DU QUOTIDIEN AU PHILOSOPHIQUE

L'implication statistique illustre l'adage :
L'EXCEPTION CONFIRME LA REGLE

La démarche statistique inductive cherche à transcender
LA CONTINGENCE EN LA NECESSITE

Et l'objectif visé veut satisfaire :
LA SIGNIFICATION DU « TOUT » EST SUPERIEURE
A LA SOMME DES SIGNIFICATIONS DE SES « PARTIES »

D'où 4 concepts-clés en A.S.I.:
REGLE, INDUCTION, STRUCTURE, QUALITE INFORMATIVE

PANORAMA DU DEVELOPPEMENT DE L'ANALYSE STATISTIQUE IMPLICATIVE A PARTIR DE SITUATIONS FONDATRICES

Régis Gras, L.I.N.A.

3ème Rencontre Internationale sur l'Analyse Statistique Implicative
Palerme 6-8 Octobre 2005

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d’implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ;
hiérarchie cohésive, niveaux significatifs

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

THEORIE DE L'IMPLICATION STATISTIQUE

DANS UN ENSEMBLE EXPERIMENTAL (ESPACE D'APPRENTISSAGE) on dispose :

•d'un ensemble V d'attributs ou caractères (variables)

•d'un ensemble E de sujets possédant ou non ces attributs

IL EXISTE AINSI SUR LES VARIABLES ET DANS E DES RELATIONS DU TYPE :

SI variable a = vraie (ou presque vraie)

ALORS

variable b = vraie (ou presque vraie) (REGLE : a => b)

THEORIE DE L'IMPLICATION STATISTIQUE (suite)

….et aussi

SI règle R = vraie (ou presque) ALORS

règle S = vraie (ou presque)

IL EXISTE ALORS DES CONCEPTS

QUI SONT ASSOCIES

Nous chercherons à l'aide de

C.H.I.C.

à mettre en évidence ces relations implicatives

L'expert du domaine se chargera

de les interpréter en terme de concepts

PROBLEMES POSES PAR LE CROISEMENT ExV

I

Dégager des règles entre les variables du type a => b

II

Mesurer la qualité de ces règles (quasi-implications)

III

Représenter les structures de V, de VxV, ...,
issues des règles (graphe) et méta-règles (hiérarchie)

IV

Mesurer la qualité des structures obtenues

V

Etudier la responsabilité des éléments de E
ou des variables supplémentaires (sous-ensembles de E)
par rapport aux structures

(cf. Gras, Kuntz, Briand, MSH 2001)

LES ACTEURS DE LA MODELISATION

E : ensemble d'individus ou d'observations card E = n

V : ensemble de variables ou de caractères ou d'attributs

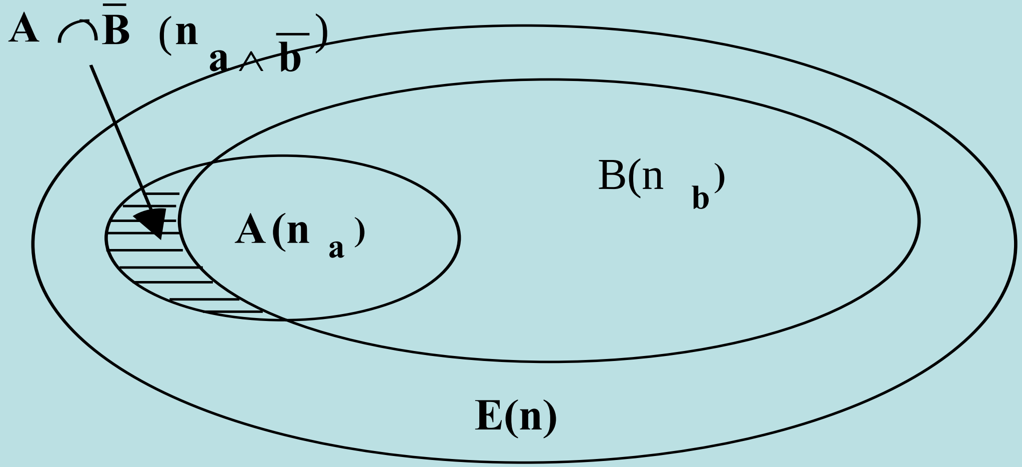
A : sous-ensemble de E des observations, exemples de réalisations de la variable a

B : sous-ensemble de E des observations, exemples de réalisations de la variable b

card A = n_a card B = n_b

$A \cap \overline{B}$ **sous-ensemble de E des observations, contre-exemples de l'implication** $a \Rightarrow b$

Card $A \cap \overline{B} = n_{a \wedge \overline{b}}$



PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d’implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ; hiérarchie cohésive, niveaux significatifs

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

APPROCHE INTUITIVE

X et Y de même cardinaux que A et B

Si card ($A \cap \overline{B}$) est *invraisemblablement* petit

par rapport à la variable aléatoire card ($X \cap \overline{Y}$),

on acceptera la QUASI-IMPLICATION $a \Rightarrow b$

à la mesure de l'écart observé

INTENSITE D'IMPLICATION = ETONNEMENT STATISTIQUE

Comment le mesurer ?

« Si la fréquence des coïncidences n'excède pas de façon significative la probabilité qu'on peut leur calculer en les attribuant au seul hasard à l'exclusion de relations causales cachées, nous n'avons certes aucune raison de supposer l'existence de telles relations. »

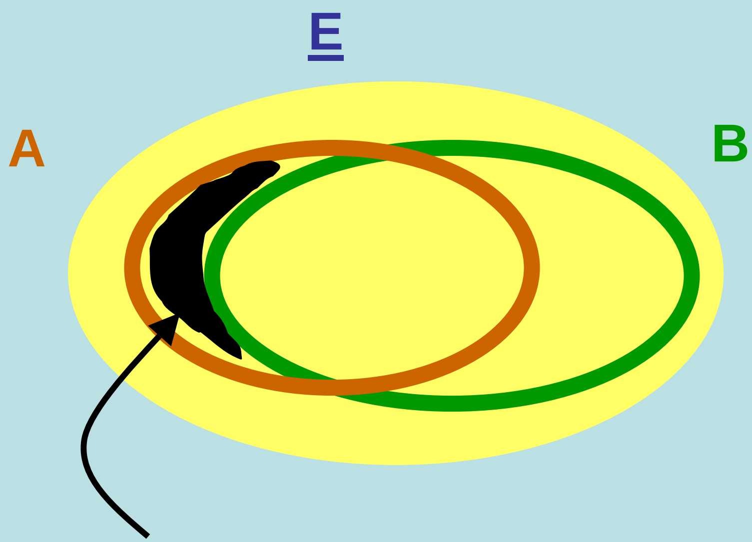
H.Atlan, « A tort et à raison. Intercritique de la science et du mythe », Seuil, 1986

INTENSITE D'IMPLICATION

a =>b

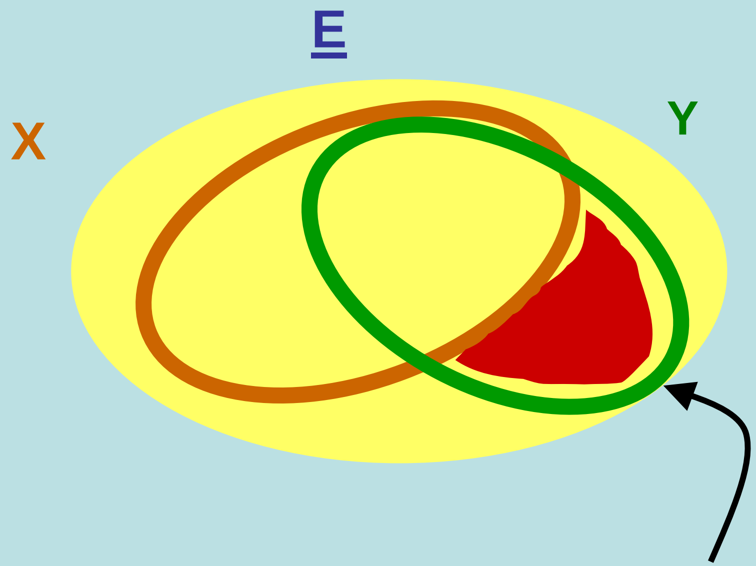
Modèle de tirage : choix indépendant pour X et Y avec card X=card A et card Y=card B

Observations



contre-exemples
n(a∧¬b)

Modèle aléatoire



variable aléatoire
N(a∧¬b)

La règle est **admissible** si
Pr (**N(a∧¬b) < n(a∧¬b)**)
est **petite**

CHOIX DE MODELES PROBABILISTES POUR card ($X \cap \overline{Y}$)

Plusieurs sont proposables en fonction
du processus de tirage des éléments de E :
1° modèle hypergéométrique

2° modèle binomial de paramètres n, $\dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n^2}$

