

## **Chapitre IV : Analyse des résultats de la première expérimentation.**

L'analyse des données obtenues suite à la passation des tests dans les trois classes choisies, est faite en deux étapes :

1. Analyse des résultats obtenus dans chacune des trois modalités.
2. Analyse comparative des résultats obtenus dans les trois modalités.

### **IV.1 Analyse des résultats obtenus dans chacune des trois modalités**

L'analyse des résultats obtenus dans chacune des trois modalités est faite selon les trois pôles suivants :

La réussite au problème : dans cette partie nous présentons les pourcentages des élèves qui ont réussi à faire une démonstration correcte. Ces élèves sont classés dans la catégorie «réussite » qui désigne les copies des élèves où la solution proposée obéit aux critères d'un texte démonstratif. Nous adoptons comme définition d'une démonstration, celle donnée par Balacheff (1988) : « *Il s'agit d'une suite d'énoncés organisée suivant des règles déterminées : un énoncé est connu comme étant vrai ou bien est déduit à partir de ceux qui le précèdent à l'aide d'une règle de déduction prise dans un ensemble de règles bien défini... Ce qui caractérise les démonstrations comme genre de discours est leur forme strictement codifiée.* » (Balacheff, 1988)

Le dessin : en ce qui concerne sa réalisation pour la modalité 1 et les modifications apportées aux dessins fournis dans les modalités 2 et 3, nous avons également étudié l'influence du dessin sur les démonstrations produites.

Les stratégies de démonstration adoptées par les élèves.

### **IV.1.1 Analyse des résultats obtenus dans la modalité 1**

Dans cette modalité l'énoncé du problème se présente sous forme d'un texte seul.

Les résultats relatifs à l'étude de chaque copie sont présentés en annexe dans le tableau A : étude des résultats obtenus dans la modalité 1. Dans ce tableau nous trouvons pour chacune des 38 copies la stratégie adoptée, la réalisation du dessin et l'utilisation du codage, l'influence du dessin sur les démonstrations produites et en cas d'échec nous avons essayé de déterminer son origine.

Dans la suite, nous présentons les résultats obtenus dans cette modalité par rapport aux trois pôles : la réussite au problème, le dessin et les stratégies de démonstration.

#### **IV.1.1.1 La réussite au problème**

Nous avons commencé notre étude des copies des élèves ayant travaillé dans la modalité 1 en les classant selon deux catégories « réussite » et « échec », nous avons obtenu les résultats suivants :

	<b>REUSSITE</b>	<b>ECHEC</b>	<b>TOTAL</b>
<b>Nb d'élèves</b>	5	33	38
<b>pourcentage</b>	13%	87%	100%

Pour les élèves classés en échec, nous avons remarqué la présence de plusieurs élèves (9 parmi les 38) qui maîtrisent bien la plupart des pas de la démonstration et utilisent correctement le dessin comme modèle d'un objet géométrique, mais ils ont eu un problème au niveau du dernier pas de démonstration lié à une conception erronée de la notion du milieu d'un segment : ils utilisent la définition suivante (copies 1, 3, 7, 11, 18, 19, 21, 34, 36)

« M milieu de [IJ] signifie que  $MI = MJ$  » en oubliant la nécessité de l'alignement des points.

Une autre catégorie d'élèves (8 sur 38) a également eu un problème au niveau du dernier pas de démonstration, mais ils ont utilisé l'alignement des points C, D et E comme une évidence du dessin. En effet, dans les productions de ces élèves la proposition « les points C, D et E sont alignés » n'a pas de statut opératoire, ce qui nous a amené à supposer qu'elle est utilisée par ces élèves comme une évidence du dessin. La copie 30 est un exemple d'utilisation de cette proposition comme une évidence : « *ABCD est un parallélogramme donc  $AB=DC$ . M milieu de [AE] et milieu de [BC] donc ABEC est un parallélogramme donc  $AB=CE$ .*

*D'où  $CE=CD$  **et puisque les points D, C et E sont alignés** alors C est le milieu de [DE] »*

Une autre catégorie d'élèves n'a pas réussi le problème pour des raisons apparentes de non maîtrise de la notion de démonstration. Par exemple, dans la copie 9, l'élève a donné une description du dessin qu'il a réalisé et qui est un cas particulier puisque le triangle AED est isocèle.

Nous avons distingué alors quatre catégories d'élèves en échec que nous avons appelé Echec 1, Echec 2, Echec 3 et Echec 4 :

*Echec 1*: non maîtrise de l'un des théorèmes utilisés au niveau de l'un des pas de démonstration. Cette non maîtrise apparaît soit au niveau du théorème même, soit au

niveau de son application ce qui peut se traduire par l'oubli ou l'ajout des conditions d'entrée comme pour les problèmes liés à la conception de certains élèves qui ne retiennent de la définition du milieu que l'isométrie des segments, ou par un changement de la conclusion comme par exemple les modifications des rapports lors de l'application du théorème de Thalès.

*Echec 2* : problème au niveau de la réalisation du dessin pour cette première modalité (le dessin ne traduit pas les données du problème (copies 12, 16 et 20)) ou au niveau de son utilisation dans la démonstration. Par exemple utilisation d'informations provenant d'une appréhension perceptive du dessin sans être justifiées théoriquement

*Echec 3* : productions qui relèvent à la fois de l'échec 1 et l'échec 2 qui présentent des problèmes au niveau de l'utilisation de théorèmes et au niveau du dessin.

*Echec 4* : non maîtrise de la notion de démonstration : absence de la démonstration ou la solution proposée est une description du dessin et non une démonstration.

Les résultats obtenus sont classés dans le tableau suivant :

	REUSSITE	ECHEC1	ECHEC2	ECHEC3	ECHEC4	TOTAL
Nb d'élèves	5	9	15	5	4	38
pourcentage	13%	24%	39%	13%	11%	100%

Ces résultats montrent que le taux de réussite est faible dans cette modalité puisque 5 élèves seulement parmi les 38 ont réussi à donner une solution correcte au problème. Parmi ces 5 élèves qui ont réussi le problème, 4 ont utilisé la stratégie parallélogramme sans faire appel ni au codage des données ni au tracé de [BE] et [AC], ce qui montre que même si les côtés du parallélogramme ABEC ne sont pas tracés, l'appréhension perceptive du dessin permet de voir la sous configuration formée par les diagonales de ce parallélogramme ce qui amène les élèves à utiliser cette stratégie. Dans la copie 13 l'élève a tracé le segment [CE] en pointillé. Cette procédure, qui est utilisée, comme nous l'avons

remarqué dans certains problèmes corrigés dans le manuel et même dans la pratique des classes, a pour objectif de distinguer sur le dessin ce qu'on doit démontrer. Cette procédure permet à l'élève de se rappeler qu'en plus de l'équidistance du point C par rapport à D et E, il faut démontrer l'alignement des points C, D et E. Dans la copie 27, l'élève a réussi à résoudre le problème en utilisant la stratégie  $S_3$  Vecteur ; il a procédé au tracé des segments [BE] et [AC]. Cette modification métréologique permet de rendre visible les côtés du parallélogramme ABEC, ce qui facilite la traduction des propriétés géométriques des côtés du parallélogramme en relations vectorielles.

