"Quaderni di Ricerca in Didattica", n13, 2003.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Conceptions d'enseignants de l'école de base sur les nombres décimaux

Hanène ABROUGUI [1]

Résumé

Un constat d'échec important d'élèves de sixième année de l'enseignement de base dans les épreuves de mathématiques a suscité un besoin de formation des enseignants de ce niveau scolaire en mathématiques. Dans le cadre de cette formation, nous nous sommes intéressées aux conceptions des enseignants sur les nombres décimaux, notion largement étudiée au cours de la 5ème année et de la 6ème année de l'école de base. Cette étude est réalisée essentiellement aux moyens d'une analyse épistémologique des décimaux, d'une approche théorique des conceptions, d'une étude du curriculum et d'un questionnaire destiné à des enseignants de l'enseignement de base. A la suite de la précision du cadre théorique, nous présentons les résultats de l'étude obtenus à partir du questionnaire. Ils montrent notamment que la conception dominante des enseignants de 5ème et 6ème de base est qu'un décimal est « un nombre à virgule », conception qui est à l'origine de confusions entre un décimal et un rationnel non décimal. De plus, la conception du décimal comme fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, est fréquente aussi. Elle induit, des fois, la non reconnaissance d'un nombre décimal, écrit sous forme d'une fraction dont le dénominateur est différent d'une puissance de 10, en tant que tel. Enfin notre analyse a montré un manque dans la maîtrise des connaissances sur la structure de l'ensemble D et les propriétés des décimaux, ce qui pousse à orienter la formation, dans le futur, vers une étude plus approfondie de cet ensemble en particulier et l'étude d'autres ensembles de nombres, tels que Q, R, R-Q, C…, d'une façon générale .

Riassunto

Un costante errore importante degli allievi del sesto anno dell'insegnamento di base nelle prove di matematica ha reso necessaria la formazione degli insegnanti di questo livello scolare. Nel quadro di questa formazione, ci siamo interessati alle concezioni degli insegnanti su numeri decimali, nozione largamente studiata nel corso del 5° anno e del 6° anno della scuola di base. Per precisare il quadro teorico, presentiamo i risultati dello studio ottenuti a partire da un questionario. Essi mostrano che la concezione dominante degli insegnanti di 5° e 6° anno è che un decimale è un "numero con virgola", concezione che è all'origine delle confusioni tra un decimale e un razionale non decimale. Inoltre è frequente anche la concezione del decimale come frazione di cui il denominatore è una potenza di 10. Questa concezione induce, alle volte, il non riconoscimento del numero decimale, scritto sotto forma di una frazione di cui il denominatore differisce di una potenza di 10. Infine la nostra analisi ha mostrato una mancanza nel dominio delle conoscenze sulla struttura dell'insieme D e le proprietà dei decimali, ciò porta ad orientare la formazione, nel futuro verso uno studio più approfondito di questo insieme in particolare e lo studio di altri insiemi numerici come Q, R, R-Q, C, ... in maniera generale.

Summary

A constant important error of the students of the sixth year of the teaching of base in the tests of mathematics has made the formation of the teachers of this level necessary to drain. In this formation, there are interested to the conceptions of the teachers on you number decimal, notion largely studied during the 5° year and of the 6° year of the school of base. To specify the theoretical framework, introduces the results of the study gotten beginning from a questionnaire. They shows that the dominant conception of the teachers of 5° and 6° year it is that a decimal is a "number with comma", conception that is not to the origin of the confusions between a decimal and a rational decimal. Besides as fraction is frequent also the conception of the decimal one of which the denominator is a power of 10. This conception induces, to the times, the not recognition of the decimal number, written in the form of a fraction of which the denominator differs of a power of 10. Our analysis has finally shown a lack in the dominion of the knowledges on the structure of the whole D and the ownerships of the decimal ones, this it brings to direct the formation, in the future toward a study deepened particularly more of this whole and the study of other numerical sets whole as Q, R, R-Q, C,… in general way.

.

[1] Institut Supérieur de l'Éducation et de la Formation Continue, Le Bardo – Tunisie.

I. Introduction

Depuis quelques années, en Tunisie, il y a eu un constat d'échec important des élèves de sixième année de l'enseignement de base[2] dans les épreuves de mathématiques. Ce constat a suscité, entre autres, un besoin urgent de formation des enseignants de ce niveau scolaire en mathématiques, plus précisément les enseignants de 5ème et 6ème années de l'enseignement de base. Un groupe de chercheurs en didactique des mathématiques et d'enseignants de mathématiques a été chargé d'assurer cette formation, et ce depuis trois ans dans le cadre d'écoles d'été (étés 2000 – 2001 - 2002). Cette dernière a été dispensée sous forme de cours se rapportant aux trois parties enseignées en mathématiques en 5ème et en 6ème à savoir, les nombres, la résolution de problèmes et la géométrie. Etant l'une des personnes chargées de cette formation et afin de répondre, dans l'avenir, aux besoins d'une formation orientée vers d'éventuelles lacunes des enseignants de ces niveaux scolaires, un besoin de mener une investigation auprès de ces derniers a été ressenti et ce afin de caractériser leurs conceptions sur les notions mathématiques qu'ils enseignent. Nous avons choisi de nous intéresser précisément aux nombres décimaux pour diverses raisons : d'abord la place importante qu'occupent ces nombres dans les programmes de 5ème et 6ème années de l'enseignement de base[3]. D'autre part, plusieurs recherches en didactique des mathématiques ont montré les difficultés, pour les apprenants, à concevoir ou à effectuer des opérations ou à résoudre des problèmes se rapportant aux décimaux (Anselmo et al, 1999 ; Archer et al, 1991 ; Brousseau, 1981 ; Douady et al, 1986 ; Munyazikwiye ; 1995 ; Roditi et al., 2001). En effet, les décimaux représentent des objets nouveaux, moins concrets que les entiers naturels et par suite non facilement conceptualisés par les élèves. Par exemple, l'une des difficultés que rencontrent les élèves est de ne pas concevoir la possibilité de multiplier par un décimal « un nombre de fois non entier est difficilement conceptualisé ». De plus, il y a souvent transfert des connaissances des élèves sur les entiers naturels aux décimaux ; ainsi le successeur de 3,5 est 3,6 et entre ces deux décimaux, il n'y en a pas d'autres (Anselmo et al, 1999).

Par ailleurs, les décimaux faisant l'objet explicite d'enseignement dans les programmes de mathématiques de 5ème et de 6ème dans la partie consacrée aux nombres, ils interviennent de façon implicite dans la partie consacrée aux systèmes de mesure. En effet, dans le système métrique, le rapport décimal est retenu pour diviser et sous diviser de nouvelles unités. Cette façon de procéder sur les unités de mesures, excepté celles du temps (les conversions heures-minutes-secondes sont un héritage

[2] A partir de la réforme de 1991, visant l'arabisation des programmes, l'enseignement s'étalant de l'entrée à l'école à l'entrée à l'université s'est subdivisé en deux étapes : l'enseignement de base comportant 9 années (de la 1ère à la 9ème) et l'enseignement secondaire (de la 1ère année à la 4ème année qui se clôture par le concours de Baccalauréat).

[3] Dans le manuel de 5ème année, les chapitres consacrés aux nombres décimaux représentent 11,76% de l'ensemble des chapitres. Par rapport à l'ensemble des chapitres consacrés aux nombres, les nombres décimaux représentent 29,16%. En 6ème année de l'enseignement de base, 14,68% de l'ensemble des fiches et 30,19% des fiches concernant les nombres sont consacrées aux décimaux. De plus, ces derniers sont utilisés de façon implicite dans les notions de proportionnalité, pourcentage, échelle et dans l'application de la règle de trois dans les problèmes proposés.

des fractions sexagésimales des babyloniens) est une convention adoptée depuis 1793 qui a permis de réduire le nombre d'unités de mesure, puisque, jusqu'à cette date, les subdivisions des unités étaient des fractions non décimales, les unités de masse variaient selon les objets, tout cela variant selon les régions (Anselmo et al, 1999).

Enfin, cette notion peut être très utile par la suite pour mieux concevoir les nombres rationnels et les nombres réels, ce qui leur donne, à nos yeux, davantage d'importance, puisque leur intérêt ne se limite pas à la première partie de l'enseignement de base mais se prolonge, plus tard, pour mieux introduire les nombres réels dont l'étude et l'assimilation est nécessaire pour aborder adéquatement toute l'analyse de l'enseignement secondaire et d'une bonne partie de l'enseignement supérieur.

Dans cet article, l'étude que nous menons étant centrée sur les conceptions des enseignants de l'enseignement de base sur les nombres décimaux, nous commencerons par expliciter ce que signifie le terme "conceptions" et dans quel sens nous l'utiliserons (§ II). Puis, nous étudierons le développement des décimaux dans l'histoire des mathématiques (§ III). Cette dernière étude servira, ainsi que l'étude des programmes (§ IV.1,2,3) à fournir une grille d'analyse des conceptions des enseignants (§ IV.4). A la suite de la présentation du questionnaire destiné aux enseignants, nous fournissons les résultats et les conclusions de nos investigations.