3° modèle de Poisson de paramètre $\lambda = \dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n}$

Nous retenons généralement
l'un ou l'autre des modèles 2° et 3°
Par exemple pour le modèle 3°:

$$\Pr\,[N(a \wedge \neg b) \geq n(a \wedge \neg b)\,] = \sum_{k=\mathrm{card}(A \cap \overline{B})}^{k=\infty} \frac{\lambda^k}{k!}\,\exp(-\lambda)$$

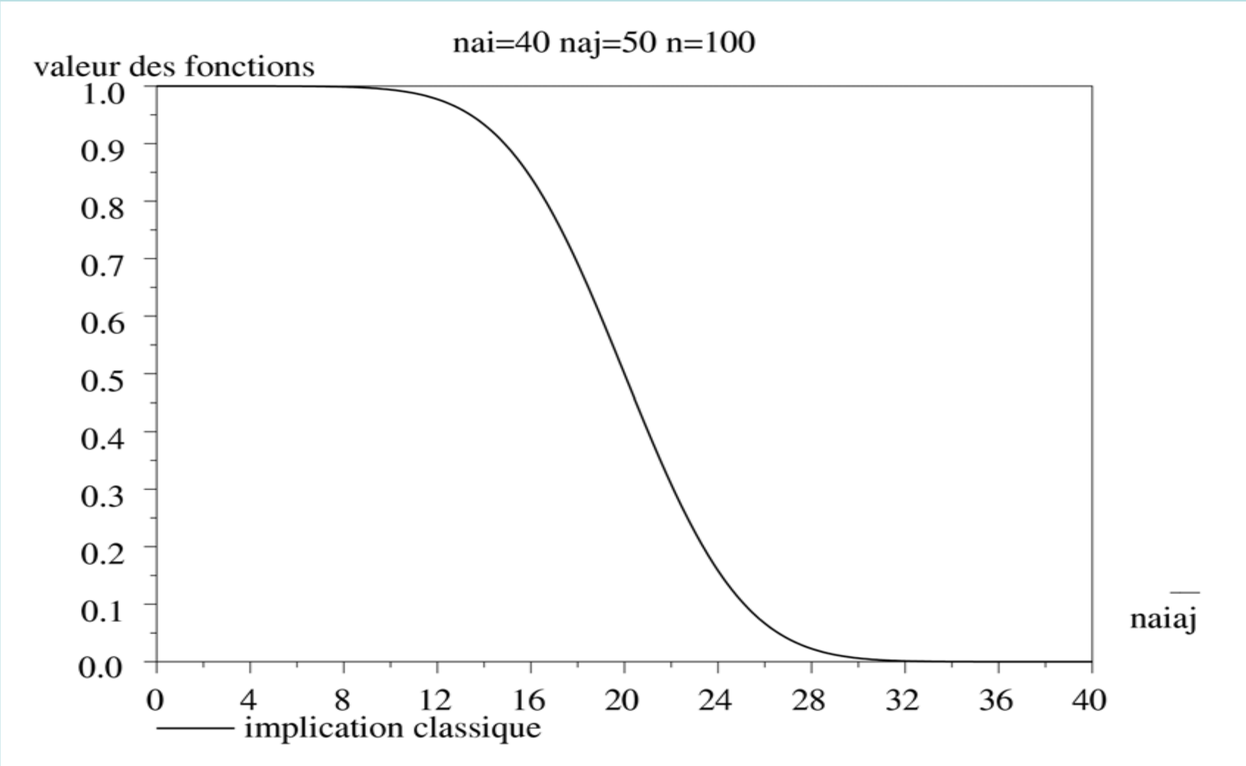
<u>**C'est la mesure de l'*étonnement statistique***</u>
<u>**donc de la *quasi-implication***</u>
<u>**pour la modélisation de Poisson**</u>

INTENSITE D'IMPLICATION (suite)

Intensité d'implication de a=> b :

$\varphi(a,b) = Pr\,[N(a\wedge\neg b) \geq n(a\wedge\neg b)]$ si $n(b) \neq n$, et $\varphi(a,b) = 0$ sinon

<u>Exemple de variations</u> de $\varphi(a_i, a_j)$: n=100, $n(a_i)$=40, $n(a_j)$=50 en fonction de $n(a_i \wedge \overline{a}_j)$



MODELE DE POISSON POUR L'INTENSITE

L'INTENSITE D'IMPLICATION EST, PAR DEFINITION,
LA VALEUR DE L'ETONNEMENT STATISTIQUE de POiSSON

AINSI, dans CHIC, QUAND $\lambda \leq 4$
ON POSE

$$\varphi(a, b) = \sum_{k = card(A \cap \overline{B})}^{k=\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda)$$

QUAND $\lambda > 4$,
on approxime la loi de Poisson par
une loi normale centrée réduite en posant

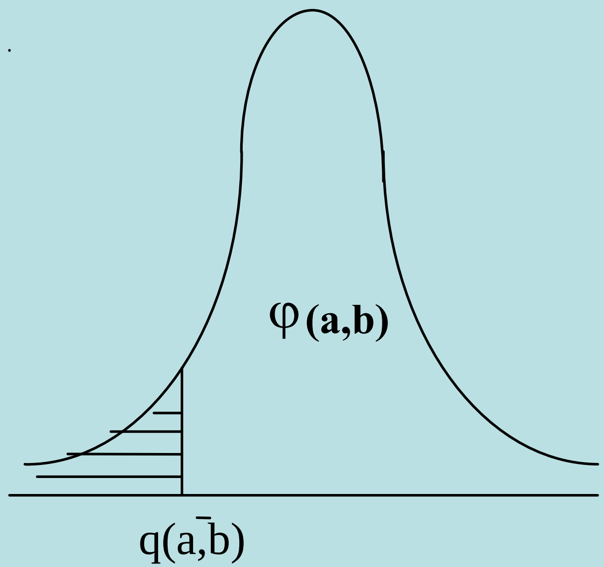
$$q = \frac{n_{a \wedge \overline{b}} - \dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n}}{\sqrt{\dfrac{n_a n_{\overline{b}}}{n}}}$$

FORME GAUSSIENNE DE L'INTENSITE

Les distributions de Poisson ou binomiale sont approximées en pratique par une loi normale

L'intensité d'implication s'écrit alors sous une forme gaussienne

$$\varphi(a,b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a,\bar{b})}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} \, dt =$$



LA QUASI-IMPLICATION $a \Rightarrow b$
EST RETENUE AU NIVEAU DE CONFIANCE $1 - \alpha$
si $\varphi(a,b) \geq 1 - \alpha$

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d’implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ;
hiérarchie cohésitive, niveaux significatifs

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

IMPLICATION-INCLUSION

2 problèmes :

1° quand la population croît l'intensité d'implication φ(a,b) n'est pas assez discriminante.

2° l'intensité ne prend pas en compte la qualité de la contraposée.

(Sublata causa, tollitur effectus = la cause supprimée, l'effet disparaît)

AUSSI....

on conjugue cette intensité avec une fonction tirée de l'entropie des expériences qui mesurent une inclusion de A dans B où la variable a est observée (a=1) *quel que soit b* et l'inclusion de $\overline{B}$ dans $\overline{A}$ où la variable b n'est pas observée (b=0) *quel que soit a*.

=>	b	$\overline{b}$	
a	$n_{a \wedge b}$	$n_{a \wedge \overline{b}}$	n_a
$\overline{a}$	$n_{\overline{a} \wedge b}$	$n_{\overline{a} \wedge \overline{b}}$	$n_{\overline{a}}$
	n_b	$n_{\overline{b}}$	n

Or …

IMPLICATION-INCLUSION (suite)

. Par **l'entropie conditionnelle H(b=1/a=1)** de b sachant a , on mesure le déséquilibre" numérique entre les 2 cases $n_{a \wedge \overline{b}}$ et $n_{a \wedge b}$ du tableau de croisement de a et b en faveur de $n_{a \wedge b}$

De la même façon, par **l'entropie conditionnelle H(a=0/b=0)** de non a sachant non b , on mesure le déséquilibre" numérique entre les 2 cases $n_{a \wedge \overline{b}}$ et $n_{\overline{a} \wedge \overline{b}}$ en faveur de $n_{\overline{a} \wedge \overline{b}}$

A partir de ces 2 fonctions, on construit 2 fonctions croissantes h1 et h2

de $t = \dfrac{n_{a \wedge \overline{b}}}{n}$, fréquence des contre-exemples qui coïncident avec ces entropies

sur $\left[0, \dfrac{1}{2}\right]$ et égales à 1 sur $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$

IMPLICATION-INCLUSION (suite)

Il suffit alors de considérer :

$$i(a,b) = \left[(1-h_1^2(t))(1-h_2^2(t))\right]^{\frac{1}{4}}$$

La nouvelle mesure d'intensité

$$\Psi(a,b) = (i(a,b)\varphi(a,b))^{\frac{1}{2}}$$

dite d'implication-inclusion, elle intègre

"étonnement statistique" et "quasi-inclusion"

Cette quantité est de nature gaussienne et permet ainsi

de retenir les valeurs les plus significatives

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d’implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ; hiérarchie cohésitive, niveaux significatifs

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

TYPES DE VARIABLES TRAITES

Variables binaires : attribut, caractère, réussite ou échec, ...

pour tout $x \in E$, $a(x) = 1$ ou $a(x) = 0$

Variables modales : jugement, degré d'appartenance,...

pour tout $x \in E$, $a(x) \in [0,1]$

Variables fréquentielles : quantité, occurrence, ...

pour tout $x \in E$, $a(x) \in IR_+$

Variables sur intervalles et variables-intervalles:
taille, poids, échelle de notes,...
On recherche :
1° une partition optimale de sous-intervalles de valeurs
2° puis une implication optimale de réunions de ces sous-intervalles optimaux adjacents

Un indice général permet de mesurer
les qualités respectives des règles entre variables
de *même* type ou de type *différent*.