Afin d'expliquer l'importance du pourcentage des élèves qui ont échoué dans ce problème, il nous faut une analyse des différents types d'échec apparus dans les productions des élèves et de leurs origines. L'étude des différents types d'échec apparus dans les productions des élèves, montre que presque la moitié des élèves (9 en échec 1 et 5 en échec 3) n'ont pas réussi suite à des problèmes d'utilisation d'un théorème au niveau de l'un des pas de la démonstration. Par exemple plusieurs élèves utilisent une définition du milieu qui se limite à l'isométrie des segments ce qui relève d'une conception erronée des élèves. D'autres élèves, comme pour ceux des copies 15 et 35, ont eu des problèmes au niveau de l'utilisation du théorème de Thalès, en effet, dans la copie 15, l'élève a appliqué le théorème de Thalès sans vérifier ses hypothèses « *AED est un triangle d'après le théorème de Thalès on a :  $\frac{AM}{AE} = \frac{DC}{DE}$*  » l'élève 35 a eu des problèmes au niveau de l'égalité des rapports dans la conclusion du théorème, de plus, il a utilisé comme une évidence du dessin l'appartenance du point C à la droite (DE) « *ABCD est un parallélogramme donc (BC)//(AD) et M milieu de [BC] donc (MC)//(AD)*

$$AED \text{ est un triangle et } (MC)//(AD), \text{ d'après Thalès } \frac{EM}{MA} = \frac{EC}{CD} = \frac{MC}{AD} \text{ »}$$

Les résultats obtenus, montrent que plus des 42% des élèves (20 parmi les 38 : 15 en échec 2 et 5 en échec 3) n'ont pas réussi le problème à cause de problèmes au niveau du dessin, ces problèmes apparaissant à deux niveaux :

- Au niveau de la réalisation du dessin : le dessin réalisé ne traduit pas les données du problème comme pour l'élève qui a tracé un parallélogramme ABDC au lieu de ABCD et a trouvé que le point E est confondu avec le point D, alors l'élève a abandonné la donnée  $D_4$  puisqu'elle ne correspond pas à la conclusion qui doit être démontrée et l'élève construit un point E tel que C est le milieu de  $[DE]$ , cela relève de l'effet du contrat didactique : la propriété à démontrer doit être correcte. Cela nous amène à supposer que l'élève a utilisé la conclusion pour construire le dessin suite au blocage qu'il a eu pour la représentation spatiale de la donnée  $D_4$ . La copie de cet élève (copie 16) sera donnée en annexe. Certains élèves ont réalisé des cas particuliers comme par exemple ABEC est un carré dans la copie 5, un rectangle dans la copie 30 et un losange dans la copie 34.

- Au niveau de l'utilisation du dessin dans la résolution du problème : cela se traduit par l'utilisation d'informations provenant du dessin sans aucune justification théorique.

En ce qui concerne le 4<sup>ème</sup> type d'échec, nous remarquons que, bien que la notion de démonstration soit introduite officiellement comme nous l'avons remarqué dans l'étude des programmes, au niveau de la 8<sup>ème</sup> année de base (5<sup>ème</sup> en France) et qu'au niveau de la 1<sup>ère</sup> année secondaire les élèves sont supposés maîtriser cette notion, nous avons trouvé dans quatre copies d'élèves, des solutions qui relèvent d'une non maîtrise de cette notion, puisque les solutions qu'ils proposent ne sont pas des textes démonstratifs. Par exemple dans la copie 10 l'élève s'est contenté de donner une description du dessin qu'il a réalisé et à la dernière ligne il écrit « *d'où C est le milieu de  $[DE]$*  » Les réponses de ces 4 élèves montrent qu'un grand travail sur la notion de démonstration reste à mener auprès de certains élèves pour qu'ils prennent conscience de ce qu'est une démonstration.

### **IV.1.1.2 Le dessin**

Le premier résultat que nous avons remarqué confirme notre hypothèse  $H_1$  : Tous les élèves ont commencé par réaliser un dessin bien que l'énoncé du problème ne le demandait pas. C'est certainement le résultat du contrat didactique relatif à la résolution d'un problème de géométrie plane et qui considère que la réalisation d'un dessin qui traduit les données du problème est utile, voire nécessaire pour certains problèmes de démonstration, même si sa réalisation n'est pas demandée explicitement, puisque le dessin constitue un élément d'appui pour la démonstration.

L'étude du pôle dessin comporte deux étapes

1. La réalisation du dessin en ce qui concerne les cas particuliers, l'utilisation du codage...
2. L'utilisation du dessin dans la résolution du problème.

#### **a) La réalisation du dessin**

Dans les dessins obtenus par des élèves n'ayant pas réussi le problème, nous en avons repéré trois qui ne traduisent pas les données du problème. Ces élèves ont eu un problème au niveau du parallélogramme puisqu'ils ont tracé un parallélogramme ADBC ou ABDC au lieu de ABCD, ce qui confirme notre hypothèse  $H_2$ . Cette erreur est très répandue chez les élèves et elle est due à la notion de quadrilatères convexes et quadrilatères croisés qui ne constituent pas un objet d'enseignement dans les programmes tunisien.

Comme nous avons supposé a priori  $H_3$ , nous avons repéré 4 copies parmi les 38 dans lesquels le dessin constitue un cas particulier du problème (copies 1, 5, 9, 17, 34 et 36) : Ces élèves ont été induits en erreur à cause de l'utilisation des informations provenant de la particularité de leur dessin.

### **b) Manipulation du dessin**

L'étude des solutions proposées par les élèves a montré que près de 24% de ces élèves (9 parmi les 38) ont utilisé une appréhension opératoire du dessin qui se traduit par le tracé de segments qui n'ont pas été définis dans l'énoncé, par exemple les segments [AC] et [BE] qui permettent de rendre visible la sous-configuration parallélogramme ABEC.

Nous avons également remarqué à travers les solutions de certains élèves l'importance de l'effet du contrat didactique. Par exemple dans la copie 20, le dessin réalisé ne traduit pas les données du problème puisque l'élève a construit un parallélogramme ABDC au lieu de ABCD. Il en résulte que dans ce dessin C n'est pas le milieu de [DE]. Cependant, dès le premier blocage l'élève donne directement la conclusion à savoir C est le milieu de [DE]. Ceci montre que l'élève n'a pas confiance en son dessin puisque c'est lui qui l'a construit et que l'effet de la règle du contrat didactique est important, cette règle dit que si on demande de démontrer un résultat, ce résultat est nécessairement vrai.

Tous les élèves ont tracé le segment [CE] avec le même style de trait que le reste du dessin sauf pour l'auteur de la copie 22 qui a tracé ce segment en pointillé pour le distinguer des données du problème, ce qui lui a permis de réussir le problème. La majorité des autres élèves a utilisé l'alignement des points comme une évidence du dessin. Cela apparaît à travers l'utilisation au niveau du dernier pas et après la démonstration de l'isométrie des segments [CE] et [CD], de la proposition «les points C, D et E sont alignés» sans statut opératoire, donc, nous considérons qu'elle est utilisée comme une évidence du dessin.

Concernant le codage, 8 élèves parmi les 38 ont utilisé des marques typographiques pour coder le dessin. Le codage varie d'une copie à l'autre :

- Copies 18, 19, 24, 31 et 34 : codage des données  $D_2$  et  $D_4$
- Copie 19 : codage des angles CME et OMA
- Copie 22 : codage des deux angles BAM et MEC sans les utiliser dans la démonstration
- Copie 29 : codage des données et de la conclusion en utilisant la même marque typographique.
- Copie 30 : codage de la conclusion.

Dans les copies 18, 19, 24, 31 et 34, les élèves ont effectué correctement le codage des données du problème en utilisant des marques typographiques différentes pour chaque donnée. Alors que, dans les autres copies les élèves utilisent ou bien la même marque typographique pour coder les données, ce qui entraîne des erreurs (copie 29) ou bien font le codage des données et de la conclusion puis utilisent la conclusion comme une donnée (copie N°30) Pour la copie 22, l'élève a codé les angles CME et OMA, mais, l'élève n'a pas utilisé l'isométrie de ces deux angles dans la démonstration fournie. Nous supposons que le codage a été réalisé pendant la phase d'expérimentation du dessin au sens de Chevallard.

Une conclusion que nous pouvons tirer de ces résultats est que les élèves ne font pas immédiatement recours au codage des données. Ceci peut être une conséquence de l'enseignement de la géométrie plane. En effet, l'étude du manuel des mathématiques de 1<sup>ère</sup> année a montré que seulement 5,81% des énoncés des problèmes de géométrie plane de la partie "Exercices" comportent un dessin codé. De même dans les problèmes résolus les auteurs du manuel ne font pas toujours appel au codage. De plus, le codage ne constitue pas un objet d'enseignement dans les programmes tunisiens et dans les manuels de mathématiques, il n'y a pas d'exercices ayant pour objectif d'apprendre aux élèves le codage et son utilisation dans la résolution des problèmes de géométrie.

