



Le rôle des représentations dans la résolution des problèmes de type additif

Iliada Elia* , Athanasios Gagatsis**

Département de l' Education, Université de Chypre, P.O. Box. 20537,
 1678 Nicosia, Cyprus

*iliada@ucy.ac.cy, **gagatsis@ucy.ac.cy

Résumé. Ce texte présente une partie d'une large recherche concernant le rôle des représentations dans la résolution des problèmes du type additif. En particulier, on examine la résolution des problèmes additifs de la deuxième catégorie proposée par Gérard Vergnaud: mesure-transformation –mesure (a-b-c). On a proposé aux élèves de troisième classe de l'école primaire de Chypre (élèves de 8-9 ans) des problèmes avec question sur a, b et c dans trois représentations différentes : forme verbale, forme verbale accompagné avec d'une droite numérique et image informationnelle. L'analyse des résultats par la méthode implicative de R.Gras montrent que il y a une influence du type de représentation sur la résolution des problèmes mais l'influence de la structure du problème (question sur a, b et c) semble être plus importante.

1 Introduction

Le concept de *représentation* fait, depuis quelques années, l'objet de nouvelles recherches qui se placent généralement dans les sciences de l'éducation, à la croisée des sciences cognitives, de la psychologie, de la sémiologie, de l'épistémologie et de la didactique. Certains le considèrent fondamental pour expliquer l'activité intellectuelle (NCTM 2000), en accord avec de nombreux chercheurs. Mais les usages de ce terme sont assez divers. Presque chaque discipline en fait un différent. Ces recherches peuvent être classifiées globalement en cinq catégories :

Définition de la représentation

Le terme "représentation" est vague et comme tel il accepte plusieurs interprétations (von Glasersfeld 1987; Goldin & Kaput, 1996).

B. Théories des représentations (Duvall 2001; Goldin & Kaput 1996).

Cette deuxième catégorie concerne des travaux qui proposent une théorie cognitive concernant le rôle des représentations dans l'apprentissage en Mathématiques. Plusieurs auteurs insistent sur la distinction entre *représentations internes* et *représentations externes*. Un individu doté d'une richesse des représentations internes peut mieux interpréter des données du «monde extérieur» et donc peut mieux apprendre. En même temps il y a une interaction entre représentations internes et représentations externes qui est très important pour l'apprentissage.

C. Représentations et résolution des problèmes en Mathématiques (Gagatsis & Elia, 2004; Goldin 1987; Lesh et al. 1987).

Cette troisième catégorie concerne des travaux qui proposent des recherches concernant le rôle des représentations dans la résolution des problèmes en Mathématiques (Goldin 1987).

D. Le rôle des représentations dans la compréhension et dans l'apprentissage de notions mathématiques :

- Sur la fonction: Gagatsis et al. 2001.
- Sur les fractions: Lesh et al. 1987.
- Sur le cercle et la géométrie en général: Janvier 1987.
- Sur l'addition et la soustraction des nombres naturels à l'école élémentaire: Gagatsis et al. 2003.

E. Le passage d'un type de représentation à un autre (Duvall 2001; Gagatsis et al. 2001; Gagatsis et al. 2003; Janvier 1987).



Notre recherche concerne surtout les catégories C et E mais, comme il y a une base théorique commune entre les cinq catégories, elle se relie aux cinq catégories. En particulier cette étude concerne l'utilisation de la représentation de la ligne arithmétique et de l'image informationnelle en comparaison avec la forme verbale dans la résolution des problèmes de l'addition et la soustraction des nombres naturels à l'école élémentaire.

2 Représentations, images et modèles géométriques

Il y a cinq différents types de systèmes de représentations externes en relation avec l'apprentissage des mathématiques et la résolution des problèmes (Lesh et al. 1987):

a). **des textes d'expérience** dans lesquels la connaissance est organisée sur la base des événements de la vie quotidienne et lesquels considèrent le contexte pour l'interprétation et la résolution d'autres situations problématiques.

b). **des objets manipulatoires- modèles** comme les cubes en arithmétique, les barres de fractions, les lignes arithmétiques, les cubes de Dienes etc.

c). **des icônes ou des diagrammes**, des modèles statiques iconiques lesquels, comme les modèles manipulatoires, peuvent être intériorisés comme des «images mentales».

d). **des langues parlées**, dans lesquelles sont incluses des langues plus spécifiques qui sont reliées à des différents domaines partiels (par.ex. la logique mathématique).

e). **des symboles écrits** qui, comme les langues parlées, sont susceptibles de contenir des propositions et phrases spécifiques ($x + 3 = 8$, $A \cup B = (A \cap B)'$), et aussi des propositions et phrases habituelles de la langue parlée.

