Actes
Proceedings
Ateliers et Foire aux idées
Workshops and Forum of ideas

Université de Montréal
26 – 31 Juillet 2009
July 26st – July 31st 2009

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

EXPRIME, une ressource pour la mise en place de problèmes de recherche dans la classe

Gilles ALDON, INRP, EducTice (gilles.aldon@inrp.fr)

Résumé

Cette proposition d'atelier est en lien direct avec les thèmes 2 (Résolution de problèmes et institutionnalisation des savoirs) et 5 (Recherche sur l'activité mathématique. Collaboration entre chercheurs et praticiens). Il s'agira de travailler sur une ressource numérique construite pour les professeurs de mathématiques et dont l'objectif est de faciliter la mise en place dans la classe de problèmes de recherche. Une première partie de l'atelier sera consacrée à la présentation des choix qui ont présidé à la réalisation de cette ressource, et dans un deuxième temps les participants seront amenés à explorer la ressource de façon à pouvoir discuter ces choix théoriques, les aspects techniques et les usages et les effets de la ressource.

Introduction

L'introduction des problèmes de recherche dans le cours de mathématique, bien que longuement étudiée et institutionnellement encouragée n'est que faiblement réalisée dans la pratique des classes des collèges et des lycées en France. Dans ce contexte, une équipe mixte[1] INRP-IREM-IUFM et Université Lyon1 a construit une ressource dont le but est de donner aux enseignants des outils pour faciliter l'intégration de tels problèmes dans leur enseignement.

La conception de cette ressource repose sur les hypothèses suivantes :

- d'une part sur l'intérêt pour l'apprentissage des problèmes de recherche : depuis plus de vingt ans, l'IREM de Lyon développe des travaux autour de la diffusion des « problèmes ouverts » qui montrent à la fois l'intérêt des enseignants pour ces pratiques de classe et la difficulté de mise en œuvre ;
- et d'autre part sur les freins à la diffusion dans les classes que nous pensons largement dus aux points suivants :
  - la part importante de la dimension expérimentale dans le travail de recherche rentre en conflit avec la représentation contemporaine dominante parmi les enseignants, et au-delà dans la société, de ce que sont les mathématiques ;
  - l'accent mis principalement dans l'approche des problèmes de recherche sur le développement de compétences transversales liées au raisonnement, en laissant au second plan les apprentissages sur les notions mathématiques en jeu, est en opposition avec les contraintes institutionnelles qui pèsent sur les professeurs, en particulier en ce qui concerne l'avancement dans le programme ;
  - les difficultés pour le professeur de repérer ce qui relève des mathématiques dans l'activité des élèves, et par suite de choisir ce que l'on peut institutionnaliser à l'issue du travail en lien avec les programmes de la classe ;
  - les difficultés rencontrées par les professeurs pour évaluer ce type de travail, compte tenu de ce que les modes d'évaluation habituels ne sont pas appropriés.

[1] Gilles ALDON, INRP et IREM de Lyon, Pierre-Yves Cahuet, IREM de Lyon, Viviane Durand-Guerrier, LEPS, IUFM et IREM de Lyon, Mathias Front, IUFM de Lyon, Michel Mizony, IREM de Lyon, Didier Krieger, IREM de Lyon, Claire Tardy, IUFM de Lyon

Présentation de la ressource EXPRIME

Les choix théoriques

La construction de cette ressource numérique a été pensée pour qu'elle soit un élément du milieu des enseignants dans une situation d'élaboration de situations de classe reposant sur des problèmes de recherche. La théorie des situations [Brousseau, 1986] est donc le cadre théorique majeur de ce travail, et plus précisément, la notion de milieu telle qu'elle a été proposée par Brousseau [Brousseau, 2004] et reprise et étendue par Margolinas [Margolinas, 2004], la ressource est un élément du milieu des enseignants dans une situation de construction et les études conduites ont montré comment cette ressource peut faciliter les tâches que le professeur a à faire pour organiser le milieu matériel des élèves, mais aussi pour reconnaître les conceptions qui émergent d'une situation et les connaissances des élèves pour faciliter la phase de validation et l'institutionnalisation.

L'ergonomie cognitive fournit des outils pour croiser les approches en étudiant les tâches effectives des enseignants dans une posture professionnelle de préparation et d'animation d'une séquence mettant en jeu des problèmes de recherche dans la classe. Tout particulièrement, les notions d'utilité, d'utilisabilité et d'acceptabilité [Tricot *et al.,* 2003] ont permis d'une part, d'évaluer, dans une démarche d'évaluation par inspection, le modèle général de la ressource et d'autre part de questionner ces concepts vis à vis de la ressource par une évaluation empirique dans une situation d'activité professionnelle.