**IV.1.1.3 Stratégies de démonstration**

Les résultats obtenus concernant la distribution des élèves par rapport à la stratégie de démonstration qu'ils ont adoptée sont donnés dans le tableau suivant :

Stratégies	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub> PARALLELOGRAMME	S <sub>2</sub> SYMETRIE	S <sub>3</sub> VECTEUR	S <sub>4</sub> ISOMETRIE DES TRIANGLES	S <sub>5</sub> DROITE DES MILIEUX	S <sub>6</sub> THALES
Nb d'élèves	3	21	1	3	5	1	4
pourcentage	8%	55%	3%	8%	13%	3%	11%

Dans l'analyse des résultats nous nous sommes rendu compte de l'existence de trois copies dont la solution proposée ne peut pas être classée dans l'une des stratégies sélectionnées a priori ou dans une autre stratégie. En effet dans ces copies il y a celle qui comporte un dessin uniquement et celle où la solution proposée consiste à une description du dessin réalisé. Pour cela nous avons introduit une autre stratégie désignée par S<sub>0</sub> et qui comporte les copies qui ne peuvent pas être classées dans l'une des stratégies précédentes (S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>,...et S<sub>6</sub>) ni dans une autre stratégie de démonstration.

La stratégie de démonstration la plus adoptée par les élèves est la stratégie S<sub>1</sub> "stratégie parallélogramme" 55%. L'importance de ce pourcentage peut être attribuée à deux raisons : la première est la présence de la donnée D<sub>3</sub> qui fait référence à la notion de parallélogramme. La deuxième raison est que dans les dessins réalisés par les élèves, la sous configuration formée par le parallélogramme ABCD et celle formée par les diagonales du parallélogramme ABEC sont les plus visibles. Cependant, seulement 3 élèves ont réussi en utilisant cette stratégie à réaliser une démonstration correcte. L'échec est essentiellement dû à l'utilisation de l'alignement des points C, D et E comme une évidence du dessin ou à cause de la définition du milieu.

La stratégie la moins utilisée est la stratégie  $S_2$  "*symétrie centrale*" : 1 élève parmi les 38. Ce qui infirme notre hypothèse puisque nous avons supposé que cette stratégie apparaîtrait plus souvent chez les élèves puisque dans l'énoncé, la donnée  $D_3$  évoque la symétrie centrale. Nous attribuons cette faible fréquence d'apparition de cette stratégie à deux raisons : d'une part, dans les dessins réalisés par les élèves, la sous-configuration "parallélogramme" est très prégnante, et d'autre part, la symétrie centrale n'est pas un objet d'étude à ce niveau d'enseignement puisqu'elle a été introduite en 8<sup>ème</sup> année. De plus, ce type de raisonnement, en terme de symétrie centrale, est conceptuellement plus difficile puisqu'il porte sur des invariants et non sur des objets géométriques matérialisés sur les dessins.

#### **IV.1.1.4 Conclusion**

Les résultats obtenus dans cette modalité montrent un taux de réussite très faible 13%, cependant il y a un nombre important d'élèves (17 parmi les 38) qui maîtrisent bien l'enchaînement des pas de démonstration ainsi que les connaissances mathématiques utilisées mais, le dernier pas de la démonstration n'est pas complet. La plupart ont eu un problème au niveau du dernier pas de démonstration :

- 9 ont utilisé une définition du milieu réduite à l'égalité des distances CE et CD.
- 8 ont utilisé l'alignement des points C, D et E comme une évidence du dessin : la proposition "C, D et E sont alignés" apparaît au dernier pas sans un statut opératoire.

Comme nous l'avons supposé, dans un problème de géométrie plane et comme réponse à une exigence du contrat didactique, les élèves commencent la résolution par la réalisation d'un dessin qui traduit les données du problème. Ce dessin n'a pas un statut bien défini chez les élèves puisque son statut varie au cours de la réalisation de la démonstration.

En effet, les 8 élèves qui ont utilisé le dessin comme un modèle de la figure utilisent au cours du dernier pas les informations provenant du dessin comme une évidence spatiale (sans justification théorique). Ces élèves ainsi que les autres élèves, classés dans la catégorie échec 2 sont la preuve que le changement du contrat didactique relatif à l'utilisation du dessin dans les problèmes de démonstrations, n'est pas encore effectué.

Concernant la réalisation du dessin, nous remarquons que pour cette modalité de travail, puisque le dessin est à la charge de l'élève, dans deux copies d'élèves le dessin réalisé ne traduit pas les données du problème ( c'est le cas de deux élèves qui ont construit un parallélogramme ABDC au lieu du parallélogramme ABCD) Dans six copies, le dessin réalisé constitue un cas particulier ce qui a induit les élèves en erreur à cause de l'utilisation des informations supplémentaires provenant de la particularité du dessin comme le cas de la copie 5 où dans le dessin obtenu, le quadrilatère ABEC est un carré et l'élève a utilisé l'isométrie des côtés de ce carré.

#### **IV.1.2 Etude des résultats obtenus dans la modalité 2**

Dans cette modalité de travail, l'énoncé du problème se présente sous forme d'un texte accompagné d'un dessin non codé qui traduit les données du problème.

Les résultats obtenus pour chaque copie sont présentés en annexe sous forme d'un tableau intitulé tableau B : Etude des résultats obtenus dans la modalité 2. Dans ce tableau, nous avons dégagé pour chaque copie la stratégie adoptée, les modifications apportées au dessin donné et dans le cas d'un échec nous avons cherché à en repérer les origines.

Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons les résultats obtenus dans cette modalité par rapport aux trois pôles retenus pour l'analyse des résultats des trois modalités : la réussite au problème, le dessin et les stratégies adoptées.

### **IV.1.2.1 La réussite au problème**

Les résultats obtenus sont classés en terme de réussite/échec. Mais, en se référant à l'analyse de la modalité 1, nous avons classé les élèves en échec selon les catégories Echec1, Echec 2, Echec 3 et Echec 4 dont nous rappelons les définitions :

*Echec1* : problème au niveau de l'un des théorèmes utilisés dans l'un des pas de la démonstration ou au niveau de son application.

*Echec2* : problème au niveau de l'utilisation du dessin par exemple : utilisation d'informations provenant d'une appréhension perceptive du dessin sans justification théorique.

*Echec3* : coexistence de problèmes au niveau des théorèmes et au niveau du dessin. Les productions relèvent à la fois de l'échec 1 et l'échec 2.

*Echec4* : non maîtrise de la notion de démonstration (absence de la démonstration ou la solution proposée est une description du dessin et non une démonstration)

Les résultats obtenus sont classés dans le tableau suivant

	<b>Réussite</b>	<b>Echec1</b>	<b>Echec2</b>	<b>Echec3</b>	<b>Echec4</b>	<b>Total</b>
<b>Nb d'élèves</b>	13	8	11	2	3	37
<b>pourcentage</b>	35%	22%	30%	5%	8%	100%

Nous remarquons que bien qu'il y ait une augmentation du taux de réussite par rapport à la modalité précédente, ce taux reste encore faible 24 échecs sur 37 copies. Le fait que le segment [CE] soit tracé en pointillé, a permis à plusieurs élèves de se rendre compte

que l'alignement des points C, D et E n'est pas une donnée, et que son utilisation dans la démonstration nécessite une justification théorique. L'échec est dû à plusieurs facteurs :

- Plus de 1/5 des élèves ont eu un problème au niveau d'une justification utilisée dans l'un des pas de la démonstration. Par exemple :

- La définition du milieu au niveau du dernier pas pour les copies 3, 19 et 21. Pour ces élèves la définition du milieu se limite à l'isométrie des segments.

- Les hypothèses du théorème de la droite des milieux pour la copie 5, puisque l'élève a confondu le théorème de la droite des milieux et sa réciproque : « *on sais que (DA) est une droite du triangle DAE et M le milieu de [AE], donc, on a (CM)//(DA) et  $CM = \frac{DA}{2}$  donc C est le milieu de [DE]* ».

- Le théorème de Thalès pour la copie 8 où l'élève a appliqué le théorème de Thalès sans vérifier les hypothèses du théorème.