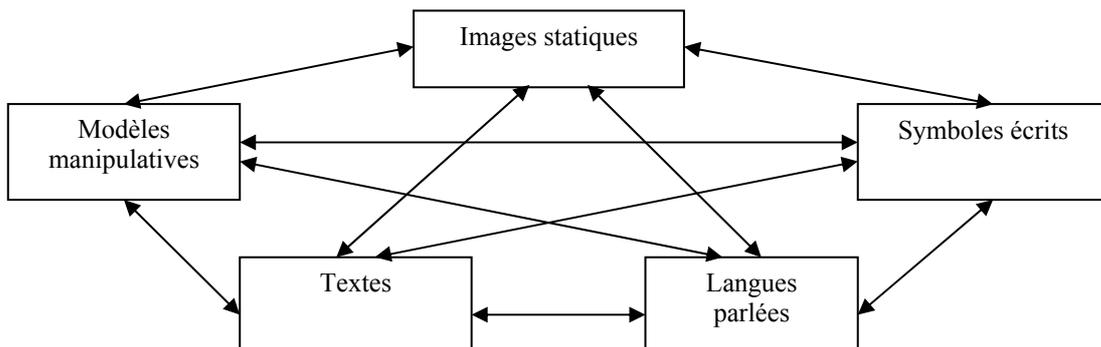


FIG. 1 - Cinq différents types des systèmes de représentations extérieures (Lesh et al. 1987, p.33)

Il y a deux distinctions essentielles qu'on doit faire par rapport à la figure ci-dessus :

La première concerne la distinction entre **représentation** et **modèle géométrique**.

La deuxième concerne la distinction entre **représentation principale** et **représentation auxiliaire**.

Nous allons analyser toutes les distinctions ci-dessus parce que elles sont très importantes pour l'interprétation des phénomènes relatifs à l'apprentissage des mathématiques.

2.1 Modèles géométriques

Nombreuses sont les représentations géométriques à avoir été utilisées par les mathématiciens et les professeurs de mathématiques en tant que modèles de formulation ou modèles de validation (Fischbein 1972 ; Gagatsis & Patronis 1990).



Qu'est-ce donc qu'un modèle géométrique ? On pourrait dire, en première approximation, qu'il est une représentation géométrique d'un problème, adaptée à une étude ultérieure, c'est-à-dire une représentation géométrique qui possède ce caractère génératif et ce caractère de découverte que Fischbein réclame pour un modèle.

En fait E. Fischbein (1972) considère qu'un modèle utilisé dans l'enseignement doit avoir pour principale fonction de générer et de représenter une quantité infinie de propriétés à partir d'un nombre limité d'éléments et de règles de combinaisons ; de la même manière que la structure de la langue permet à l'enfant de créer une quantité infinie de phrases à partir d'un petit nombre d'éléments et de règles grammaticales. Un modèle est donc un mode de représentation (comme la langue), mais une représentation n'est un modèle que si elle possède le caractère "génératif" en question. En outre, un modèle doit conduire facilement, et indépendamment du système initial qu'il représente, à de nouvelles informations portant sur ce système.

Un modèle géométrique très fréquemment utilisé par les enseignants de l'école primaire est la droite graduée arithmétique. Gagatsis et al. (2003) ont examiné l'efficacité de la représentation de la droite arithmétique pour l'exécution des additions et des soustractions. Pour cela ils ont proposé à des élèves de 7-8 ans de Chypre les quatre questionnaires suivants:

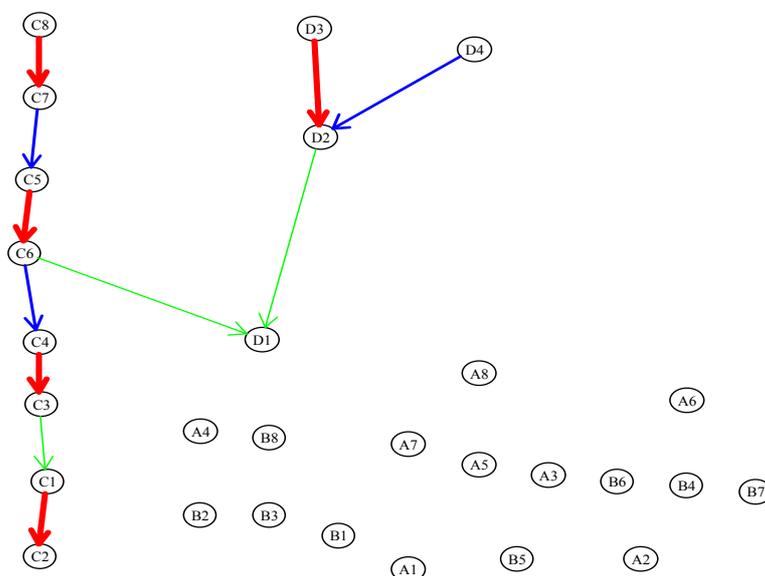
Questionnaire A : Huit additions et soustractions sont proposées: $14 + 3 = \square$, $8 + 7 = \square$, $13 + \square = 16$, $9 + \square = 15$, $19 - 4 = \square$, $12 - 5 = \square$, $18 - \square = 16$, $13 - \square = 9$.

Questionnaire B : Huit additions et soustractions du même type avec l'utilisation possible (mais non obligatoire) de la représentation de la droite graduée

Questionnaire C : Huit additions et soustractions du même type avec l'utilisation obligatoire de la représentation de la droite graduée

Questionnaire D : Quatre additions et soustractions du type inverse à celui du questionnaire C; c'est-à-dire où l'on propose sur la représentation de la ligne arithmétique une addition ou une soustraction et on demande la relation symbolique et son résultat.

