# Chapitre V : La deuxième expérimentation

## V. 1 Objectif de l'expérimentation

L'objectif de notre étude est d'étudier l'influence de la donnée d'un dessin sur les processus de résolution des élèves de 1ère année de l'enseignement secondaire tunisien. Nous avons cherché à répondre aux questions que nous nous sommes posées dans la problématique et que nous rappelons :

$Q_1$ : Y a-t-il corrélation entre la réussite du problème et la modalité de travail ?

$Q_2$ : La variation de la modalité de travail aura-t-elle une influence sur les stratégies adoptées par les élèves ?

$Q_3$ : Le traitement du dessin sera-t-il différent d'une modalité à l'autre ?

$Q_4$ : Quelles sont les appréhensions du dessin auxquelles les élèves font appel et quel sont leurs rôles dans la résolution du problème ?

La première expérimentation nous a permis de répondre aux questions $Q_1$ et $Q_2$, elle nous a également éclairé sur le traitement du dessin d'une modalité à l'autre en ce qui concerne les modifications apportées au dessin et les traces de son utilisation dans les démonstrations, mais, elle nous a amené à nous poser d'autres questions plus précises concernant l'utilisation du dessin dans chacune des trois modalités : Est-ce que la variation de la modalité de travail a une influence sur l'utilisation du dessin comme source d'information, cette question concerne essentiellement les modalités 1 et 2 où l'élève est devant deux sources d'informations, le texte de l'énoncé et le dessin réalisé par l'élève pour la modalité1 et celui donné dans l'énoncé pour la modalité2. Une deuxième question concerne l'importance de l'appréhension perceptive du dessin puisque nous avons remarqué que plusieurs échec sont liés à l'utilisation des évidences du dessin sans justification théorique.

Pour étudier ces questions et pouvoir approfondir la question $Q_3$ et répondre à $Q_4$ ce qui revient à étudier lors de la phase heuristique l'importance accordée au dessin et le statut qui lui est accordé par les élèves, ainsi que les différents types de modifications auxquelles les élèves font appel, nous avons choisi de réaliser une 2ème expérimentation qui consiste à observer le travail de binômes. Chaque binôme est amené à résoudre le problème dans l'une des trois modalités ( le même problème choisi dans la 1ère expérimentation et les mêmes modalités de travail ; modalité1 : texte seul ; modalité2 : texte + dessin non codé et modalité3 : dessin codé )

### Pourquoi un travail par binômes ?

Dans cette expérimentation nous avons choisi d'observer le travail de six binômes pendant la phase de recherche du problème. Notre objectif n'est pas de favoriser l'apparition de conflits socio-cognitifs entre les élèves à propos de la résolution car nous supposons que même en absence de conflit, le débat entre élèves présente beaucoup d'intérêt. Notre objectif est d'étudier à travers les échanges entre élèves l'influence de la modalité de travail sur l'utilisation du dessin et sur les processus de résolutions adoptés par les élèves pendant la phase heuristique. Dans ce choix de travail par binôme, nous supposons que c'est à travers les échanges entre les deux élèves que deviennent explicites leurs démarches et que nous pouvons mieux comprendre leurs différentes procédures.

## V.2 Méthodologie de l'expérimentation

### V.2.1 Le choix des binômes

Nous avons choisi de travailler avec des élèves d'une même classe ; nous avons choisi d'expérimenter avec quelques élèves (6 binômes) parce que nous visons une étude qualitative. Le choix des élèves et de l'organisation des binômes obéit à plusieurs critères : nous avons choisi de travailler avec des élèves ayant un niveau scolaire moyen en mathématiques, pour cela nous avons pris en considération l'avis du professeur et les résultats scolaires. Le professeur nous a permis de sélectionner les élèves ayant l'habitude de travailler ensemble et qui sont capables de s'exprimer en français. Un autre facteur a affecté notre choix des binômes: c'est leur volonté de participer à cette expérience.

Notre expérimentation a eu lieu avec 6 binômes répartis comme suit :

Deux binômes pour chaque modalité :

Modalité 1 : binôme 1 (Youssef, Imen), binôme 2 (Saloua, Adel)

Modalité 2 : binôme 3 (Béchir, Mohamed), binôme 4 (Ali, Hassen)

Modalité 3 : binôme 5 (Mohamed, Hanène), binôme 6 (Nabil, Aymen)

### V.2.2 Déroulement de l'expérience

L'expérience a eu lieu pendant trois jours le 10, 11et 12 mai 2000 c'est à dire après deux mois de la 1$^{ère}$ expérimentation.

Dans cette période, les élèves viennent de terminer leurs devoirs de contrôle en mathématiques, leurs connaissances nécessaires à la résolution du problème sont supposées disponibles. L'expérience a eu lieu au lycée Hédi Chaker de Bizerte.

Pour pouvoir repérer l'intervention de chaque élève sur le dessin ou dans la résolution finale de la solution proposée nous avons donné à l'un des élèves un stylo bleu, à l'autre un stylo rouge, l'utilisation d'une gomme est interdite. Nous avons laissé les élèves travailler sans limite de temps, ils avaient le choix d'arrêter le travail lorsqu'ils étaient convaincus d'avoir terminé la résolution. L'ensemble de l'expérience est résumé dans le tableau suivant sur lequel nous avons indiqué pour chaque binôme la modalité ainsi que le temps de travail.

| BINOME | MODALITE DE TRAVAIL | DATE DE TRAVAIL | DUREE DE TRAVAIL |
|---|---|---|---|
| **Binôme 1** (Youssef, Imen) | Modalité1 | 11/05/2000 | 24mn |
| **Binôme 2** (Adel, Saloua) | Modalité1 | 11/05/2000 | 27mn |
| **Binôme 3** (Bechir, Mohamed) | Modalité2 | 10/05/2000 | 39mn |
| **Binôme 4** (Ali, Hassen) | Modalité2 | 12/05/2000 | 27mn |
| **Binôme 5** (Mohamed, Hanène) | Modalité3 | 12/05/2000 | 22mn |
| **Binôme 6** **(Nabil, Aymen)** | Modalité3 | 10/05/2000 | 21mn |

**Présentation des binômes selon la modalité de travail, la date de l'expérience et la durée du travail.**

### V.2.3 Méthodologie de recueil des informations

Les débats d'élèves sont enregistrés sur un magnétophone. Nous avons également pris des notes lors de l'observation des binômes. De plus nous avons recueilli les brouillons des élèves ainsi que leurs réponses finales.

Le décryptage des débats d'élèves est présenté en annexe sous forme de tableaux. Ces tableaux sont présentés selon l'ordre des binômes (binôme 1, binôme 2…) Dans ces tableaux, la première colonne présente le temps correspondant au déroulement de l'expérience. La deuxième colonne comporte des nombres qui nous serviront de repère à chaque fois que nous faisons référence au protocole elle comporte également le débat des élèves. La dernière colonne comporte une description des actions effectuées par les élèves. Nous retrouvons en annexe également les réponses finales de chaque binôme à la suite du tableau décrivant le débat d'élèves.

## V.3 Analyse et interprétation des résultats

L'analyse des informations recueillie est faite suivant trois objectifs :

(1) Description des processus de résolutions adoptés par les élèves lors de la phase heuristique.

(2) Etude de la manipulation du dessin et des différents types d'appréhension mis en jeu.

(3) Etude de la réponse finale donnée par les élèves.

Pour l'étude de la réponse finale, nous avons essayé de reconnaître les pas de démonstration contenus dans le texte donné par les élèves comme solution au problème proposé, puis nous avons analysé les pas et leur enchaînement à l'aide de la grille proposée par Houdebine et qui est largement inspirée de celle proposée par Duval et qui avait pour objectif d'analyser les démonstrations des élèves débutants (cette grille sera donnée en annexe.) Par la suite nous avons procédé à une représentation schématique des démonstrations produites par chaque binôme. Les propositions sont écrites à l'intérieur de cadres et les règles d'inférences sont désignées par des flèches.

### Modalité1 :Binôme1 (Youssef, Imen)

***Description des processus de résolution et manipulation du dessin***

Les deux élèves ont commencé par une lecture de l'énoncé, puis sont passés directement à la réalisation d'un dessin. Le dessin obtenu ne montre que le parallélogramme ABCD puisque les segments [AM], [ME] et [CE] ne sont pas tracés. Bien que le dessin tracé soit congru à l'énoncé, les élèves n'arrivent pas à démarrer la démonstration car, le segment [AE] n'est pas tracé. Ce dessin joue, donc, un rôle inhibiteur du même type que celui mentionné par Duval 1988.

Suite à ce blocage les deux élèves ont abandonné le dessin pour revenir à l'énoncé et dégager les données du problème et lorsque Youssef lit : « M le milieu de [CB], E l'image de A donc AM=ME » à ce moment, Imen trace les segments [CE] et [AE] ceci nous amène à supposer que la traduction de la donnée E comme image de A par la symétrie centrale de centre M, sous la forme d'égalité des distances, nécessite pour les élèves le tracé des segments qu'ils mesurent. Les modifications méréologiques apportées au dessin ont permis de commencer la résolution. Cette modification qui consiste à tracer les segments [CE] et [AE], a permis de rendre visible la sous configuration "diagonales du parallélogramme ABEC". C'est au sens de Duval la modification heuristiquement pertinente (Duval, 1994) . Les deux élèves ont adopté la stratégie "parallélogramme".