EXEMPLE DE VARIABLE MODALE

QUESTIONNAIRE PROPOSE A 311 ENSEIGNANTS DE CLASSES TERMINALES S, ES, LI & TE

I Objectifs de la formation mathématique

A votre avis, quels sont les objectifs essentiels de la mission d'un professeur de mathématiques dans la série pour laquelle vous répondez. Pour répondre à cette question, classez par ordre préférentiel décroissant de 1 à 6 (1 : le plus important,...) six des objectifs majeurs de cette formation en les choisissant parmi ceux des objectifs proposés ci-dessous :

A- acquisition de connaissances
B- préparation à la vie professionnelle
C- préparation à la vie civique et sociale
D-préparation aux examens, concours, au passage dans l'enseignement supérieur
E- développement de l'imagination et la créativité, etc.

Codage utilisé ::

1: 1 ; 2 : 0,8 ; 3 : 0,6 ; 4 : 0,4 ; 5 : 0,2 ; 6 : 0,1 ; Vide : 0 (par exemple, avoir placé un objectif au rang 3 conduit à lui affecter dans l'analyse la pondération 0,6)

EXEMPLE DE VARIABLE FREQUENTIELLE

Degrés de satisfaction en % dans les quartiers d'une ville (Rennes) :

ENVIronnement, VOITure, BUS, STATionnement, CIRCulation, LOISirs,..

	ENVI	VOIT	BUS	STAT	CIRC	LOIS
CHMA	0,46	0,32	0,77	0,15	0,53	0,35
CENT	0,64	0,28	0,62	0,1	0,59	0,15
THAB	0,86	0,6	0,74	0,35	0,57	0,3
STHE	0,6	0,37	0,65	0,21	0,62	0,2
VEPO	0,62	0,67	0,77	0,65	0,54	0,33
SGAR	0,61	0,78	0,84	0,56	0,6	0,36
BLOS	0,63	0,71	0,84	0,67	0,58	0,33
BREQ	0,65	0,81	0,85	0,57	0,61	0,39

EXEMPLE DE VARIABLE-INTERVALLE
Relation taille-poids

	Taille Tp	Poids Pp
I001	180	75
I002	175	70
I003	178	77
I004	180	82
I004	170	72
I006	198	103
I007	169	68
I008	172	72
I009	171	76
I010	183	80
I011	176	73
I012	174	77

……………………………………..