- 30% des élèves continuent à utiliser des informations provenant du dessin sans justification théorique. Chez ces élèves, le contrat didactique relatif à l'utilisation du dessin dans les problèmes de démonstration n'est pas encore établi. Parmi les informations utilisées comme des évidences du dessin l'alignement des points C, D et E qui est utilisée par un nombre important des élèves bien que dans le dessin donné le segment [CE] soit tracé en pointillé, ce que nous expliquons par l'importance de l'appréhension perceptive du dessin qui montre que ces points sont alignés. Une autre information qui est utilisée par 3 élèves sans une justification théorique, le parallélisme des droites (CE) et (AB). Par exemple dans la copie 35, l'élève donne la réponse suivante :

« Dans le triangle MBA on a  $\frac{BA}{MC} = \frac{CE}{ME}$  d'après Thalès  $\frac{MB}{MC} = \frac{MA}{ME} = \frac{AB}{CE}$

Or  $M = B * C$  donc  $\frac{MB}{MC} = \frac{MA}{ME} = \frac{AB}{CE} = 1$  donc  $AB = CE$  (1)

ABCD est un parallélogramme d'où  $DC = AB$  (2)

*(1) et (2) donnent  $DC=CE$  donc  $C=D \cdot E$ . »*

Cet élève a donc utilisé le parallélisme des droites (BA) et (CE) comme une évidence du dessin, il n'a pas vérifié l'hypothèse du théorème de Thalès concernant l'appartenance du point E à la droite (MA) et du point C à la droite (MB). Il a aussi utilisé une définition du milieu qui se limite à l'isométrie des segments. L'utilisation du parallélisme comme une évidence du dessin, n'a pas été prévue dans notre analyse a priori, mais nous avançons l'explication suivante qui consiste à considérer que cette attitude est une conséquence de l'appréhension perceptive qui montre l'alignement des points C, D et E et le parallélogramme ABCD ainsi que le parallélisme de ses cotés [AB] et [CD].

- L'étude de trois copies d'élèves a montré qu'ils ne maîtrisent pas la notion de démonstration puisqu'ils ont donné un texte qui n'est pas un texte démonstratif. Par exemple pour la copie 26, l'élève a donné une description du dessin donné dans l'énoncé du problème en considérant que le triangle AED est isocèle, puis il a donné la conclusion comme une conséquence. « *A, B et C sont trois points non alignés tel que  $M \in (BC)$ . ABCD est un parallélogramme. On a E, M et A trois points alignés tel que  $M = E \cdot A$  et AED est un triangle isocèle, donc  $C = D \cdot E$  »*

#### **IV.1.2.2 Le dessin**

Puisque dans cette modalité le dessin est donné aux élèves, l'étude du pôle dessin concerne les modifications apportées par les élèves à ce dessin et son utilisation dans les démonstrations.

**a) Modifications apportées au dessin**

L'étude des copies a montré que plusieurs élèves (14 parmi les 38) ont apporté des modifications au dessin donné dans l'énoncé. Deux catégories de modifications sont utilisées, parfois séparément et parfois en même temps :

- 10 élèves ont fait appel au codage en utilisant des marques typographiques. Deux parmi ces élèves (copies 13 et 17) ont utilisé la même marque typographique pour coder les données  $D_2$  et  $D_4$ , c'est-à-dire la même marque est placée sur chacun des segments [ME], [MA], [MB] et [MC] et ils ont utilisé dans la démonstration le fait que ces segments sont isométriques.
- 6 élèves ont tracé sur le dessin les segments [AC] et [BE] pour montrer la sous configuration parallélogramme ABEC. Ce qui les a amené à utiliser la stratégie parallélogramme.

Remarque : dans les copies 21, 23 et 28, les élèves ont fait appel aux deux catégories simultanément, en effet, ils ont tracé les segments [AC] et [BE] et ont utilisé le codage des données.

	<b>RIEN</b>	<b>MODIFICATION MERELOGIQUE</b>	<b>CODAGE</b>
<b>Nb d'élèves</b>	24	6	10
<b>Pourcentage</b>	65%	16%	5%

Ces résultats montrent que la majorité des élèves (65%) n'apportent pas de modifications au dessin donné, nous expliquons cette attitude par le fait que le dessin donné par le professeur ou le manuel est, comme le signale Souvignet (1993), difficilement remis

en cause par l'élève ; il est utilisé comme un outil de travail sans besoin d'y apporter des modifications.

### **b) Utilisation du dessin dans la démonstration**

L'augmentation du pourcentage de réussite dans cette modalité par rapport à la modalité 1, montre l'influence de la donnée du dessin dans l'énoncé du problème. En effet, dans le cas d'un dessin donné, on annule l'effet des dessins incorrects (qui ne traduisent pas les données du problème), les cas particuliers et les positions où l'appréhension perceptive peut gêner l'appréhension opératoire. Comme nous l'avons remarqué précédemment 30% des élèves utilisent des informations provenant du dessin sans aucune justification théorique. Cette attitude apparaît, essentiellement, pour l'alignement des points C, D et E et pour le parallélisme des droites (AB) et (CE). Ces élèves, comme nous l'avons supposé dans l'hypothèse  $H_3$ , ont abandonné le texte pour se concentrer sur le dessin. Ils ont utilisé une appréhension perceptive du dessin. Le résultat, auquel nous ne nous attendions pas, est que le parallélisme peut être une évidence sensible assez forte pour être utilisé sans justification, mais, nous expliquons cette utilisation par l'influence de l'appréhension perceptive qui montre l'alignement des points C, D et E et le parallélisme des droites (AB) et (CD) cotés du parallélogramme ABCD.

D'autres élèves (6 parmi les 37) ont utilisé une appréhension opératoire du dessin, qui se traduit par les modifications métrologiques apportées au dessin donné, ce qui a permis à certains parmi eux de trouver la modification heuristiquement pertinente (Duval, 1994) cette attitude apparaît essentiellement à travers le tracé des cotés [AC] et [BE] ce qui permet de rendre visible la sous configuration formée par le parallélogramme ABEC.

### IV.1.2.3 Les stratégies de démonstration

L'étude des copies des élèves a montré l'apparition d'une nouvelle stratégie ( $S_7$ ) que nous n'avions pas prévue et qui n'est pas apparue dans la 1<sup>ère</sup> modalité. C'est la stratégie projection, qui consiste à utiliser la propriété suivante « *le projeté du milieu d'un segment sur une droite donnée selon une direction donnée, est le milieu du segment image par cette projection.* » Cette stratégie a été utilisée par deux élèves. Mais, ils ont utilisé comme une évidence du dessin que C, D et E sont alignés. Pour la copie 14, l'élève a codé les données  $D_2$  et  $D_4$ , ainsi que la conclusion, puis il donne la solution suivante au problème en utilisant une stratégie que nous avons appelé stratégie projection : « *On sait que  $S_M(A)=E$  et on a aussi  $(BC)//(AD)$  d'après Thalès : les projection des points E, M et A d'une droite graduée (EA) sont les trois points E, C et D d'une droite graduée (ED) Donc  $C=E*D$  (car  $P(M)=C$  et  $M=E*A$ )* » Dans cette rédaction, le premier pas est très problématique, en effet, l'élève donne comme propositions d'entrées :  $S_M(A)=E$  qui est une donnée du problème et la proposition  $(BC)//(AD)$  qui est utilisée sans justification, ce qui nous amène à émettre deux hypothèses : ou bien l'élève a lu ce résultat sur le dessin, ou bien cette proposition est obtenue comme conséquence de la donnée "ABCD est un parallélogramme". La conclusion de ce premier pas est que E, C et D sont les projetés respectifs des points E, M et A ; l'élève n'a pas précisé la direction de cette projection. Le passage des hypothèses à la conclusion est justifié, pour l'élève par le théorème de Thalès sans aucune précision. Nous supposons que l'alignement des points C, D et E est utilisé comme une évidence du dessin, ce qui justifie l'utilisation de la proposition "C est le projeté de M sur (DE)". Pour le deuxième pas, les propositions d'entrées sont la conclusion du premier pas et la proposition  $M=E*A$ , obtenue par équivalence sémantique avec la donnée  $D_4$  : "E l'image de A par la symétrie centrale de centre M". La conclusion de ce deuxième pas est  $C=E*D$ , le théorème utilisé est « le projeté du milieu d'un segment sur une droite donnée selon une direction donnée est le milieu du segment image par cette projection »

Pour le deuxième élève ayant utilisé la stratégie "projection", la proposition suivante est donnée avec la seule justification (CM)//(DA) "la projection des points E, M, A sur la droite graduée (ED) sont les points C, D, E respectivement". Cela montre une lecture spatiale de l'alignement des points C, D et E. La solution qu'il propose est la suivante : « *La projection des points E, M, A sur la droite graduée (ED) sont les points E, C, D respectivement avec (CM)//(DA). On a  $M=E*A$  donc  $C=E*D$*  »

Les résultats obtenus, en ce qui concerne les stratégies de démonstrations adoptées par les élèves, sont résumés dans le tableau suivant, dans lequel nous avons distingué les copies qui ont réussi (R) de ceux qui ont donné une démonstration incorrecte.

