

Didattica scientifica per problemi *Una sperimentazione interdisciplinare sui modelli lineari*

Angelo Bonura^{*}, Leonilde Russo^{*}

Sommario

Gli scarsi livelli d'apprendimento degli studenti italiani in matematica e nelle scienze, evidenziati dalle recenti indagini statistiche, sono probabilmente da imputare ad un insegnamento dogmatico e poco motivante di tali discipline. A dimostrazione di ciò, in questo lavoro, descriviamo una sperimentazione didattica interdisciplinare che, utilizzando metodologie accuratamente progettate per accrescere la motivazione degli allievi, ha prodotto un sensibile miglioramento dei loro livelli d'apprendimento.

Il percorso didattico ha coinvolto la Matematica, la Fisica e l'Economia aziendale e ha riguardato la costruzione e l'uso di modelli analitici lineari per la risoluzione di problemi concreti di tipo fisico ed economico.

La metodologia dell'intervento è un esempio d'applicazione della didattica per problemi teorizzata da J. Dewey, in cui l'introduzione dello strumento analitico nasce dalla necessità di risolvere problemi, la cui valenza motivante è stata potenziata facendo uso di strategie didattiche di tipo cooperativo.

La valutazione degli esiti della sperimentazione è stata effettuata introducendo due indicatori d'apprendimento, l'uno relativo alla motivazione, l'altro al rendimento, e confrontando la distribuzione dei livelli d'ingresso degli allievi con quelli d'uscita.

I risultati ottenuti sono molto soddisfacenti in quanto la crescita motivazionale degli allievi si accompagna ad un significativo incremento dei livelli di competenza.

Scientific didactics for problems

A interdisciplinary didactic experience on linear models

Summary

The poor levels of learning in mathematics and sciences of the Italian pupils, as recent statistical researches show, are probably to attribute to a dogmatic and few stimulating method of teaching.

With reference to this, we describe a didactic experience (in which more scientific subjects of study have been connected) that, making use of methods planned in order to increase the interest and motivation of the students, has given rise to a notable improvement of their learning levels.

This experience has interested subjects such as Maths, Physics and Economics and it has concerned the creation and the use of linear analytical models for the solution of physical and economical problems.

The methodology has been based on the didactics for problems of J. Dewey, in which the introduction of analytical method arises from need to solve problems, made more effective by means of cooperative learning strategies.

The appraisal of the outcomes of the experimentation has been carried out by introducing two indexes of learning, the first relative to the interest and motivation (wish to learn), the second to the performance, and by comparing the distribution of the levels of the students at the beginning and at the end of the didactic experience.

* Docente Istituto Tecnico per il Turismo “Marco Polo” di Palermo

The obtained results are very satisfactory because the growth of pupils' motivation has also given a notable increase of their levels of competence.

Sommaire

Les mauvais niveaux d'apprentissage des étudiants italiens en maths et en sciences, mis en évidence par les récentes analyses statistiques, sont sans doute à attribuer à une méthode d'enseignement dogmatique et peu motivante.

Dans cet ouvrage on décrit une expérimentation didactique pluridisciplinaire laquelle, tout en exploitant des méthodologies soigneusement projetées pour augmenter la motivation des élèves, a produit une remarquable amélioration des leurs niveaux d'apprentissage.

Le parcours didactique a impliqué les mathématiques, la physique et l'économie et a concerné la construction et l'emploi de modèles analytiques linéaires pour la solution de problèmes concrets en physique et en économie.

La méthodologie utilisée est un exemple d'application de la didactique pour des problèmes, théorisée par J.Dewey, où l'introduction de nouvelles connaissances naît de la nécessité de résoudre des problèmes, dont la valeur motivante a été intensifiée à l'aide de stratégies didactiques basées sur l'apprentissage coopératif.

L'évaluation des résultats de l'expérimentation a été réalisée par le moyen de deux indicateurs, le premier concernant la motivation, le second la performance des élèves, et en comparant la distribution des niveaux d'entrée des étudiants avec ceux de sortie.

Les résultats obtenus ont été satisfaisants. En effet l'augmentation de la motivation des élèves se joint à une hausse remarquable des niveaux de compétence.