II. Approche théorique des conceptions

Selon le dictionnaire des concepts clés en pédagogie (Raynal et al, 1997), les conceptions sont des "*modèles "implicites" ou "explicites" auxquels les apprenants se réfèrent pour décrire, expliquer, comprendre un évènement perceptif ou une situation*". Dans cette définition, le terme apprenant n'est pas restreint à un élève qui apprend dans une classe mais réfère, en général, à un individu qui a reçu ou qui reçoit des éléments de savoir. De ce fait, il est possible de parler de conceptions d'enseignants, d'élèves, d'une catégorie sociale donnée, ou d'un individu donné. En adoptant ce point de vue, le terme de "conception" est préféré et remplace le terme de "représentation", qualifié par Develay (1992) de *"concept nomade voire apatride"*.
La définition donnée ci-dessus, utilisant les termes "événement perceptif", "situation", relate le caractère relatif d'une conception, en ce sens que la conception que nous faisons de ce qui nous entoure n'est qu'une vision relative et partielle de la réalité. Nous retrouvons cette relativité dans la formalisation de Balacheff (1995) sur les conceptions qui permet de caractériser un état du système « sujet-milieu ». En effet, Balacheff considère que « *Une conception est une instanciation de la connaissance d'un sujet par une situation…, ou encore une instance d'un concept par un couple sujet-situation* ». Cette approche des conceptions est cohérente avec les caractérisations que propose Clément (1994) des conceptions conjoncturelles : *« Ce qu'exprime une personne, par exemple, un élève ou un adulte avant ou pendant un apprentissage…, ne traduit pas directement l'ensemble de ses conceptions, mais ses conception conjoncturelles : celles qui sont mobilisées (en mémoire de travail) dans la situation précise (dialogue, apprentissage, réalisation d'une tâche , …) ».*

Giordan (1998) conforte cette idée: "*Intimement liée à l'histoire de l'individu, elle* (conception) *forme le soubassement de son identité et plonge ses racines dans la culture ambiante*". En incluant les scientifiques dans cette définition, Giordan estime

que "*tout savoir reconnu par une communauté scientifique demeure une conception*" (ibid).
Les formalisations de Balacheff, Clément et Giordan confortent l'idée de misconception développée par Confrey et celle *connaissances locales* de Léonard et Sackur. En effet, qu'il s'agisse de conceptions de scientifiques ou non, une conception peut agir comme un savoir acceptable ou une magnifique erreur, ce qui incite à relativiser davantage l'idée de conception.

Dans le cas de notre étude, nous estimons que, placé dans des conditions bien déterminées, un enseignant mobilise des conceptions sur les nombres décimaux, qui ne se construisent pas uniquement à partir de sa position d'agent du système d'enseignement. Il a une vision personnelle sur ces nombres, sur la façon de les représenter, sur leur utilité dans la vie quotidienne, relevant de sa formation initiale, de son expérience personnelle etc. et influencées par les caractéristiques du milieu auquel il est confronté.
Prendre en compte les conceptions présentes chez les enseignants permet de mieux adapter la formation qui leur est destinée. Comme le préconise Giordan (ibid), la prise en compte des conceptions doit impérativement devenir le point de départ de tout projet éducatif car celles-ci nous révèlent l'existence de certains obstacles prévisibles et dépassables. Elles sont par conséquents des instruments de choix dans l'évaluation et supposent la croyance dans des possibilités de changements.
Pour ces raisons, nous tenterons, dans cet article, de dégager les conceptions des enseignants du l'école de base sur les décimaux en nous appuyant sur les éléments théoriques cités ci-dessus, sur une analyse épistémologique des décimaux, permettant de déceler les conceptions historiques et épistémologiques de ces nombres et sur une analyse des programmes fournissant éventuellement les "conceptions didactiques" des décimaux[4]. Ces éléments d'information guideront nos investigations auprès des enseignants en favorisant une meilleure interprétation des réponses des enseignants au questionnaire proposé et par conséquent une meilleure identification de leurs conceptions.

III. Etude épistémologique

Dans ce paragraphe, nous clarifions la genèse et le développement des décimaux dans l'histoire des mathématiques. Cette étude contribuera à l'élaboration d'une grille d'analyse permettant l'interprétation des réponses des enseignants au questionnaire proposé et aidant à mieux déterminer leurs conceptions sur les nombres décimaux.

1. Apparition des nombres décimaux

Les premières apparitions des décimaux remontent à très loin, dans les civilisations égyptiennes (vers 2500 av J.C) et dans les civilisations babyloniennes (vers 1800 av J.C). Les égyptiens utilisaient un système de numération de base 10, non positionnel (numération hiéroglyphique) comportant des symboles différents pour désigner 1, 10,

[4] Les différentes façons avec lesquelles sont introduits les nombres décimaux dans l'enseignement constituent des approches différentes traduisant certains choix de la noosphère (relatant une vision particulière de ces nombres, leur origine, leur utilité, une façon de les comprendre, de les manipuler…) qui peuvent induire chez les enseignants des conceptions sur ces nombres qui sont qualifiées de didactiques.

100 etc. En dehors des entiers, les égyptiens ne concevaient que les fractions unitaires (de numérateur 1). De plus, la fraction 2/3 semblait jouir d'un statut privilégié et un symbole lui était associé (Dahan et al, 1986). Les égyptiens s'occupaient à chercher les 2/3 de n'importe quelle fraction unitaire. Pour les fractions non unitaires, ils étaient conduits à décomposer les fractions de la forme 2/n en sommes de fractions unitaires, ce qui rendait les calculs compliqués. D'ailleurs, ils se référaient à une table établie préalablement (dans le papyrus Rhind, on trouve une liste de décomposition de 2/n de n=5 à n=101).
Les mathématiques égyptiennes permettaient d'organiser le système social pharaonique nécessitant une grande comptabilité matérielle pour contrôler la production et la répartition des ressources, des denrées alimentaires etc.
Quant à la numération babylonienne, elle s'appuyait sur une combinaison d'un système sexagésimal et décimal, avec un principe de position. Deux signes seulement étaient utilisés (l'un pour 1 et l'autre pour 10). Selon le contexte, le même symbole pouvait valoir 1, 60, 3600 ou encore 1/60, 1/3600 etc. Comme 60 a beaucoup de diviseurs, les babyloniens pouvaient représenter les fractions 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/12, 1/15, 1/20, 1/30.
Comme chez les égyptiens, les connaissances mathématiques des Babyloniens, et plus particulièrement les fractions, sont appliquées à des problèmes de nature économique: échanges de monnaie et de marchandises, problèmes d'intérêt simples et composés, calculs de taxes, répartition de récoltes etc.

Ainsi, les fractions naissent comme outils pour la résolution de problèmes concrets, mesurage, pour retracer des terrains en Egypte après les crues du Nil, mesures de quantités et calculs pour les échanges commerciaux.

2. Les nombres décimaux chez les Grecs

Avec les savants Grecs, notamment les Pythagoriciens et Euclide, les décimaux deviennent un objet d'étude. Les Pythagoriciens ont établi une théorie des rapports qui ne s'appliquait qu'aux grandeurs commensurables (grandeurs dont le rapport s'exprime à l'aide de nombres entiers). La théorie des proportions élaborée au livre V des Eléments s'applique bien aux grandeurs commensurables qu'aux grandeurs incommensurables. Euclide introduit un ordre total sur l'ensemble des rapports de grandeurs. Après avoir introduit 18 définitions au début du livre V, il déduit 25 théorèmes qui établissent les propriétés des grandeurs et des rapports de grandeurs. De ce fait, les connaissances sur les décimaux prennent avec les grecs un tournant plus théorique et deviennent un objet d'étude.

3. Les nombres décimaux chez les Arabes

Les mathématiciens arabes jouent un rôle important dans le développement des décimaux. Al Samaw'al (1172) utilise les fractions décimales pour donner une approximation de la racine irrationnelle d'une équation. L'ensemble des résultats obtenus par Al Karagi et Al Samaw'al ont permis l'émergence de la théorie des fractions décimales, en établissant les règles de calcul sur ces dernières (Dahan et al, 1986). En 1427, Al Kashi élabore une méthode de décomposition d'une fraction en une somme (finie ou non) de fractions décimales. Il ramène alors les opérations sur les fractions à des opérations sur les entiers en utilisant les fractions décimales. Il expose ainsi, de façon méthodique, la théorie des fractions décimales.

Al Khayyem de son côté, se pose le problème du lien existant entre un rapport et un nombre. Il considère que les rapports quelconques doivent pouvoir s'exprimer par des nombres
Ainsi, les décimaux occupent, chez les arabes, aussi bien le statut d'outil, pour résoudre des problèmes d'algèbre (approximation de racine d'équation), que d'objet (élaboration de la théorie des fractions décimales).

4. Les nombres décimaux en occident

D'ailleurs, d'un point de vue épistémologique, les nombres irrationnels ont été représentés par Cantor, comme des suites infinies de nombres décimaux (les mathématiciens, p186). Ainsi, les décimaux ont l'avantage d'approcher d'aussi près qu'on veut les nombres réels tout en étant faciles à utiliser pour les calculs, pour les comparaisons ainsi que pour le contrôle de l'ordre de grandeur d'un résultat.

5. Conceptions sous-jacentes à l'étude épistémologique

Le survol historique que nous avons fait permet de dégager trois conceptions différentes des nombres décimaux, qui ne s'excluent nullement, mais plutôt se complètent. En nous appuyant sur la dialectique Outil-Objet de Régine Douady (1984), nous pouvons ainsi les expliciter:

- Les décimaux comme outil pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne, problèmes externes aux mathématiques. Dans ce cas, nous les qualifions d'*outils externes*.
- Les décimaux comme nombres sur lesquels on peut effectuer des opérations. Nous les désignons alors par *objets d'étude*.
- Les décimaux comme outil pour résoudre des problèmes mathématiques (approximation, définition des réels); il s'agit alors d'*outils internes* aux mathématiques.

IV. Les nombres décimaux dans l'enseignement

L'objet de cet article étant de dégager les différentes conceptions des enseignants de 5ème et 6ème années de l'école de base sur les nombres décimaux, il s'avère pertinent d'étudier les programmes officiels présentant les décimaux dans ces niveaux scolaires. En effet, une hypothèse sous-tend le choix d'analyser ces documents officiels : les conceptions des enseignants sur les décimaux seraient, certes, fortement déterminées par la formation qu'ils ont reçue dans leur passé scolaire et éventuellement par d'autres sources, a priori, difficiles à cerner; toutefois, l'enseignement qu'ils dispensent exige une pratique des nombres décimaux qui influence de façon importante leurs conceptions sur ces nombres. Ainsi, l'analyse des programmes officiels de 5ème et 6ème années de base nous est d'un apport capital pour mieux cerner ces conceptions. D'un point de vue méthodologique, cette étude servira de support pour compléter la grille d'analyse des conceptions d'enseignants sur les décimaux, en ajoutant aux conceptions épistémologiques déjà dégagées des conceptions didactiques.