nombre de colonnes :
1+1variables numériques

----

nombre de sujets : 30
= 1+1 variables-intervalle

Taille : Partitions optimales

T1 de 168 à 174
T2 de 175 à 183
T3 de 185 à 198

Poids : Partitions optimales

P1 de 67 à 72
P2 de 73 à 80
P3 de 82 à 103

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

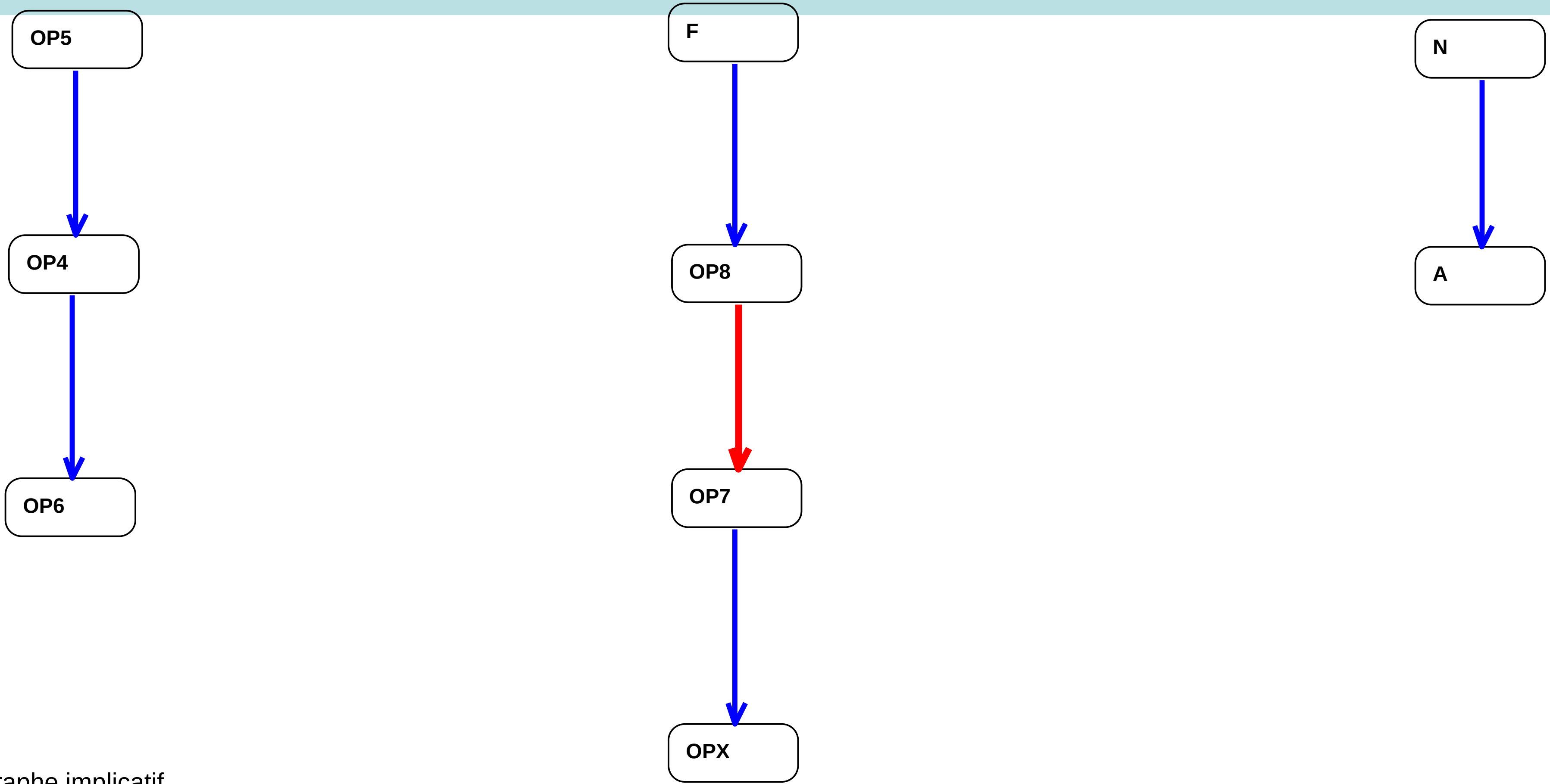
§ 4 Graphe d’implication

**§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ;
hiérarchie cohésitive, niveaux significatifs**

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

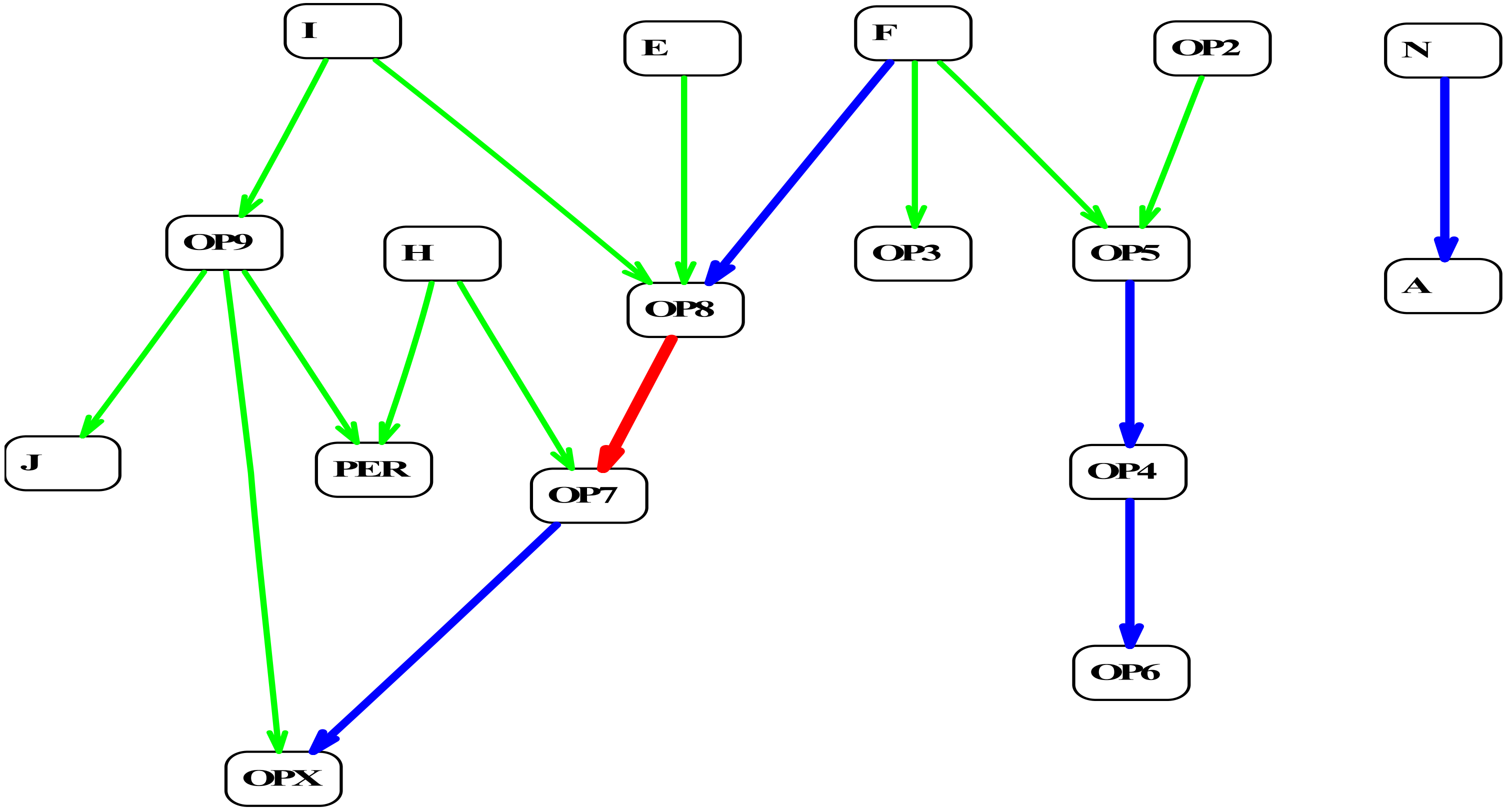
Conclusion

EXEMPLE DE GRAPHE IMPLICATIF AU SEUIL DE 0.95
Questionnaire enseignants-objectifs



Graphe implicatif.

EXEMPLE DE GRAPHE IMPLICATIF AU SEUIL DE 0.90 Questionnaire enseignants-objectifs