Introduzione

Le più recenti indagini¹ sui livelli d'apprendimento della matematica e delle scienze (condotte su scala nazionale e internazionale), dipingono per l'Italia un quadro allarmante. Accanto a situazioni di eccellenza, i dati evidenziano, infatti, l'esistenza di una condizione di vero e proprio analfabetismo scientifico che coinvolge una grossa fetta della popolazione scolastica nazionale e, in una certa misura, indipendente dal livello d'istruzione.

Tale situazione ha stimolato, tra gli studiosi di didattica e teorici dell'apprendimento, la discussione su “quali contenuti insegnare” e su “come insegnarli”.

Ma, se per gli studiosi è ciò materia di riflessione e nuovo stimolante argomento di ricerca, per gli insegnanti è una condizione con cui doversi confrontare quotidianamente e a cui cercare di dare risposte concrete e immediatamente spendibili.

La nostra diretta esperienza d'insegnamento ci induce a ritenere che le difficoltà incontrate dagli allievi nella comprensione della matematica e, più in generale, delle discipline quantitative, abbia principalmente origine motivazionale². La matematica, soprattutto quando insegnata in modo tradizionale e dogmatico, slegandola dai problemi che essa consente di risolvere e, ancor di più, trascurandone le connessioni interdisciplinari, viene infatti percepita dagli allievi come una somma di regole, un puro e astratto esercizio mentale avulso dalla realtà e, di conseguenza, di scarsa utilità: l'allievo medio è disposto ad imparare ciò che ritiene utile, per la sua vita quotidiana e per il suo futuro professionale (e ciò, spesso, si riduce sostanzialmente “a far di conto”) ma, in un bilancio costi/benefici, oppone un netto rifiuto emotivo verso lo studio di strumenti matematici che implicano un maggiore sforzo di comprensione e la cui utilità e spendibilità sono molto meno evidenti.

In questo lavoro si descrive una sperimentazione didattica interdisciplinare progettata al fine di accrescere la motivazione degli allievi nei confronti delle discipline a forte contenuto quantitativo e, conseguentemente, di migliorarne i livelli d'apprendimento. Il percorso didattico, realizzato durante l'anno scolastico 2002/2003 in una seconda classe di un istituto tecnico, ha avuto come argomento la risoluzione di problemi lineari, vale dire di problemi la cui traduzione analitica richiede di impostare e risolvere un sistema di due equazioni lineari in due incognite, e ha coinvolto tre discipline: matematica, laboratorio di fisica e chimica ed economia aziendale.

Riteniamo che gli aspetti rilevanti del percorso didattico siano due: l'approccio metodologico utilizzato e l'interazione sinergica tra le discipline coinvolte, resa possibile da un parziale abbattimento delle barriere disciplinari, che insieme hanno consentito di accrescere la motivazione degli allievi, velocizzarne i tempi d'apprendimento, migliorarne in modo significativo le competenze e, in particolare, quelle relative alla capacità di impostare e risolvere problemi, nonché di evidenziare concretamente l'unitarietà del sapere tecnico - scientifico.

La metodologia dell'intervento è un esempio di applicazione della didattica per problemi teorizzata da J. Dewey^{3, 4}; essa utilizza, prevalentemente, le strategie induttive del problem posing and solving e tecniche d'insegnamento/apprendimento di tipo cooperativo^{5,6}, in cui il docente assume, spesso, il ruolo di semplice mediatore di conoscenza e gli allievi vengono costantemente stimolati a partecipare alla costruzione dei concetti e alla risoluzione dei problemi.

L'introduzione dello strumento matematico (in questo caso equazioni e sistemi lineari) non è dogmatico, come nella didattica tradizionale, ma viene fatta nascere

come un’esigenza dettata dalla necessità di risolvere problemi concreti (in questo caso di tipo fisico ed economico).

Il vantaggio offerto da tale approccio è evidente: l’apprendimento del contenuto matematico viene, per così dire, motivato “a priori” con la necessità di conseguire un risultato concreto (e non come nella didattica tradizionale, e nella migliore delle ipotesi, “a posteriori”).