Structure de la ressource

Cette ressource numérique est conçue pour être étudiée suivant des parcours variés. Dès l'entrée, il est possible de parcourir des textes théoriques concernant la dimension expérimentale en mathématique [Dias et Durand-Guerrier, 2005], [Kuntz, 2007] et des présentations faites dans des colloques et conférences [Aldon, 2009]. Il est également possible de comprendre l'esprit de la ressource en parcourant une présentation générale et le curriculum vitae (au sens donné par [Trouche, 2008] dans l'expérience SFoDEM) de la ressource. Enfin les situations sont présentées en suivant une structure commune :

- **Situation mathématique** : il s'agit d'une analyse *a priori* du problème mathématique et de ses solutions, sans tenir compte d'un niveau particulier de classe.
- **Objets mathématiques potentiellement travaillés** : cette entrée permet de savoir quelles sont les objets mathématiques (concepts, notions, outils, démarches) que les enseignants peuvent s'attendre à voir émerger des travaux des élèves. Nous nous appuyons sur des observations de classe pour faire ressortir les invariants qui permettent de prévoir, à un niveau de connaissance donné, les obstacles rencontrés par les élèves, mais aussi les savoirs et connaissances sur lesquels les enseignants pourront construire l'institutionnalisation.
- **Situations d'apprentissage** : des scénarios adaptés à des niveaux de classe, un ou plusieurs énoncés, le rôle des variables didactiques de la situation proposé ainsi que des observations de classes permettent de mettre en évidence les réactions des élèves mis dans une démarche de recherche de problème.
- **Références** : les situations proposées ne cherchent pas l'originalité et nous présentons dans cette partie d'autres approches de la situation, sur le web ou dans la littérature.

- **Synthèse** : quelques pages permettant de prendre connaissance de la situation et des objectifs d'apprentissage.
- **Situations connexes** : il s'agit de mettre en évidence les prolongements possibles de la situation mathématique pour permettre la construction de nouvelles situations didactiques dans les classes.

Des situations mathématiques aux situations de classe

Cette présentation s'appuie sur les travaux de la théorie des situations didactiques ; ainsi, les auteurs de la ressource ont privilégié l'entrée par la situation mathématique en direction des situations de classe : la présentation s'ouvre sur une analyse mathématique du problème et se referme par un prolongement de la situation du côté de la recherche actuelle en mathématiques. À partir de cette situation mathématique s'organisent des situations de classes (énoncés, scénarios et compte rendus d'expérimentation) complétées par des références et une fiche de synthèse de la situation. Cependant, le fait que cette ressource soit numérique permet une lecture non linéaire et des entrées variées suivant les intentions du lecteur.

Les situations mathématiques de la ressource

Elles sont actuellement au nombre de sept :

- Les fractions égyptiennes. Décomposer l'unité en somme de fractions de numérateurs un.
- Les nombres trapézoïdaux. Étude de sommes d'entiers consécutifs.
- La rivière. Étude du plus court chemin d'un point à un autre passant par une courbe donnée.
- Une intersection inaccessible. Sachant que le point d'intersection de deux droites est inaccessible, trouver une droite passant par ce point.
- Le nombre de zéros de $n!$. Étude des chiffres de $n!$ dans un système de numération donné.
- Le plus grand produit. Étude du produit de nombres entiers à somme fixée.
- Les urnes de Polya. Étude de la dynamique de la composition d'une urne dans une expérience répétée.

Plan prévu de l'atelier

L'atelier est prévu en trois temps :

1. dans un premier temps, les choix théoriques qui ont présidé à la réalisation de cette ressource seront présentés en nous appuyant sur les expérimentations faites dans le cadre de stages de formation continue ; en particulier, nous nous attarderons sur le suivi d'un professeur depuis la prise en main de la ressource jusqu'à la mise en place effective de problèmes de recherche dans la classe.
2. Dans un second temps, les participants de l'atelier seront invités à prendre connaissance du contenu de la ressource de façon à en parcourir les principaux éléments et à alimenter le troisième temps.
3. Discussion sur les choix théoriques, les contenus, les usages et les effets dans la classe. Nous nous intéresserons, en particulier à la délicate question de l'institutionnalisation des connaissances dans la gestion de problèmes de recherche en classe.

Bibliographie

[Aldon, 2009] Aldon, G. (2009). A resource to spread maths research problems in the classroom. *In Actes de la conférence CERME 6, Lyon 28 janvier-1^er^ février*. (à paraître)

[Brousseau, 1986] Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 7/2.

[Brousseau, 2004] Brousseau, G. (2004). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage éditions.

[Dias et Durand-Guerrier, 2005] Dias, T. et Durand-Guerrier, V. (2005). Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères IREM*, N°60:p. 61–78.

[Kuntz, 2007] Kuntz, G. (2007). *Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques*. INRP, http://www.inrp.fr/vst/Dossiers/Demarcheexperimentale/sommaire.htm.

[Margolinas, 2004] Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur Essai de développement de la théories des situations didactiques*. Thèse de doctorat, Université de Provence. Habilitation à diriger des recherches.

[Tricot *et al.*, 2003] Tricot, A., Plégat-Soutjis, F., Camps, J.-F., Lutz, A. A. G. et Morcillo, A. (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des eiah. *Archive EIAH*.