Après 12 minutes de travail, un conflit est apparu entre les deux élèves concernant l'alignement des points; c'est Youssef qui insiste sur la nécessité de démontrer que les points C, D et E sont alignés.

Imen : *ABCD est un parallélogramme/ AB=CD et ABEC/ AB=CE alors C est le milieu de [DE]*

Youssef : *Mais, tu as oublié l'alignement des points*.

Imen : *quoi ?*

Youssef : *on doit démontrer aussi que les points sont alignés.*

Imen : *non, CD=CE donc C est le milieu de [DE]*

Youssef : *non, il fait dire que CD=CE et C, D et E sont alignés, alors, C est le milieu de [DE]*

Imen : *et comment tu veux démontrer ça ?*

Le travail des élèves peut être divisé en cinq phases :

Phase1 : lecture de l'énoncé et réalisation du dessin.

Phase2 : blocage et retour à l'énoncé.

Phase3 :modification du dessin et utilisation de la stratégie parallélogramme pour démontrer l'isométrie des segments [DC] et [CE]

Phase4 : conflit à propos de l'alignement des points C, D et E.

Phase5 : démonstration de l'alignement des points et rédaction de la démonstration.

Concernant la manipulation du dessin : Au début le dessin a joué un rôle inhibiteur puisqu'il ne permet pas de voir une sous configuration pertinente pour la résolution. Le recours à une modification méréologique à permis aux élèves d'aboutir à la résolution du problème. Les élèves ont également fait appel à une appréhension discursive du dessin. Lors de la phase heuristique, il y a eu utilisation d'une appréhension opératoire et une appréhension discursive du dessin.

***Etude de la réponse finale***

Le texte de la démonstration donnée par les élèves peut être divisé en 7 pas :

**1$^{ier}$ pas** : La conclusion est "ABCD parallélogramme". Les propositions d'entrée sont "M milieu de [AE]" et "M est le milieu de [BC]". La première proposition d'entrée est obtenue par équivalence sémantique à partir de $D_4$ "E l'image de A par la symétrie centrale de centre M."

**2$^{ème}$ pas** : La conclusion est "AB=CE". La proposition d'entrée est "ABCD parallélogramme".

**3$^{ème}$ pas** : La conclusion est "AB=CD". La proposition d'entrée est "ABCD un parallélogramme".

**4$^{ème}$ pas** : La conclusion est "CD=CE". les propositions d'entrée sont "AB=CD" et "AB=CE".

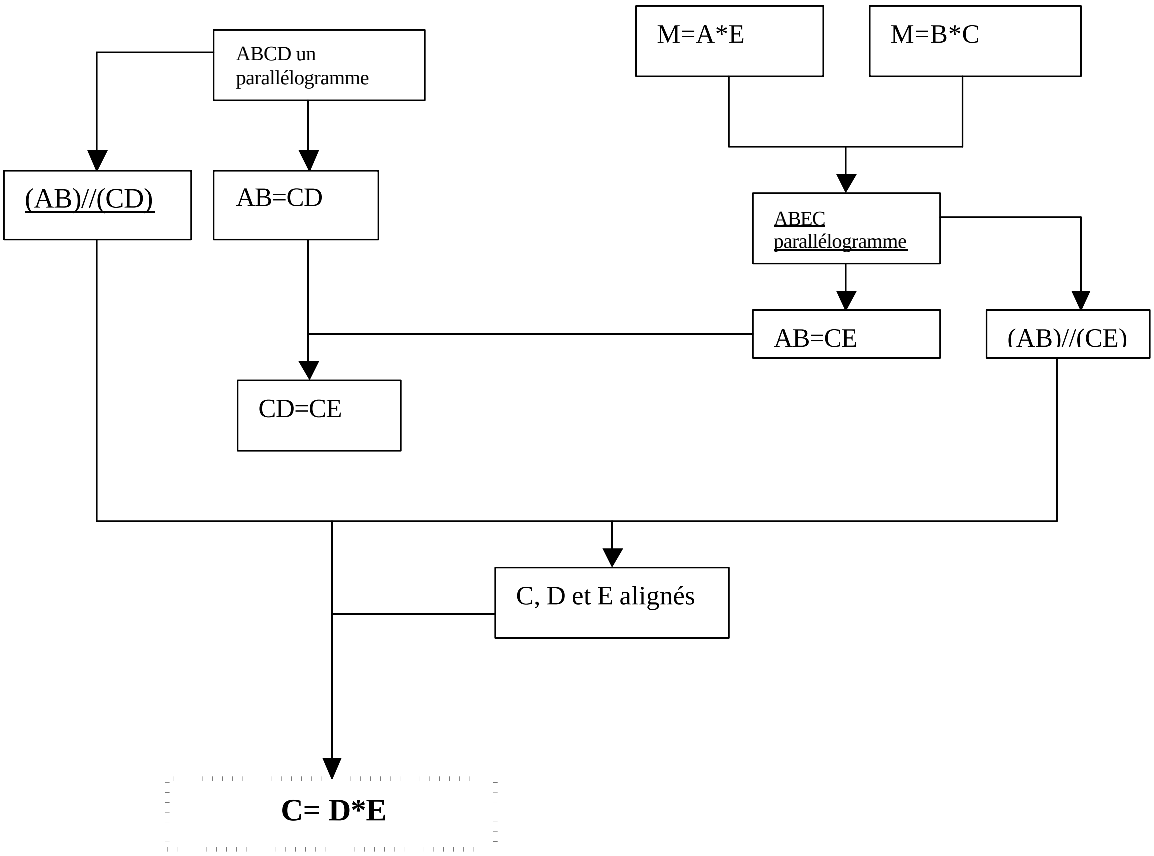
**5$^{ème}$ pas** : La conclusion est "(AB)//(CE) et (AB)//(DC)". La proposition d'entrée est "ABCD et ABEC sont deux parallélogrammes". Dans ce pas nous remarquons que deux pas sont regroupés en un seul, il y a donc globalisation pour deux pas semblables.

**6$^{ème}$ pas** : La conclusion est "C, D et E sont alignés". La proposition d'entrée est "(CE)//(CD)" qui est obtenue par équivalence sémantique de la conclusion du pas précédent.

**7$^{ème}$ pas** : La conclusion est "C est le milieu de [DE]". Les propositions d'entrée sont "CD=CE" et "C, D et E sont alignés".

La plupart des propositions d'entrée sont explicites.

La construction de chaque pas est correcte. Nous avons noté, dans la rédaction de ce binôme, une erreur qui consiste à confondre [AB], (AB) et AB. De plus, il y a très peu de termes indiquant le statut des propositions et reliant les pas entre eux ; les termes "car", "donc" et "alors" sont bien utilisés alors que le mot "signifie" est utilisé dans le sens de "donc".




***<u>Conclusion du travail du 1ier binôme</u>***

Pour ce binôme, les deux élèves ont commencé par la réalisation d'un dessin. Ce dessin a joué un rôle inhibiteur au sens de Duval 1988, puisque l'appréhension perceptive ne permet de voir que le parallélogramme ABCD et un point E qui n'appartient pas à ce parallélogramme. Suite à ce blocage, les deux élèves font un retour au texte de l'énoncé. Nous avons attribué cet attitude au fait que les élèves n'ont pas confiance dans le dessin qu'ils ont réalisé et ne l'utilisent pas comme la seule source d'information; c'est pourquoi, ils procèdent à un aller et retour entre le dessin et le texte de l'énoncé.

Pour ce binôme, lors de la phase de recherche, trois types d'appréhensions ont été utilisés : une appréhension perceptive, une appréhension discursive et une appréhension opératoire qui apparaît à partir des modifications apportées au dessin réalisé au début.

## Modalité 1 :Binôme2 (Adel, Saloua)

### ***Description des processus de résolution***

Les deux élèves n'ont même pas pris le temps de lire tout l'énoncé, ils ont procédé à un découpage de l'énoncé et ont construit le dessin au cours de la lecture. La construction est réalisée simultanément par les deux élèves. Au début, le point E est construit sans le tracé de [CE] puis suite à la lecture de la conclusion, les élèves ont tracé ce segment avec le même style de trait que le reste du dessin. Dans le dessin obtenu, les points C, D et E ne sont pas parfaitement alignés à cause de l'utilisation d'une règle graduée pour la construction du point E image de A par $S_M$ mais, suite à la lecture de la conclusion, Saloua a essayé d'augmenter l'épaisseur du segment [DE] afin qu'il passe le plus près du point C. Les élèves ont utilisé la stratégie parallélogramme pour démontrer l'isométrie des segments [DC] et [CE]. Concernant l'alignement, des points Saloua considère que c'est une conséquence de la définition du milieu qui se réduit pour elle à l'isométrie des segments.

Après avoir démontré l'isométrie des deux segments :

Saloua : *c'est tout on peut conclure que C est le milieu de [DC]*

Adel : *non*.

Saloua : *quoi non* ?

Adel : *il faut dire que les points sont alignés*.

Saloua : *oui, D, C et E sont alignés puisqu'on a démontré que C=D*E.*

*Adel : comment ?*

Saloua : *oui, C=D*E donc, les trois points sont alignés.*

Adel *: non regarde, on doit dire que les points E, C et D sont alignés*.