Stratégies	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>7</sub>
Nb d'élèves	2	9	1	1	3	12	7	2
Pourcentage	5%	24%	3%	3%	8%	32%	19%	5%

Dans deux copies, nous n'avons pas pu attribuer une stratégie à la solution. En effet, elles se sont contentées de réécrire les données puis la conclusion. Ces deux copies sont classées dans la stratégie S<sub>0</sub> qui désigne les copies où la solution proposée relève d'une stratégie incompréhensible.

Ce tableau montre que la stratégie la plus utilisée est la stratégie S<sub>5</sub> "droite des milieux" puisque le dessin fourni met en évidence la sous-configuration "droite des milieux dans le triangle AED". Mais, nous avons remarqué que seulement ¼ des élèves ayant utilisé cette stratégie, ont réussi le problème ; cela peut être attribué au fait qu'ils utilisent l'information "(BC) coupe le coté [DE] du triangle AED au point C", comme une évidence du dessin. Un exemple de rédaction de ce type est celle de la copie 6 où l'élève donne la démonstration suivante : « *On considère le triangle EAD, on a :  $M=A*E$  parce que E est l'image de A par M. (CB)//(AD) car ABCD est un parallélogramme et puisque  $M \in (CB)$  alors (CM)//(DA) puisque M le milieu de [EA] alors, (CM) coupe (ED) au milieu donc  $C=E*D$ .* » Nous remarquons que cet élève a utilisé au niveau du dernier pas l'information "(CM) coupe [DE] en C", pour conclure que  $C=D*E$  sans aucune justification théorique, ce

qui nous amène à considérer que cette information est utilisée comme une évidence du dessin.

La stratégie  $S_6$  est également utilisée par un nombre important d'élèves. Nous expliquons ce fait par l'influence du dessin donné, puisque l'appréhension perceptive du dessin permet de rendre visible la sous configuration de Thalès "la forme corne" formée par le triangle EAD et la droite (CM) parallèle au côté [AD] et coupe les deux autres côtés en M et C, mais, pour cette stratégie le taux de réussite est faible (2 parmi les 7 élèves ayant utilisé la stratégie  $S_6$ ) l'échec étant attribué à deux raisons : la première liée à l'utilisation de l'alignement des points C, D et E comme une évidence du dessin (3 élèves parmi les 7), la deuxième liée à l'utilisation du théorème de Thalès, soit à travers l'utilisation du théorème sans vérifier ses hypothèses, soit en donnant des rapports incorrects comme conclusion du théorème. Nous donnons à titre d'exemple la rédaction donnée dans la copie 10 au troisième pas de la démonstration « *Dans le triangle DEA on a (CM)//(DA) d'après Thalès*  $\frac{EM}{MA} = \frac{EC}{CD} = \frac{CM}{DA}$  » Cet élève a donc utilisé le fait que M est un point de la droite (DE) comme une évidence du dessin et dans la conclusion du pas les rapports sont incorrects puisque d'après le problème "  $\frac{EM}{MA} = \frac{EC}{CD} = 1$  alors que  $\frac{CM}{DA} = 1/2$ ."

Pour la stratégie  $S_1$ , contrairement à ce que nous avons supposé dans notre hypothèse  $H_5$  la stratégie "parallélogramme  $S_1$ " est utilisée par un nombre assez important d'élèves (9 élèves) et un taux moyen de réussite. Ceci peut être lié à la présence de la notion de parallélogramme dans l'énoncé du problème.

Nous signalons enfin la stratégie  $S_4$ , qui est utilisée seulement par 3 élèves mais, avec réussite complète.

#### **IV.1.2.4 Conclusion**

Dans cette deuxième modalité où le dessin est donné dans l'énoncé du problème, nous remarquons une augmentation du taux de réussite par rapport à la modalité 1 (presque le triple) nous expliquons cette augmentation par :

- l'élimination des échecs dus à la réalisation de dessins qui ne traduisent pas les données du problème ou qui constituent des cas particuliers.
- l'élimination des cas de dessin où l'appréhension perceptive joue un rôle inhibiteur, comme lorsque les segments [AE] et [CE] ne sont pas tracés. En effet, dans le dessin donné l'appréhension perceptive rend facile la reconnaissance de la sous configuration droite des milieux dans le triangle AED ou la sous configuration Thalès « forme corne »

Bien qu'il y ait augmentation du taux de réussite par rapport à la modalité précédente, plusieurs élèves (30%) n'ont pas réussi le problème à cause de l'utilisation d'informations provenant du dessin sans aucune justification théorique ; ce résultat montre, d'une part l'importance de l'effet de l'appréhension perceptive du dessin sur le travail des élèves et montre d'autre part, que le contrat didactique relatif à l'utilisation du dessin dans la résolution de problèmes de démonstration, n'est pas encore stabilisé chez certains élèves.

Dans cette modalité, les caractéristiques spatiales présentes dans le dessin fourni, ont eu une influence sur les stratégies de démonstrations puisque nous avons remarqué une augmentation considérable dans le nombre des élèves ayant adopté la stratégie  $S_5$  "droite des milieux"

Dans cette modalité, nous avons également remarqué que la majorité des élèves (65%) n'apportent pas de modifications au dessin donné, nous avons attribué cette attitude au fait que le dessin donné par le professeur ou le manuel est, comme le signale Souvignet (1993), difficilement remis en cause par l'élève ; il est utilisé comme un outil de travail sans besoin d'y apporter des modifications. Concernant le codage, nous avons remarqué qu'il est utilisé par un nombre réduit d'élèves (5%) cela est dû à l'absence dans les programmes tunisiens, d'un enseignement du codage, de plus l'étude du manuel a montré que l'utilisation du codage est faible dans les énoncés des problèmes et dans les solutions

proposées par les auteurs du manuels aux problèmes corrigée de la partie "cours" du manuel des mathématiques de 1<sup>ère</sup> année secondaire ce qui influe nécessairement sur la pratique du codage dans les classes et par la suite sur la pratique des élèves devant un problème de géométrie plane.

### **IV.1.3 Etude des résultats obtenus dans la modalité 3**

Dans cette modalité, l'énoncé se présente sous forme d'un dessin codé accompagné de la question et d'une donnée verbale qui nous a semblée difficile à codée qui est "ABCD est un parallélogramme."

L'étude des résultats obtenus pour chaque copie est résumée en annexe dans le tableau C : Etude des résultats obtenus dans la modalité 3. Dans ce tableau nous avons précisé pour chaque copie, les modifications apportées au dessin donné, la stratégie de démonstration adoptée et dans le cas d'un échec son origine.

Comme pour les modalités 1 et 2, nous avons analysé les copies des élèves selon les trois pôles : la réussite au problème, le dessin et les stratégies de démonstration.