Dans les programmes actuels du premier cycle[5] de l'enseignement de base, issus de la réforme de 1991, les nombres décimaux apparaissent, pour la première fois, en 5ème année de base puis ils sont repris en 6ème année de base. Notons que les décimaux figurent aussi dans les programmes de 7ème année et 8ème année de base[6] ; toutefois, nous ne nous intéresserons pas à ces niveaux scolaires car les enseignants du premier cycle de l'école de base ne sont pas directement concernés par ces programmes. Ainsi, nous centrons notre intérêt sur l'étude des programmes de 5ème et 6ème années de base.

1. Les nombres décimaux dans les programmes de 5ème année de base[7]

Jusqu'à ce niveau scolaire, les seuls nombres que connaissent les élèves sont les entiers naturels qui sont introduits progressivement depuis la 1ère année de l'enseignement de base. En effet, les élèves commencent par découvrir les entiers naturels de 0 à 99 en 1ère année. Les nombres de 0 à 999 sont introduits en 2ème année et ceux de 0 et 9999 en 3ème année. En 4ème année, les élèves s'intéressent aux entiers naturels compris entre 0 et 1000000 puis, en 5ème année, ils sont supposés être capables de lire et d'écrire n'importe quel entier naturel (programmes de mathématiques issus de la réforme de 1991).

Par la suite, et dans la progression logique du programme de mathématiques de l'enseignement de base, les nombres fractionnaires apparaissent (nombres de la forme a/b ; a et b entiers naturels, b non nul). Dans le grand thème « Les nombres fractionnaires » (article 311), les fractions dont le dénominateur est égal à 10 puis les nombres décimaux sont introduits. Ainsi, les décimaux apparaissent comme des exemples de nombres fractionnaires. De ce fait, il est probable qu'une conception dominante des enseignants sur ces nombres soit « fraction ». Cela peut, bien entendu, engendrer une confusion entre un rationnel de façon générale et un décimal qui est un exemple particulier de rationnel. Ainsi, des nombres tels que 2/3, 5/12 ; 7/6 peuvent être considérés par certains enseignants comme des décimaux.

Par ailleurs, l'approche privilégiée du décimal, en tant que nombre fractionnaire est sa représentation par des écritures de la forme $a/10^n$ avec a et n entiers naturels *"Les décimaux sont représentés par des écritures de la forme $a/10^n$ (a et n entiers naturels) »*. De ce fait, il est possible que beaucoup d'enseignants aient comme conception du décimal une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, quelle que soit la nature de son numérateur. Autrement dit, $\pi/1000$ peut être perçu par certains instituteurs comme décimal. Nous désignons cette conception par « puissance de 10 barre » pour exprimer que le décimal est représenté par une puissance de 10 au dénominateur surmontée d'un trait (de fraction). Cette même conception peut faire écran à la reconnaissance des écritures fractionnaires d'un décimal avec un

[5] Le premier cycle de l'enseignement de base est composé de la 1ère année de base à la 6ème année de base et le 2ème cycle comporte les 7ème, 8ème et 9ème années de base.

[6] En 7ème année de base, les décimaux apparaissent comme exemples particuliers de rationnels ou comme un outil pour mieux comprendre les rationnels mais ne font pas l'objet d'une étude spécifique. En 8ème année, les décimaux relatifs (précisément négatifs) apparaissent à la suite des entiers relatifs et des rationnels relatifs

[7] Afin de mieux expliciter les choix de la noosphère par rapport aux nombres décimaux, nous renvoyons le lecteur à la partie « annexes », présentant les tableaux figurant dans le livre des programmes de mathématiques de 5ème année et de 6ème année, de la réforme de 1991, relative aux nombres décimaux et précisant les thèmes, les objectifs, les contenus et les directives du programme

dénominateur qui n'est pas une puissance de 10 comme des décimaux, bien que ces écritures soient préconisées par les programmes *"Les décimaux sont représentés par des écritures de la forme $a/10^n$ (a et n entiers naturels), et on peut rencontrer des exemples d'écritures fractionnaires dont le dénominateur diffère de10^n et qui représentent des décimaux ».* Il nous semble qu'en dépit de cette précision, certains enseignants ne reconnaîtront pas une fraction ayant un dénominateur différent d'une puissance de 10 et représentant un décimal (telle que 2/5 ; 13/40 ; 11/20 etc.) comme étant un décimal.

D'autre part, les directives du programme insistent sur l'écriture à virgule des nombres décimaux *« Il est important d'utiliser des écritures à virgule en insistant sur la position des chiffres, que ce soit dans la partie entière ou décimale ».* Cela peut engendrer une conception du décimal comme nombre à virgule, quelle que soit la nature de la suite de chiffres après la virgule (finie ou infinie). Nous désignons cette conception par « nombre à virgule », conception qui peut être très forte car la virgule apparaît dans le monde des nombres avec l'apparition des décimaux. Cette conception peut induire l'idée qu'un entier naturel ne peut pas être un décimal, bien que cela soit très peu probable, vu que les instructions du programme clarifient ce point *« L'élève peut remarquer que les entiers naturels sont aussi des décimaux* ».

Il est à remarquer que les directives du programme insistent aussi sur la nécessité de partir de situations concrètes, issues des connaissances des élèves et de leur environnement *« Utiliser les décimaux pour montrer les relations existant entre différentes unités des systèmes de mesure » ; « Pour additionner deux décimaux, il faut s'appuyer sur des situations concrètes (systèmes de mesure par exemple) et s'aider des tableaux d'unités ».* De ce fait, nous retrouvons la conception des décimaux comme outil de résolution de problèmes de la vie quotidienne, conception qui a été dégagée lors de l'étude épistémologique (outil externe).

1. Les nombres décimaux dans les programmes de 6ème année de base

Dans le programme de 6ème année de l'enseignement de base, les nombres décimaux réapparaissent dans la partie consacrée aux opérations sur les nombres fractionnaires (voir annexes). La nouveauté par rapport à la 5ème année de base est l'introduction de la division d'un décimal par un autre, l'addition, la soustraction et la multiplication de décimaux étant déjà vues en 5ème année. Les directives du programme précisent : *« Concernant la technique de division, il est possible de suivre la progression suivante :*
1. Division d'un décimal par 10, 100, … ;
2. Division d'un décimal par 0,1 ; 0,001 ..
3. Division d'un décimal non entier par un entier naturel ;
4. Division d'un décimal par un décimal non nul ».
Dans chacune de ces étapes, l'écriture adoptée du décimal est un nombre à virgule. D'ailleurs l'écriture à virgule du décimal est aussi utilisée pour effectuer l'addition, la soustraction et la multiplication des décimaux en 5ème année. De ce fait, le rôle de la virgule est primordial dans ces opérations qui nécessitent d'une part la reconnaissance de la place de la virgule et d'autre part le déplacement de la virgule à droite ou à gauche de sa position initiale. Ces constats nous amènent à prévoir que la conception du décimal comme nombre à virgule peut être fortement présente chez les enseignants avec lesquels nous allons expérimenter.

2. Conceptions sous-jacentes à l'étude des programmes

L'étude des programmes de 5ème et de 6ème années de l'enseignement de base laisse prévoir quatre conceptions didactiques des décimaux :

- Le décimal est un nombre fractionnaire (fraction)
- Le décimal est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 (puissance de 10 barre)
- Le décimal est un nombre à virgule
- Le décimal est un outil de résolution de problèmes concrets.

3. Grille d'analyse des conceptions

En regroupant les conceptions dégagées de l'étude épistémologique et les conceptions didactiques ci-dessus, nous pouvons établir la grille suivante qui servira de support pour l'étude des réponses des enseignants et par voie de conséquence pour déterminer leurs conceptions sur les décimaux. Notons que la conception didactique du décimal comme outil de résolution de problèmes concrets correspond à la conception épistémologique « outil externe » et par suite est présentée dans le tableau sous ce volet.

Conceptions épistémologiques			**Conceptions didactiques**		
Outil externe	Objet	Outil interne	Fraction	Puissance de 10 barre	Nombre à virgule

V. Questionnaire proposé aux enseignants

Afin de dégager les conceptions des enseignants sur les nombres décimaux, nous avons proposé un questionnaire à des enseignants de 5ème et de 6ème années de l'enseignement de base.

1. Présentation du questionnaire

Le questionnaire a été proposé aux enseignants de 5ème et 6ème années de l'école de base dans l'objectif de dégager leurs conceptions sur les nombres décimaux, rationnels et réels. Nous ne nous intéresserons, dans cet article, qu'à la partie consacrée aux nombres décimaux comportant 6 questions (voir paragraphe 5.2). De plus, le questionnaire comporte, à son début, une petite fiche d'informations servant à renseigner sur les profils des enseignants questionnés (formation initiale, expérience professionnelle, sexe…).
Le questionnaire est rédigé en langue française, bien que l'enseignement des mathématiques dispensé en 5ème et en 6ème soit fait en langue arabe, et ce afin d'éviter les éventuelles modifications de sens dues à la traduction, d'autant plus que tous les enseignants parlent et écrivent le français et certains d'entre eux l'enseignent. Toutefois, face à la demande de certains d'entre eux, nous avons autorisé la rédaction des réponses en langue arabe et les questions leur ont été traduites oralement. Nous avons recueilli 32 copies sur les 81 rédigées en langue arabe.

2. Analyse du questionnaire

La partie du questionnaire consacrée aux décimaux comporte six questions. Les quatre premières (1,2,3,4) permettent de fournir des éléments d'information sur un décimal et sur l'ensemble D des décimaux, et les trois autres (14,15) se rapportent au calcul et à la conversion des décimaux. Nous présentons ces questions dans le tableau suivant :

Question 1	Pour vous, qu'est-ce qu'un nombre décimal ?
Question 2	Donnez deux nombres décimaux.
Question 3	Y'a-t-il des nombres qui ne sont pas décimaux ? Si oui en donner des exemples.
Question 4	Dans l'ensemble des décimaux positifs non nuls, y'a-t-il un plus petit élément ? Si oui, lequel ? Sinon, expliquer pourquoi.
Question 14	Parmi les nombres suivants, lesquels sont-ils égaux ? 6/4 ; 16/9 ; 4/3 ; 1,5 ; 22/7 ; 9/4 ; 3/2 ; 2/3 ; 0,6666 ; 27/12 ; 1,33 ; 27/18 ; 20/15 ; 3,14.
Question 15	Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction : 0,64 ; 0,0027 ; 4,125x2.