Saloua : *mais, on a C=D*E donc ils sont alignés*

Adel : *non, je ne suis pas d'accord…on peut avoir C=D*E sans qu'ils soient alignés*

L'intervention d'Adel « *on peut avoir C=D*E sans qu'ils soient alignés* » s'explique par le fait qu'il veut expliquer à Saloua que deux segments [DC] et [CE] peuvent être isométriques sans que les points soient alignés, c'est ce qu'il nous a expliqué à la fin de son travail lorsque nous leur avons posé la question.

La recherche du problème peut être divisée en quatre phases :

<u>1ère phase</u> : lecture de l'énoncé et réalisation du dessin.

<u>2ème phase</u> : utilisation de la stratégie parallélogramme pour démontrer l'isométrie des segments et Saloua conclut que C est le milieu de [DE].

<u>3ème phase</u> : conflit entre les deux élèves à propos de l'alignement des points C, D et E.

<u>4ème phase</u> : accord sur la solution proposée.

Concernant la manipulation du dessin nous remarquons que pendant la phase de recherche de la solution, les deux élèves ont fait appel à une appréhension discursive du dessin. Ils n'ont pas utilisé de codage ni apporté une modification au dessin mais il y a utilisation d'une appréhension opératoire du dessin qui se traduit par l'utilisation des sous-configurations formées par les parallélogrammes ABCD et ABEC lors de l'utilisation de la stratégie parallélogramme.

***Etude de la réponse finale***

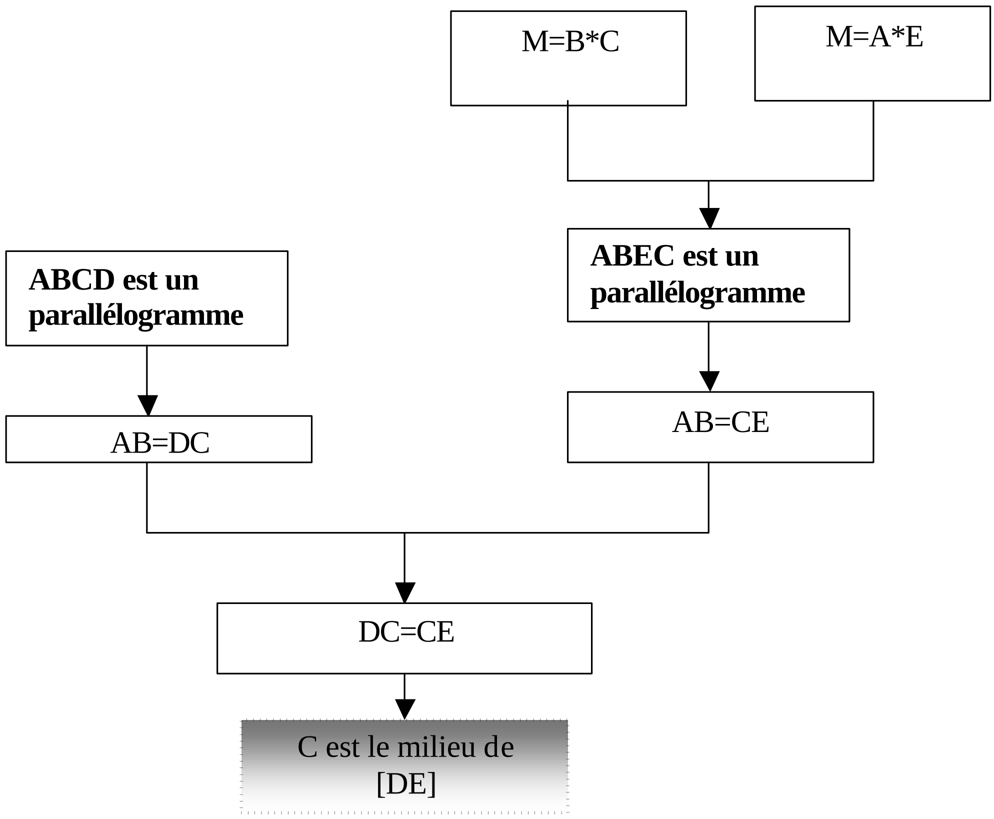
**1$^{ier}$ pas** : La conclusion du pas est "AB=DC" et la proposition d'entrée est "ABCD un parallélogramme" qui est l'une des données du problème.

**2$^{ème}$ pas** : La conclusion est "ABEC est un parallélogramme". Les propositions d'entrées sont "M=B*C" et "M=A*E", cette dernière est obtenue par équivalence sémantique "E est l'image de A par la symétrie centrale de centre M".

**3$^{ème}$ pas** : La conclusion est "AB=CE". La proposition d'entrée est "ABEC est un parallélogramme" qui est la conclusion du pas précédent. Il y a utilisation du connecteur "donc".

**4$^{ème}$ pas** : La conclusion est "DC=CE". Les propositions d'entrée sont "AB=DC" et "AB=CE" qui sont les résultats de pas précédents. Il y a utilisation de l'expression « d'après (1) et (2) on déduire que » pour indiquer le statut de la proposition.

**5$^{ème}$ pas** : La conclusion est "C est le milieu de [DE]". La proposition d'entrée est "DC=CE". Ce pas est problématique parce qu'il manque l'une des hypothèses pour appliquer la définition du milieu.




***Conclusion du travail du 2ème binôme***

Pour ce binôme nous avons remarqué un passage direct à la construction du dessin avant même de terminer la lecture de l'énoncé, ce qui montre encore l'importance de l'effet de la règle du contrat didactique relatif à la réalisation et à l'utilisation d'un dessin dans la résolution des problèmes de démonstration qui souligne la nécessité de réaliser un dessin même si l'énoncé ne le demande pas.

Dans le dessin réalisé, les points C, D et E ne sont pas parfaitement alignés, à cause de l'utilisation de la règle pour la construction de l'image du point A par la symétrie centrale de centre M. Cependant, cela n'a pas eu d'influence importante sur le travail des élèves, puisque les informations provenant du dessin sont contrôlées par celles provenant du texte et plus précisément de la conclusion que les élèves cherchent à démontrer: "C est le milieu de [DE]" et qui nécessite l'alignement de ces points.

## Modalité 2 : Binôme3 (Mohamed, Béchir)

***Description des processus de résolution***

Ce binôme a travaillé avec la modalité 2 :texte + dessin non codé. Les deux élèves ont commencé par la lecture du texte de l'énoncé puis ils ont cherché à repérer les données du problème sur le dessin. Ils ont fait appel à des marques typographiques pour désigner l'isométrie des segments [MB] et [MC] et les segments [ME] et [MA]. Il y a un aller et retour entre le texte de l'énoncé et le dessin pour pouvoir s'approprier le problème.

La stratégie proposée par Mohamed consiste à utiliser la stratégie Thalès, mais, elle est basée sur l'utilisation d'une information provenant d'une appréhension perceptive du dessin « AED un triangle isocèle avec EA=ED »

Med : *dans le triangle AED on a* $\frac{EM}{EA} = \frac{EC}{ED}$.

Béchir : *pourquoi ?*

Med : *on a EA=ED.*

Béchir: *mais, pourquoi?*

Med : *parce que, regarde, AED est isocèle, EA=ED.*

Béchir : *non je ne suis pas d'accord.*

Med : *mais si, on a alors,* $\frac{EM}{EA} = \frac{EC}{ED}$.

Béchir : *je ne comprend pas pourquoi EA=ED ?*

Med : *voilà.*

Il mesure les deux segments [EA] et [ED] et se rend compte qu'ils ne sont pas isométriques.

Cette stratégie peut être schématisée de la façon suivante :

<u>1$^{er}$ pas</u> : application du théorème de Thalès dans le triangle AED. La conclusion est $\frac{EM}{EA}=\frac{EC}{ED}$ . La proposition d'entrée est dans le triangle AED. Sous l'effet de l'appréhension perceptive du dessin, l'élève a utilisé l'alignement des points comme une évidence.

<u>2$^{ème}$ pas</u> : la conclusion est EM=EC. Les propositions d'entrée sont $\frac{EM}{EA}=\frac{EC}{ED}$ et EA=ED. La proposition EA=ED n'a pas de statut opératoire mais elle est lue sur le dessin.

Le recours à la mesure des deux segments $[EA]$ et $[ED]$ a permis à M$^{ed}$ de se rendre compte qu'ils ne sont pas isométriques, d'où l'échec de cette stratégie. <u>Le dessin constitue un moyen de contrôle lors de la phase de recherche à cause des rétroactions du milieu</u>.

La stratégie proposée par Béchir commence par considérer que "*on a MAB isocèle et MEC isocèle donc AB=EC*" Mais, la lecture de la suite de leur travail montre qu'il a utilisé la stratégie isométrie des triangles et qu'il a une confusion entre triangles isométriques et triangles isocèles. En effet, pour lui, "*MAB isocèle et MEC isocèle*" signifie que les deux triangles sont isométriques, c'est pourquoi il conclut que AB=EC. Ce problème témoigne des difficultés rencontrées par les élèves au niveau de la langue à ce niveau scolaire, difficultés dues au changement de langue d'enseignement des mathématiques, passant de la langue arabe au Collège à la langue française au Lycée.

Dans cette stratégie il y a des problèmes à deux niveaux :

1) un problème au niveau de la signification du mot isocèle.
2) deux problèmes au niveau des connaissances mathématiques : le premier est que l'isomérie des triangles est justifiée par l'isométrie de deux côtes uniquement (CM=MB et MA=ME) et le deuxième, au niveau de la définition du milieu qui se limite à l'isométrie des segments et ne prend pas en considération l'alignement des points C, D et E.