#### **IV.1.3.1 La réussite au problème**

Les résultats de l'étude des pourcentages de réussite dans cette troisième modalité sont résumés dans le tableau suivant :

	REUSSITE	ECHEC1	ECHEC2	ECHEC3	ECHEC4	TOTAL
Nb d'élèves	17	6	8	3	4	38
Pourcentage	45%	16%	21%	8%	10%	100%

Le taux d'échec est de 55%, ce taux est nettement moins élevé que dans les deux modalités précédentes. 21 élèves parmi les 38 n'ont pas donné une démonstration correcte du problème. Les échecs sont dus en premier lieu à l'utilisation du dessin par les élèves. En effet, 11 élèves n'ont pas réussi à cause de l'utilisation d'informations provenant d'une appréhension perceptive du dessin sans une justification théorique (8 échecs dus à des évidences du dessin et 3 à la coexistence de problèmes relatifs aux théorèmes mathématiques utilisés et à l'utilisation des évidences du dessin) Les évidences utilisés, sont dans la plupart des cas liés à l'information concernant l'alignement des points C, D et E, bien que dans le dessin donné la segment [CE] est tracé en pointillé. Pour 4 cas, nous avons remarqué l'utilisation du parallélisme des droites (AB) et (CE). Un exemple de rédaction qui nous a amené à considérer que l'élève a utilisé le parallélisme comme une évidence du dessin, est celle de la copie 13 : « *On considère le triangle MAB et (CE)//(AB) et (CE) coupe (EA) en E, M, A et (CB) en C, M, B. D'après Thalès on a  $\frac{MC}{CB} = \frac{ME}{EA} = \frac{CE}{AB}$*  » La proposition (CE)//(AB) n'a pas de statut opératoire, elle est utilisée comme une évidence du dessin, mais, nous attribuons cette évidence à l'appréhension perceptive de l'alignement des points C, D et E et des côtés du parallélogramme ABCD.

Comme dans les modalités précédentes, nous avons repéré 4 élèves qui ne maîtrisent pas la notion de démonstration puisqu'ils ont proposé comme solution une description du dessin fourni (copies 1,3, 24 et 28)

### **IV.1.3.2 Le dessin**

L'étude du pôle dessin dans cette modalité concerne l'étude des modifications apportées au dessin et l'utilisation de ce dernier dans la démonstration.

#### **a) Modifications apportées au dessin**

Dans les copies de certains élèves nous avons remarqué l'utilisation d'une appréhension opératoire qui se traduit par des modifications méréologiques apportées au dessin. Mais, la majorité des élèves n'ont apporté aucune modification au dessin. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

<b>Modifications</b>	<b>Rien</b>	<b>Modifications méréologiques</b>	<b>Codage</b>
<b>Nb d'élèves</b>	33	3	2
<b>Pourcentage</b>	87%	8%	5%

L'importance du pourcentage des élèves n'ayant apporté aucune modification au dessin (87%) peut s'expliquer par le fait que le dessin fourni rend visible les sous-configurations "droite des milieux dans le triangle AED" et "Thalès appliqué au triangle AED" L'utilisation d'une appréhension perceptive et discursive du dessin permet d'aboutir à la solution sans faire appel à une modification du dessin essentiellement pour les élèves qui ont utilisé la stratégie  $S_5$  ou  $S_6$ . Deux élèves seulement ont ajouté des marques typographiques sur le dessin donné : l'un a utilisé des marques pour montrer l'isométrie des angles AMB et CME et l'autre a codé la conclusion, les autres élèves n'ont pas codé le dessin puisque les données  $D_2$  et  $D_4$  sont déjà désignées par des marques typographiques.

### **b) Utilisation du dessin dans la démonstration**

Dans cette modalité, le dessin constitue la seule source d'information pour les élèves, donc ils sont obligés de l'utiliser comme un outil de travail contrairement à la modalité 1 et 2 où les élèves avaient le choix entre le dessin et le texte.

Nous avons remarqué que certains élèves ont utilisé sans justification des informations provenant d'une appréhension perceptive du dessin, cela confirme notre hypothèse concernant l'importance de l'appréhension perceptive dans le cas d'un dessin donné par le professeur ou le manuel.

Trois élèves seulement ont fait appel à une modification méreologique du dessin : tracé de [EB] et [AC] pour les copies 1 et 2 et la définition d'un nouveau point P et le tracé du parallélogramme CEPB dans la copie 5. Cela nous amène à supposer que dans la cas d'un dessin donné par le professeur les élèves n'apportent pas de modifications parce qu'ils supposent qu'il comporte toutes les informations nécessaires à la résolution du problème.

#### **IV.1.3.3 Les stratégies de démonstration**

Dans cette modalité nous avons désigné par « description » la stratégie adoptée par deux élèves (copies 24 et 28). Cette stratégie n'est pas une stratégie de démonstration puisque la solution donnée se limite à une description du dessin. Un élève (copie 5) a adopté une stratégie que nous avons appelé stratégie « angles alternes-internes » cet élève a commencé par définir un point P tel que CEPB est un parallélogramme puis a procédé à un

codage des angles alternes-internes. Mais, suite à un blocage au niveau de l'un des pas de la démonstration, il s'arrête et écrit "*d'où C est le milieu de [DE]*". Ces trois copies sont classées dans la stratégie  $S_0$  qui désigne les copies ou la solution proposée n'obéit pas aux critères de la démonstration que nous avons adoptés une ne présente pas une stratégie compréhensible.

Pour les stratégies de démonstrations adoptées par les élèves les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

STRATÉGIES	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	TOTAL
Nb d'élèves	3	7	0	0	6	3	19	38
pourcentage	8%	18%	0%	0%	16%	8%	50%	100%

La stratégie la plus utilisée dans cette modalité est  $S_6$  puisque 50% des élèves l'ont adopté, cette importante apparition de la stratégie Thalès, est due à l'effet du dessin donné ainsi que l'effet de la variable "dernier chapitre" mais cet effet est augmenté par l'appréhension perceptive du dessin puisque son effet n'était pas aussi important dans la modalité 1. La stratégie  $S_5$  n'est utilisée que par 8% ceci infirme notre hypothèse  $H_5$  puisque nous avons supposé qu'elle serait la plus utilisée, le dessin donné mettant en évidence la sous-configuration "droite des milieux dans le triangle AED". En fait, la sous-configuration a renvoyé les élèves au théorème de Thalès.

Les stratégies  $S_2$  et  $S_3$  n'ont été utilisés par aucun des élèves. L'absence de l'utilisation de la stratégie  $S_2$  est due à l'absence d'indication renvoyant à la symétrie centrale de plus comme nous l'avons signalé précédemment, ce type de raisonnement, en terme de symétrie centrale, est conceptuellement plus difficile puisqu'il porte sur des invariants et non sur des objets géométriques matérialisés sur le dessin. L'absence de la stratégie  $S_3$  pourrait s'expliquer par le fait que le dessin codé renvoie à des relations métriques comme l'isométrie des segments et non à des relations vectorielles.

#### **IV.1.3.4 Conclusion**

Dans cette modalité le taux de réussite est supérieur aux deux modalités précédentes, 45%, cependant, nous avons constaté l'importance de l'effet de l'appréhension perceptive du dessin puisque 11 élèves ont utilisé des informations provenant du dessin sans aucune justification théorique.

Concernant la manipulation du dessin, la majorité des élèves n'ont apporté aucune modification au dessin fourni. Cela s'interprète par le fait que dans le dessin donné les élèves n'ont pas à coder les données du problème, de plus le dessin rend visible une sous configuration formée par le triangle AED et la droite (CM) qui peut amener les élèves à utiliser la stratégie « droite des milieux » ou celle de Thalès et ces deux stratégies ne nécessitent pas une modification du dessin donné.

L'influence du dessin donné sur les stratégies de démonstration, est important dans cette modalité puisque 50% des élèves ont utilisé la stratégie  $S_6$  « Thalès » sous l'effet de l'appréhension perceptive de la sous configuration triangle AED et la droite (MC) alors que nous attendions que cette sous configuration mène les élèves à adopter la stratégie de la droite des milieux.