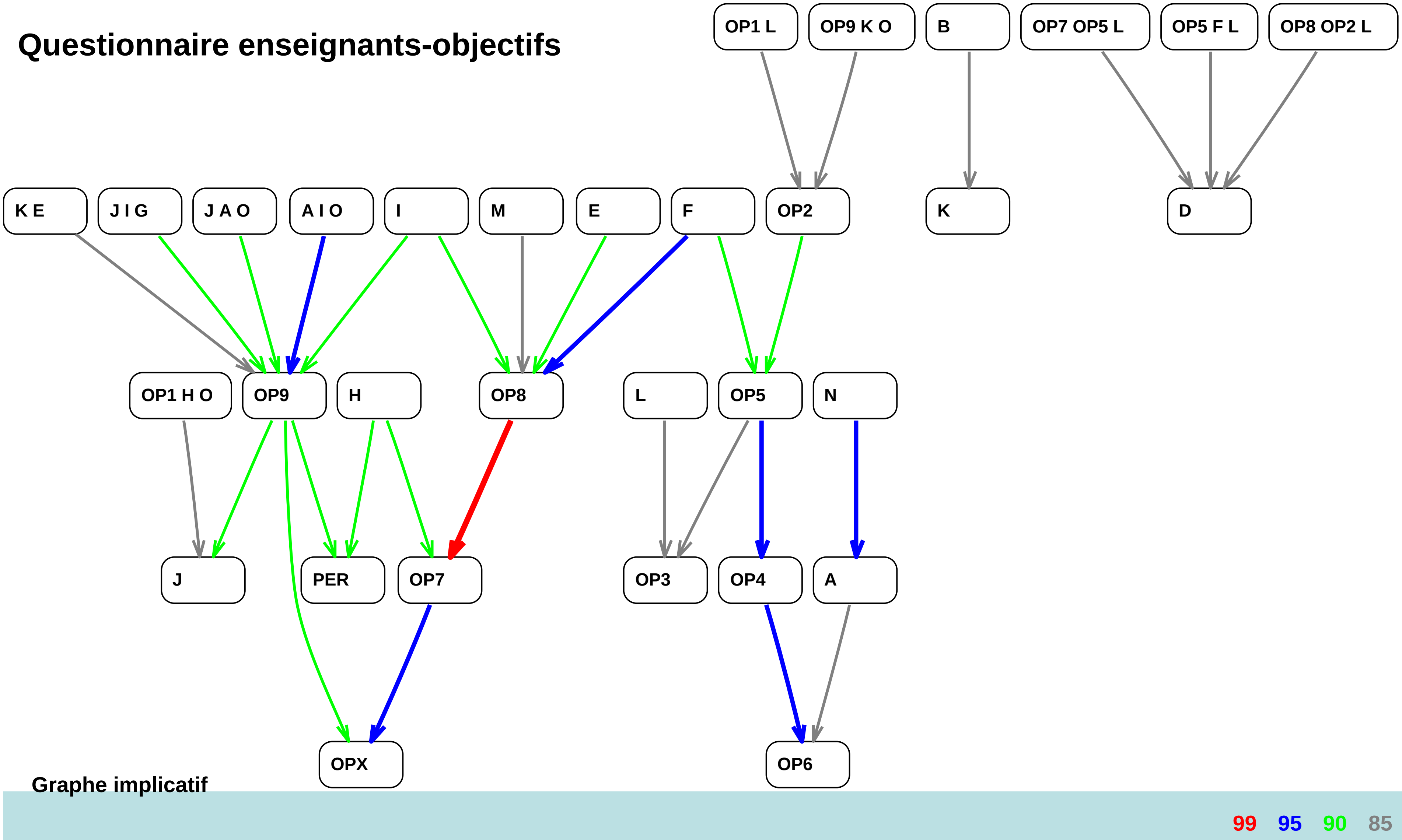


Graphe implicatif : D:\Quelques CHIC\CHIC 3.4 a\Evatt11 intact.csv

99 95 90 85

EXEMPLE DE GRAPHE IMPLICATIF A 3 PREMISSES CONJOINTES

Questionnaire enseignants-objectifs

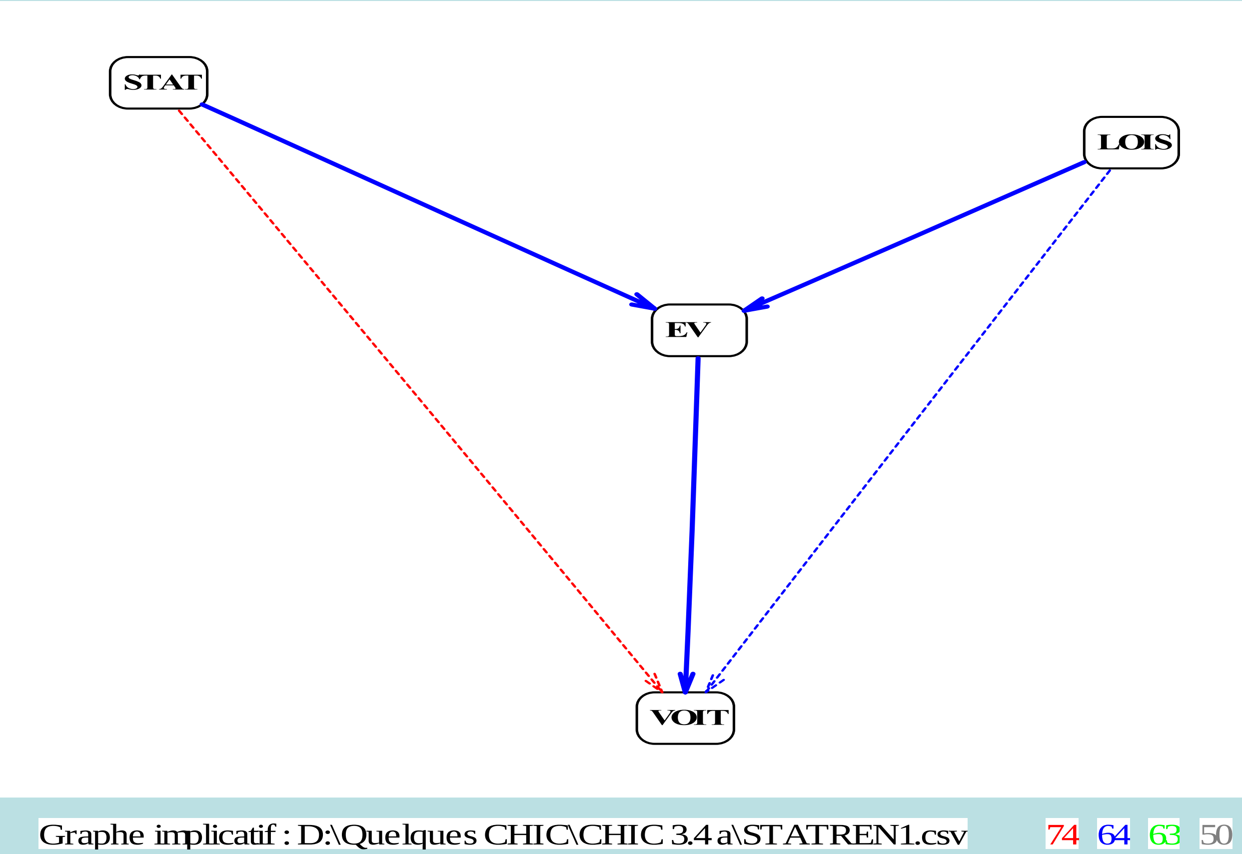


Graphe implicatif

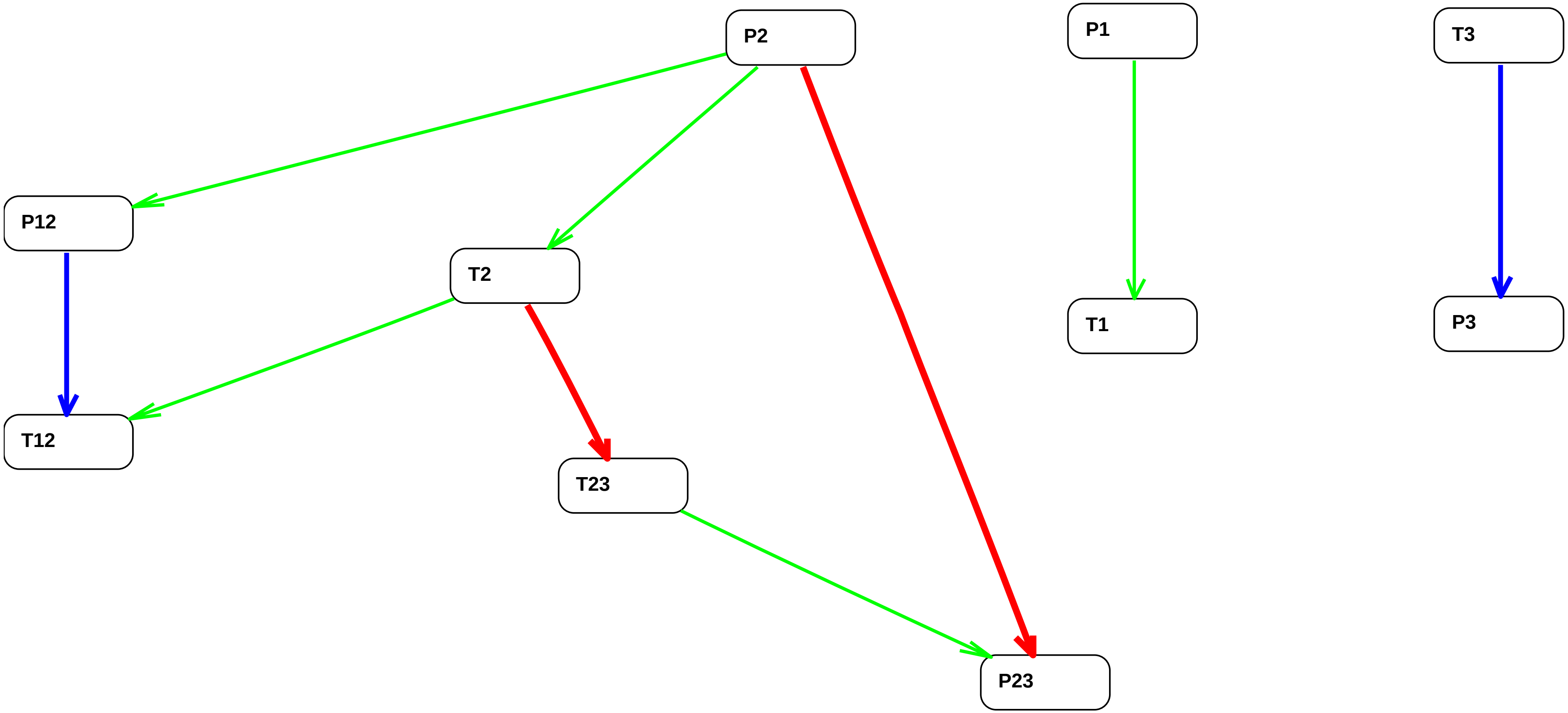
EXEMPLE DE GRAPHE IMPLICATIF AU SEUIL DE 0.65

Questionnaire « degré de satisfaction en % dans les quartiers de Rennes »

STAT : qualité du station-nement
LOIS : présence de loisirs Pour les jeunes
EV : évolution du quartier
VOIT : desserte voiture



EXEMPLE DE GRAPHE IMPLICATIF
AU SEUIL DE 0.90
VARIABLE-INTERVALLE TAILLE-POIDS



Graphe implicatif Flou-intervalles 99 95 90

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d’implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ; hiérarchie cohésitive, niveaux significatifs

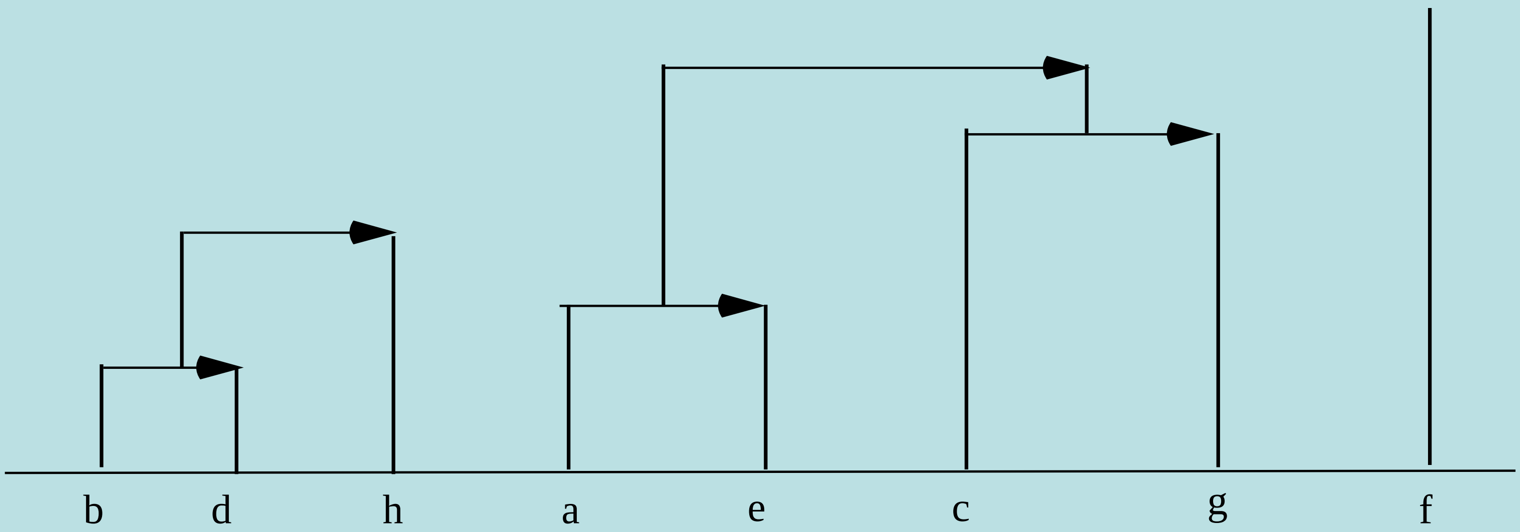
§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

HIERARCHIE COHESITIVE DE CLASSES

PRINCIPE

A l'aide du critère récursif de la cohésion, on représente au moyen d'une hiérarchie ascendante et indicée (cf Gras-Kuntz, *Springer*,2005) par la cohésion qui est décroissante, des "partitions orientées" de moins en moins fines de l'ensemble des variables.