Ma non è soltanto la matematica a trarre vantaggio da tale approccio. La necessità di sincronizzazione i curricula delle discipline coinvolte consente, infatti, ai docenti di snellire i propri programmi evitando inutili duplicazioni e ridondanze poiché è al docente di matematica che viene affidata la trattazione degli strumenti per l’analisi quantitativa.

Il lavoro è suddiviso in tre parti. Nella prima parte si descrivono i contenuti del percorso, le competenze e le capacità attese, i criteri utilizzati per la valutazione dell’apprendimento e del processo didattico. Nella seconda parte si illustrano nel dettaglio le fasi didattiche e le strategie attuate. Nella terza parte, infine, si valutano gli esiti del percorso e si delineano i possibili sviluppi.

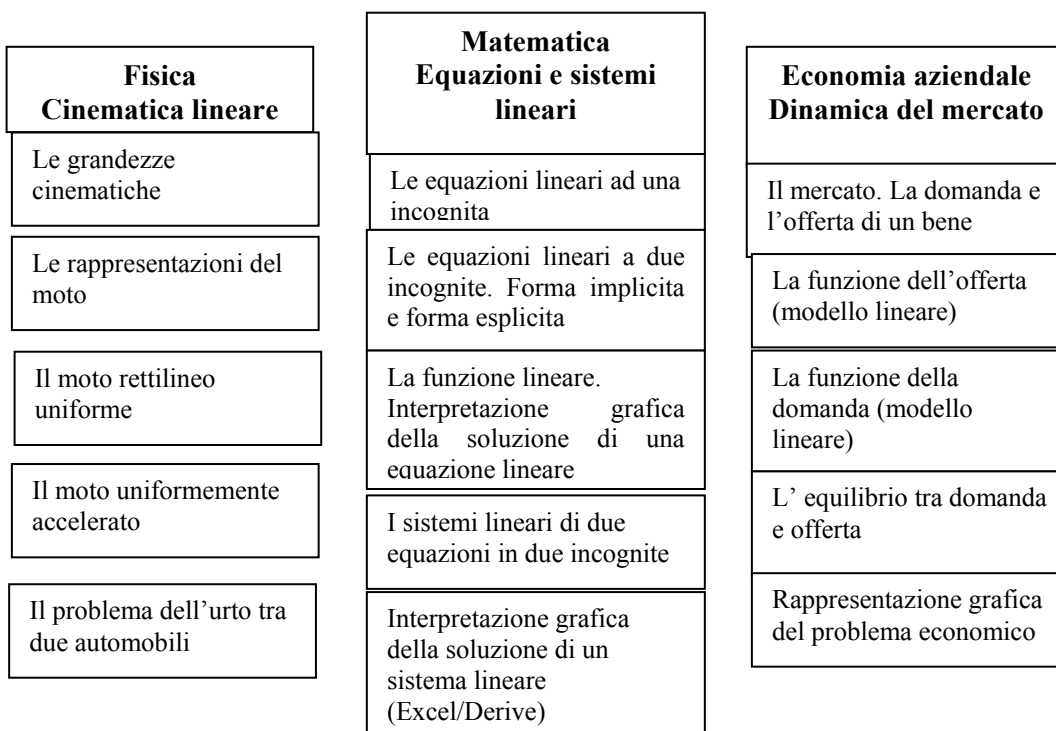
1. I contenuti del percorso e inserimento nei curricula disciplinari

