) Cognitive processes in counting. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13, 310-326.
- Logie, R.H. e Marchetti, C., (1991). Visuo-spatial working memory: Visual, spatial or central executive? In R.H. Logie e M. Denis (Eds.), *Mental images in human cognition* (pp.105-115). Amsterdam: Elsevier.
- Lucangeli, D., Fiore, C. & Tressoldi, P.E. (1998). *ABCA – Test delle abilità di calcolo*. Trento: Erickson.
- Lucangeli, D., Zorzi, M. e Cabrele, S. (2006). Lo sviluppo della rappresentazione dei numeri. *Età evolutiva*, 83, 63-70.
- Luria, A. R., (1973). *The Working Brain*. London: Penguin Press.
- May, C.P., Kane, M. J. e Hasher, L. (1995). Determinants of negative priming. *Psychological Bulletin*, 118, 35-54.
- Mandler, G. e Shebo, B.J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1-22.
- Matsuzawa, T. (1985). Use of numbers by a chimpanzee. *Nature*, 315, 57-59.
- McCloskey, M., Caramazza, A. e Basili, A.G. (1985). Cognitive mechanism in number processing and calculation: Evidence from Dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171-196.
- McGrew, K.S. e Woodcock, R.W. (2001). *Woodcock-Johnson III technical manual*. Itasca, IL: Riverside Publishing.

- McLean, J. F., e Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74(3), 240–260.
- McNamara, D.S. e Scott, J.L. (2001). Working memory capacity and strategy use. *Memory & Cognition*, 29, 10-17.
- Meck, W.H. e Church, R.M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 9, 320-334.
- Miyake, A., Friedman, N.P., Emerson, M.J., Witzki, A.J., Howerter, A. e Wager, T.D. (2000). Unity and Diversity of Executive Functions and Their Contributions to Complex ‘‘Frontal lobe’’ Tasks: A Latent Variable Analysis. *Cognitive Psychology*, 41, 9–100.
- Monsell, S. (1996). Control of mental processes. In V. Bruce (Ed.), *Unsolved mysteries of the mind: Tutorial essays in cognition* (pp. 93–148). Hove, UK: Erlbaum.
- Morra, S., Moizo, C., & Scopesi, A. (1988). Working memory (or the M operator) and the planning of children’s drawings. *Journal of Experimental Child Psychology*, 46, 41–73.
- Morris, N., & Jones, D. M. (1990). Memory updating in working memory: The role of the central executive. *British Journal of Psychology*, 81, 111–121.
- Morton, N. e Morris, R.G. (1995). Image transformation dissociated from visuospatial working memory. *Cognitive Neuropsychology*, 12, 767-791.
- Moyer, R.S. e Landauer, T.K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215, 1519-1520.
- Murray, D.J. (1967). The role of speech responses in short-term memory. *Canadian Journal of Psychology*, 21, 263-276.
- Navon (1977). Forest before trees: The precedence of global features in visual perception. *Cognitive Psychology*, 9, 353-383.
- Nigg, J. (2000). On inhibition/disinhibition in developmental psychopathology: Views from cognitive and personality psychology and a working inhibition taxonomy. *Psychological Bulletin*, 126, 220–246.
- Norman, D.A. e Shallice, T. (1980). *Attention to action: Willed and automatic control of behaviour*. University of California, San Diego, CHIP Report 99.
- Nuerk, H.C. Weger, U. Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Cognition*, 82, 25-33.
- Nuerk, H.C., Wood, G. e Willmes, K. (2005). The Universal SNARC Effect. The Association between Number Magnitude and Space is Amodal. *Experimental Psychology*, 52(3), 187-194.
- Oberauer, K. (2002). Access to information in working memory: Exploring the focus of attention. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 28, 411-421.
- Oberauer, K., Schulze, R., Wilhelm, O., & Süß, H.-M. (2005). Working memory and intelligence - their correlation and their relation: A comment on Ackerman, Beier, and Boyle (2005). *Psychological Bulletin*, 131, 61–65.
- Palladino, P., Cornoldi, C., De Beni, R., & Pazzaglia, F. (2002). Working memory and updating processes in reading comprehension. *Memory & Cognition*, 29, 344–354.
- Pascual-Leone, J. (1970). A mathematical model for the transition rule in Piaget’s developmental stages. *Acta Psychologica*, 32, 301–345.
- Pascual-Leone, J., & Baillargeon, R. (1994). Developmental measurement of mental attention. *International Journal of Behavioral Development*, 17, 161–200.