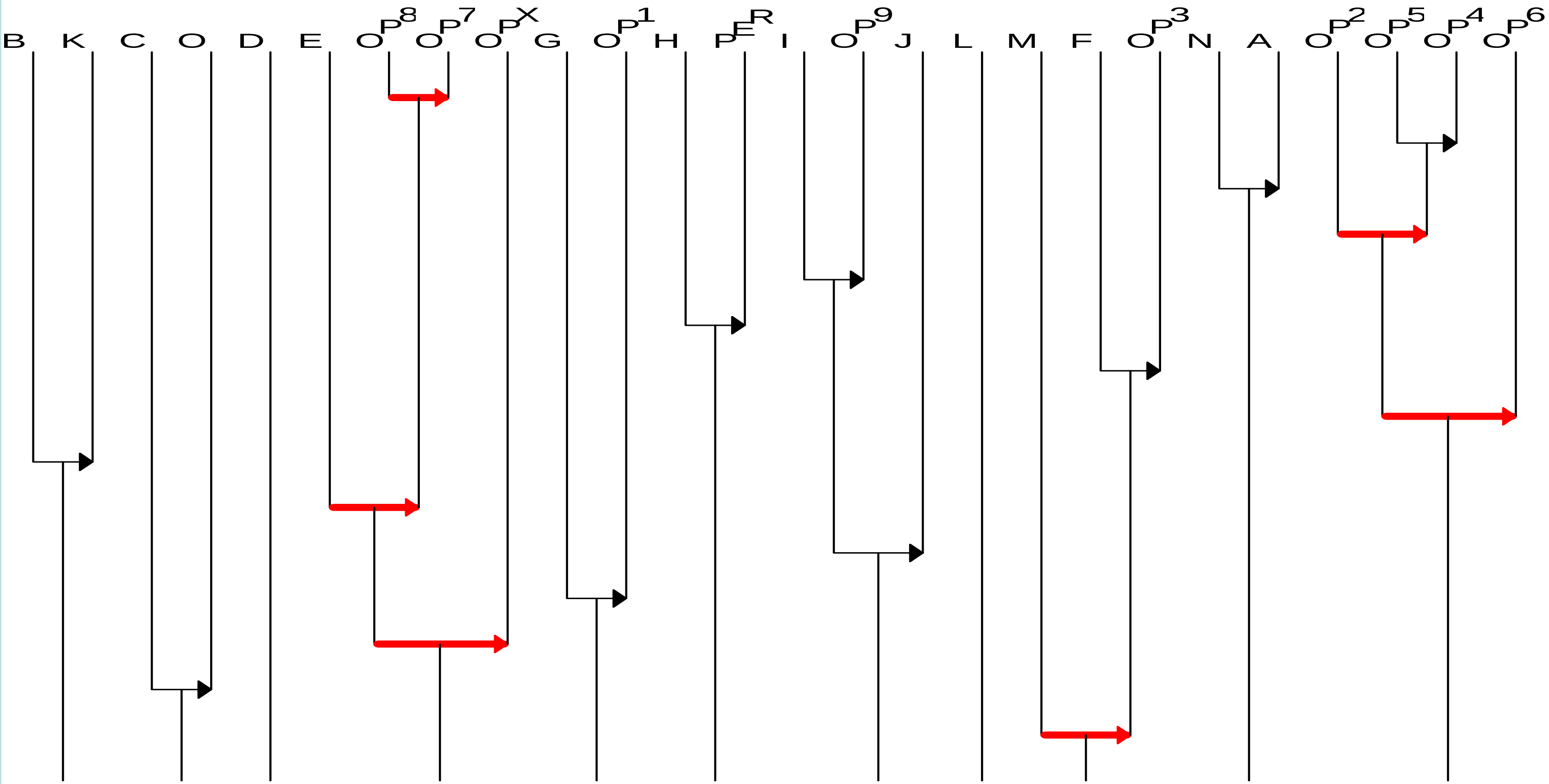


La cohésion la plus forte est celle de la règle b->d, suivie de a->e, puis de (b->d)->h, etc.
f n'entre dans aucune règle de cohésion non nulle.
L'algorithme s'arrête donc.
On dira, par exemple : *la règle a->e quasi-implique la règle c->g*

EXEMPLE DE HIERARCHIE AVEC NŒUDS SIGNIFICATIFS

Un niveau est dit <u>significatif</u> (en rouge) s'il correspond

à un maximum local d’un indice statistique (cf Gras-Kuntz-Régnier, *Cépaduès*, 2005)



Arbre cohésitif : D:\Quelques CHIC\CHIC 3.4 a\Evatt11 intact.csv

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L’implication-inclusion

§ 3 Types d’autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d’implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ;
hiérarchie cohésitive, niveaux significatifs

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

TYPICALITE ET CONTRIBUTION DE SUJETS ET CATEGORIES DE SUJETS

AUX GRAPHE ET HIERARCHIE IMPLICATIFS

OBJECTIFS :

1) mesurer la part de "responsabilité" de sujets
ou de catégories de sujets (variables supplémentaires)
dans la genèse du graphe et de l'arbre,

2) définir des métriques sur l’ensemble des sujets

3) distinguer :

la typicalité (comportement par rapport aux règles contingentes)

et la contribution (comportement par rapport aux règles formelles)

(cf. Gras-David-Régnier-Guillet, *soumis EGC* 2006)

TYPICALITE A UN CHEMIN OU A UNE CLASSE DE REGLES

1ère étape

GENESE D'UN CHEMIN OU D'UNE CLASSE

(a,b) couple générique d'un chemin (classe) C de règles constitué en dernier lieu par l'assemblage de 2 sous-chemins (classes) de variables P et Q vérifie :

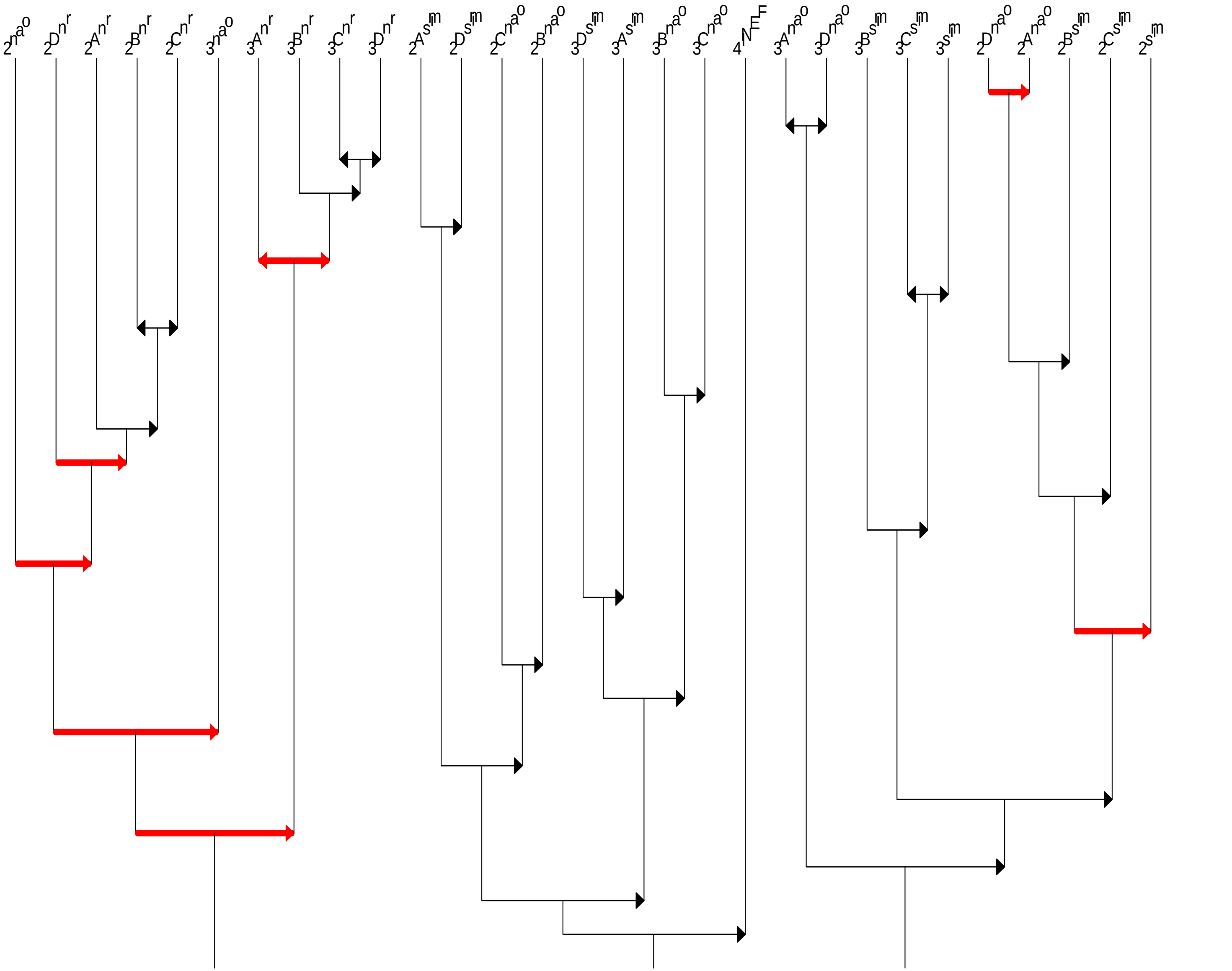
$$\forall i \in P, \forall j \in Q, \varphi(a,b) \geq \varphi(i,j)$$