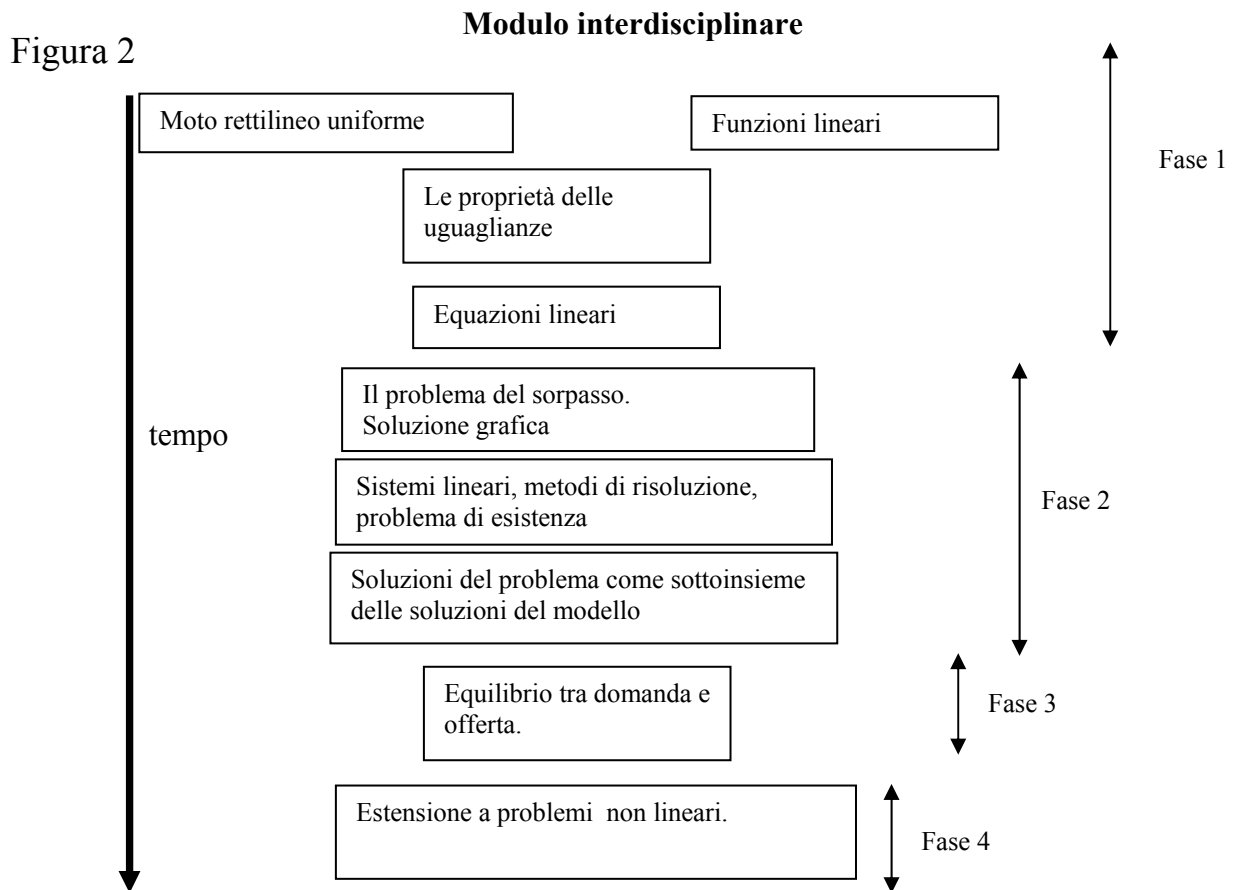
Il percorso scaturisce dalla “confluenza” di tre moduli disciplinari: la cinematica lineare (fisica), equazioni e sistemi lineari (matematica), dinamica del mercato (economia).

Lo schema a blocchi riportato in figura 1 illustra la struttura dei tre moduli disciplinari.

La figura 2 riporta invece lo schema a blocchi del modulo interdisciplinare, ottenuto estrapolando porzioni dei tre moduli disciplinari.

Figura 1





2. Valutazione d'apprendimento e di processo

Al fine di valutare la ricaduta formativa sui singoli allievi e l'efficacia complessiva della sperimentazione si sono individuati due indicatori: interesse e motivazione (I_M), rendimento (I_R). Per ciascun indicatore si sono fissati tre possibili livelli:

1 (insufficiente); 2 (sufficiente); 3 (buono).

Il monitoraggio dell'apprendimento è stato effettuato predisponendo tre diversi momenti di verifica: la verifica iniziale (prima dell'intervento), la verifica in itinere e la verifica finale.

Per ciascuna verifica (e per ciascun allievo) si è valutato il livello relativo ai due indicatori utilizzando una scheda di valutazione come quella riportata in figura 3.

La verifica iniziale e quelle intermedie sono state effettuate dai singoli docenti coinvolti nella sperimentazione. I risultati di tali verifiche sono poi stati sintetizzati in un'unica valutazione. La verifica e la valutazione finale è stata invece condotta collegialmente.