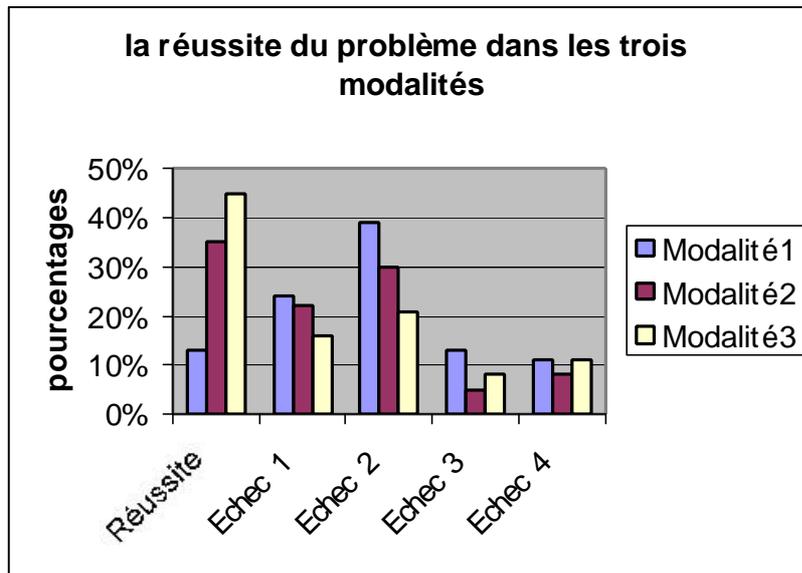
## **IV.2 Analyse comparative des résultats obtenus dans les trois modalités**

L'étude des résultats obtenus dans chacune des trois modalités a permis de mettre en évidence des caractéristiques propres à chaque modalité ainsi que des ressemblances. L'étude comparative des trois modalités concernera les trois pôles étudiés dans chaque modalité : la réussite du problème, le dessin et les stratégies adoptés.

### **IV.2.1 La réussite du problème**

Nous commençons par donner le tableau suivant qui résume les résultats obtenus pour la réussite du problème dans chacune des trois modalités :

	<b>Réussite</b>	<b>Echec1</b>	<b>Echec2</b>	<b>Echec3</b>	<b>Echec4</b>
<b>Modalité1</b>	13%	24%	39%	13%	11%
<b>Modalité2</b>	35%	22%	30%	5%	8%
<b>Modalité3</b>	45%	16%	21%	8%	11%



L'étude des résultats obtenus dans les trois modalités montre que le taux de réussite croît d'une façon remarquable en passant de la modalité 1 à la modalité 2, puis, à la modalité 3. Cette croissance montre l'importance de l'effet de la variation de la valeur de la caractéristique "forme des données" dans l'énoncé d'un problème de géométrie plane sur la réussite du problème. Nous avons expliqué la variation du pourcentage de réussite dans les modalités 2 et 3 par rapport à la première modalité par l'élimination des difficultés liées à la réalisation du dessin par les élèves comme pour les dessins qui ne vérifient pas les données du problème, les dessins qui constituent des cas particuliers et les dessins où l'appréhension perceptive joue un rôle inhibiteur au sens de Duval (1988). Un autre facteur qui aurait aidé plusieurs élèves à réussir le problème dans les modalités 2 et 3 serait que, dans le dessin donné, l'appréhension perceptive rend visible la sous configuration formée par le triangle AED et la droite (CM), cette sous configuration pouvant renvoyer soit à la stratégie droite des milieux, soit à la stratégie Thalès, ces deux stratégies permettant d'aboutir à la résolution du problème.

La comparaison entre la modalité 2 et la modalité 3 montre une augmentation dans le taux de réussite, mais, cette augmentation, bien que significative, n'est pas aussi importante que celle entre les deux premières modalités. L'importance du taux de réussite dans la troisième modalité où les élèves ont une seule source d'information qui est le dessin codé par rapport à la deuxième modalité pourrait être due à la présence dans la modalité 2

de deux sources d'informations qui sont le texte de l'énoncé et le dessin ce qui, en référence aux études de Duval 1994, confirme l'hypothèse que l'aller et retour entre texte et dessin ne va pas de soi chez les élèves qui se concentrent sur le dessin et abandonnent le texte. La vérification de cette hypothèse nécessite l'observation des élèves au cours de leur travail, ce que nous avons fait dans notre deuxième expérimentation.

La comparaison du pourcentage des élèves en échec<sup>1</sup>, montre dans les trois modalités, que les élèves ont parfois des problèmes au niveau de l'utilisation des justifications, ces problèmes apparaissent au niveau de l'application des théorèmes sans la vérification des hypothèses, comme c'est le cas de l'application du théorème de Thalès dans le triangle AED ou au niveau de la définition du milieu où seule la condition de l'isométrie des segments est vérifiée.

L'analyse a également montrée que les pourcentage des élèves classés en échec<sup>2</sup> varie le plus suivant les modalités de travail ce qui tendrait à montrer que le rôle du dessin diffère profondément dans chacune des trois modalités. L'utilisation des informations provenant du dessin sans justification théorique est apparue dans les trois modalités mais avec des pourcentages différents. Le pourcentage le plus important apparaît dans la première modalité, cela s'explique par le fait que certains élèves ont utilisé des évidences d'un dessin de cas particulier, comme c'est le cas des élèves qui ont utilisé l'information ABEC est un carré ou un losange. Un autre facteur qui peut expliquer l'importance du pourcentage des élèves ayant fait appel à des évidences perceptives dans la modalité 1, comme c'est le cas de tout les élèves, sauf l'élève qui a donné la copie 22, qui ont tracé le segment [CE] avec le même style de trait que le reste du dessin, ce qui a induit chez certains entre eux, l'utilisation de l'alignement des points C, D et E et du parallélisme des droites (CE) et (AB) comme une évidence du dessin. Dans les modalités 2 et 3, le pourcentage des élèves ayant échoué à cause de l'utilisation des évidences du dessin est moins important que celui dans la modalité 1. Cela peut s'expliquer par le trace du segment [CE] en pointillé dans le dessin donné. L'utilisation des évidences pour ces deux modalités, pourrait être due au fait que lorsqu'un dessin est donné par le professeur ou par le manuel, il est difficilement remis en question par l'élève comme le souligne Souvignet 1993, car, il est supposé contenir toutes les informations nécessaires à la résolution du problème, ce qui

augmente l'importance de l'effet de l'appréhension perceptive. La comparaison des pourcentages d'apparition de l'échec 2 montre une diminution en passant de la modalité 2 à la modalité 3 nous pouvons attribuer cela au fait que dans la modalité 2 les élèves disposent de deux sources d'informations et nous supposons qu'ils abandonnent le texte et se concentrent sur le dessin ce qui peut amener les élèves à utiliser des informations provenant du dessin sans justification théorique. Cependant, dans la modalité 3 le dessin codé constitue la seule source d'information disponible et le codage détermine les données du problème et de plus le fait que le segment [CE] soit tracé en pointillé diminue l'utilisation des évidences du dessin. Cette justification nécessite d'être confirmée par l'observation du travail des élèves pendant la phase de recherche pour étudier l'utilisation du dessin comme source d'information dans chacune des trois modalités.

L'échec 4 dû à la non maîtrise de la notion de démonstration, n'est pas lié à la modalité de travail, son pourcentage d'occurrence étant le même.

#### **IV.2.2 Le dessin**

Dans la modalité1, 100% des élèves ont commencé par la réalisation d'un dessin, certains d'entre eux ont apporté des modifications aux dessins initiaux pour la modalité 1 et au dessin donné pour les modalités 2 et 3.

Dans le tableau suivant nous résumons les pourcentages des élèves ayant apporté des modifications au dessin, soit des modifications méréologiques ou utilisation du codage.

	<b>RIEN</b>	<b>MODIFICATION MERELOGIQUE</b>	<b>CODAGE</b>
<b>Modalité1</b>	55%	24%	21%
<b>Modalité2</b>	65%	16%	27%
<b>Modalité3</b>	87%	8%	5%

Nous constatons que le pourcentage des élèves n'ayant apporté aucune modification au dessin a augmenté d'une modalité à l'autre pour atteindre 87% dans la troisième modalité. L'importance de ce pourcentage dans la modalité 3 peut s'expliquer par le fait que sur le dessin donné les données du problème sont codées, les élèves n'ayant pas à utiliser le codage. De plus, le dessin donné rend visible la sous-configuration "triangle AED" et la droite des milieux de ce triangle, ce qui amène les élèves à utiliser les stratégies Thalès ou celle de la droite des milieux et ces stratégies ne nécessitent pas l'utilisation d'une modification du dessin.