Dans la question 1 *« Pour vous, qu'est-ce qu'un nombre décimal ? »*, la phrase *« Pour vous »* a introduit la question afin de ne pas obliger l'enseignant à donner une réponse purement mathématique, élargissant ainsi l'éventail de réponses possibles. A priori, nous nous attendons à ce que la majorité des enseignants définissent un décimal par un nombre qui peut s'écrire sous la forme $a/10^n$ (a € Z et n € Z), car cette définition est celle adoptée dans les manuels scolaires de $5^{ème}$ et $6^{ème}$. Toutefois, il est possible aussi que le décimal soit défini comme un nombre à virgule, car cette présentation du décimal apparaît dans les programmes *« Il est important d'utiliser des écritures à virgule en insistant sur la position des chiffres, que ce soit dans la partie entière (unité, dizaines, centaines…) ou décimale (dixième, centièmes, millièmes…) »* ; De plus que les 4 opérations introduites sur les décimaux (addition, soustraction, multiplication et division) et les activités de calcul mental s'appuient sur l'écriture à virgule du nombre décimal « *Compléter un décimal à un chiffre après la virgule à l'entier naturel suivant* », *« Division d'un décimal par 10, 100, … Ex : 45,67/10=4,567. A ce niveau, mettre en relation la division et la multiplication correspondante et déduire la règle (de décalage de la virgule) en s'appuyant sur divers exemples »* (voir annexes).
Il est possible aussi qu'il apparaisse d'autres définitions du décimal qui ne sont pas forcément mathématiques, vu la forme de la question. En nous appuyant sur la grille déjà établie, nous essayerons de classer ces réponses dans des groupes représentant ces conceptions ; toutefois, nous dégagerons de nouvelles conceptions qui n'ont pas été prévues par la grille d'analyse, si cela apparaît dans les réponses des enseignants.

Les réponses à la question 2 *« Donnez deux nombres décimaux »*, par les exemples de décimaux choisis par les enseignants, permettront de montrer l'écriture privilégiée d'un décimal et par suite de mieux clarifier leur conception sur ces nombres.

Les contre exemples donnés dans les réponses à la question 3 *« Y'a-t-il des nombres qui ne sont pas décimaux ? Si oui en donner des exemples »* aideront à voir ce qui distingue un décimal des autres nombres ce qui aidera à mieux cerner les conceptions sur ces nombres.

La question 4 *« Dans l'ensemble des décimaux positifs non nuls, y'a-t-il un plus petit élément ? Si oui, lequel ? Sinon, expliquer pourquoi »* a pour objectif de renseigner sur les conceptions des enseignants sur l'ensemble D des décimaux : perçoivent-ils l'existence ou non d'un plus petit décimal strictement positif ? Cette question soulève implicitement la question de l'existence (ou non) d'un successeur (décimal) et d'un prédécesseur (décimal) d'un décimal donné. Il nous semble que des réponses exactes à cette question relatent la maîtrise du savoir sur les décimaux et par conséquent des conceptions plus scientifiques à leur propos. A priori, nous estimons qu'un grand nombre d'enseignants répondront correctement à cette question. Toutefois, le fait que la connaissance en jeu dans cette question ne soit pas traitée dans les programmes de $5^{ème}$ et $6^{ème}$ années peut faire que certains enseignants trouvent des difficultés à répondre correctement.

Quant aux questions 14, 15 traitant de calculs et de conversions de décimaux, elles aideront à affiner les conclusions déjà tirées. Ainsi, à travers les réponses à la question 14 *« Parmi les nombres suivants, lesquels sont-ils égaux ? 6/4 ; 16/9 ; 4/3 ; 1,5 ; 22/7 ; 9/4 ; 3/2 ; 2/3 ; 0,6666 ; 27/12 ; 1,33 ; 27/18 ; 20/15 ; 3,14 »*, nous cherchons à connaître si les enseignants différencient entre un nombre décimal (suite de chiffres finie après la virgule) et un réel non décimal dont une valeur approchée peut être ce décimal. Cela a pour objectif, comme dans la question 3, de mieux voir, chez les enseignants, la distinction « décimal - non décimal ». En effet, certains nombres proposés dans la question sont des décimaux égaux, écrits différemment (6/4=3/2=27/18=1,5 ; 20/15=4/3 ; 9/4=27/12). D'autres nombres, écrits sous forme fractionnaire, ne sont pas des décimaux et des valeurs approchées écrites sous forme décimale sont données afin de voir si les enseignants confondent entre un nombre non décimal et l'une de ses valeurs approchées décimales. Les exemples proposés sont 4/3 et 1,33 ; 2/3 et 0,6666 ; 22/7 et 3,14.

Enfin, la question 15 *« Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction : 0,64 ; 0,0027 ; 4,125x2 »* permet de tester les techniques calculatoires sur les décimaux. Ainsi, elle rejoint la question 4 dans le souci de faire apparaître le degré de maîtrise des connaissances des enseignants sur les décimaux. Nous avons choisi le passage d'une écriture à virgule à une écriture fractionnaire – et non l'inverse- car elle nécessite plus de connaissances sur les décimaux (fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, place de la virgule correspondante), alors que le passage inverse s'appuie sur une simple division, ou est immédiatement déduit en utilisant une calculatrice.

Nous synthétisons les questions proposées dans le questionnaire, selon leur objectif, dans le tableau suivant :

Questions	**Objectifs**
1- 2	Ecriture privilégiée d'un décimal
3 - 14	Distinction décimal – non décimal
4 - 15	Degré de maîtrise des connaissances sur les décimaux

3. Echantillon des enseignants

La population des enseignants avec lesquels nous avons travaillé est composée de 81 enseignants travaillant dans les différents gouvernorats de la Tunisie. Ils sont de grades, de sexes différents et de ont une expérience professionnelle très variable (de moins de 5 ans à plus de 15 ans). Il s'agit de l'ensemble des enseignants qui ont assisté à la formation de l'école d'été de Nabeul durant l'été 2001.

4. Passation du questionnaire

Les questionnaires ont été distribués à tous les enseignants, travaillant dans des groupes différents, en même temps. Ils ont disposé de 45 minutes et ont eu droit, lorsqu'ils l'ont souhaité, à une traduction des questions de la langue française à la langue arabe. De plus, ils ont été autorisés à répondre en arabe, et ce afin de leur rendre la tâche moins difficile.

VI. Résultats et interprétation des résultats

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats recensés et nous les interprétons, afin de dégager les conceptions des enseignants sur les nombres décimaux. Pour s'y faire, nous nous appuierons sur la grille d'analyse déjà élaborée. Nous commencerons par donner une analyse des réponses question par question et ce afin de cerner les conceptions isolément. Puis, nous dégagerons une synthèse de cette analyse visant à décrire les conceptions des enseignants, d'une façon générale.

1. Analyse des réponses à la question 1

Les réponses données par les enseignants à la question *« Pour vous, qu'est-ce qu'un nombre décimal ? »* sont de différents types. Nous avons recensé deux réponses dominantes :

- 22 enseignants (27,16%) ont considéré que c'est un nombre formé de deux parties séparées par une virgule (partie entière et partie décimale). Cette réponse, majoritaire, serait renforcée par les programmes officiels, qui, bien qu'introduisant le décimal comme fraction de dénominateur une puissance de 10, incitent à l'utilisation de l'écriture à virgule d'un décimal *« Il est important d'utiliser des écritures à virgule en insistant sur la position des chiffres, que ce soit dans la partie entière (unité, dizaines, centaines…) ou décimale (dixième, centièmes, millièmes…) »* (programmes de $5^{\text{ème}}$ année, voir annexes). De plus, les opérations sur les décimaux et les activités de calcul mental les concernant sont essentiellement faites par le moyen d'écritures à virgule de ces nombres *« Calcul du produit de deux décimaux dans le cas général avec la technique correspondante.*
  *Ex : 3,6*1,2=(3,6*1 ,2*10)/10=(3,6*12)/10=43,2*10= 4,32 »* (programmes de $5^{\text{ème}}$ année). Toutefois, si les réponses données par les enseignants relatent la conception « nombre à virgule », elles ne donnent pas de précision sur la nature de la suite des chiffes après la virgule, dans la plupart des cas. En effet, seulement 3 enseignants ont précisé que « c'est un nombre dont les chiffres après la virgule sont limités » alors que le reste des enseignants ne semble pas percevoir la nature de la suite des chiffres après la virgule et par suite ne différencierait pas les décimaux des non décimaux, chose que nous essayerons de vérifier en analysant les questions 3 et 14 (Distinction décimal-non décimal) .

- 21 enseignants (25,92%) ont énoncé qu'il s'agit d'un nombre de la forme $a/10^n$ avec des variantes sur le domaine de définition de a et de n ($a \in N$, $n \in N$ ou $a \in R$, $n \in N$ ou $a \in Z$, $n \in N$), ce qui n'en fait pas toujours une réponse correcte. Cette réponse correspond à la conception « puissance de 10 barre » ; elle est très attendue car les manuels actuels d'enseignement présentent le décimal sous cette forme. De plus, l'étymologie du terme décimal (décimus = dixième)[8], fait appel implicitement à la base 10 et par suite renforcerait davantage le recours à cette définition.