Figura 3

	Interesse e motivazione	Rendimento
Alunno 1		
Alunno 2		
Alunno 3		

La valutazione dell'efficacia dell'intervento formativo è stata effettuata confrontando il livelli d'uscita con quelli d'ingresso.

3. Obiettivi educativi e competenze attese

Come già accennato, le finalità che hanno ispirato il percorso didattico sono non soltanto di natura cognitiva ma anche e soprattutto motivazionale. Oltre all'attivazione di competenze specifiche e trasversali, le attività realizzate mirano infatti ad accrescere la motivazione degli allievi, stimolandone l'interesse e favorendo una loro partecipazione attiva alla costruzione dei concetti e alla ricerca delle soluzioni.

Gli esiti formativi dell'intervento sono pertanto sia di tipo cognitivo, sia di tipo motivazionale. Gli obiettivi motivazionali (sulla verifica dei quali si basa la valutazione dell'indicatore di motivazione I_M) possono essere così sintetizzati:

- l'allievo partecipa ordinatamente alle discussioni mostrando interesse verso le attività proposte;
- esegue con diligenza i compiti assegnatigli rispettando tempi e consegne;
- evidenzia tenacia nella ricerca di soluzioni.

Le competenze che si intendono attivare con l'intervento (sulla verifica delle quali si basa la valutazione intermedia e finale dell'indicatore rendimento I_R), riportate in ordine crescente di difficoltà, sono:

- saper risolvere un sistema di due equazioni lineari in due incognite con metodi analitici elementari dandone un'interpretazione geometrica;
- saper tradurre in un sistema lineare e risolvere una situazione concreta già incontrata precedentemente;
- saper applicare le conoscenze e i metodi matematici appresi (sistemi lineari) a problemi nuovi;
- saper generalizzare le conoscenze e i metodi appresi per individuare strategie risolutive (anche approssimate) di problemi traducibili in modelli non lineari.

4. Le fasi del percorso e le strategie didattiche

Il percorso didattico si articola nelle quattro fasi evidenziate in fig.2. In ciò che segue è riportata una dettagliata descrizione di ciascuna fase e sono evidenziate le strategie didattiche utilizzate.

Fase 1 Funzioni ed equazioni lineari (il moto rettilineo uniforme)

Si tratta di una fase preliminare in cui si introducono i concetti di relazione e di funzione, approfondendo le funzioni lineari, i principi di equivalenza e le equazioni lineari. Il problema concreto da cui scaturisce la trattazione degli argomenti matematici è il moto rettilineo uniforme.

Intervento 1 (fisica) (1h).

- A partire dall'analisi di una situazione concreta (moto di un'automobile) si introduce il moto rettilineo uniforme, se ne costruisce la tabella oraria e se ne

analizzano le regolarità: lo spostamento e il tempo sono direttamente proporzionali e la velocità è costante ($(s-s_0)/t = v = \text{costante}$)

- A partire dalla tabella oraria si costruisce il grafico orario e se ne individuano le caratteristiche: la pendenza è legata alla velocità, l'intersezione del grafico con l'asse delle posizioni rappresenta la posizione iniziale. Si pone, quindi, il problema della descrizione analitica del moto rettilineo uniforme

Intervento 2 (matematica) (2,5 h)

- Facendo riferimento al problema del moto (funzione oraria), si introduce il concetto di relazione tra grandezze e di funzione matematica.
- Ponendosi il problema concreto di esplicitare rispetto alla variabile s l'equazione del moto rettilineo uniforme $(s-s_0)/t = v$, si introducono le equazioni ed i principi di equivalenza. Si trasforma tale equazione nella forma esplicita $s = v t + s_0$, di cui gli allievi già conoscono il grafico e le relative proprietà.
- Si generalizza il problema richiamando la relazione di proporzionalità diretta, già nota agli allievi, nella forma $y = kx$ e presentando altresì la funzione lineare $y = m x + c$ in termini di variabili formali x ed y ; si precisa il significato geometrico di m (coefficiente angolare) e del termine noto c .
- In aula informatica si visualizzano tramite Excel e Derive le relazioni tra i parametri m e c e caratteristiche del grafico.