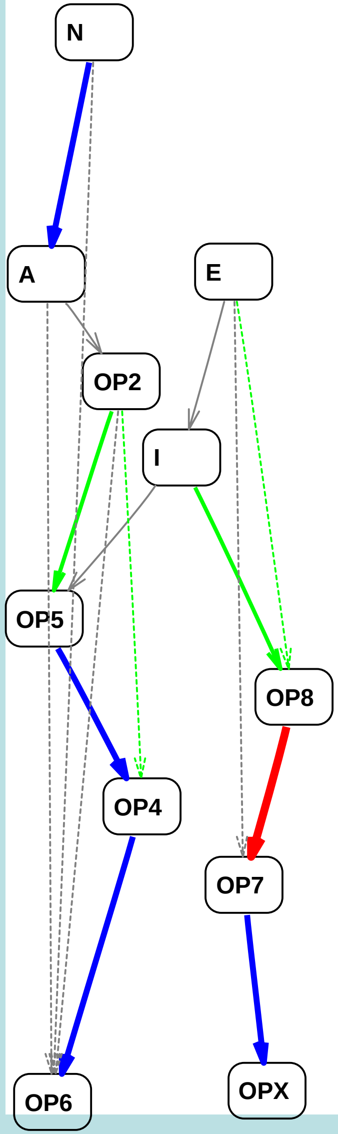
φ(a,b) , intensité maximale, est l'implication générique de C

Soit $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_g$ les g intensités maximales génériques apparues au cours de la constitution progressive de C

Le vecteur $(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_g)$ est le vecteur puissance implicative de C

EXEMPLES DE GRAPHE ET HIERARCHIE





Arbre cohésitif : D:\Quelques CHIC\CHIC 3.4 a\Pesquisa LUA TRATCHIC170X67.csv

VECTEUR PUISSANCE D'UN SUJET

Les intensités d'implication $\varphi_{x,\cdot}$ du sujet x à chaque couple générique de C constituent un vecteur $(\varphi_{x',1}, \varphi_{x',2}, \ldots, \varphi_{x',g})$ dit <u>vecteur puissance implicative</u> de x et sont définies ainsi :

Soit φ(a,b)une implication générique.Si x prend les valeurs $v_x(a)$ en a et $v_x(b)$ en b :

1° $\varphi_{x,\cdot}$ est <u>non symétrique</u> en a et b

2° $\varphi_{x,\cdot}$est <u>croissante</u> avec $v_x(a)$ et $v_x(b)$ quand $v_x(a) \leq v_x(b)$

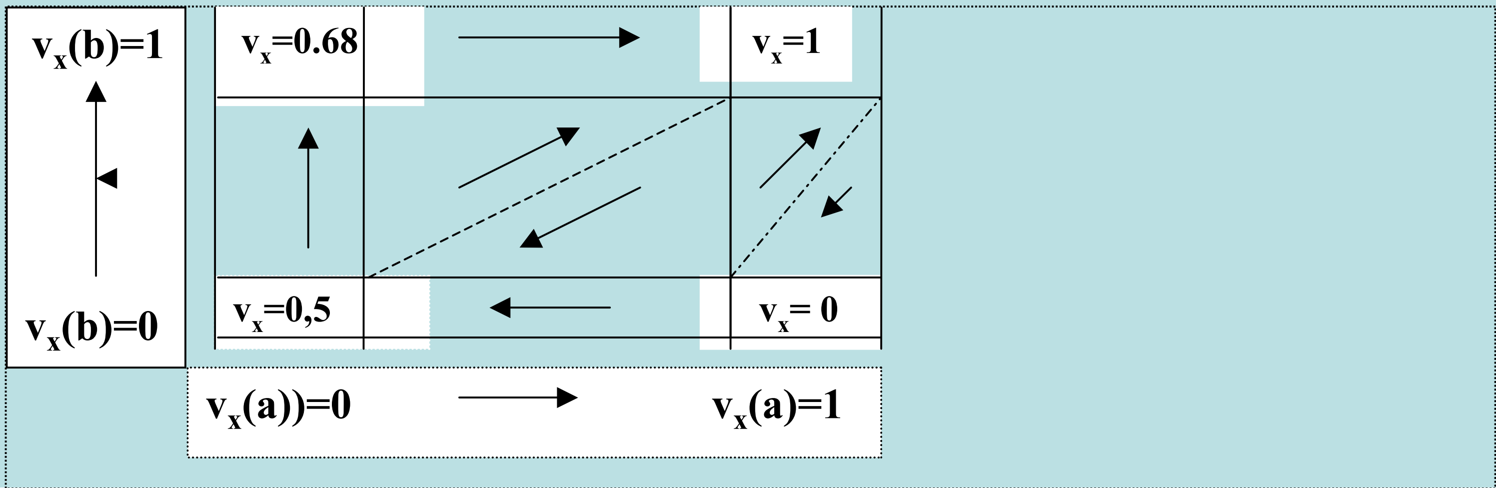
3° $\varphi_{x,\cdot}$est <u>égale à 1</u> quand $v_x(a) = v_x(b) = 1$,

<u>est égale à 0,5</u> quand $v_x(a) = v_x(b) = 0$

<u>est égale à 0</u> quand $v_x(a) = 1$ et $v_x(b) = 0$

4° $\varphi_{x,\cdot}$ est <u>décroissante</u> quand $v_x(b)$ étant donnée, $v_x(a) > v_x(b)$ et $v_x(a)$ croît

Dans le cas d'une variable numérique, on a construit une fonction ad hoc pour $\varphi_{x,\cdot}$



2ème étape

DISTANCE IMPLICATIVE

$$d(x,C) = \left[\frac{1}{g} \sum_{i=1}^{i=g} \frac{\left[\varphi_{x,i} - \varphi_i\right]^2}{1 - \varphi_i} \right]^{\frac{1}{2}}$$

est la distance implicative de x à C

La distance entre 2 sujets : $d(x, y) = \left[\frac{1}{g} \sum_{i=1}^{i=g} \frac{\left[\varphi_{x,i} - \varphi_{y,i}\right]^2}{1 - \varphi_i} \right]^{\frac{1}{2}}$

définit sur E une structure d'espace métrique discret

Remarque : d(x,C) est la distance de x au sujet moyen contingent

qui aurait ($\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_g$) comme vecteur puissance implicative

3ème étape

TYPICALITE D'UN SUJET A UN CHEMIN (CLASSE)

$$\gamma(x,C) = 1 - \frac{\mathbf{d(x,C)}}{\max\limits_{\mathbf{y} \in \mathbf{E}} \mathbf{d(y,C)}}$$

TYPICALITE D'UN ENSEMBLE DE SUJETS A UN CHEMIN (CLASSE)

Si G est un ensemble de sujets, sa typicalité au chemin (classe) C est :

$$\gamma(\mathbf{G},\mathbf{C}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{card\,G}} \sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{G}} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{C})$$

4ème étape

OPTIMISATION DE L'ENSEMBLE TYPIQUE A C

$\bar{\gamma}$ **est le barycentre de toutes les typicalités des sujets de E**

Relativement au chemin (classe) C la variance inter-classe entre l'ensemble de sujets G et son complémentaire est

$$VE = \frac{\mathrm{card}G}{n - \mathrm{card}G}\left(\gamma(G,C) - \bar{\gamma}\right)^2$$

GO(C) est le groupe optimal de sujets :

avec son complémentaire $G\bar{O}(C)$, il maximise

la variance inter-classe et a une typicalité supérieure à la sienne.