D'autres réponses sont moins dominantes mais assez nombreuses :

- 9 enseignants (11,11%) ont répondu que le décimal est nombre qui est divisé ou qu'on peut diviser par 10, 100, 1000 etc. Cette définition erronée traduit une certaine confusion qui serait due à la conception « puissance de 10 barre ». En effet, au lieu de considérer qu'un décimal est représenté par un entier divisé par une puissance de 10, les enseignants pensent que le décimal est un nombre qu'on peut diviser par une puissance de 10, ce qui n'est pas spécifique aux décimaux. Toutefois, la description donnée peut traduire aussi une difficulté à exprimer la définition du décimal dans un langage mathématique correct, bien que les enseignants ont été autorisés à rédiger leur réponse dans le langage qu'ils souhaitaient.
- 7 enseignants (8,64%) ont considéré qu'un décimal est un rationnel. Cette définition erronée peut être expliquée par le fait que le décimal et le rationnel sont définis à partir de quotients d'entiers et renverrait ainsi à la conception « décimal = fraction ».

Il est à signaler que 12 enseignants (14,81%) n'ont pas donné de réponses ou ont donné des réponses incomprises, ce qui impliquerait des difficultés à reconnaître et à caractériser un nombre décimal. Les réponses restantes sont très disparates. On y retrouve un maximum de trois réponses similaires :

- 3 enseignants pensent qu'il s'agit d'un nombre plus petit que 1. Cette conception du décimal, très peu attendue, serait liée à la conception du décimal comme fraction et à la conception de la fraction comme partie de l'unité.
- 3 enseignants ont considéré que c'est un nombre. Cette réponse, bien que correcte, n'est pas très précise car elle ne dit rien sur les particularités de ce nombre le différenciant des autres nombres. Cette réponse ne peut pas être classée selon notre grille d'analyse.
- 2 enseignants ont défini le décimal comme nombre n'appartenant pas à N. Cette définition n'est pas correcte car on peut trouver des nombres n'appartenant pas à N non décimaux et des décimaux appartenant à N. Elle serait due à la conception du décimal comme nombre à virgule. En effet, la particularité des décimaux comparés aux entiers naturels et qu'ils comportent en plus de la partie entière, une partie décimale (qui peut être nulle dans le cas des entiers, mais qui est, en général, non nulle).
- 1 enseignant a considéré que c'est un nombre compris entre deux entiers naturels. Comme dans le cas précédent, cette définition est correcte mais n'apporte pas une grande précision sur la nature du décimal, plus précisément, elle ne le distingue pas d'un nombre compris entre deux entiers naturels et qui

- [8] Notons que dans la langue arabe, également, le terme « nombre décimal » renvoie également à la base 10.

n'est pas un décimal. Dans ce cas aussi, la réponse ne renvoie à aucune conception de la grille d'analyse.

- 1 enseignant a considéré que c'est le résultat d'une division de reste non nul. Cette définition peut être légitime dans la mesure où les décimaux peuvent être obtenus en divisant un entier par un autre et en obtenant un reste non nul, on continue la division en mettant une virgule ; toutefois, elle n'est pas adaptée lorsque la division comporte indéfiniment des restes non nuls (cas des rationnels ou réels non décimaux).

2. Analyse des réponses à la question 2

La question 2 *« Donnez deux nombres décimaux »* a été posée afin de mieux illustrer la réponse donnée à la première question. Nous l'analysons d'abord indépendamment puis en relation avec la question 1.

Les réponses données par les enseignants peuvent être groupées en cinq types :

- 65,66 % des exemples donnés (112/169) sont des nombres à virgule avec une suite finie de chiffres après la virgule (0,1 ; 0,25 ; 7,4 ; 2,04 ; 100,05 ; 11,05 ; 1,5 ; 3,4 ; 4,75 ; 0,386 ; 4,75…), ce qui consolide davantage le résultat dégagé dans l'analyse de la première question. Notons que deux de ces exemples sont des décimaux négatifs.
- 15,48 % des exemples seulement (26/168) sont des fractions de dénominateur une puissance de 10 (84/100 ; 9/1000000 ; 6/10 ; 101/1000 ; 51997845632/10…). Ces exemples ne sont autres que des illustrations fidèles de la définition du décimal, donnée dans les manuels scolaires. Le faible pourcentage de ces exemples comparé à l'important pourcentage des enseignants qui ont donné comme exemples de décimaux des nombres à virgule, consolide davantage le résultat dégagé dans la question 1.
- 9,52% des réponses (16/168) sont des fractions décimales de dénominateur différent d'une puissance de 10 (3/5 ; 1/5 ; 3/4 ; 15/12 ; 1/4 ; 7/8 ; 3/2 ; 1/2 ; 20/4…). Ces exemples relatent la conception du décimal comme fraction.
- 5,36 % des exemples sont des entiers naturels (1000 ; 100 ; 15 ; 8 (cité 2 fois) ; 5 (cité 2 fois), 1, 3). Ces nombres seraient donnés afin de diversifier les exemples de décimaux et faire prendre conscience que les entiers naturels sont aussi des décimaux, d'autant plus que les instructions du programme insistent sur ce point de vue *« L'élève peut remarquer que les entiers naturels sont aussi des décimaux. Ex : 3=30/10=3,0 ».*
- Les 2,38% exemples restants sont des rationnels non décimaux (3/7 ; 22/111 ; 5/6 ; 15/3) ; ils seraient dus à la conception du décimal comme fraction.

Premières conclusions

Presque le quart des enseignants a caractérisé les décimaux comme étant des nombres à virgule et une proportion à peu près égale a considéré qu'il s'agit de nombres pouvant s'écrire sous la forme $a/10^n$, avec des variantes sur le domaine de définition de a et de n. D'autre part, sur les 168 exemples qui ont été donnés par les enseignants, 112 sont des nombres à virgule, 26 sont de la forme $a/10^n$. Le fait que presque les 3/4 des exemples sont des nombres à virgule et moins du quart sont de la forme $a/10^n$, alors que la définition donnée est qu'un décimal est un nombre de la forme $a/10^n$, est en faveur d'une conception dominante du décimal comme un nombre à virgule et peut, de plus, montrer que sur un plan pratique, l'écriture à virgule est privilégiée et serait plus fonctionnelle. En effet, même si les instituteurs définissent le décimal par $a/10^n$, en proportion presque égale à ceux qui le définissent comme nombre à virgule - probablement parce qu'il s'agit de la définition « officielle » attestée par les programmes- ils préfèrent l'illustrer par des exemples de nombres à virgule.

3. Analyse des réponses à la question 3

Afin de mieux cerner les conceptions des enseignants sur les décimaux, nous avons essayé de connaître, en posant cette question *« Y'a-t-il des nombres qui ne sont pas décimaux ? Si oui en donner des exemples. »*, ce qui ne représente pas - ou ne peut pas représenter - un décimal chez ces enseignants. Cela pourra renseigner sur le degré de maîtrise des connaissances sur les décimaux par ces derniers.

La majorité des enseignants (74,07%) a attesté qu'il y a des nombres non décimaux. Les contre exemples de décimaux donnés sont souvent des fractions (62,64%) et très peu d'exemples ont été donnés avec écriture à virgule (6,59%), ce qui est en faveur, encore une fois, d'une conception dominante du décimal comme un nombre à virgule. Le reste des contre exemples sont des irrationnels ou des complexes ou des entiers relatifs (30,77%).

Les contre exemples donnés sont souvent adéquats : on trouve une majorité de rationnels non décimaux (47,25%), 18 irrationnels (19,78%) et trois exemples de nombres complexes (3,30%). Les exemples les plus redondants sont 1/3 (cité 9 fois) ; 22/7 (cité 6 fois) ; 2/3 et π (cités 5 fois chacun).

Toutefois, bien que le pourcentage de réponses affirmatives est important et beaucoup d'exemples cités sont réellement des contre exemples de décimaux, le quart des contre exemples fournis représente des nombres décimaux. Ainsi, sur les 91 contre exemples de décimaux donnés (dans le cas où la réponse est oui), 25 donc 27,47% sont des décimaux. En effet, des fractions décimales comme 1/4 ; 4/5 ; 1/2 ; 13/4 ont été données comme contre exemples de décimaux, ce qui traduit probablement que les enseignants donnant ces nombres ont une vision du décimal comme fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 et non autre chose. De plus, des décimaux négatifs tels que -2 ; -14 ; -6/5 ; -0,27 ; -15 ont été considérés comme non décimaux, ce qui traduit une conception du décimal comme nombre toujours positif. De même, des nombres à virgule, tels que 0,666 ; 0,333 ; -0,27 ; 3,14, donnés comme exemples de non décimaux sont des nombres décimaux.
D'autre part, des nombres entiers tels que 2^2, -2 ; -15 ; 0 (cité 2 fois); -14 ont été considérés comme des nombres non décimaux, ce qui induit une conception erronée « un décimal n'est pas entier » renforcée par la conception « décimal=nombre à virgule ».

Enfin, nous remarquons que 25,93% des enseignants ont affirmé qu'il n'y a pas de nombres non décimaux, ce qui traduit un manque de connaissance sur l'univers des nombres. De plus, nous avons relevé 13 cas (16,05%) de non réponse ou de réponses affirmatives non accompagnées d'exemples, ce qui pourrait traduire une vision ambiguë d'un nombre non décimal.

4. Analyse des réponses à la question 4

A travers la question 4 « *Dans l'ensemble des décimaux positifs non nuls, y'a-t-il un plus petit élément ? Si oui, lequel ? Sinon, expliquer pourquoi* », nous cherchons à connaître le degré de maîtrise des connaissances des enseignants sur les décimaux, ce qui aidera à mieux décrire leurs conceptions sur ces nombres. En effet, cette question nécessite la connaissance de la structure de l'ensemble D et des particularités des décimaux les différenciant des entiers naturels.

Les réponses des enseignants, contrairement à nos prévisions, relatent un manque de connaissance des propriétés et de l'ensemble des décimaux. En effet, plus de la moitié des enseignants a donné des réponses erronées ou n'a pas donné de réponses à cette question. Ainsi, 25,93% ont répondu affirmativement et donc de façon erronée, 27,16% n'ont pas donné de réponse et seulement 46,91% ont donné la bonne réponse à savoir qu'il n'y a pas de plus petit élément.