- Pascual-Leone, J., & Morra, S. (1991). Horizontality of water level: A neo-Piagetian developmental review. In H. W. Reese (Ed.), *Advances in child development and behavior Vol. 23* (pp. 231–276). San Diego: Academic Press.
- Passolunghi, M.C. e Cornoldi, C. (2008). Working memory failures in children with arithmetical difficulties. *Child Neuropsychology, 1*, 1-14.
- Passolunghi, M.C., e Siegel, L. S. (2001). Short-term memory, working memory and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology, 80*, 44–57.
- Passolunghi, M.C., e Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology, 88*, 348–367.
- Pearson, D.G., Logie, R.H. e Green, C. (1996). Mental manipulation, visual working memory and executive processes. *Psychologische Beiträge, 38*, 342-345.
- Pepperberg, I.M. (1987). Evidence for conceptual quantitative abilities in the African grey parrot: Labeling of cardinal sets. *Ethology, 75*, 37-61.
- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York: Norton.
- Piaget, J. e Szeminska, A. (1941). *La Genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchatel: Delachauz et Nietslé (trad. Italiana "La genesi del numero nel bambino". Firenze: la Nuova Italia, 1979).
- Portrat, S., Camos, V. e Barrouillet, P. (in press). Working memory in children: A time-constrained functioning similar to adults, *Journal of Experimental Child Psychology* (2008), doi:10.1016/j.jecp.2008.05.005
- Raven, J.C. (1947), *CPM Coloured Progressive Matrices*, Firenze: Organizzazioni Speciali.
- Reitan, R. M. (1958). Validity of the trail making test as an indicator of organic brain damage. *Perceptual and Motor Skills, 8*, 271–276.
- Restle, F.(1970). Speed of adding and comparino numbers. *Journal of Experimental Psychology, 83*, 274-278.
- Reynvoet, B., Brysbaert, M. (1999). Single-digit and two-digit Arabic numerals address the same semantic number line. *Cognition, 72*, 191-201.
- Reynvoet, B., Brysbaert, M. e Fias, W. (2002). Semantic priming in number naming. *The quarterly Journal of Experimental Psychology, 55A* (4), 1127–1139.
- Rilling, M e McDiarrinid, C. (1965). Signal detection in Fixed-Ratio Schedules. *Science, 118*, 526-527.
- Rittle-Johnson, B. e Siegler, R. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 75-110). Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Rourke, B.P., (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: A neuropsychological perspective. *Journal of Learning Disabilities, 26*, 214-226.
- Rumbaugh, D.M. e Washbourn, D.A. (1993). Counting by chimpanzees and ordinality judgments by macaques in video-formatted tasks. In S.T. Boysen & E.J. Capaldi (Eds.), *The development of numerical competence: Animal and human models* (pp. 87106). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Salway, A.F.S. e Logie, R.H. (1995). Visuo-spatial working memory, movement control and executive demands. *British Journal of Psychology, 86*, 253-269.
- Sechi, E., D'Amico, A., Longoni, A. M., e Levi, G. (1997). Le componenti della memoria verbale a breve termine nei bambini con disturbo specifico di lettura. *Psichiatria dell'Infanzia e dell'Adolescenza, 64*(6).
- Sekuler, R., & Mierkiewicz, D. (1977). Clidren's judgements of numerical inequality. *Child Development, 48*, 630-633.

- Seron, X., Pesenti, M., Noel, M.P., Deloche, G. e Cornet, J.A. (1992). Images of numbers, or “When 98 is upper left and 6 sky blue”. *Cognition*, 44, 159-196.
- Shalev RS, Gross-Tsur V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatr Neurol*. 24(5), 337-342.
- Shalev, R. S., Manor, O. e Gross-Tsur, V., (1997). Neuropsychological aspects of developmental dyscalculia, *Mathematical Cognition*, 3 (2), 105-120.
- Shilling, V.M., Chetwynd, A., & Rabbitt, P. M. A. (2002). Individual inconsistency across measures of inhibition: An investigation of the construct validity of inhibition in older adults. *Neuropsychologia*, 40,605–619.
- Shipley, E.F. e Shepperson, B. (1990). Countable entities: Development changes. *Cognition*, 34, 109-136.
- Smeltzer, D. (1970). *Man and Number*. London: A. e C. Black LTD.
- Sokol, S.M., Macaruso, P. E Gollan, T.H. (1994). Developmental dyscalculia and cognitive neuropsychology. *Developmental Neuropsychology*, 10 (4), 413-441
- Sophian, C. (1997). Beyond competence: The significance of performance for conceptual development. *Cognitive Development*, 12, 281-303.
- Spearman, C. (1904). “General intelligence” objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 15, 201–293.
- Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43, 93-126.
- Starkey, P, Spelke, E.S. e Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondences by human infants. *Science*, 222, 179-181.
- Starkey, P, Spelke, E.S. e Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97-127.
- Starkey, P, Spelke, E.S. e Gelman, R. (1991). Toward a comparative psychology of number. *Cognition*, 39, 171-172.
- Stoltzfus, E.R., Hasher, L. E Zacks, R.T. (1996). Working memory and retrieval: An inhibition-resource approach. In J.T.E. Richardson, R.G. Engle, L. Hasher, R.H. Logie, E.R. Stoltzfus e R.T. Zacks (Eds.), *Working memory and human cognition* (pp. 66-88). New York: Oxford University Press.
- Strauss, M.S. e Curtis, L.E. (1984). Development of numerical concepts in infancy. In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills: The eighteenth annual Carnegie symposium on cognition* (pp. 157-192). Hilldale, NJ: Erlbaum.
- Stevenson, H.W., Parker, T., Wilkinson, A., Hegion, A., & Fish, E. (1976). Longitudinal study of individual differences in cognitive development and scholastic achievement. *Journal of Educational Psychology*, 68, 377–400.
- Swanson, H.L., (1995). *Swanson Cognitive Processing Test (S-CTP): A dynamic assessment measure*. Austin, TX: PRO-ED.
- Swanson, H.L., Cochran, K.F., ed Ewers, C.A. (1990). Can learning disabilities be determined from working memory performance? *Journal of Learning Disabilities*, 23, 59-67.
- Temple, C. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, 8 (2), 155-176.
- Temple, C.M. (1992). Developmental dyscalculia. In F. Boller and J. Grafman (eds.) *Handbook of Neuropsychology*. Vol 6: Child Psychology. Elsevier Science Publishers. North Holland. pp 211-222.
- Temple, C.M. (1994) The Cognitive Neuropsychology of the Developmental Dyscalculias. *Current Psychology of Cognition, Cahiers de Psychologie Cognitive*, 13, 351-370.