Le figure qui suit est le graphe implicatif des leurs résultats (binaires : réussite-échec) construit par Chic 1.2 (Gras 1992).



Graphe implicatif 1 : Les questions des questionnaires A, B, C et D concernant l'exécution des additions et des soustractions avec ou sans l'utilisation de la droite arithmétique à l'école élémentaire



L'analyse implicative montre clairement une cohésion forte des questions des questionnaires C et D et presque aucune relation entre les questions des questionnaires A et B. De plus les questions des questionnaires C et D s'avèrent plus difficiles que des questions des questionnaires A et B. Ces résultats montrent que l'utilisation de la représentation de la droite graduée arithmétique pour l'apprentissage de l'addition et la soustraction des nombres naturels à l'école élémentaire peut créer des problèmes au moins à un grand nombre d'élèves.

2.2 Images

Parmi toutes les représentations possibles d'un objet, y en a-t-il UNE qui serait pédagogiquement meilleure que les autres pour faciliter la compréhension et l'apprentissage des élèves ? (Duval 2005).

Si on regarde l'histoire de l'enseignement concernant le domaine numérique, depuis les années 1960, on pourra observer, à travers les réformes successives, comme à travers les approches didactiques successivement dominantes, que certaines représentations ont été tour à tour privilégiées, voire opposées aux autres, comme s'il y en avait une qui serait plus proche du «concept» de nombre. De manière plus générale, les images, parce qu'elles renvoient à des situations réelles, ou les descriptions verbales évoquant de telles situations, ou encore des représentations pouvant servir de support à la simulation de manipulations, sont privilégiées pour pouvoir «donner du sens» aux représentations symboliques ou aux descriptions verbales purement mathématiques. Cela est évident même aujourd'hui dans les manuels des Mathématiques de l'école primaire de Chypre où l'on présente une notion mathématique ou des problèmes accompagnés d'une variété d'images. Les images sont des représentations auxiliaires par rapport à la résolution des problèmes.

Dans bon nombre de recherches à Chypre concernant le rôle des images dans la résolution des problèmes (Elia & Philippou 2004; Gagatsis & Elia 2004) quatre types d'images ont été distingués:

- **Les images décoratives** qui ne donnent aucune information relative aux problèmes
- **Les images auxiliaires- représentatives** qui représentent une partie de l'information du problème donné également par l'expression verbale
- **Les images auxiliaires –organisatrices** qui organisent l'information du problème
- **Les images informationnelles** qui représentent toute l'information du problème et qui sont dans ce cas là des représentations principales.

3 La recherche

L'objectif principal de cette recherche est d'examiner le rôle des représentations dans la résolution des problèmes. Pour cela nous avons proposé à des élèves de la classe C de l'école primaire de Chypre (8-9 ans) des problèmes du type additif de la deuxième catégorie de Vergnaud (1995), à savoir «mesure transformation mesure» en se basant sur trois types des représentations comme le montre le tableau suivant. Ainsi par exemple, le symbole IAb17 signifie image informationnelle, Addition, la question du problème est sur la transformation b et c'est le problème No 17. Nous avons proposé les mêmes problèmes à 3 groupes différents d'élèves du même âge:

- **Groupe 1:** 252 élèves qui n'ont pas reçu une intervention didactique.
- **Groupe 2:** 127 élèves qui ont reçu une intervention didactique de huit heures sur l'utilisation des images dans la résolution de problèmes avant le passage du questionnaire.
- **Groupe 3:** 125 élèves qui ont reçu une intervention didactique sur l'utilisation de la ligne arithmétique dans la résolution des problèmes avant le passage du questionnaire.



Type de représentation	Transformation positive (b>0)			Transformation négative (b<0)		
	Position de l'inconnu			Position de l'inconnu		
	Quantité initiale (a)	Transformation (b)	Quantité finale (c)	Quantité initiale (a)	Transformation (b)	Quantité finale (c)
Verbale	VAA3	VAb15	VAc10	VSA6	VSb12	VSc1
Image informationnelle	IAa9	IAb17	IAc4	ISA18	ISb8	ISc13
Droite arithmétique	LAA11	LAB7	LAc2	LSa16	LSb5	LSc14

TAB 1 - Les problèmes proposés (variables binaires : réussite-échec)

4 Résultats

Pour l'élaboration des données nous avons appliqué l'analyse des similarités de I.C. Lerman (Lerman, 1981) et l'analyse statistique implicative de R.Gras (version 3.2 du logiciel Chic) (Gras, Briand, & Peter, 1996 ; Gras, Peter, & Philippe, 1997; Gras et al., 1996) pour chaque groupe d'élèves et nous avons obtenu les tableaux et les diagrammes qui suivent.

4.1 Remarques sur le tableau des occurrences

Comme c'est évident par le tableau des occurrences (Tableau 2) il y a des différences entre les scores des questions suivant la représentation des problèmes et de la place de l'inconnue. En ce qui concerne **le groupe 1** les questions les plus difficiles sont : ISA18, IAa9, LAB7, IAb17, VAA3, ISb8. Ces résultats expriment d'un côté la nature sémiotique particulière de l'image informationnelle et de l'autre la difficulté d'un problème quand la question est sur a et sur b.