La recherche du problème peut être divisée en trois phases :

<u>1ère phase</u> : lecture de l'énoncé et repérage des données sur le dessin donné.

<u>2ème phase</u> : utilisation de la stratégie Thalès puis échec à cause de l'utilisation d'une information fausse provenant de la perception du dessin.

<u>3ème phase</u> : utilisation de la stratégie isométrie des triangles.

***<u>Etude de la réponse finale</u>***

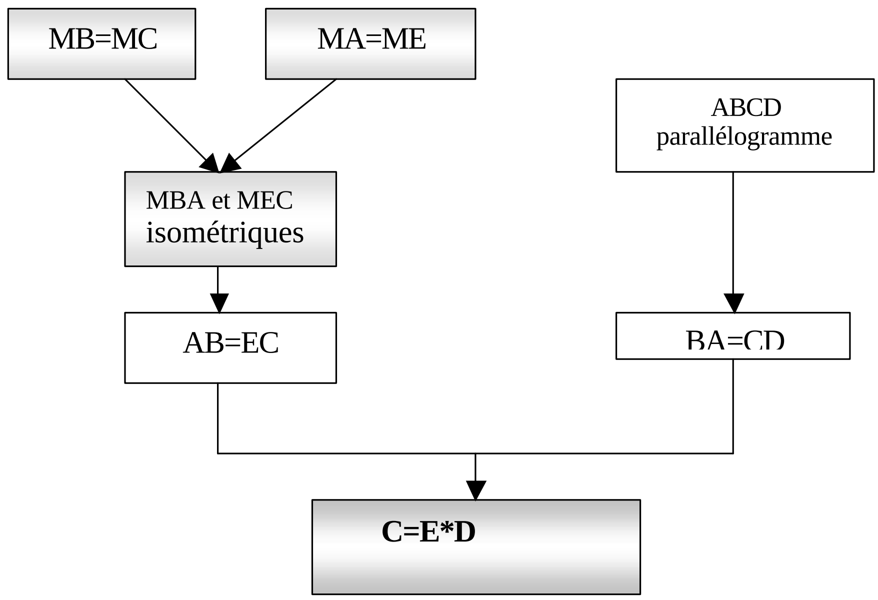
La démonstration fournie par ce binôme comporte des problèmes au niveau du premier pas et au niveau du dernier pas.

**1er pas** : La conclusion est "l'isométrie des triangles MAB et MEC". Les propositions d'entrée sont "MB=MC" et "ME=MA". Ce pas est problématique pour deux raisons. La première est à cause de l'utilisation des égalités "MB=MC" et "ME=MA" comme données du problème alors qu'elles nécessitent une justification: il y a absence de deux pas pour justifier ces propositions (nous ne pouvons pas parler d'équivalence sémantique) Le deuxième problème est au niveau des connaissances mathématiques puisqu'il manque une troisième condition pour pouvoir appliquer l'un des cas d'isométrie des triangles.

**2ème pas** : la conclusion est "BA=EC". La proposition d'entrée est "l'isométrie des triangles MAB et MEC".

**3ème pas** : La conclusion est "BA=CD". La proposition d'entrée "ABCD est un parallélogramme".

**4ème pas** : La conclusion est "C=E*D". les propositions d'entrée sont "CE=AB" et "BA=CD". Ce pas est également problématique à cause de fait qu'il manque un pas qui consiste à appliquer la transitivité de l'égalité pour conclure que CE=CD et à cause de l'absence de la condition de l'alignement des points pour pouvoir appliquer la définition du milieu.




***<u>Conclusion du travail du binôme 3</u>***

Pour ce binôme qui travaille dans le cadre de la deuxième modalité, l'aller et retour entre le texte et le dessin donné, a eu lieu au début de travail pour pouvoir repérer les données du problème et la conclusion (c'est la 1ère étape pour s'approprier le problème). Nous avons remarqué que les élèves ont abandonné par la suite le texte et ont utilisé le dessin, qu'ils ont préalablement codé, comme la seule source d'information.

L'utilisation du codage des données a donc permis aux élèves de changer de modalité de travail puisqu'ils ont passé de la deuxième modalité à la troisième.

Le travail de ce binôme montre l'importance des rétroactions du milieu provenant du dessin qui constitue un moyen de contrôle lors de la phase de recherche.

Concernant l'utilisation du dessin, nous avons remarqué que bien que l'alignement des points C, D et E ait été évoqué par l'un des élèves, il n'a pas été finalement pris en considération pour être démontré par le binôme. Mohamed a évoqué l'alignement sous l'effet du fait que le segment [CE] soit tracé en pointillé mais, Béchir explique cela par : « c'est pour dire que ce qu'on veut démontrer est que C est le milieu de [DE] ce qui montre un problème au niveau de l'interprétation des informations provenant du dessin.

Dans leur travail, les élèves ont fait appel à trois types d'appréhension : une appréhension perceptive, une appréhension discursive et une appréhension opératoire qui se traduit essentiellement par le codage et la mesure des segments.

## Modalité 2 : Binôme 4 (Ali, Hassen)

***Description des processus de résolution***

Pour ce binôme, la lecture du texte de l'énoncé est faite en parallèle avec la vérification des données sur le dessin. Cela se traduit par le repérage dans le dessin donné des différentes données du problème. Par exemple lorsqu'ils lisent que ABCD est un parallélogramme, ils retournent au dessin et cherchent ce parallélogramme. Dans la première étape de la recherche de la solution, les élèves ont cherché à démontrer l'alignement des points C, D et E; mais, suite à un blocage, Ali intervient pour proposer sa stratégie qui utilise comme une évidence du dessin le fait que $C \in [DE]$ puis applique la stratégie Thalès pour montrer l'isométrie des deux segments et conclure directement que C est le milieu de $[DE]$. Cette stratégie a été abandonnée par les élèves parce que Hassen, a insisté sur la nécessité de démontrer l'alignement des points C, D et E puisque le segment $[CE]$ est tracé en pointillé.

Hassen : *je ne comprends pas pourquoi ces points sont alignés* (montre D, C et E)

Ali : *C appartient à (DE).*

Hassen : *on doit démontrer qu'ils sont alignés.*

Ali : *dans le triangle AED, on a ED=AE et C∈ (DE).*

Hassen : pourquoi ?

Ali : *parce qu'il est triangle/ Dans le triangle AED on a M∈ (AE) et M∈ (BC) donc, les trois points A, M et E sont alignés et D, C et E trois points alignés.*

Hassen : *A, M, E sont alignés signifie que D, C et E alignés* ?

Ali : *parce qu'on considère ce triangle EDA. Ce n'est pas la peine de démontrer qu'ils sont alignés.*

La deuxième phase de recherche est passée par une phase d'expérimentation au sens de Chevallard 1990 jusqu'à l'apparition de la stratégie symétrie centrale qui a permis aux élèves de résoudre le problème. Pendant la phase de recherche les deux élèves se sont concentrés sur le dessin et ont abandonné le texte. Le dessin a été utilisé comme un champ d'expérimentation.

La recherche du problème est donc passée par quatre phases :

1ère phase : lecture de l'énoncé et repérage des données sur le dessin fourni dans l'énoncé.

2ème phase : première tentative pour démontrer l'alignement des points.

3ème phase : utilisation de la stratégie Thalès et renoncement à cause de l'utilisation de l'alignement des points comme une évidence du dessin, remarquée par un des élèves.

4ème phase : expérimentation du dessin et utilisation de la stratégie symétrie centrale.

***Etude de la réponse finale***

Le texte de la démonstration donnée par les élèves peut être divisé en un ensemble de pas.

**1er pas** : La conclusion est "$[AB]$l'image de $[CE]$ par $S_M$". Les propositions d'entrée sont "E l'image de A par $S_M$ " et "C l'image de B par $S_M$". La deuxième proposition d'entrée est obtenue par équivalence sémantique de la donnée "M le milieu de $[BC]$". Dans ce pas il y a utilisation du connecteur "donc".

**2ème pas** : La conclusion est "$[AB]//[CE]$" et "AB=CE". La proposition d'entrée est la conclusion du pas précédent "$[AB]$l'image de $[CE]$". Il y a utilisation du connecteur "alors".