- Temple, C.M., & Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55A (3), 733–752.
- Thompson, L.A., Detterman, D. K., & Plomin, R. (1991). Associations between cognitive abilities and scholastic achievement: Genetic overlap and environmental differences. *Psychological Science*, 2, 158–165.
- Thorndike, E.L., (1910). The relation between memory for words and memory for numbers, and the relation between memory over short and long intervals. *American Journal of Psychology*, 21, 487-488.
- Thurstone L. L., Thurstone T. G., (1962). *PMA abilità mentali primarie*, (Revisione 1962), Manuale per l'esaminatore, Reattivi per i livelli 4-6 (3°, 4°, 5° Elementare e 1° media), Adattamento di Rubini V. E Rossi M. A., Firenze: O.S. Organizzazioni Speciali, 1981.
- Towse, J. N., Hitch, G. J., Hamilton, Z., Peacock, K., & Hutton, U. M. Z. (2005). Working memory period: The endurance of mental representations. *Quarterly Journal of Experimental Psychology A*, 58, 547–571
- Trick, L.M. e Pylysyn, Z.W. (1988). When subitizing fails: The importance of preattentive item indexing for subitizing. University of Western Ontario COGMEM #35.
- Tronsky, L.N. (2005). Strategy use, the development of automaticity, and working memory involvement in complex multiplications. *Memory & Cognition*, 33, 927-940.
- Unsworth, N. e Engle, R.W. (2007). The nature of individual differences in working memory capacity: Active maintenance in primary memory and controlled search from secondary memory. *Psychological Review*, 114, 104-132.
- van der Sluis, S., de Jong P.F., e van der Leij, A. (2004). Inhibition and shifting in children with learning deficits in arithmetic and reading. *J. Experimental Child Psychology*, 87, 239–266.
- van Loosbroek, E. e Smitsman, A.W. (1990). Visual perception of numerosity in infancy. *Developmental Psychology*, 26, 916-922.
- Washbourn, D.A. e Rumbaugh, D.M. (1991). Ordinal judgments of numerical symbols by macaques (*Macaca Mulatta*). *Psychological Science*, 2, 190-193.
- Wasserman, E.A. (1993). Comparative cognition: Beginning the second century of the study of animal intelligence. *Psychological Bulletin*, 113, 211-228.
- Wechsler, D. (1974). *Manual for the Wechsler Intelligence Scale for Children-Revised*. New York: Psychological Corporation.
- Wilkinson, G.S. (1993). *WRAT3 Wide Range Achievement Test – Administration Manual*. Delaware, USA: Jastak Wide Range, Inc.
- Woodcock, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson III Tests of Cognitive Abilities*. Itasca, IL: Riverside Publishing.
- World Health Organization, (1992). *The ICD-10 classification of mental and behavioural disorders: clinical descriptions and diagnostic guidelines*. Geneva, World Health Organization, 1992.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193.
- Wynn, K. (1992a). Evidence against empiricist accounts of the origins of numerical knowledge. *Mind & Language*, 7, 315-332.
- Wynn, K. (1992b). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.
- Xu, F., e Spelke, E. S. (2000). Larger number discrimination on 6-month-old infants. *Cognition*, 74, B1-B11.

Zarfaty, Y., Nunes, T. e Bryant, P. (2004). The Performance of Young Deaf Children in Spatial and Temporal Number Tasks. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 9 (3), 315-326.