Tâche	Sans intervention		Intervention sur les images		Intervention sur la droite arithmétique	
	Occurrence	Mean	Occurrence	Mean	Occurrence	Mean
VAA3	205.50	0.82	113.00	0.89	102.50	0.82
VAb15	216.00	0.86	115.50	0.91	108.50	0.87
VAc10	241.50	0.96	124.00	0.98	121.00	0.97
VSA6	214.50	0.85	112.00	0.88	108.50	0.87
VSb12	229.50	0.91	119.00	0.94	114.00	0.91
VSc1	234.00	0.93	120.50	0.95	115.00	0.92
IAa9	181.00	0.72	108.00	0.85	91.50	0.73
IAb17	190.50	0.76	111.00	0.87	99.50	0.80
IAc4	214.50	0.85	120.50	0.95	109.50	0.88
ISA18	168.50	0.67	99.00	0.78	85.00	0.68



ISb8	207.50	0.82	111.50	0.88	104.00	0.83
ISc13	227.50	0.90	118.00	0.93	112.50	0.90
LAA11	221.50	0.88	117.00	0.92	106.00	0.85
LAB7	188.50	0.75	107.00	0.84	98.50	0.79
LAC2	241.00	0.96	123.50	0.97	118.50	0.95
LSA16	209.00	0.83	114.00	0.90	97.50	0.78
LSb5	217.00	0.86	117.00	0.92	105.50	0.84
LSc14	234.00	0.93	118.50	0.93	110.50	0.88
N	N1=252		N2=127		N3=125	

TAB 2 - Occurrences et moyennes des groupe 1 (élèves qui n'ont pas reçu une intervention didactique), groupe 2 (élèves qui ont reçu une intervention didactique concernant l'utilisation des images) et groupe 3 (élèves qui ont reçu une intervention didactique concernant l'utilisation de la ligne arithmétique)

Concernant **le groupe 2** les questions les plus difficiles sont : ISa18, LAB7, IAa9, IAb17, ISb8, VAa3 c'est-à-dire exactement les mêmes avec un petit changement d'ordre malgré un enseignement systématique sur les images organisé pour ce groupe des élèves. On observe en plus qu'il y a une augmentation des scores moyens des problèmes basés sur les images informationnelles et sur la droite arithmétique : IAc4 (0.85-0.95), ISb8 (0.82-0.88), IAa9 (0.72-0.85), ISc13 (0.90-0.93), IAb17 (0.76-0.87), ISa18 (0.67-0.78), LAc2 (0.96-0.97), LSb5 (0.86-0.92), LAB7 (0.75-0.84), LAA11 (0.88-0.92), LSc14 (0.93-0.93), LSA16 (0.83-0.90). Comme il y a aussi des augmentations de scores des problèmes verbaux on peut supposer que l'intervention didactique sur les problèmes accompagnés par une image informationnelle a amélioré la capacité de résolution des problèmes indépendamment du type de représentation utilisé.

Quelle peut être l'interprétation didactique et/ou psychologique de cette amélioration ? L'énoncé du problème dans ce cas consiste en une séquence de trois images qui correspondent aux trois phases d'un problème verbal additif : phase initiale-transformation-phase finale. L'enseignement des problèmes additifs présentés de cette manière aident les élèves à comprendre les trois phases du problème additif et cette compréhension reflète l'amélioration des scores des élèves sur tous les problèmes additifs indépendamment de leur représentation.

Finalement concernant **le groupe 3** les questions les plus difficiles sont : ISa18, IAa9, LSA16, LAB7, IAb17, VAa3, c'est-à-dire les mêmes avec la substitution du problème ISb8 par LSA16 et un changement d'ordre, malgré un enseignement systématique sur la droite arithmétique organisé pour ce groupe des élèves. On observe en plus qu'il y a une diminution des scores moyens des problèmes basés sur la droite graduée : LAc2 (0.96-0.95), LSb5 (0.86-0.84), LAB7 (0.75-0.79), LAA11 (0.88-0.85), LSc14 (0.93-0.88), LSA16 (0.83-0.78).

4.2 Remarques sur les diagrammes de similarités

Dans **le diagramme de similarité 1** on observe deux classes des variables : la première contient des problèmes avec la question sur la quantité finale c. La 2^{ème} classe contient des problèmes avec la question sur la quantité initiale a ou sur la transformation b. Il est évident que la place de l'inconnue joue un rôle important dans la difficulté des problèmes de ce type.