Intervento 3 (fisica – matematica 1,5 h)

- Fisica. Si pone il seguente problema: un automobilista deve raggiungere una destinazione che si trova a 270 km dal punto di partenza. L'automobile viaggia con una velocità (media) di 95 km/h e ad un certo istante di tempo (che consideriamo $t=0$) si trova a 50 km dal punto di partenza. Quanto tempo impiegherà (a partire da $t=0$) per raggiungere la sua destinazione. (Bisogna risolvere l'equazione $95 t + 50 = 270$)
- Matematica. Si introducono le equazioni di 1° grado a partire dall'esempio proposto in fisica.

Fase 2 Sistemi lineari (il problema del sorpasso⁷)

Intervento 1 (fisica) (1h)

Si pone il seguente problema: due automobili viaggiano su uno stesso tratto rettilineo con velocità costante. Al tempo $t=0$ l'automobile 1 si trova davanti l'automobile 2 a una distanza $s_1=200$ m da questa. La velocità dell'automobile 1 è $v_1=20$ m/s mentre quella dell'automobile 2 è $v_2=35$ m/s. Dopo quanto tempo e dopo aver percorso quale distanza l'automobile 2 raggiunge l'automobile 1?

(Si tratta di risolvere il sistema di equazioni $s = v_1 t + s_1$; $s = v_2 t$)

Orientando il dibattito in classe si propone la soluzione grafica del problema (intersezione tra i grafici orari delle due automobili)

Intervento 2 (matematica)

Risoluzione analitica del problema di fisica (e grafica tramite excel) e introduzione dei sistemi lineari.

Facendo riferimento al problema del sorpasso, si introduce il concetto di sistema lineare di 2 equazioni in 2 incognite, se ne individua la forma normale, si avvia al metodo di sostituzione con l'esplicitazione delle equazioni rispetto ad una delle due variabili. Si discute il concetto di soluzione di un sistema ed il caso di sistema impossibile/indeterminato.

In aula di informatica si interpretano, con Excel e con Derive, i casi esaminati in classe e si individuano graficamente:

- la posizione delle rette associate alle equazioni di un sistema possibile e la sua soluzione;
- la posizione delle rette associate alle equazioni di un sistema impossibile;
- la posizione delle rette associate alle equazioni di un sistema indeterminato.

Si orienta la discussione, per ciascuno dei tre casi, sul valore del coefficiente angolare delle rette rappresentate, ponendone in evidenza il significato cinematico (velocità delle automobili) di immediata e intuitiva comprensione

Fase 3 Equilibrio tra domanda e offerta^{8,9} (economia)

Dopo avere introdotto il concetto di mercato, di bene, di domanda ed offerta, si avvia alla individuazione delle equazioni che esprimano la variazione delle funzioni di domanda ed offerta di un bene in funzione del suo prezzo (modelli lineari). Si propone la rappresentazione grafica delle stesse in un sistema diametrico di variabili p (prezzo) e d/r (domanda/offerta).

Si esamina il punto d'incontro tra la domanda e l'offerta di un bene e se ne discute il significato economico.

Fase 4 Problemi non lineari (fisica, economia) (2h)

E' questa la fase conclusiva del percorso che tende a verificare la capacità degli allievi di generalizzare le conoscenze e i metodi appresi a problemi più complessi.

In questa fase vengono proposti agli allievi problemi la cui soluzione richiede modelli non lineari (problema del sorpasso in cui una delle due automobili si muove con accelerazione costante, equilibrio domanda/offerta in cui la domanda o l'offerta è una funzione non lineare). Il docente si limita a fornire alcuni suggerimenti e invita gli allievi a individuare autonomamente una strategia risolutiva anche approssimata.

5. Valutazione degli esiti del percorso

La valutazione dell'efficacia della sperimentazione è stata effettuata seguendo i criteri illustrati precedentemente, quantificando, cioè, il livello d'apprendimento degli allievi tramite i due indicatori I_M (relativo alla motivazione) ed I_R (relativo al rendimento) e confrontando la distribuzione dei livelli d'ingresso con quelli d'uscita. La valutazione della motivazione, basata sulla verifica degli obiettivi elencati nel par. 2, è stata effettuata dai singoli docenti coinvolti nella sperimentazione tramite l'osservazione dei comportamenti degli allievi durante le diverse fasi del percorso; successivamente, essa è stata sintetizzata in un'unica valutazione globale per ciascun allievo.

