

Résumé

Ce travail présente une analyse cognitive sur les rapports entre argumentation et démonstration. L'hypothèse de départ est que la recherche en didactique sur la démonstration a besoin, pour progresser, de comprendre la nature et la complexité de cette notion en la replaçant dans le référentiel de l'activité rationnelle de l'élève : comment il décide, fait des choix, valide.

Nous commençons par proposer une caractérisation de l'argumentation et de la démonstration en mathématiques. Les théories linguistiques contemporaines nous permettent d'avancer l'hypothèse que la démonstration est une argumentation particulière et nous a conduits à proposer le modèle de Toulmin comme outil méthodologique pour leur comparaison. Cette comparaison est faite selon deux points de vue : la structure, et le système de référence. D'une part, une analyse structurelle de l'argumentation et de la démonstration permet de rendre compte de certaines continuités ou écarts nécessaires pour passer d'une argumentation à une démonstration (d'une argumentation abductive à une démonstration déductive, d'une argumentation inductive à une démonstration par récurrence, etc.). D'autre part, il est possible, au moyen de ce modèle, de prendre en compte les énoncés mobilisés par les élèves pendant l'argumentation pour les comparer avec les théorèmes utilisés pendant la démonstration. La continuité ou l'écart du système de référence, conception ou théorie, s'appuie sur cette comparaison.

Nous avons mis en place un dispositif expérimental afin de montrer comment analyser les productions des élèves avec le modèle de Toulmin, et afin d'éclairer et de comprendre les rapports cognitifs entre argumentation et démonstration. Nous avons proposé trois problèmes de géométrie demandant la construction d'une conjecture (pour la production d'une argumentation) et la construction d'une démonstration. Les résultats obtenus permettent de proposer une analyse cognitive de l'argumentation et de la démonstration à partir de l'analyse structurelle et celle du système de référence.

Mots-clés : Argumentation en mathématique, Démonstration, Unité cognitive, Cognitif, Abduction, Induction, Déduction, Conceptions, Modèle de Toulmin.

Abstract

The purpose of this research is to analyze some aspects of the relationships between argumentation and proof. Our assumption is that a didactical research on the learning of proof needs to understand the nature and the complexity of the notions of argumentation and proof in the referential of the student rational activity: how he decides, he chooses and he proves.

At the beginning, we characterize argumentation and proof in mathematics. On the base of the contemporary linguistics theory, we put forward the hypothesis that proof is a particular mathematical argumentation and we propose Toulmin's model as a methodological tool to compare them. Argumentation and proof can be compared from two points of view: structure and referential system. First, besides clear cases of continuity, our structural analysis highlights the distance distances between the argumentation supporting the conjecture and its proof (from an abductive argumentation to a deductive proof, from a inductive argumentation to a deductive proof and so on). Then it is possible, by means of Toulmin's model, to compare the statements mobilized by student during the argumentation with the theorems used in the proof. This comparison constitutes the basis of the analysis concerning the continuity or the distance between conceptions and theory in the referential system.

An experimental design was carried out. We proposed three geometric problems requiring the production of conjectures and the related proofs. The students' productions were analysed according to Toulmin's model in order to highlight and to understand the cognitive relation between argumentation and proof.

Our results show the potentialities of our cognitive analysis in order to interpret and foresee students' difficulties related to the passage from argumentation to proof.

Keywords: Argumentation in mathematics, Proof, Cognitive unity, Cognitive, Abduction, Induction, Deduction, Conceptions, Toulmin's model.