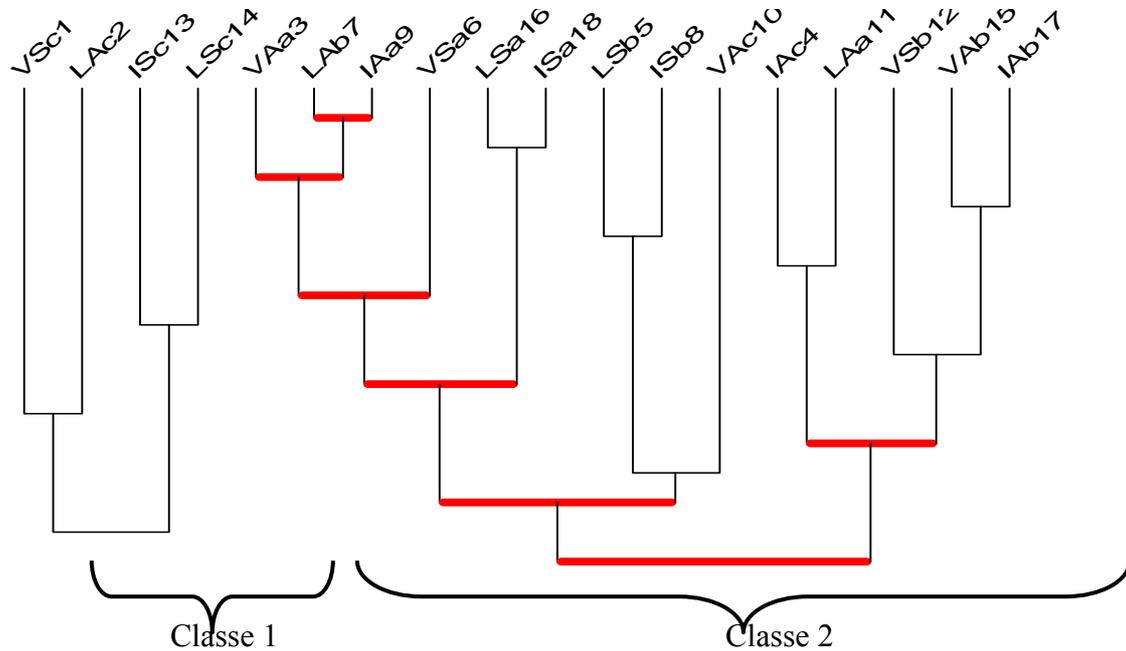


Diagramme de similarité 1: Groupe 1- élèves qui n'ont pas reçu une intervention didactique

Au contraire **le diagramme de similarité 2** montre qu'il n'y a pas une nette séparation des problèmes en prenant comme critère la place de l'inconnue. Ce mélange de problèmes montre que la participation des élèves au programme d'enseignement a eu comme conséquence une amélioration de la résolution des problèmes par les élèves indépendamment de la place de l'inconnue. Le fait que, dans les différentes classes de problèmes on observe des problèmes avec les trois différentes représentations, montre que le programme d'enseignement sur l'image informationnelle a contribué à la diminution de la nature spécifique de cette représentation. Néanmoins des relations immédiates entre expression verbale et image informationnelle ne sont pas observées.

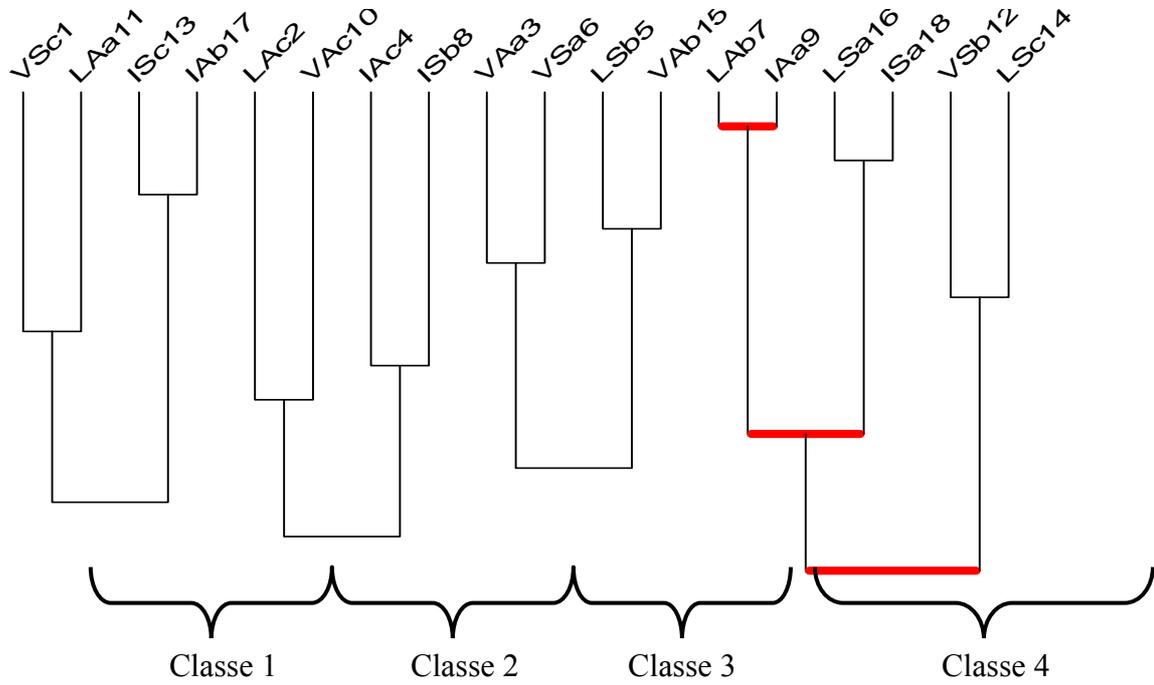


Diagramme de similarité 2 : Groupe 2-élèves qui ont reçu une intervention didactique concernant l'utilisation des images