**3ème pas** : La conclusion est "AB=CD" et "$[AB]//[CD]$". La proposition d'entrée est "ABCD est un parallélogramme".

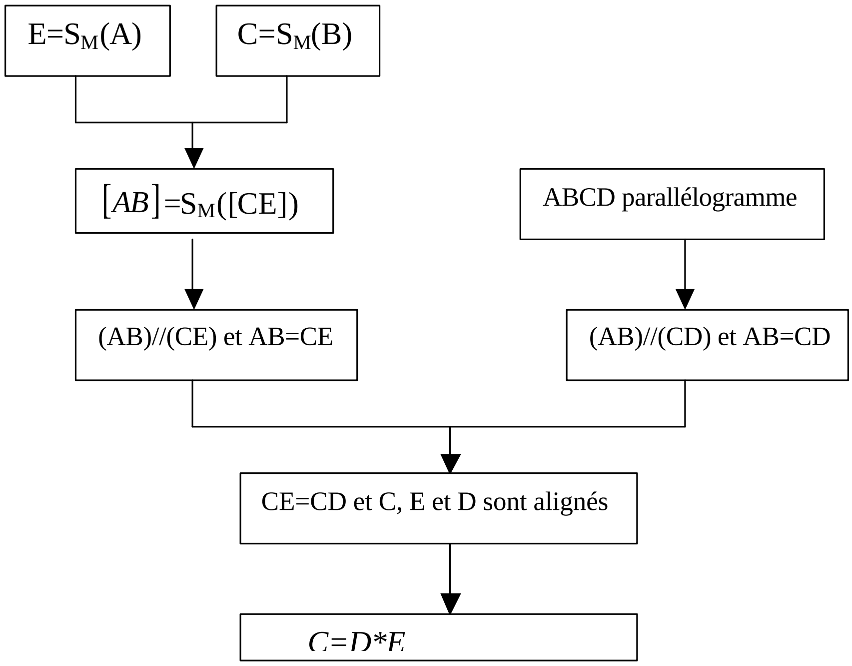
**4ème pas** : La conclusion est "l'alignement des points C, D et E". les propositions d'entrée sont "$[CE]$et$[CD]$sont parallèles à la même droite $[AB]$".

**5ème pas** : La conclusion est "CE=CD". Les propositions d'entrée sont "AB=CD" et "AB=CE". Dans ce pas la conclusion n'est pas donnée explicitement mais, elle est utilisée implicitement dans le dernier pas.

**6ème pas :** La conclusion est "C=D*E". les propositions d'entrée sont "les points C, D et E sont alignés" et la conclusion du pas précédent utilisée implicitement comme étant sémantiquement équivalente aux propositions "AB=CD" et "AB=CE".

Pour l'enchaînement des pas, chaque proposition d'entrée d'un pas est soit l'une des données du problème (1er et 3ème pas) soit le résultat d'un pas précédent. Il y a utilisation des connecteurs mais pour le dernier pas le connecteur "car"est utilisé d'une façon incorrecte « *on a AB=CD et AB=CE et les trois points D, C et E sont alignés* ***car*** *C=D*E* »

Les élèves confondent les notation de segment droite et longueur d'un segment.




***<u>Conclusion du travail du 4ème binôme</u>***

Pour ce binôme, le texte a été utilisé au début du travail pour la vérification des données du problème et pour savoir ce qu'il faut démontrer. Dans la suite du travail, le texte a été complètement abandonné et le dessin a été utilisé comme la seule source d'information et comme un champ d'expérimentation au sens de Chevallard 1990.

Les deux élèves n'ont apporté aucune modification au dessin. Ils ont utilisé trois types d'appréhension : une appréhension perceptive, une appréhension discursive et une appréhension opératoire qui se traduit par la considération de la sous configuration formée par le segment [CE] et son image [AB] par la symétrie centrale de centre M.

A travers le travail de ce binôme, apparaît l'importance du fait que [CE] soit tracé en pointillé, puisqu'il a permis à Hassen de se rendre compte que l'alignement des points C, D et E nécessite une justification théorique.

### Modalité 3: Binôme5 (Nabil, Aymen)

***<u>Description des processus de résolution</u>***

Ce binôme à travaillé dans la modalité 3 : dessin codé. Dans cette modalité les élèves n'ont pas le choix de leur source d'information comme pour les modalités précédentes puisque le dessin constitue le seul outil de travail.

Les deux élèves ont commencé par extraire du dessin les données du problème. La présence des marques typographiques leur à permis de dégager directement les données M milieu de $[AE]$et M milieu de $[BC]$et de les interpréter en fonction de la notion de symétrie centrale $S_{M.}$

Nabil : *ABCD est un parallélogramme.*

Aymen : *on a ME=MA donc A l'image de E par $S_M$.*

Nabil *: on a aussi, MB=MC donc, M l'image de C par B.*

Aymen : *non C est l'image de B par M.*

Nabil: *mais, c'est la même chose.*

Aymen: *non, C est l'image de B par $S_M$ et tu as dis que M est l'image de C par B.*

Nabil*: ah, oui, C est l'image de B par $S_M$.*

L'utilisation de la stratégie symétrie centrale a permis aux élèves de conclure que les droites (AB) et (EC) sont parallèles. Puis, il y a eu un changement de stratégie pour démontrer l'isométrie des segments [AB] et [EC] alors qu'il suffisait de remarquer qu'ils sont symétriques par rapport au point M. Les élèves ont utilisé la stratégie Thalès dans le triangle MAB pour conclure que ces segments sont isométriques.

Pour le dessin aucune modification ne lui a été apportée et dans la phase de recherche. Les élèves ont fait appel à une appréhension discursive et une appréhension opératoire du dessin qui se traduit par la considération de la sous-configuration formée par le triangle AED et la sous-configuration formée par les droites (AB) et (EC) symétriques par rapport à M.

1ère étape : décodage du dessin.

2ème étape : utilisation de la stratégie symétrie centrale pour montrer que (AB)//(CE)

3ème étape : utilisation du théorème de Thalès dans le triangle MAB pour démontrer que AB=CE et par la suite terminer la démonstration.

***Etude de la réponse finale***

**1er pas** : La conclusion "E est l'image de A par $S_M$". La proposition d'entrée est "EM=MA". Dans ce pas seule l'isométrie des segments a été lue sur le dessin, il y a oubli de l'alignement des points considéré comme une évidence.

**2ème pas :** La conclusion est "C est l'image de B par $S_M$". La proposition d'entrée est "CM=MB". Ce pas présente le même problème que le pas précédent. Les deux élèves ont un problème au niveau de la définition de l'image d'un point par la symétrie centrale.

**3$^{ème}$ pas** : Conclusion est "$[AB]$est l'image de $[CE]$par $S_M$". Les propositions d'entrée sont "$S_M$(A)=E et $S_M$(B)=C".

**4$^{ème}$ pas** : La conclusion est "(AB)//(CE)". La proposition d'entrée est "$[AB]$est l'image de $[CE]$ par $S_M$."

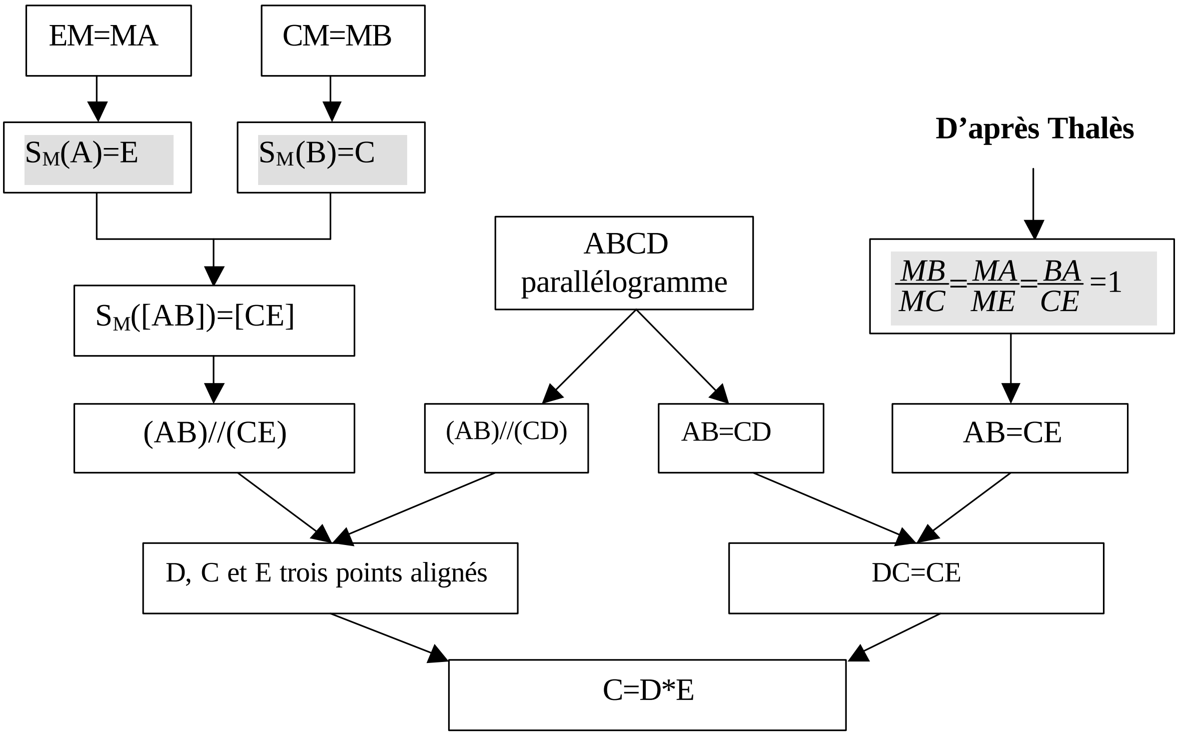
**5$^{ème}$ pas** : La conclusion est "$\frac{MB}{MC}=\frac{MA}{ME}=\frac{BA}{CE}$". Mais, il n'y a pas de propositions d'entrée. Les deux élèves n'ont pas précisé dans quel triangle ils ont appliqué le théorème de Thalès.

**6$^{ème}$ pas** : La conclusion du pas est "AB=CE". La proposition d'entrée est "on a ". Nous remarquons qu'il manque un pas pour expliquer la proposition d'entrée.