Le taux important de non réponse peut s'expliquer par la non compréhension de la question ou la non maîtrise des connaissances mathématiques en jeu dans la question. En effet, la notion de plus petit élément touche aussi bien à la notion de borne inférieure - et par suite à la notion de limite - qu'à la théorie des ensembles. Il nous semble que ces connaissances mathématiques, bien que présentes dans les programmes mathématiques de formation des maîtres ne sont pas forcément maîtrisées par ces enseignants. En effet, d'une part, ces notions ne sont pas approfondies dans les programmes de formation des maîtres[9]. D'autre part, il s'agit de notions non abordées (limite, borne inférieure) ou abordées implicitement (théorie des ensembles) dans l'enseignement de base, dispensé par ces enseignants, et par conséquent elles ne seraient pas suffisamment approfondies par ces derniers.

Quant aux 38 enseignants qui ont nié l'existence d'un plus petit élément dans D_+^* , ils ont donné les arguments suivants : *« D (ou D_+) est infini »*, *« D (ou D_+) est illimité »*, *« 1/n tend vers 0 quand n tend vers l'infini »*, *« tout nombre proposé, on peut lui trouver un nombre plus petit »*, *« 1 peut être divisé par tout nombre $\in$ N»*, *« on ne peut pas le définir ».* L'argument le plus redondant -34,21% des réponses niant l'existence d'un plus petit élément- est « D (ou D_+) est infini ou illimité », ce qui est, bien entendu, erroné, puisque le fait d'avoir un plus petit élément n'est pas spécifique aux ensembles finis (exemple de N). La justification donnée par les enseignants relate un manque de connaissance de la théorie des ensembles et de la notion de plus petit élément, qui entraîne, en particulier, une mauvaise connaissance de l'ensemble des décimaux et par suite une mauvaise conceptualisation de cet ensemble, même si cela n'entrave pas la connaissance immédiate de ce qui est un décimal.

Enfin, les enseignants répondant affirmativement à la question, ont donné ce qui est pour eux le plus petit décimal positif non nul. Ainsi, un enseignant a donné comme exemple de plus petit décimal non nul *« 1 car 1=10/10 de la forme $a/10^n$, a=10 et n=1 »*. Cinq enseignants ont donné comme exemple 0 *« $0 \in D_+^*$ » ; « 0^n » ; « 0 » ; « 0 un entier » ; « zéro »*. Les autres exemples de plus petit élément donnés sont :

---

[9] Dans les programmes officiels de mathématiques de 1988, destinés à la formation des maîtres, la théorie des ensembles est enseignée en 2ème année (sous-ensemble, complémentaire, intersection, réunion). La notion de limite d'une fonction apparaît « timidement » en 3ème année, dans le chapitre « Fonctions numériques » : *« Limite d'une fonction : la présentation se limitera aux définitions de base confortées par des exemples ou des contre exemples et aussi à accepter les théorèmes concernant la limite de la somme, du produit et du quotient de deux fonctions en un point, sans démonstration ».*

« 0,1 » ; « $1/10^n$, $n\in+\infty$ » ; « les nombres entre 0 et 1 » ; un nombre >0 et < 1 Angstrom » ; « $1/10^{+\infty}$ » ; « 0,000….0001 » en ajoutant la mention « infini » au dessus des pointillés, ce qui reflète davantage la non maîtrise de la notion de plus petit élément et des nombres en général.

5. Analyse des réponses à la question 14

La question *« Parmi les nombres suivants, lesquels sont-ils égaux ? 6/4 ; 16/9 ; 4/3 ; 1,5 ; 22/7 ; 9/4 ; 3/2 ; 2/3 ; 0,6666 ; 27/12 ; 1,33 ; 27/18 ; 20/15 ; 3,14 »* est posée afin d'aider à déterminer de façon plus claire, si les enseignants différencient entre un décimal et un non décimal et par suite s'ils connaissent les propriétés d'un décimal. Les réponses données par les enseignants peuvent être résumées dans le tableau suivant :

Egalité	**6/4=3/2=27/18=1,5**	**2/3=0 ,6666**	**20/15=4/3**	**22/7=3,14**	**9/4=27/12**	**4/3=1,33**	**Autres**[10]
Nombre d'enseignants	72	39	38	38	35	27	21
Pourcentage	88,89%	48,15%	46,91%	46,91%	43,21%	33,33%	25,92%

Les résultats figurant dans ce tableau montrent que les enseignants établissent, dans la plupart des cas, en grande proportion, des égalités de fractions correctement. Ainsi, une grande majorité (88,89%) a établi au moins l'une des égalités 6/4=3/2=27/18=1,5 et presque la moitié a établi que 20/15=4/3 et 9/4=27/12. Ces résultats sont prévisibles car ils se rapportent à des simplifications de fractions, notion qui est largement traitée dans les programmes de 5ème et 6ème. Toutefois, un grand nombre d'enseignants établit, à tort, des égalités entre des nombres non décimaux et l'une de leurs valeurs approchées décimales . En effet, presque la moitié d'entre eux égalise 22/7 et l'une de ses valeurs approchées 3,14 et 2/3 avec 0,6666. De plus, le tiers des enseignants établit que 4/3=1,33.
Ces résultats montrent que les enseignants confondent entre un décimal et un non décimal. Pourtant, les instructions du programme officiel de 6ème soulignent ce point *« Les apprenants peuvent remarquer que des écritures telles que 43 : 3=14,3 ou 43/3=14,3 ne sont pas correctes car 43 est différent de 14,3*3. L'écriture correcte est 14,3*3<43<14,4*3 ou bien 43=14,3*3+0,1».* De plus, les enseignants semblent ne pas reconnaître qu'une fraction ne représente pas forcément un décimal et qu'un rationnel non décimal représenté par une fraction s'écrit comme un nombre à virgule avec une suite infini (périodique) de chiffres après la virgule. Ces constats nous amènent à penser que la conception prégnante, dans ce cas, est « décimal=fraction ». Il est possible aussi que l'utilisation des valeurs approchées pour effectuer les calculs, dans l'enseignement de base - telles que 3,14 pour faire le calcul du périmètre et de l'aire d'un cercle - soit à l'origine de telles confusions.
Les enseignants ont, de plus, établi des égalités que nous n'avons pas prévues et que nous avons regroupées dans la colonne « Autres ». Notons, d'emblée, que toutes ces égalités sont erronées. Ainsi, 8 enseignants ont écrit 4/3=16/9. Cette écriture est probablement due à l'utilisation d'un théorème en acte erroné « $a/b=a^2/b^2$ ». Cette même erreur apparaît dans l'égalité 9/4=3/2 établie par un enseignant.

[10] Dans cette colonne, nous rassemblons les égalités non prévisibles, que nous expliciterons à la fin de l'analyse.

D'autres fausses égalités sont apparues : 27/12=22/7 ; 2/3=1,33 ; 16/9=0,6666 ; 2/3=6/4 ; 20/15=2/3 ; 9/4=4/3 qui sont, selon nous, dues soit à des erreurs de calcul soit à des simplifications inexactes.

6. Analyse des réponses à la question 15

Afin de mieux identifier les connaissances des enseignants sur les décimaux, nous avons posé la question suivante *« Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction : 0,64 ; 0,0027 ; 4,125x2 »*. En effet, des réponses correctes à cette question impliqueraient la maîtrise des différentes écritures des décimaux et plus précisément la capacité de passer d'une écriture à virgule à une écriture fractionnaire.
Les résultats obtenus sont ainsi résumés :

- 66 enseignants - c'est-à-dire 81,48 % - ont établi correctement les trois écritures. Les fractions données ont, majoritairement, un dénominateur égal à une puissance de 10. Seulement deux fractions ne le sont pas : 0,64=16/25 ; 8,25=33/4.
- 8 enseignants (9,88%) ont donné des écritures correctes dans les trois cas, mais non toujours fractionnaires. Ainsi, dans le troisième cas « 4,125*2 », ces enseignants ont effectué les calculs correctement mais ont gardé, dans le résultat final, une écriture à virgule « 8,25 ». Cela consolide, encore une fois, la dominance de la conception « décimal=nombre à virgule ».
- 6 enseignants (7,4%) ont commis des erreurs dans la conversion. Ainsi, les égalités suivantes sont apparues « 8,25=8250/10000 ; 0,64=6/9 ; 0,0027=1/27 ; 4,125*2=17/2 ; 0,64=64/10 ». Ces erreurs sont dues soit à des erreurs de calcul, soit à une mauvaise correspondance entre la puissance de 10 et la place de la virgule.
- Un seul enseignant n'a pas donné de réponse ; pourtant, il a répondu à la majorité des autres questions du questionnaire.

Ces résultats montrent la maîtrise des connaissances sur les décimaux, précisément la connaissance des techniques de conversions, ce qui est très probablement dû à la place accordée par les programmes à de telles activités : *« Division d'un décimal par 10, 100, … Ex : 45,67/10=4,567. A ce niveau, mettre en relation la division et la multiplication correspondante et déduire la règle (de décalage de la virgule) en s'appuyant sur divers exemples »* (Voir annexes).