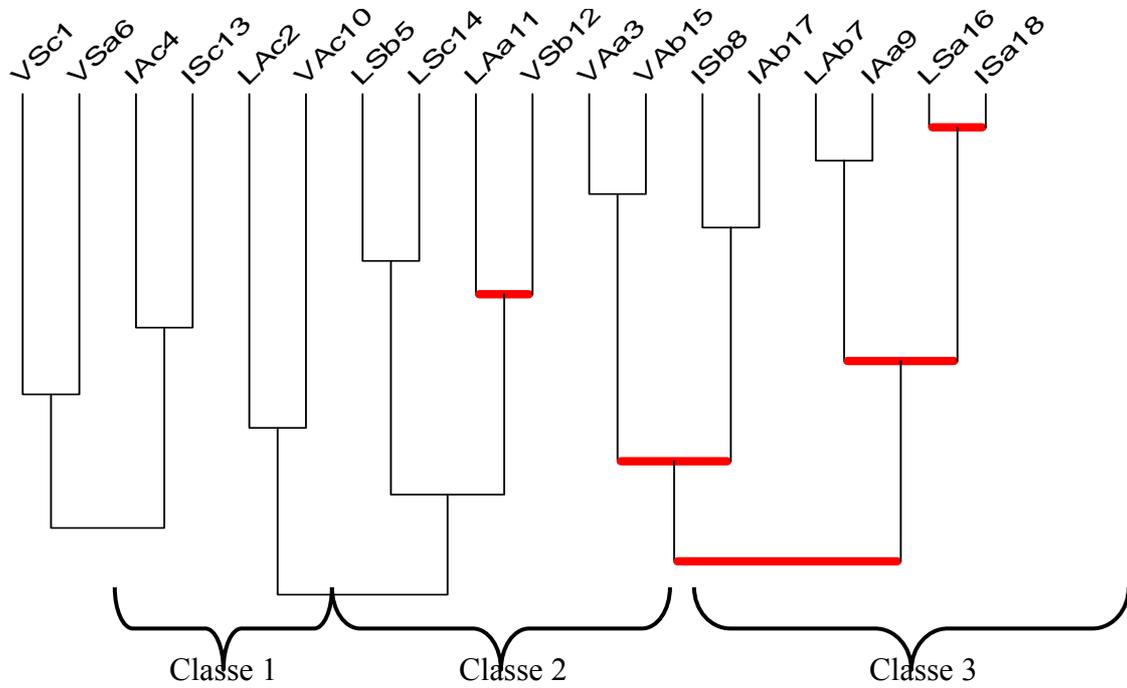
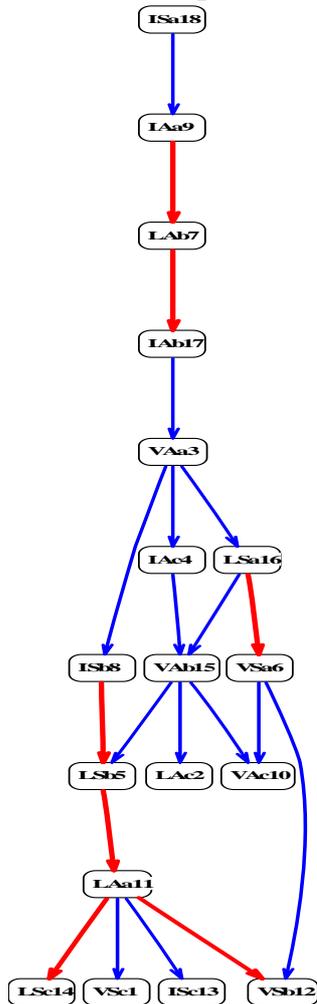




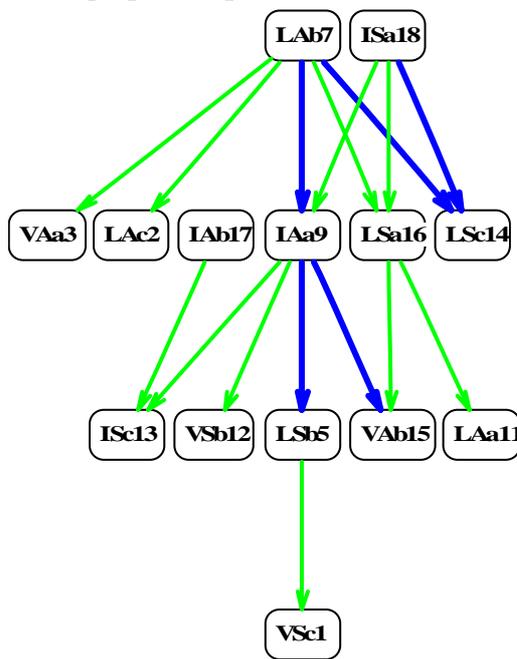
Diagramme de similarité 3 : Groupe 3 - élèves qui ont reçu une intervention didactique concernant l'utilisation de la droite arithmétique

Finalement le **diagramme de similarité 3** donne des indices sur l'importance de la place de l'inconnue sur la difficulté des problèmes (classes 1 et 3) et sur l'importance du mode de représentation sur la difficulté des problèmes (classe 2).