**7$^{ème}$ pas** : La conclusion est "AB=CD" et "(AB)//(CD)". La proposition d'entrée est "ABCD est un parallélogramme".

**8$^{ème}$ pas** :La conclusion est l'alignement des points C, D et E. Les propositions d'entrée sont "(AB)//(DC) et (AB)//(CE)".

**9$^{ème}$ pas** : La conclusion est "C=D*E". les propositions d'entrée sont la conclusion du pas précédent et "AB=DC et AB=CE".




***<u>Conclusion du travail du binôme 5</u>***

Bien que les résultats de la première expérimentation aient montré une faible utilisation de la stratégie symétrie centrale parce qu'il est difficile pour les élèves de raisonner sur des invariants de la figure, nous avons remarqué chez ce binôme un recours direct à la symétrie centrale. En effet, les élèves ont traduit les données qu'ils ont dégagées à partir du dessin en termes de symétrie. Ceci pourrait s'expliquer par une pratique dans la classe de ce type de raisonnement.

Au niveau du 5ème pas de la démonstration fournie par ce binôme, il y a utilisation du théorème de Thalès sans la vérification des hypothèses, cela peut s'expliquer par l'oubli de ces hypothèses.

Les marques typographiques données sur le dessin, ont été traduites en termes d'isométrie des segments, alors que l'alignement est utilisé comme une évidence dans la démonstration.

Dans leurs travail les élèves ont fait appel à une appréhension perceptive et une appréhension discursive du dessin.

### Modalité 3 : binôme 6 (Mohamed, Hanène)

***<u>Description des processus de résolution</u>***

Les deux élèves ont commencé par lire la donnée ABCE est un parallélogramme et la conclusion, puis, ils se sont concentrés sur le dessin pour faire le décodage. Ils ont commencé par démontrer l'isométrie des segments en utilisant la stratégie parallélogramme. Le travail de ce binôme montre une conception erronée de la notion de milieu qui se limite pour eux à l'isométrie des segments.

Hanène : *sur le dessin, on a M milieu de [AE] parce que MA=ME.*

Med : *et on a MB=MC.*

Hanène : *donc, M est aussi le milieu de [BC]*

Mais, malgré cette conception du milieu, le fait que le segment [CE] soit tracé en pointillé a amené les élèves à sentir la nécessité de démontrer l'alignement des points.

Le travail de ce binôme peut être divisé en 5 étapes :

1ère étape : lecture de la question et décodage du dessin.

2ème étape : Utilisation de la stratégie parallélogramme pour démontrer l'isométrie des segments [CD] et [CE]

3ème étape : rédaction de la démonstration.

4ème étape : conflit à propos de l'alignement des points.

5ème étape : Utilisation de la stratégie parallélogramme pour démontrer l'alignement et conclure.

***<u>Etude de la réponse finale</u>***

L'étude de la rédaction donnée par les élèves montre qu'aucune modification n'a été apportée au dessin.

Concernant la démonstration produite elle peut être divisée en 5 pas :

**1ier pas** : La conclusion est "AB=CD et (AB)//(CD)". La proposition d'entrée est "ABCD est un parallélogramme".

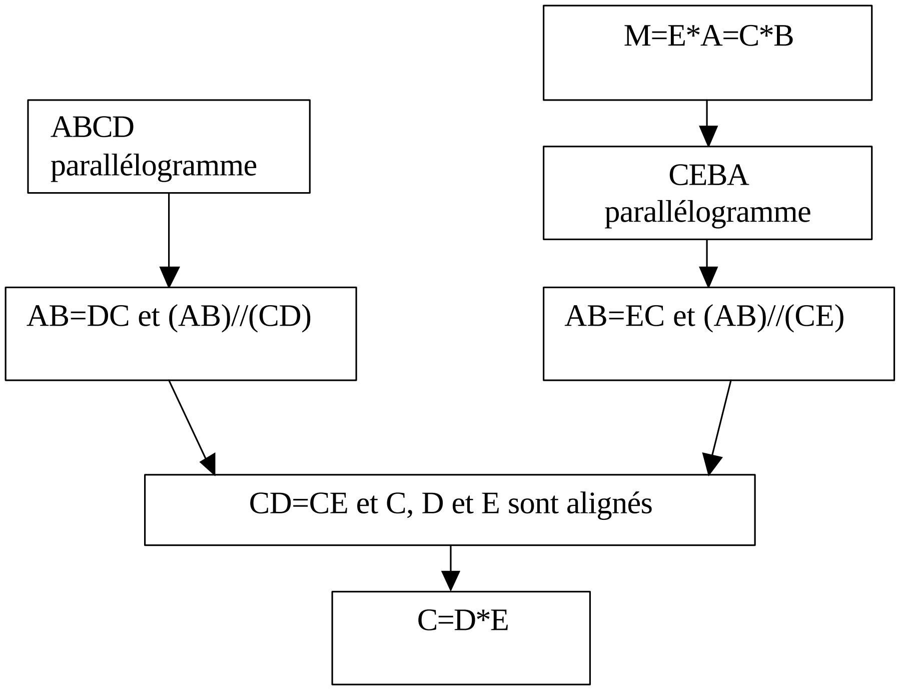
**2ème pas** : La conclusion est "CEBA est un parallélogramme". Les propositions d'entrée sont "M=E*A=C*B".

**3ème pas** : La conclusion est "CE=AB et (CE)//(AB)". La proposition d'entrée est la conclusion du pas précédent "CEBA est un parallélogramme".

**4ème pas** : La conclusion est "CD=CE et D, C, E sont alignés". Les propositions d'entrée sont la conclusion du premier pas et celle du troisième pas. « *D'après (1) et (2) on déduire que CD=CE et D, C, E sont alignés* »

**5ème pas** : La conclusion est "C=D*E". les propositions d'entrée "CD=CE et D, C, E sont alignés".

Dans cette démonstration la structure des pas est correcte, l'enchaînement est réalisé par des connecteurs qui sont bien utilisés.




***<u>Conclusion du travail du binôme 6</u>***

Le travail de ce binôme montre au début du travail, une conception erronée de la notion du milieu, puisqu'ils ont conclu que C=D*E après avoir démontré l'égalité CD=CE. Mais, dans la suite du travail, les deux élèves se sont rendus compte de la nécessité d'une justification théorique de l'alignement des points.

Les deux élèves n'ont apporté aucune modification au dessin; nous considérons qu'ils ont utilisé une appréhension perceptive et une appréhension discursive du dessin.

# V.4 Conclusion de la deuxième expérimentation

Les résultats de cette deuxième expérimentation, nous ont permis de dégager plusieurs conclusions. En effet, le travail des binômes 1 et 2, nous amène à supposer que dans le cas d'un problème donné sous forme d'un texte seul, le dessin qui est réalisé par l'élève n'est pas utilisé comme la seule source d'information, lors de la phase de recherche puisque nous avons remarqué que les informations provenant du dessin sont contrôlés par le texte de l'énoncé, ce qui n'est pas le cas pour les binômes qui ont travaillé dans la modalité 2. Cette observation nous amène à émettre une première conjecture :

*L'élève n'a pas le même degré de confiance dans le dessin qu'il réalise lui même à partir du texte de l'énoncé que pour un dessin donné dans l'énoncé.*

Pour les deux binômes 3 et 4 qui travaillent dans la modalité 2, nous avons remarqué un faible aller et retour entre le texte de l'énoncé et le dessin donné; en effet, les deux binômes n'ont utilisé le texte qu'au début du travail pour repérer les données du problème sur le dessin et dans la suite seul le dessin a été utilisé comme source d'information.

Les résultats de cette expérimentation, montrent que l'utilisation du dessin n'est pas la même dans les trois modalités puisque dans la première modalité nous avons observé plusieurs aller et retours entre le texte de l'énoncé et le dessin réalisé par les élèves, alors que, dans les deux modalités 2 et 3, le dessin a été utilisé comme la seule source d'informations. La variation du traitement du dessin dans ces trois modalités nous amène à émettre une deuxième conjecture :

*Le dessin n'a pas le même statut au regard des élèves: il varie selon qu'il est fourni dans l'énoncé ou qu'il est construit par eux à partir des données verbales.*

Le travail du binôme 3 nous a permis de voir l'importance des rétroactions du milieu et leurs influences sur le travail des élèves et de conclure que le dessin peut constituer un moyen de contrôle lors de la phase de recherche.

L'information provenant du dessin donné dans les modalités 2 et 3 concernant le fait que le segment [CE] soit tracé en pointillé a permis aux élèves de se rendre compte de la nécessité de donner une justification théorique à l'alignement des points C, D et E.

Le travail des binômes n'a pas montré une grande utilisation des évidences du dessin , cela pourra s'expliquer par l'effet du travail par binômes puisque dans la phase de la recherche de la solution les deux élèves se contrôlent mutuellement, de plus chacun des élèves doit apporter une explication convaincante à son partenaire.

Concernant les modifications apportées au dessin, nous avons remarqué que les élèves apportent rarement des modifications au dessin. Cela pourra être lié à la spécificité du problème que nous avons choisi et au dessin que nous avons donné dans les modalités 2 et 3 qui n'est pas un dessin compliqué et qui rend visible des sous configurations pertinentes pour la résolution du problème.