7. Synthèse de l'analyse des réponses

L'analyse des réponses au questionnaire a permis de dégager différentes conceptions des enseignants sur les nombres décimaux. Ainsi, les réponses aux questions 1 et 2, visant à dégager les écritures privilégiées des décimaux par les enseignants, ont permis d'identifier, essentiellement, deux conceptions dominantes sur ces nombres, consolidées par les réponses aux questions 3 et 14:

- **La conception « nombre à virgule »**, mise en évidence à partir d'une part, du pourcentage élevé de nombres à virgules donnés comme illustrations de décimaux (65,66%) et d'autre part, des rares exemples qui ont servi de contre exemples aux nombres décimaux (6,59%) . Elle est très probablement due à une pratique enseignante dans laquelle les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication et division) ainsi que des activités de calcul mental sont effectuées en utilisant, essentiellement, une écriture à virgule des nombres

décimaux. Il nous semble que cette conception peut se dresser en obstacle à la reconnaissance de décimaux. En effet, dans de rares cas, des nombres entiers ont été cités comme des exemples de non décimaux. De plus, deux enseignants ont caractérisé un décimal comme nombre n'appartenant pas à N.
Notons, par ailleurs, que très peu d'enseignants considérant les décimaux comme des nombres à virgule, ont précisé que la suite de chiffres après la virgule est finie, alors que la majorité ne semble pas savoir que cette suite n'est pas de même nature lorsqu'il s'agit d'un nombre décimal ou d'un nombre rationnel (ou réel) non décimal. En effet, dans l'analyse des réponses à la question 14, beaucoup d'enseignants égalisent des nombres décimaux (avec une suite finie de chiffres après la virgule) avec des rationnels non décimaux.
- **La conception « puissance de 10 barre »** due très probablement au programme qui introduit le décimal comme fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 et éventuellement à l'étymologie du mot « décimal ». Là aussi, cette conception peut se dresser en obstacle à la reconnaissance de certains décimaux. En effet, dans les réponses à la question 3, des nombres comme 1/4 ; 4/5 ; 1/2 ; 13/4 ont été données comme contre exemples de décimaux.

Par ailleurs, deux autres conceptions, moins fréquentes que celles citées ci-dessus, certes, mais assez importantes sont apparues :

- **La conception « nombre qui est divisé ou qu'on peut diviser par une puissance de 10 »** : Cette conception, non prévue a priori, serait le résultat d'une confusion ou d'une mauvaise compréhension de la définition du décimal comme fraction de dénominateur une puissance de 10, préconisée par les programmes. En effet, le numérateur de la fraction décimale – dont le dénominateur est une puissance de 10- serait assimilé au décimal lui-même, ce qui traduit une grande confusion.
- **La conception « fraction »**, prévue par notre grille d'analyse. Celle-ci a été identifiée à travers les définitions données dans les réponses à la première question (rationnel) et les différents exemples donnés par les enseignants dans les réponses à la deuxième question (27,38% des exemples sont des fractions). De plus, certaines fractions données comme exemples de décimaux représentent des rationnels non décimaux. Ainsi, la conception « fraction » d'un décimal serait à l'origine de l'erreur assimilant toute fraction à un décimal.

D'autres conceptions minoritaires du décimal ont pu être également identifiées :

- **La conception « Nombre »** : celle-ci est tout à fait correcte mais elle peut signifier, pour ces enseignants, que les seuls nombres sont les décimaux. D'ailleurs, dans les réponses à la question 3, le quart des enseignants atteste qu'il n'y a pas de nombres non décimaux ;
- **La conception « nombre inférieur à 1 »** : erronée, elle est probablement due à la conception du décimal comme fraction et à la conception de la fraction comme partie de l'unité ;
- **La conception « nombre non entier »** : dégagée à partir de définitions données dans les réponses à la question 1, elle est confirmée par des réponses à la question 3 où des nombres entiers ont été donnés comme contre exemples de décimaux. Cette conception semble découler de la conception « nombre à

virgule » puisque ce qui caractérise les décimaux par rapport aux entiers c'est l'existence d'une partie décimale non nulle ;

- **La conception « Nombre compris entre deux entiers naturels »** : elle est tout à fait acceptable, dans la mesure où tout décimal (voire réel) est compris entre deux entiers naturels consécutifs (sa partie entière et sa partie entière plus un). Toutefois, cette conception, en mettant l'accent sur les nombres strictement compris entre deux entiers naturels, risque d'exclure les entiers naturels de l'ensemble des décimaux, et de ne considérer que les décimaux dont la partie décimale est non nulle, De ce fait, nous pensons que cette conception peut découler aussi de la conception « nombre à virgule » ;
- **La conception « Résultat d'une division de reste non nul »** : Lorsqu'on effectue une division d'un entier par un autre et on obtient un reste nul et un quotient entier, on arrête la division. Mais lorsque le reste n'est pas nul, on peut envisager de poursuivre la division en mettant une virgule dans le quotient. Le quotient est alors un nombre décimal, représenté par une écriture à virgule, sous réserve qu'on aboutisse à un reste nul, au bout d'un certain nombre d'étapes. De ce fait, il semble que cette conception coïncide, en partie, avec la conception « nombre à virgule » ;
- **La conception « Nombre toujours positif »** : Elle est très probablement due à la pratique enseignante dans laquelle seuls les décimaux positifs sont un objet d'étude.

Nous remarquons que les trois conceptions didactiques répertoriées dans la grille d'analyse sont apparues alors qu'aucune conception épistémologique n'a été identifiée.

D'autre part, l'analyse des réponses au questionnaire a permis de mettre en évidence plusieurs difficultés des enseignants face à la notion de décimaux. En effet, bien que les réponses à la question 15 montrent la maîtrise des techniques de conversions des décimaux - très probablement due à la place accordée par les programmes à de telles activités- nous avons identifié les difficultés suivantes :

- 15% des enseignants n'a pas donné de définitions du décimal ou a donné des définitions incomprises, ce qui impliquerait des difficultés à caractériser un nombre décimal ;
- Dans les réponses à la question 3, un quart des enseignants a attesté qu'il n'y a pas de nombres non décimaux et 16 % n'ont pas donné de réponses à cette question ou ont affirmé l'existence de nombres non décimaux, sans donner d'exemples.
- Plus du quart des contre exemples de décimaux fournis, dans les réponses à la question 3, sont des décimaux. Ainsi, apparaît une difficulté à discerner un nombre décimal d'un nombre non décimal, qui est confortée dans les réponses aux questions 1 et 14. En effet, relativement à la question 1, certains enseignants donnent comme exemples de décimaux des nombres non décimaux et relativement à la question 14, un grand nombre d'enseignants établit, à tort, des égalités entre des nombres non décimaux et l'une de leurs valeurs approchées décimales .
- A la question 4, concernant l'existence d'un plus petit élément de D_+^*, plus de la moitié des enseignants a donné des réponses erronées ou n'a pas donné de réponses. De plus, les exemples de plus petit décimal positif non nul, donnés par les enseignants, montrent un manque de connaissances théoriques

mathématiques ($1/10^n$, $n \in +\infty$; les nombres entre 0 et 1 ; $1/10^{+\infty}$). Enfin, les arguments donnés en faveur de la non existence d'un plus petit élément ne sont pas toujours exacts.

- Dans les réponses à la question 14, des erreurs, certes rares, mais présentes dans les calculs fractionnaires ont été repérées (4/3=16/9 ; 27/12=22/7 ; 2/3=1,33 ; 16/9=0,6666 ; 2/3=6/4 ; 20/15=2/3 ; 9/4=4/3) ;
- Même dans la question 15, où il s'agit de conversions d'écritures de nombres décimaux, il est apparu quelques erreurs, soit de calcul, soit dues à une mauvaise correspondance entre la puissance de 10 (du dénominateur de l'écriture fractionnaire) et la place de la virgule.

Les résultats dégagés ci-dessus montrent un manque de connaissance de l'univers des nombres, en général et des propriétés des décimaux et de l'ensemble D, en particulier. De plus, la notion de plus petit élément et les connaissances relatives à la théorie des ensembles, utiles pour une meilleure compréhension de l'ensemble D ne semblent pas maîtrisées par les enseignants. Cela nous incite à orienter la formation des enseignants de 5ème et 6ème années de base vers les lacunes repérées dans notre recherche.

VII. Conclusion

L'étude menée auprès des enseignants a permis de dégager des résultats concernant d'une part, les différentes conceptions des enseignants de l'école de base sur les nombres décimaux et d'autre part, les difficultés de ces enseignants face à ces nombres.

Les résultats obtenus montrent que la conception dominante des enseignants de 5ème et 6ème de base sur un décimal est « un nombre à virgule », conception qui peut être à l'origine de confusions entre un décimal et un rationnel non décimal ou de la non reconnaissance d'entiers relatifs comme des décimaux. De plus, la conception du décimal comme fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, est fréquente aussi. Elle induit, des fois, la non reconnaissance d'un nombre décimal, écrit sous forme d'une fraction dont le dénominateur est différent d'une puissance de 10, en tant que tel. Par ailleurs, deux autres conceptions, moins fréquentes mais importantes ont été identifiées : d'une part, la conception « nombre qui est divisé ou qu'on peut diviser par une puissance de 10 » qui traduirait une confusion entre le numérateur de la fraction décimale, représentant le décimal, et le décimal lui-même ; d'autre part, la conception « fraction », prévue par notre grille d'analyse, qui serait à l'origine de l'erreur assimilant toute fraction à un décimal.

D'autres conceptions minoritaires du décimal ont pu être également identifiées : la conception « Nombre » qui peut induire que les seuls nombres sont les décimaux et les conceptions « nombre inférieur à 1 » et « Nombre toujours positif ». Cette dernière conception est, très probablement, due aux programmes de 5ème et 6ème où les seuls décimaux étudiés sont les décimaux positifs. Les conceptions « Nombre non entier », « Nombre compris entre deux entiers naturels » et « Résultat d'une division de reste non nul » ont été dégagées et nous semblent toucher à la conception « Nombre à virgule ».

Nous remarquons que ces conceptions ont été identifiées, essentiellement aux moyens d'une étude épistémologique et d'une étude des programmes enseignés par ces instituteurs. Toutefois, une étude des programmes destinés à la formation des maîtres nous semble aussi utile pour aider davantage à affiner l'étude des conceptions, plus précisément pour mieux cerner l'origine de certaines conceptions.