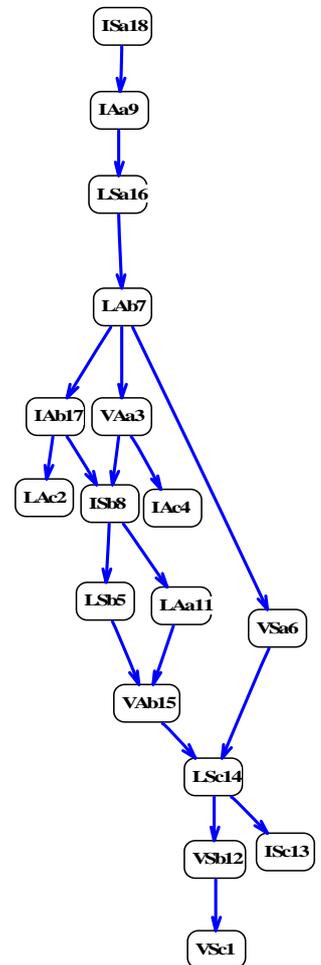
4.3 Remarques relatives aux graphes implicatifs



Graphe implicatif 2 :
 Groupe 1- élèves qui n'ont pas reçu une intervention didactique



Graphe implicatif 3 :
 Groupe 2- élèves qui ont reçu une intervention didactique sur les images



Graphe implicatif 4 :
 Groupe 3- élèves qui ont reçu une intervention didactique sur la droite arithmétique



Le graphe implicatif 2 montre le caractère sémiotique particulier des images puisque toutes les implications partent de ISa18 et IAa9 c'est-à-dire des problèmes exprimés par des images informationnelles et dont la question est sur a. De l'autre côté les chemins d'implications se terminent sur LAc2, VAc10, LSc14, VSc1, ISc13, VSb12. On observe que tous, à l'exception de VSb12 sont des problèmes dont la question est sur c, autrement dit la structure d'un problème est très importante pour la facilité de résolution de ce problème.

Le graphe implicatif 3 qui correspond aux élèves qui ont reçu une intervention didactique sur les images, est assez différent puisque toutes les implications partent de ISa18 (pareil avec le graphe 1) et LAb7 et se terminent sur LAc2, LSc14, VSc1, ISc13, VSb12 (pareil avec le graphe 1) et VAa3, VAb15, LAa11. On observe que ce graphe est assez différent du précédent puisque les implications relient en général 2 ou 3 variables. Malgré cela il est encore évident que la structure d'un problème est très importante pour la facilité de sa résolution.

Le graphe implicatif 4 qui correspond aux élèves qui ont reçu une intervention didactique sur la droite arithmétique ressemble plutôt au graphe 1 puisque toutes les implications partent de ISa18 (pareil avec le graphe 1), IAa9 (pareil avec le graphe 1), LAb7 (pareil avec le graphe 1) avec un nouvel élément LSA16 et se terminent sur IAc4, VSc1 et ISc13 (pareil avec les graphes 1 et 2) qui sont des problèmes dont la question porte sur a.

Les trois graphes implicatifs fournissent des informations qu'on ne peut obtenir par les diagrammes de similarité. En effet ils montrent d'une façon claire que les problèmes additifs avec l'inconnue portant sur c sont les problèmes les plus faciles, indépendamment de la représentation dans laquelle ils sont exprimés. De plus la réussite aux problèmes présentés dans une séquence des trois images avec la question sur a implique en général la réussite aux autres problèmes.

5 Discussion

Les résultats présentés ici montrent qu'on ne peut pas parler de représentation sans porter son attention sur ce qui constitue la relation d'une représentation à l'objet qu'elle représente. **Est-elle la même avec le langage et avec les images?** Comme nous l'avons signalé de manière générale les images, parce qu'elles renvoient à des situations réelles, ou les descriptions verbales évoquant de telles situations, ou encore des représentations pouvant servir de support à la simulation de manipulations sont privilégiées pour pouvoir «donner du sens» aux représentations symboliques ou aux descriptions verbales purement mathématiques. Cela est évident même aujourd'hui dans les manuels des Mathématiques de l'école primaire de Chypre où l'on présente une notion mathématique ou des problèmes accompagnés d'une variété d'images.

Dans notre recherche nous avons utilisé une suite de trois images comme représentation principale puisque elle représente toute l'information concernant un problème. Notre expérience a montré que l'image ne peut pas être facilement utilisée comme «image informationnelle». Nos résultats montrent que malgré l'intervention didactique systématique sur les images et malgré les petits nombres qui interviennent dans les problèmes (de façon que les problèmes sont considérés faciles pour les élèves de 8-9 ans) l'image informationnelle crée des difficultés d'interprétation aux élèves. Les résultats de notre recherche montrent que la relation de l'image informationnelle à l'objet qu'elle représente ne peut être la même avec celle du langage, malgré une augmentation des scores moyens des problèmes basés sur les images informationnelles après un enseignement systématique sur l'utilisation des images.