La valutazione finale del rendimento degli allievi è stata effettuata sintetizzando il livello d'acquisizione delle quattro competenze elencate nel par. 2, ciascuna delle quali è stata verificata tramite quattro prove scritte (una per ciascuna competenza) opportunamente predisposte.

Il grafico di figura 4 riporta la distribuzione dell'indicatore I_M relativamente alle situazioni d'ingresso e d'uscita. Esso mostra un significativo e generalizzato incremento della motivazione degli allievi. Se in ingresso, infatti, circa il 45% degli allievi mostra una scarsa motivazione, il 50% sufficiente e soltanto il 5% buona, in uscita la percentuale degli allievi con scarsa motivazione scende a circa il 15%, quella degli allievi con un buon livello di motivazione sale a circa il 35% e rimane pressoché invariata la percentuale di allievi con sufficiente motivazione.

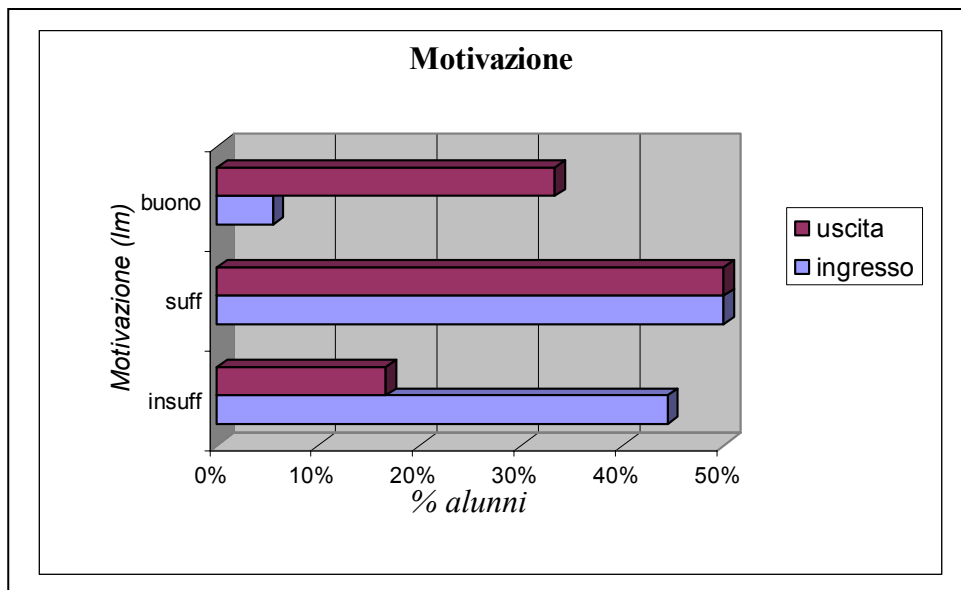


Figura 4

I risultati ottenuti per il rendimento (quantificati tramite l'indicatore I_R) ricalcano quelli relativi alla motivazione. Essi sono rappresentati in fig. 5 in cui si riporta la distribuzione dell'indicatore I_R in corrispondenza della situazione d'ingresso e d'uscita.

In questo caso si osserva che la percentuale di allievi con scarso rendimento si riduce dal 50% in ingresso al 20% in uscita, la percentuale di quelli con rendimento sufficiente passa dal 45% in ingresso al 50% in uscita ed, infine, la percentuale di allievi con rendimento buono cresce fino al 30% circa in uscita a partire dal 5% in ingresso.