Concernant les types d'appréhension du dessin utilisés par les élèves lors de la phase de recherche, nous avons remarqué l'importance de l'effet de l'appréhension perceptive, l'importance du rôle de l'appréhension opératoire qui apparaît à travers l'utilisation de sous configurations pertinentes pour la résolution du problème. L'analyse du travail des six binômes nous a montré que lors de la phase heuristique de recherche d'un problème, il y a interaction entre les appréhensions perceptive, opératoire et discursive puisque les élèves ont fait appel aux trois types d'appréhension pendant leurs recherches.

# Conclusion générale

L’objet de notre recherche était d’étudier l’influence de la donnée d’un dessin dans l’énoncé d’un problème de géométrie plane sur les processus de résolutions adoptés par des élèves de $1^{ère}$ année de l’enseignement secondaire tunisien. Partant de l’idée de Laborde et Houdebine (1998) qui considèrent que la présence d’un dessin constitue l’une des caractéristiques des problèmes de géométrie plane par rapport aux problèmes d’arithmétique, et des résultats de Duval (1994) sur la notion de variables rédactionnelles et leurs influences sur le travail des élèves, nous avons tenté d'étendre la notion de variable rédactionnelle des énoncés de problèmes à une variable de l’énoncé incluant le dessin. Nous l'avons appelée la variable "forme des données" et avons prouvé que c’est une variable didactique. Puis, nous avons déterminé l’influence de la variation des valeurs de cette variable sur le travail des élèves au niveau de la réussite du problème, au niveau des stratégies de démonstration et au niveau des processus de résolution.

Comme notre recherche était menée dans le cadre de l’enseignement tunisien, il nous a semblé indispensable d’étudier la place accordée au dessin dans l’enseignement secondaire tunisien à travers l’étude des programmes et des manuels.

**Pour l’étude des programmes** : Nous avons constaté qu'actuellement une place importante est accordée à la géométrie classique, considérée comme indispensable à la formation de l’esprit scientifique chez l’élève. Un rôle aussi important est accordé au dessin qui est supposé nécessaire pour développer chez l’élève le sens de l’observation, la capacité de conjecturer, d’argumenter et de communiquer les résultats.

L'étude sommaire des programmes du deuxième cycle de l’école de base ($7^{ème}$, $8^{ème}$ et $9^{ème}$ année de l’enseignement de base, équivalents aux $6^{è}$, $5^{è}$ et $4^{è}$ dans l’enseignement français) et l’enseignement secondaire ; nous avons noté que le statut du dessin changeait progressivement au fur et à mesure: Au premier cycle de l’enseignement de base correspondant à l’école primaire en France, le dessin est utilisé comme un objet matériel sur lequel les élèves sont amenés à faire des mesures, lire des résultats… Par contre, dès la 7ème année de base, le dessin commence à prendre dans certaines situations, le statut de modèle d'un objet géométrique et comme élément d'initiation des élèves au raisonnement déductif, tout en restant utilisé comme un objet matériel dans plusieurs situations bien illustrées dans les parties "cours" du manuel officiel.

Au 2ème cycle de l'enseignement de base, c'est-à-dire jusqu'à la 9è, apparaît un changement de rapport au dessin suite à l'introduction de la notion de démonstration. Cette étape, que nous avons qualifiée d'"étape intermédiaire", nécessite une étude plus approfondie qui sort du cadre de notre travail actuel, mais pourrait faire l'objet d'une recherche ultérieure. Dans cette étude il sera intéressant d'étudier comment s'opère le changement du statut du dessin à travers les textes des programmes, les manuels scolaires de mathématiques et à travers les pratiques dans les classes des mathématiques.

**Pour l'étude du manuel officiel des mathématiques** : Afin de déterminer les différentes valeurs accordées dans l'enseignement secondaire tunisien à la variable "forme des données" dans les énoncés des problèmes de géométrie plane et pour identifier certaines règles du contrat didactique relatif à l'utilisation du dessin dans la résolution des problèmes, nous avons étudié les cinq chapitres de géométrie plane du manuel officiel des mathématiques de 1ère année de l'enseignement secondaire. Partant de l'hypothèse que dans les solutions des problèmes corrigés, produites par les auteurs du manuel, ces derniers précisent leurs attentes, ce qui permet d'extraire certaines règles du contrat didactique. Cette étude a montré que les règles du contrat varient selon le type du problème (Laborde et Houdebine, 1998) . Pour les problèmes de démonstration, les auteurs du manuel considèrent qu'il est important de réaliser en début de résolution un dessin qui traduit les données du problème, ce dessin peut servir pour avancer des conjectures ou vérifier un résultat, mais, les informations tirées du dessin nécessitent une justification théorique.

Pour la détermination des valeurs de la caractéristique "forme des données", nous avons étudié les énoncés des problèmes proposés dans les parties "exercices" des cinq chapitres étudiés dans le manuel. A partir des résultats de Chaachoua (1997), nous avons supposé a priori quatre valeurs :

- texte seul.
- texte+dessin non codé.
- texte+dessin codé.
- dessin codé.

L’étude a montré que les deux premières valeurs sont très utilisées dans le manuel. La valeur "dessin codé" est utilisée avec un pourcentage faible et la valeur "texte+dessin codé" n’a été utilisé qu’une seule fois, c’est pourquoi nous n’avons par la suite considéré dans notre travail que les trois valeurs : "texte seul", "texte+ dessin non codé" et "dessin codé".

Grâce à l’étude du manuel, nous avons montré que le codage est utilisé essentiellement dans les dessins accompagnant les définitions, les théorèmes et les propriétés, énoncés dans la partie "cours" du manuel et qu'il est faiblement utilisé dans les énoncés des problèmes et dans les solutions proposées aux problèmes corrigés. Ce qui pourra expliquer certains comportements des élèves pendant la phase expérimentale que nous avons décrite par la suite.

**La première expérimentation** a permis d’affirmer la validité de notre hypothèse a priori prédisant que la caractéristique "forme des données" dans les énoncés des problèmes de géométrie plane est une variable didactique qui peut être considérée comme une extension de la notion de variable rédactionnelle (Duval, 1994). En effet, l’analyse des résultats obtenus dans les trois modalités de travail correspondant aux trois valeurs retenues pour la caractéristique "forme des données" à travers l’étude du manuel, ont montré que la variation des valeurs de cette caractéristique a une influence sur la réussite du problème, sur les stratégies de démonstration adoptées par les élèves et sur le traitement du dessin.

Les résultats ont également démontré l’influence de la donnée du dessin dans l’énoncé dans le cas où ce dessin serait codé et le cas où il n’est pas codé. Cette influence est apparue sur trois niveaux :

- Au niveau de la réussite : Le taux de réussite dans les modalités 2 et 3 où le dessin est donné dans l'énoncé est meilleur que celui observé dans la modalité 1 où l'énoncé est sous forme d'un texte seul.
- Au niveau des stratégies de démonstration adoptées par les élèves : dans les modalités 2 et 3, et sous l'influence du dessin donné, une augmentation du taux d'utilisation des stratégies $S_5$ : "droite des milieux" et $S_6$ : "Thalès".
- Au niveau de l'utilisation du dessin : Dans la modalité 1, un nombre important d'élèves ont utilisé des informations provenant d'une appréhension perceptive du dessin sans aucune justification théorique.

Cette première expérimentation nous a permis de connaître l'influence de la donnée du dessin sur la réussite au problème, sur les stratégies de démonstration et sur l'utilisation du dessin, et cela à travers la comparaison des résultats obtenus dans les trois modalités; mais, elle a aussi permis de soulever plusieurs questions concernant d'une part les processus de résolution adoptés par les élèves et leurs variations d'une modalité à l'autre et d'autre part sur le traitement du dessin lors de la phase heuristique dans les trois modalités et les différents types d'appréhension du dessin auxquelles les élèves font appel. Une autre question a émergé à partir de l'analyse des résultats de la 1ère expérimentation concernant les sources d'informations utilisées par les élèves pendant la recherche du problème et l'utilisation des informations provenant du dessin. Pour traiter ces questions nous avons réalisé une deuxième expérimentation consistant en l'observation du travail des binômes.

**La deuxième expérimentation** a permis de dégager plusieurs conclusions :

L'élève n'a pas le même degré de confiance dans un dessin qu'il réalise lui-même que pour un dessin donné dans l'énoncé du problème. Puisque, dans le cas d'un dessin réalisé par l'élève les informations provenant du dessin sont contrôlées par un retour au texte alors que pour le cas d'un dessin donné, il y a un très faible retour à l'énoncé. Ce qui amène à dire que le dessin réalisé par l'élève à partir de l'énoncé n'a pas le même statut qu'un dessin donné par le professeur ou par le manuel. Ce résultat nécessite d'être étudié dans le cas d'un dessin plus compliqué, c'est-à-dire dans le cas d'un problème qui comporte un nombre plus élevé de données puisque les résultats auxquels nous avons abouti peuvent êtres liés à la spécificité de notre problème et à la particularité du dessin que nous avons donné. Cela pourrait être l'objet d'une extension de notre travail actuel.

L'observation des binômes nous a permis également de voir l’importance des rétroactions du milieu et leur influence sur le travail des élèves et de conclure que le dessin peut constituer un moyen de contrôle lors de la phase de recherche d’un problème.