Dans la deuxième modalité, 27% des élèves ont utilisé le codage des données du problème probablement pour éviter le va-et-vient entre le dessin et le texte pour avoir une seule source d'information. Le recours au codage n'est pas effectué par un nombre important d'élèves. Nous avons expliqué cela par l'absence d'un enseignement du codage dans les programmes tunisiens des mathématiques et sa faible utilisation par les auteurs du manuel, même pour les problèmes résolus, comme l'a montré notre étude du manuel de 1<sup>ère</sup> année secondaire. Cependant, les élèves sont capables de faire le décodage des dessins codés ce qui pourra expliquer leur réussite dans la troisième modalité parce que le codage bien qu'il ne soit pas très utilisé dans les énoncés des problèmes et dans les solutions proposées dans les problèmes corrigés, est utilisé dans les définitions et les théorèmes de la partie cours essentiellement dans les manuels des mathématiques de 7<sup>ème</sup>, 8<sup>ème</sup>, 9<sup>ème</sup> et 1<sup>ère</sup>.

La donnée du dessin a eu une influence sur les stratégies de démonstration adoptées par les élèves, et ces stratégies ont, à leur tour, eu une influence sur l'utilisation du dessin par les élèves concernant les modifications apportées au dessin, puisque dans les modalités 2 et 3, les stratégies les plus utilisées sont la stratégie droite des milieux et celle de Thalès et ces deux stratégies ne nécessitent pas de modifications mérologiques du dessin alors que dans la première modalité, la stratégie la plus utilisée est la stratégie  $S_1$  qui nécessite un tracé des côtés du parallélogramme ABEC.

### **IV.2.3 Les stratégies de démonstration**

Dans ce paragraphe nous allons chercher à dégager les variations des pourcentages d'apparition de chacune des stratégies de démonstration dans les trois modalités. Dans le tableau suivant nous résumons les pourcentages relatifs à chacune des sept stratégies de démonstration adoptées par les élèves dans chacune des trois modalités. Nous rappelons que nous avons éliminé 8 élèves dans les trois modalités (3 dans la modalité 1, 2 dans la modalité 2 et 3 dans la modalité 3) leurs réponses ne constituant pas une démonstration : étant soit une description du dessin, soit la retranscription des données du problème puis de la conclusion. Ces élèves sont ceux dont les copies sont classées dans la stratégie  $S_0$ .

	<b>S1</b>	<b>S2</b>	<b>S3</b>	<b>S4</b>	<b>S5</b>	<b>S6</b>	<b>S7</b>
<b>Modalité1</b>	55%	3%	8%	13%	3%	11%	0%
<b>Modalité2</b>	24%	3%	3%	8%	32%	19%	5,4%
<b>Modalité3</b>	24%	0%	0%	16%	8%	50%	0%

Les résultats fournis dans ce tableau montrent que contrairement à ce que nous avons supposé la stratégie  $S_2$  est apparue avec des pourcentages très faibles dans les modalités 1 et 2 et n'a été adoptée par aucun élève dans la modalité 3 bien que l'énoncé du problème fait appel à la symétrie centrale dans la donnée  $D_4$ . L'absence de cette stratégie dans la modalité 3 pourrait être due au codage des données qui est traduit par les élèves en termes d'isométrie des segments et non en terme de deux points images par une symétrie centrale. Nous avons expliqué la faible utilisation de la stratégie « symétrie centrale », par le fait que la notion de symétrie centrale n'est plus un objet d'étude à ce niveau et que ce type de raisonnement est conceptuellement plus difficile puisqu'il porte sur des invariants et non sur des objets géométriques matérialisés sur le dessin.

L'utilisation de la stratégie  $S_3$  est également faible. Ceci est dû au fait d'une part que l'énoncé ne fait aucune mention aux vecteurs, et que d'autre part, la notion de vecteur est

introduite à ce niveau scolaire pour la première fois, ce qui laisse supposer qu'elle n'est pas encore stable. L'absence de cette stratégie dans la 3<sup>ème</sup> modalité est due à l'utilisation du codage qui s'interprète par les élèves en termes d'isométrie des distances et non en termes d'égalités de vecteurs.

L'influence du dessin donné sur les stratégies de démonstrations adoptées par les élèves apparaît à travers l'importance du pourcentage d'apparition des deux stratégies  $S_5$  et  $S_6$  dans les modalités 2 et 3, puisque le dessin donné rend visible la sous-configuration formée par le triangle AED et la droite des milieux de ce triangle. Nous avons remarqué que le pourcentage d'apparition des stratégies  $S_5$  et  $S_6$  n'est pas le même dans les modalités 2 et 3, en effet, pour la stratégie  $S_5$  « droite des milieux » elle est de 32% dans la modalité 2 et 8% dans la modalité 3, alors que pour la stratégie « Thalès » elle est de 19% dans la modalité 2 et de 50% dans la modalité 3, cela pourra être l'effet du codage, mais, nous n'avons pas pu donner une explication rationnelle.

#### **IV.2.4 Conclusion**

Les résultats de cette 1<sup>ère</sup> expérimentation ont permis d'affirmer certaines hypothèses et d'infirmes d'autres. En effet, les résultats montrent que la caractéristique "forme des données" dans un problème de géométrie plane est une variable didactique que nous considérons comme une extension de la notion de variable rédactionnelle puisque la variation de sa valeur a une influence sur la réussite du problème, sur les stratégies de démonstration et sur le traitement du dessin :

1- l'influence sur la réussite du problème : la donnée du dessin dans les modalités 2 et 3 a permis d'augmenter le pourcentage de réussite du problème par rapport à la modalité 1. Cela confirme donc notre hypothèse de départ. La différence du pourcentage de réussite entre les trois modalités est due à plusieurs raisons :

- La donnée du dessin a permis d'éviter les erreurs possibles dans la construction d'un dessin et les cas particuliers.
- Le dessin donné rend visible une sous-configuration pertinente pour la résolution du problème.
- Dans le dessin donné, le tracé du segment [CE] en pointillé permet aux élèves de se rendre compte que l'alignement des points C, D et E doit être démontré puisque ce n'est pas une donnée.

2- l'influence sur les stratégies de démonstration : La donnée du dessin a eu également une grande influence sur les stratégies de démonstration adoptées par les élèves pour la résolution de ce problème, ce qui confirme notre hypothèse concernant l'effet de la variation de la modalité de travail sur les stratégies de démonstration. En effet dans la modalité 1, la stratégie la plus adoptée est celle du parallélogramme, alors que dans les modalités 2 et 3, ce sont les stratégies  $S_5$  et  $S_6$  qui sont les plus utilisées.

3- l'influence sur l'utilisation du dessin : Concernant l'utilisation du dessin, nous avons remarqué dans les trois modalités un nombre important d'élèves utilisant des informations provenant d'une appréhension perceptive du dessin sans aucune justification théorique. Ceci apparaît essentiellement dans l'utilisation de l'alignement des points C, D et E comme une évidence du dessin (même dans les modalités 2 et 3, mais avec des pourcentages moins importants que celui de la modalité 1 : 42% dans la modalité 1 et 29% dans la modalité 3) Ceci montre l'importante utilisation de l'appréhension perceptive du dessin par les élèves. L'utilisation d'une appréhension opératoire du dessin semble ne pas être très importante, essentiellement dans la modalité 3 puisque les copies obtenues montrent que très peu d'élèves ont apporté des modifications au dessin donné cependant comme il se peut qu'il y ait appréhension opératoire sans qu'il ait trace sur le dessin, il est nécessaire d'observer le travail des élèves pendant la phase de recherche ce qui nous permettra d'étudier les différentes appréhensions du dessin auxquelles les élèves font appel lors de la résolution du problème ainsi que l'interaction entre ces différentes appréhensions cela fera l'un des objectifs de la deuxième expérimentation.