Quant aux difficultés des enseignants, notre étude a permis de déceler essentiellement des lacunes dans les connaissances mathématiques sur la structure de l'ensemble D et les propriétés des décimaux et rarement des difficultés de l'ordre du calcul et des conversions d'écriture. La non maîtrise des propriétés des décimaux et de l'ensemble D est due, à nos yeux, entre autres, à un manque de connaissances théoriques telles que la notion de plus petit élément, de borne inférieure, de limite, de certains éléments de la théorie des ensembles. Cela nous incite, en tant que formateurs et animateurs dans les écoles d'été, de centrer la future formation sur une explicitation de l'ensemble des décimaux, en particulier et d'autres ensembles de nombres, tels que Q, R, R-Q, C…, d'une façon générale et ce en s'appuyant aussi bien sur les notions théoriques citées ci-dessus que sur une approche plus pragmatique, dans laquelle ces nombres représentent des outils de résolution de problèmes intéressants pour les enseignants.

Bibliographie

- **Anselmo et al., 1999**: La sixième entre fractions et décimaux. IREM Lyon.
- **Archer M., et Roy M., 1991**: A la rencontre des décimaux au CM1. IREM Lyon.
- **Balacheff N., 1995**: Conception, connaissance et concept. In « Séminaire Didactique et Technologies cognitives en mathématiques », D.Grenier, Grenoble, IMAG , pp219-244.
- **Brousseau G., 1981**: Problèmes de didactique des décimaux. Recherches en didactique des mathématiques, vol 2.1, E la pensée sauvage.
- **Clément P., 1994** : Représentations, conceptions et connaissances. In « conceptions et connaissances », A. Giordan, Y. Girault et P. Clément, Ed Peter Lang, Berne, pp15-45.
- **Confrey J., 1986**: Misconceptions accross subject matters: charting the course from a constructivist perspective. Annual meeting of the american educational research association.
- **Douady R., et Perrin-Glorian M.J., 1986** : Liaison école-collège : nombres décimaux. Ed InterIREM.
- **Dahan-Dalmedico A. et Peiffer J., 1986**: Histoire des Mathématiques, Routes et dédales. Editions du Seuil.
- **Develay M., 1992**: De l'apprentissage à l'enseignement. ESF, Paris.
- **Douady R., 1984** : Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement, une réalisation dans tout le cursus primaire. Thèse, Paris.
- **Giordan A., 1998**: Apprendre ! Ed Belin, Paris.
- **Léonard F. et Sackur C., 1991** : Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche. Recherches en didactique des mathématiques 10, 2.3, Ed la pensée sauvage, pp205-240.
- **Munyazikwiye A., 1995** : Problèmes didactiques liés aux écritures des nombres. Recherches en didactique des mathématiques, vol 15.2, Ed la pensée sauvage, pp31-62.
- **Programmes officiels de mathématiques du 1er cycle de l'enseignement de base, 1997**, pp330-332 et pp339-341.
- **Raynal F. et Rieunier A., 1997**: Pédagogie : dictionnaire des concepts clés, ESF, Paris.
- **Roditi E. et Robert A., 2001** : L'Enseignement de la multiplication des décimaux en 6ème, étude de pratiques ordinaires, IREM Paris VII.

Annexes

Programmes de 5ème année de base (réforme 1991)

Thèmes	Objectifs	Contenus		Directives
		Notions	Calcul mental	
Article 311 : Les nombres fractionnaires	Construction des nombres décimaux, leur écriture, leur lecture - Retrouver différentes écritures des nombres décimaux	- Les nombres fractionnaires représentés par une écriture dont le dénominateur est 10. - Les nombres décimaux - Différentes écritures d'un nombre décimal	- Préciser un chiffre dans un décimal correspondant à une unité donnée. - Passage d'une écriture décimale à une écriture de la forme a/b et inversement. Ex : 0,7=7/10 ; 451/100=4,51 ; 6/5=12/10=1,2	- Les décimaux sont présentés à partir des nombres fractionnaires représentés par des écritures de la forme $a/10^n$ (a et n entiers naturels), et on peut rencontrer des exemples d'écritures fractionnaires dont le dénominateur diffère de 10^n et qui représentent des décimaux - Il est important d'utiliser des écritures à virgule en insistant sur la position des chiffres, que ce soit dans la partie entière (unité, dizaines, centaines…) ou décimale (dixième, centièmes, millièmes…)
	Comparaison de deux décimaux ayant le même nombre de chiffres après la virgule - Ordonner trois décimaux ou plus - Encadrer un décimal dont la partie décimale est non nulle par deux entiers naturels consécutifs	- Comparaison de deux décimaux ayant le même nombre de chiffres après la virgule - Ordonner les décimaux	- Comparaison d'un décimal dont la partie décimale est non nulle et 1 - Comparaison d'un décimal dont la partie décimale est non nulle et un entier naturel - Encadrer un décimal dont la partie décimale est non nulle par deux entiers naturels - Chercher un décimal compris entre deux entiers naturels	- Utiliser les décimaux pour montrer les relations existant entre différentes unités des systèmes de mesure. - L'élève peut remarquer que les entiers naturels sont aussi des décimaux. Ex : 3=30/10=3,0.

Article 312 : Opérations sur les nombres décimaux	L'élève est capable de - Additionner des décimaux verticalement - Soustraire un décimal d'un autre verticalement - Multiplier deux décimaux	- Addition de deux décimaux Technique d'addition - Différence de deux décimaux Technique de soustraction - Produit de deux	- Addition d'un entier naturel à 2 chiffres et d'un décimal inférieur à 10. Ex : 40+3,4= - Compléter un décimal inférieur à 1, à un chiffre après la virgule à 1. Ex : 0,6+ = 1 - Compléter un	- Pour additionner deux décimaux, il faut s'appuyer sur des situations concrètes (systèmes de mesure par exemple)et s'aider des tableaux d'unités - L'élève pourra remarquer que les propriétés de l'addition des décimaux sont celles utilisées lors de l'addition des entiers naturels - Pour calculer la différence de deux décimaux, il faut s'appuyer sur des situations concrètes (systèmes de mesure par exemple)et s'aider des tableaux d'unités - L'élève pourra remarquer que la technique de soustraction des décimaux est un prolongement de la technique de soustraction des entiers naturels - Concernant la technique de multiplication, la progression ci-

	verticalement	décimaux Technique de multiplication	décimal à un chiffre après la virgule à l'entier naturel suivant. Ex : 3,2+ = 4 - Calcul de la différence de deux décimaux ayant la même partie décimale Ex : 16,14-8,14= - Produit d'un décimal par 10, 100 ou 1000 - Produit de deux décimaux dont l'un est 0,1 ; 0,01 ou 0,001. Ex : 15,2*0,1=1,52 148*0,01=1,48	dessous peut être suivie : 1. Calcul du produit d'un décimal par 10 (en revenant à l'addition de nombres égaux). Ex : 3,5*10=3,5+3,5+3,5+3,5+3,5+3,5+3,5+3,5+3,5+3,5 Calcul du produit d'un décimal par 100, 1000 …(en utilisant l'associativité de la multiplication). Ex : 2,345*100=2,345*(10*10)=(2,345*10)*10=23,45*10=234,5. Cette pratique est utilisée pour déduire la règle de multiplication par 10, 100, 1000…. 2. Calcul du produit d'un décimal par un entier naturel. Ex : 12,5*3=125*10*3=(125*3)*10=375*10=37,5. Dans ce cadre, on sensibilisera l'élève au fait que le produit de deux décimaux ne change pas si on multiplie l'un des facteurs par un nombre et on le divise par le même nombre. 3. Calcul du produit de deux décimaux dans le cas général avec la technique correspondante. Ex : 3,6*1,2=(3,6*1 ,2*10)/10=(3,6*12)/10=43,2*10= 4,32

Programmes de 6ème année de base (réforme 1991)

Thèmes	**Objectifs**	**Contenus**		**Directives**
		Notions	**Calcul mental**	
Opérations sur les nombres fractionnaires	Division d'un décimal par un décimal non nul	- Division d'un décimal par un décimal non nul -Technique de division des décimaux	- Calcul du produit d'un entier inférieur à 100 par 0,1 ; 0,2 ; 0,5 - Division d'un décimal par 0,1 ; 0,01 et 0,001 -Division d'un entier par 0,5 - Recherche du quotient exact de la division d'un entier inférieur à 100 par 2 et 5. Ex : 35/2=17,5 ; 12/5=2,4 ; 97/5=(97*2)/(5*2)=194/10=19,4	- Avant de commencer l'étude de la division d'un décimal par un autre, il faut s'assurer que les apprenants sont capables d'additionner, de soustraire et de multiplier les décimaux verticalement - Concernant la technique de division, il est possible de suivre la progression suivante : 1. Division d'un décimal par 10, 100, … Ex : 45,67/10=4,567. A ce niveau, mettre en relation la division et la multiplication correspondante et déduire la règle (de décalage de la virgule) en s'appuyant sur divers exemples. 2. Division d'un décimal par 0,1 ; 0,001 .. Ex : 35,14/0,1=351,4. A ce niveau, revenir à la multiplication correspondante et déduire la règle en s'aidant du tableau des

				unités. 3. Division d'un décimal non entier par un entier naturel. Ex : 18,8/4 → 188/4=47 donc 18,8/4=4,7. Il faut utiliser les systèmes de mesure et sensibiliser les apprenants au fait que multiplier le dividende par 10, 100 … implique la multiplication du quotient par le même nombre, il faut donc multiplier le dividende par 10, 100… selon la position de la virgule et effectuer la nouvelle division puis diviser le quotient obtenu par le nombre par lequel a été multiplié le dividende. 4. Division d'un décimal par un décimal non nul. Ex1 : 8,866/2,6 → 88,66/26=3,41. On sensibilise l'apprenant au fait que la multiplication du dividende et du diviseur par le même nombre (10, 100…) ne change pas la valeur du quotient et il est possible, dans ce cadre, de s'aider des systèmes de mesure. Ex2 : 125=8*15+5 → 125,0=8*15,6+2 → 125,000=8*15,625. Les apprenants peuvent remarquer que des écritures telles que 43 : 3=14,3 ou 43/3=14,3 ne sont pas correctes car 43 est différent de 14,3*3. L'écriture correcte est 14,3*3<43<14,4*3 ou bien 43=14,3*3+0,1. Dans les problèmes nécessitant la division d'un décimal par un autre, l'enseignant doit veiller à ce que l'opération soit finie.