5ème étape

Soit Gi une catégorie quelconque de sujets et $G_i \cap GO(C)$
les sujets de Gi qui sont dans le groupe optimal

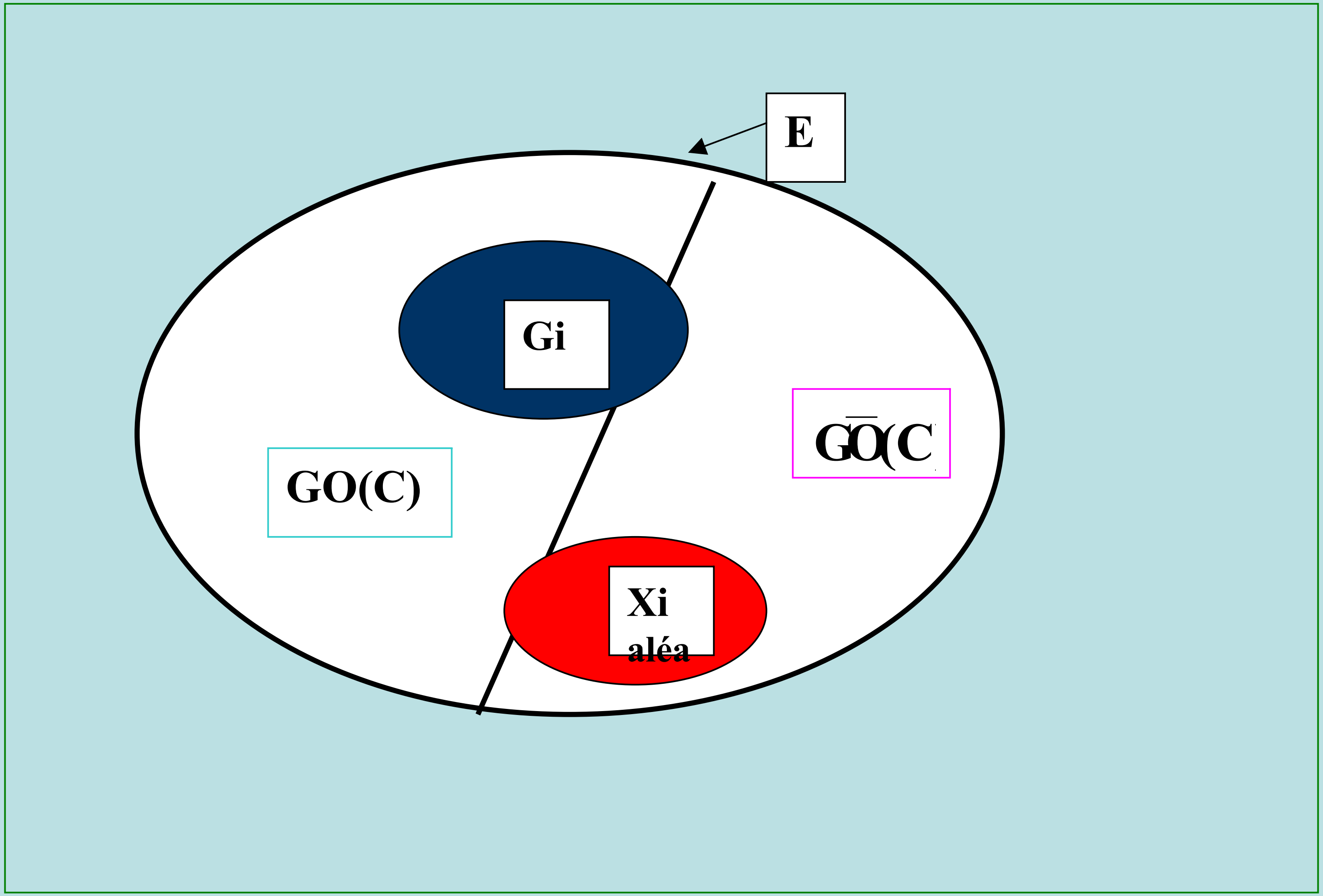
Soit Xi une partie aléatoire de E de même cardinal que Gi et
Zi =card ($X_i \cap GO(C)$)

variable aléatoire de sujets de Xi dans le groupe optimal
de loi binomiale (card Gi ,card GO(C)/card E)

La <u>catégorie la plus typique</u> est celle qui minimise ("étonnement statistique")
l'ensemble des probabilités pi telles que :

$$\forall i \quad pi = \text{Prob}\,[\text{card}\,(G_i \cap GO(C)) < Zi]$$

(probabilité d'avoir plus de sujets de Gi dans GO(C)
qu'il y en aurait si seul le hasard intervenait)


E
Gi
GO(C)
GŌ(C
Xi
aléa

5ème étape (suite)

A chaque analyse, CHIC calcule,

pour chaque variable supplémentaire (catégorie de sujets),

•le groupe optimal de sujets,

•la typicalité de chaque variable supplémentaire à un chemin ou une classe de variables principales (ou règles)

. et indique la variable supplémentaire la plus typique.

La spécificité mutuelle caractérise l’excellence privilégiée

d’un groupe ou d’un sujet relativement à une classe ou un chemin

EXTENSION : NOTION DE CONTRIBUTION

La contribution d'un individu à un arc, à un chemin ou à une classe C est définie à partir de l'écart entre la valeur prise par l'intensité d'implication du sujet x et la satisfaction maximale formelle de la règle g.

Soit la distance :

$$\mathrm{d}(x, C) = \left[\frac{1}{g}\sum_{i=1}^{i=g}\left[1-\varphi_{x,i}\right]^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

La contribution de x à C est alors : $\Gamma(x,C) = 1 - d(x,C)$

La contribution d'une catégorie est définie et se calcule comme pour la typicalité.

Typicalité à la classe : OP2,OP5,OP4,OP6 (2,4,8)

Groupe optimal :

P169 P302 P159 P213 P156 P091 P082 P072 P064 P136 P207
P019 P044 P175 P240 P237 P205 P027 P124 P216 P094 P193
P192 P191 P024 P141 P166 P256 P086 P214 P285 P164 P174
P298 P018 P112 P121 P254 P238 P132 P223 P066 P225 P063
P096 P052 P259 P036 P077 P186 P185 P101 P219 P206 P054
P221 P158 P140 P012 P179 P067 P309 P170 P137 P059 P022
P108 P239 P107 P109 P241 P242 P110 P084 P148 P081 P244
P074 P060 P147 P172 P303 P180 P025 P201 P129 P311 P155
P139 P310 P134 P277 P286 P272 P004 P095 P144 P275 P268
P203 P057 P291 P224 P271 P028 P017 P021 P304 P270 P011
P080 P079 P173 P120 P178 P232 P070 P143 P222 P181 P273
P215 P199 P197 P104 P196 P195 P125 P171 P006 P262 P252
P135 P023 P005 P016 P306 P189 P177 P297 P182 P020 P167
P114 P236 P235 P266 P267 P085 P263 P255 P061 P071 P151
P078 P227 P033 P283 P097 P208 P106 P034 P048 P047 P088

card GO 167 p 0.537 1-p 0.463

La variable S est typique à cette classe avec un risque de : 0.842
intersection avec le groupe optimal 77
La variable ES est typique à cette classe avec un risque de : 0.273
intersection avec le groupe optimal 39
La variable LI est typique à cette classe avec un risque de : 0.387
intersection avec le groupe optimal 13
La variable TE est typique à cette classe avec un risque de : 0.264
intersection avec le groupe optimal 38
La variable B est typique à cette classe avec un risque de : 0.899
intersection avec le groupe optimal 7
La variable C est typique à cette classe avec un risque de : 0.369
intersection avec le groupe optimal 12
La variable E est typique à cette classe avec un risque de : 0.471
intersection avec le groupe optimal 6
La variable G est typique à cette classe avec un risque de : 0.941
intersection avec le groupe optimal 3
La variable H est typique à cette classe avec un risque de : 1
intersection avec le groupe optimal 0
La variable K est typique à cette classe avec un risque de : 0.901
intersection avec le groupe optimal 1
La variable L est typique à cette classe avec un risque de : 0.853
intersection avec le groupe optimal 7
La variable O est typique à cette classe avec un risque de : 0.569
intersection avec le groupe optimal 3

La variable la typique à cette classe est TE avec un risque de : 0.264

PLAN

Introduction

§ 1 L'intensité d'implication classique (cas binaire)

§ 2 L'implication-inclusion

§ 3 Types d'autres variables traitées : modales, fréquentielles, intervalles

§ 4 Graphe d'implication

§ 5 Implication entre règles et règles généralisées ;
hiérarchie cohésitive, niveaux significatifs

§ 6 Typicalité et Contribution des sujets et des variables supplémentaires

Conclusion

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

*** Le passage d'une problématique à un modèle a été illustré**

*** la simplicité du modèle a permis sa fécondité**

*** les structures obtenues décrivent le « tout » à l'aide de « parties »**

----

* ***stabilité des indices en fonction des paramètres***

* ***analyse de variables vectorielles***

* ***analyse de variables floues***

* ***tableaux incomplets***

- ***variance implicative***

* ***arbres de classification***

……….