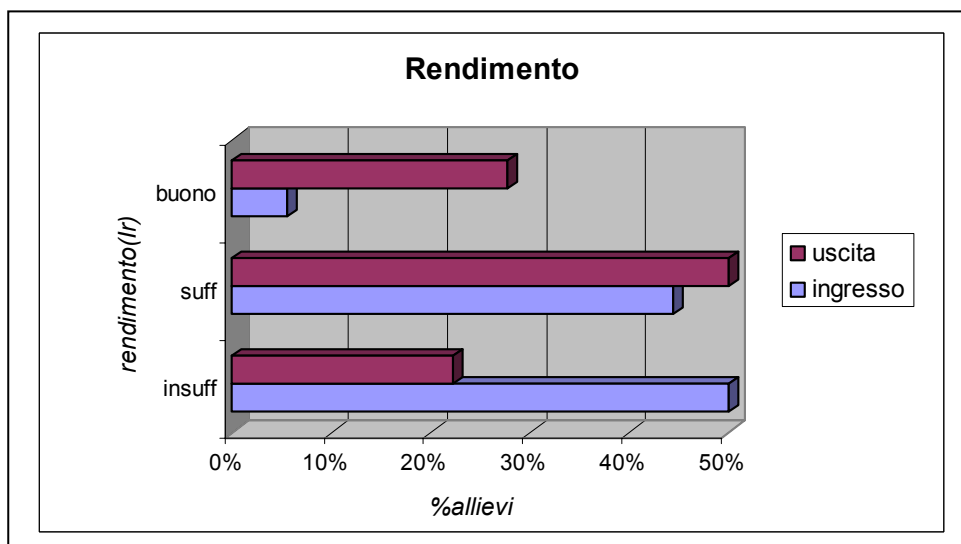


Figura 5

La sperimentazione sembra, dunque, aver centrato gli obiettivi attesi. I dati d'uscita evidenziano, infatti, un significativo e sistematico spostamento verso l'alto sia del livello di motivazione, sia (di conseguenza) dei livelli di competenza.

Riteniamo utile sottolineare, inoltre, che la sperimentazione ha prodotto una crescita non soltanto quantitativa ma anche qualitativa dei livelli d'apprendimento: una buona percentuale di allievi ha acquisito, infatti, la capacità (che è trasversale e capitalizzabile) di impostare e tradurre analiticamente situazioni problematiche, capacità questa difficilmente attivabile mediante procedure didattiche tradizionali.

6. Conclusioni e possibili sviluppi

Focalizzare gli sforzi sulla crescita motivazionale degli allievi si rivela, dunque, una strategia vincente per migliorare complessivamente la qualità dell'apprendimento.

A tal riguardo, riteniamo non trascurabile l'approccio interdisciplinare.

L'attivazione di segmenti didattici interdisciplinari (oltre ad offrire i vantaggi illustrati nell'introduzione) consente di immergere gli allievi in un ambiente collaborativo, finalizzato alla loro formazione e di cui essi costituiscono il centro, e ciò è da essi percepito come ulteriore elemento di motivazione e di stimolo.

I buoni risultati ottenuti ci spingono ad estendere l'approccio problematico interdisciplinare ad altri argomenti e ad altre discipline.

L'obiettivo finale è quello di riuscire a formulare un intero curriculum di studi che veda le discipline tecnico - scientifiche (ma non soltanto queste) muoversi su percorsi sì indipendenti ma con periodici momenti di confluenza su argomenti da affrontare seguendo il modello didattico descritto nel presente lavoro.

Al momento è allo studio un altro percorso didattico che dovrebbe coinvolgere, oltre alla matematica, la fisica, la biologia e l'arte, riguardante le connessioni tra le trasformazioni geometriche, la percezione visiva della realtà e la rappresentazione prospettica.

Bibliografia

- 1) Terza indagine internazionale sulla matematica e le scienze (TIMSS'99) promossa dalla IEA (i risultati sono consultabili su www.cede.it/archivio)
- 2) G.Petracchi, *Motivazione e Insegnamento*, La Scuola, Brescia, 1990
- 3) J. Dewey, *Esperienza ed Educazione*, La Nuova Italia, Firenze 1970.
- 4) B. F. Jones et al. *Didattica per problemi reali*, Erickson, Trento 1999.
- 5) E. Cohen, *Organizzare i gruppi cooperativi*, Erickson, Trento 1999.
- 6) J.Gliss, *L'apprendimento attivo*, Armando Editore, Roma 2000
- 7) A. Bonura, *Introduzione alla fisica*, modulo B, Paravia, Torino 2002
- 8) Re Fraschini, *Matematica: strumenti per l'economia*, vol. 2, ATLAS, 1998
- 9) M. Trovato, *Iter Matematica per il Turismo*, Tomo D, g&c, 1999.