Ou, plus exactement, cette relation est-elle la même pour le langage et pour les symboles, pour les images et pour les modèles géométriques, puisqu'en mathématiques, ces différentes formes de représentations (et d'autres aussi comme les tableaux ou les graphes) sont systématiquement ou régulièrement utilisées? Certaines de ces formes de représentations ne seraient-elles pas des «supports» pédagogiquement meilleurs que les autres pour aider les élèves à comprendre? Il est classique, par exemple, de considérer que les images et la droite arithmétique, ou même les tableaux, sont non seulement



indispensables mais pourraient souvent remplacer l'emploi, plus coûteux et plus complexe, du langage (Duval, 2005).

Nos résultats montrent que non seulement l'emploi de l'image informationnelle est plus coûteux que l'emploi du langage mais la même chose est arrivée avec l'emploi de la droite arithmétique. En effet on a observé une diminution des scores moyens des problèmes basés sur celle-ci. Cette diminution paraît naturelle puisqu'elle est une représentation auxiliaire qui ne semble pas être utile pour les élèves de cet âge et pour ce type des problèmes additives. Dans notre recherche on n'a pas observé de phénomènes de compartimentalisation comme dans la recherche de Gagatsis, Shiakalli et Panaoura (2003) puisque les problèmes fonctionnent pour la majorité des élèves comme des problèmes verbaux.

Finalement la constatation la plus importante à notre avis est que la structure du problème (place de l'inconnue) joue un rôle très important pour la résolution du problème malgré l'âge des enfants (8-9 ans) et la taille des nombres que interviennent dans les problèmes (ne dépassent pas 20). Cela est évident par les pourcentages des réussites mais aussi par les diagrammes de similarité et les graphes implicatifs. Nous sommes convaincus que les résultats de cette recherche seraient confirmés par l'analyse des données pour de plus jeunes élèves.

Références

- Duval, R. (2001). Pourquoi les représentations sémiotiques doivent-elles être placées au centre des apprentissages en mathématiques? In A. Gagatsis (Ed.), *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology* (pp.67-90). Intercollege press : Cyprus.
- Duval, R. (à paraître, 2005). Langage, symboles, images, schémas... De quelle manière interviennent-ils dans la compréhension, en mathématiques et en dehors des mathématiques, *Bollettino dei Docenti di Matematica*, 50.
- Elia, I., & Philippou, G. (2004). The functions of pictures in problem solving. In M. Johnsen Hoines & A. Berit-Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 327-334). Bergen, Norway: Bergen University College.
- Fischbein, E. (1972). Les modèles génératifs et le développement intellectuel. *Activités-Recherches Pédagogiques*, 5, 10-14.
- Gagatsis, A., & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representations on mathematical problem solving. In M. Johnsen Hoines & A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp.447-454). Bergen, Norway: Bergen University College.
- Gagatsis, A., Michaelidou, E., & Shiakalli, M. (2001). *Theories of Representation and The Learning of Mathematics*. Nicosia: Erasmus IPI (in Greek).
- Gagatsis, A., & Patronis, T. (1990). Using geometric models in a process of reflective thinking in learning and teaching mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 29-54.
- Gagatsis, A., Shiakalli, M., & Panaoura, A. (2003). La droite arithmétique comme modèle géométrique de l'addition et de la soustraction des nombres entiers. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 8, 95-112.
- Goldin, G. A. (1987). Levels of language in mathematics problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 59-65). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective of the idea of representation in learning and doing mathematics. In von L. P. Steffe & Mahwah (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (pp. 397-430). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Gras, R. (1992). Data analysis: a method for the processing of didactic questions. *Research in Didactic of Mathematics, Selected papers for ICME 7*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Gras, R. and als. (1996). *L' Implication Statistique, Collection associée à Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.



- Gras R., Briand H., & Peter P. (1996). Structuration sets with implication intensity. In E. Diday, Y. Lechevallier & O. Opitz (Eds.), *Proceedings of the International Conference on Ordinal and Symbolic Data Analysis - OSDA 95*. Paris: Springer.
- Gras R., Peter P., & Philippe J. (1997). *Implicative Statistical Analysis, Proceedings of IFCS 96*. Verlag, Tokyo: Springer.
- Janvier, C. (Ed.) (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lerman I.C., (1981) Classification et analyse ordinaire des données, Paris, Dunod.
- Lesh, R., Behr, M., & Post, T. (1987). Rational number relations and proportions. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 41-58). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- NCTM, (2000). *Principals and standards for school mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- Vergnaud, G. (1995). Problems of additive structures. In A. Gagatsis (Ed.), *Didactics of Mathematics: Theory and Research*. Thessaloniki: Art of Text (in Greek).

Summary

This text presents a part of a large scale research concerning the role of representations in solving problems of additive structure. In particular we examine problem solving in the case of the second class of additive structure problems proposed by Gérard Vergnaud: measure -transformation-measure (a-b-c) or change problems. We have proposed to students of class C of Primary School in Cyprus (8-9 years old) problems with question on a, b and c in three different representations: verbal expression, verbal expression accompanied with a number line and informational picture. The analysis of the results based on the implicative statistical analysis of R.Gras proves that there is an influence of the type of representation on problem solving but the influence of the structure of the problem (question o a, b or c) seems to be more important.