**Concernant l’enseignement de la géométrie plane** : dans le travail des binômes nous avons remarqué que les échanges entre les pairs a permis dans plusieurs cas de réussir le problème et d’éviter l’utilisation des évidences perceptives du dessin. Cela montre qu’il serait intéressant de mener une étude sur l’importance de la réalisation de situations d’apprentissage coopératif et leur influence sur le travail des élèves.

Notre recherche a montré une faible utilisation dans le manuel du codage dans les énoncés des problèmes et dans les solutions proposées aux problèmes corrigés. Nous avons remarqué que le codage est utilisé essentiellement dans les dessins accompagnant les théorèmes et les définitions énoncés dans les parties "cours" du manuel et qu’il ne constitue pas un objet d’enseignement comme dans les programmes français, puisque dans les manuels tunisiens de mathématiques, il n’y a aucun exercice qui a pour objectif d’apprendre aux élèves de coder ou décoder un dessin. Le codage des figures devrait être l'objet d'une étude spécifique permettant d'observer les pratiques des enseignants tunisiens, explicites et implicites, pour voir s'il y a nécessité de son introduction comme objet d’enseignement et mesurer son influence sur l’apprentissage de la démonstration en géométrie plane.

# Références bibliographiques


- Abrougui H. (1998), *La démonstration en géométrie dans l'enseignement secondaire tunisien : Exigences d'enseignant et difficultés d'élèves de 4ème relativement à un problème de démonstration*. Thèse en didactique des mathématiques, Université Joseph Fourier.
- Arsac G. (1998), *L'axiomatique de Hilbert et l'enseignement de la géométrie au collège et au lycée*. ALEAS Editeur IREM de Lyon.
- Arsac G. (1999), Variations et variables de la démonstration géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.19, n°3, pp. 357-390. La pensée sauvage.
- Balacheff N. (1988), *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège*. Thèse d'état, Grenoble, Université Joseph Fourier.
- Bkouche R. (1990), Enseigner la géométrie, pourquoi ? *Repères,* IREM, n°1, pp.92-102
- Bronner A. et Pellequer S. (1996), Pour démarrer en géométrie et en classe de 3ème : Une situation problématique. *Petit x*, n°40, pp. 65-85.
- Berthelot R. et Salin M. H. (2001), l'enseignement de la géométrie au début du collège : comment concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive ? *petit x,* n°56, pp.5-34,IREM de Grenoble.
- Bessot A. (1983), Représentation graphique et maîtrise des rapports avec l'espace. *Conférence publique organisée par le CIRADE et le département des mathématique et informatique*, UQAM, Montréal.
- Chaachoua H. (1997), *Fonction du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Etude d'un cas : La vie des problèmes de construction et rapport des enseignants à ces problèmes*. Thèse en didactique des mathématiques, Grenoble, Université Joseph Fourier.
- Chaachoua H. (1999), Ecologie des problèmes de construction dans l'espace, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 19, n° 3, pp. 323-356. La pensée sauvage, Grenoble.

- Chevallard Y. et Julien M. (1991) autour de l'enseignement de la géométrie au collège, première partie, *petit x*, n°27, IREM de Grenoble.
- Duval R. (1988), Ecarts sémantiques et cohérence mathématique : Introduction aux problèmes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, pp.7-25, IREM de Strasbourg.
- Duval R. (1988), Approches cognitives des problèmes de géométrie en terme de congruences. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, pp 57-74, IREM de Strasbourg.
- Duval R. et Egret M.A. (1989), l'organisation déductive du discours : interaction entre structure profonde et structure de surface dans l'accès à la démonstration. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives* 2, pp. 25-40, IREM de Strasbourg.
- Duval R. (1991), Interaction des différents niveaux de représentation dans la compréhension de textes. *Annales de Didactique et de sciences cognitives,* pp. 136-193. Strasbourg : Edition de l'IREM.
- Duval R. (1991), Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, n°22, pp. 233-261.
- Duval R. et Egret M. A (1993), Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif. *Repères*, n°12, pp. 114-140, IREM de Strasbourg.
- Duval R. (1994), les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM*, n°17, pp. 121-138.
- Egret M.A. et Duval R. (1989), Comment une classe de quatrième a pris conscience de ce qu'est une démarche de démonstration. *Annales de Didactique et de sciences cognitives* 2, pp. 41-64, IREM de Strasbourg.
- Gaud D. et Guichard J.P. (1984), Apprentissage de la démonstration (géométrie de 4$^{ème}$). *Petit x,* n°4, pp. 5-25,IREM de Grenoble.
- Gras R. et Almouloud S.A. (1994), Le temps, analysateur de comportements d'élèves dans l'environnemnt DEFI. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 14, pp. 251-274.
- Houdebine J. (1990) Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question. *Repères*, n°1,IREM.

- Houdebine J. et Laborde C. (1998), variations sur des énoncés de problèmes de géométrie au collège. Repères, n°33, pp.37-58, IREM de Strasbourg
- Laborde C. (1988), l'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 9, n°3, pp 337-364. La pensée sauvage, Grenoble.
- Laborde C. (1992), Enseigner la géométrie : permanences et révolutions. *Conférence plénière au 7ème congrès international sur l'enseignement des mathématiques*, ICME 7, Québec-Cannada, août 1992.
- Laborde C. et Capponi B. (1994), Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 14, n°1.2, pp 165-210. La pensée sauvage, Grenoble.
- Laborde C. et Capponi B. (1995), Modélisation à double ses. *VIIIè école et université d'été de didactique des mathématiques. Actes de l'école d'été août 1995, Saint-Sauves d'Auvergne.*
- Laborde C. (1995), Occore apprendere a leggere i scrivere in matematica ? *Séminaire international de didactique des mathématiques Sulmona.*
- Mercier A. et Tonnelle J. (1992) autour de l'enseignement de la géométrie au collège, deuxième partie, *petit x*, n°29, IREM de Grenoble.
- Mesquita A.L. (1989) *l'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves : éléments pour une typologie*. Thèse. Strasbourg : Université Louis Pasteur.
- Muller J.P. (1994), La démonstration en géométrie en quatrième et en troisième. *Repères*, IREM, n°15, pp.7-24.
- Padilla V. (1990) Les figures aident-elles à voir en géométrie ? , *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, pp. 223-252, IREM de Strasbourg.
- Parzysz B. (1989) *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir*. Thèse. Université Paris 7.

## ***SUPPORTS OFFICIELS***

- **TUNISIE 1959,** Secrétariat d'Etat à l'éducation nationale. programmes officiels de l'enseignement secondaire , Mathématiques, fascicule 7.

- **TUNISIE 1970,** Ministère de l’éducation, de la jeunesse et des sports. Programmes officiels de l’enseignement secondaire : Mathématiques, fascicule 12. Tunis.

- **TUNISIE 1978,** Ministère de l’éducation nationale**.** Programmes officiels de l’enseignement secondaire : Mathématiques. Tunis.

- **TUNISIE 1982,** Ministère de l’éducation nationale**.** Programmes officiels de l’enseignement secondaire : Mathématiques. Tunis.

- **TUNISIE 1986,** Ministère de l’éducation nationale**.** Programmes officiels de l’enseignement secondaire : Mathématiques. Tunis.

- **TUNISIE 1988,** Ministère de l’éducation et des sciences**.** Programmes officiels de l’enseignement secondaire : Mathématiques. Tunis.

- **TUNISIE 1991,** Ministère de l’éducation et des sciences**.** Réforme du 21 juillet. Tunis.

- **TUNISIE 1993,** Ministère de l’éducation et des sciences**.** Programmes officiels de l’enseignement secondaire : Mathématiques. Tunis.

TuO?R ?U? u?I RUrUI R ??Ÿ?ƒ??I R? u??? ??UuR s?Rr?R -
Sr?U r?u?RrUtrU?R ?U? VI b ??R R?Š

R?Š ? TuO?R ?U? tt u? I R? UrUI R?Ÿs?R?r ??s?R? u? ??r ??UU?R? Rr?R -
. Sr?U r?u?RVI. b ??R

?Š?ZR??R???B?u?R U?B r?U r?u?RUrUI R??sR?rŸr rU?R?U?Š?? r??s? -
.

??R?u? ?R ?B r?U r?u?RUrUI R?Ÿ s??r ??s?R?U?? ?Š ??R? ?s?R
.?Š?ZR??R

.?Š?ZR??R???B?u?R ?UrI R??sR?rŸUrs?R?U?S r?U r? u?R tr??Š?? r??s?

???U? ?u?R U?R ?UrI R?? Ÿs??rŸrrU?R?U?R??s?S r?U r?u?R Rrs? -
?Š?ZR??R

???B?u?R U?R I R?Ÿs?R?r ??s?R?U?R?? s?S r?U r?u?R Rrs?
?Š?ZR??R

- ? ??Ú??u??R UÎ?R ?UrUI R ??R?R?rŸUrs?R?UÎ?R??? s?S r?U r?u?R Rrs?

.?Š?Z?R????R

- ?R?r ??rs?R?t u??? ??UÚu ?R?R?r?RuR?R?rus?R?uR? r?U??s?R?u???Š?R

.r?uŸ?RI t ??? R ?R?Š ? TuŒË?R ?U? tt u?? ?R?UrU? R

- Programmes officiels de l’enseignement secondaire. Décret n : 98- 1280 du 15 juin 1998. Annexe XI. Mathématiques.
- Mathématiques (1998), 1ère année secondaire, code 222 101, centre national pédagogique.