[Trouche, 2008] Trouche, L. (2008). L'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques, potentialités ou contraintes, résistances des professeurs ou complexité ? *In Journées de l'IREM de Nantes, juin*.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Workshop Proposal: Integrating Mathematics Across the Curriculum

Peter Appelbaum, Arcadia University, USA

This workshop will focus on incorporating student-generated topics into middle and secondary mathematics curricula as a means to achieving standards and learning outcomes assigned by external authorities. Participants will explore ways to integrate mathematics across a full spectrum of the curriculum, including the fine arts and vocational/technical arts. Emphasis will be on student inquiry into personal interests to generate and manipulate data (Appelbaum 2008a). A key facet will be facilitating student engagement by experimenting with the aspects of mathematics that do *not* make sense to the student (Appelbaum 2008b). Applications will include inclusion/co-teaching situations, utilization of teacher support of process over content, and Marzano's (Marzano, Pickering & Pollock 2001; Marzano, Paynter, Pickering, Gaddy 2004) high-yield-strategies.

This workshop is designed to relate to the conference theme of *mathematical activity* in the following ways:

1. Mathematical activity in the 21st century classroom.

A discussion of mathematics integrated across the curricula of disciplines other than mathematics directly addresses several of the questions in this sub-theme of the conference. It is often stated that projects aiming at integrating several domains, one of which is mathematics, use the mathematical language but fail at helping the students build the meaning of the mathematical concepts involved. What are the characteristics of both pertinent and successful mathematical activities? What about mathematics activities outside the classroom? What activities can we offer outside the classroom? How can teachers who facilitate explorations outside of mathematics convince themselves that their students are indeed developing specific mathematical skills and concepts? How does a teacher negotiate the tensions between mathematics as supporting learning outside of mathematics and mathematics learned through the pursuit of other forms of knowledge? Indeed, we will start the workshop sharing our feelings about these questions, and by clarifying these questions as issues both for mathematics education and for teaching and assessment in general.

2. Problem solving and institutionalization of knowledge.

Some would say that problem solving is the essence of mathematical activity. Others would say problem posing. Still others might offer proofs and refutations, or yet another grounding of mathematical activity. The question becomes how to recognize mathematical thinking and action, and whether these generic characteristic are enough to claim the presence of mathematical activity. Example: A student proposes to solve the problem of being estranged from her grandmother. She follows Polya's (1988) phases of problem solving repeatedly to solve her problem. She is working as Polya suggests. Is this mathematics? Surely it is problem solving, but maybe it is not mathematics. Stephen Brown (2001) critiques the problem-solving approach, offering alternatives for solving problems, including posing them, critiquing them, comparing them, and classifying them. John Mason (Mason et al. 1982) suggests trying special cases and generalizing to formulate conjectures is a better way to describe mathematical activity. Looking for mathematics in an integrated curriculum, or claiming mathematics is or is not present, is thus an action of institutionalization of an implicit philosophy of mathematics, and not a simple task of recognition of injection.

3. Creativity in mathematical activities .

Integrating mathematics with other subjects across the curriculum opens up potential directions of creativity for curriculum designers, teachers and pupils. Mathematics within other subject areas or other subject areas through mathematics means creative connections can be facilitated. Balancing creative thinking with skills training becomes a central issue in the design and implementation of integrated experiences.

4. The promotion of projects and educational design on mathematical activity.

A key component of this workshop will be the formation of small collaborations among teachers and researchers that can continue beyond the conference into the future. Because most of the comments in 1-3 above, as well as 5 below, are questions of design, most of the thematic concerns within this subtheme are actually addressed by the plans that these collaboration groups will create and take with them as ways to maintain this discussion until the next CIEAEM conference.

5. Research on mathematical activity. Collaboration between teachers and researchers.

In addition to those connections to this subtheme described above, the workshop will include reflections on similar curriculum design efforts that have been pursued by the workshop facilitator in the last three years: (a) as part of an institute on Integrating Mathematics Across the Curriculum for teachers and administrators attended by 20 participants who carried out similar discussions and made similar plans; (b) as part of the introduction of a new undergraduate curriculum at my university that now requires students to complete a course in "quantitative reasoning" in addition to one course in mathematics in order to receive a degree; because the quantitative reasoning course does not have to a course in mathematics, it can be in any discipline in any department at the university. As the coordinator of these curriculum change effort, the workshop facilitator can report on the kinds of design problems and the sorts of politics of knowledge questions that arose with this work.

Plan for the workshop (approximate times allow for 5 min extra if needed in any part of the plan)**:**

1. Orientation to the topics at hand. (10 min)
2. Small groups discuss their thoughts about the nature of mathematics: Responding to three examples of mathematics across the curriculum, they will be asked to discuss whether or not the lesson/exploration can be considered a mathematics lesson/exploration, as opposed to a mathematical treatment of a non-mathematical subject. (10 min)
3. Whole group will discuss possible ways that the three examples could be enhanced or modified to satisfy the concerns that they raise, and how they might be expanded into larger curricular units that would address even more learning goals for mathematics. (20 min)
4. A report from the facilitator on his work at his university with integrating mathematics across the curriculum, compared with the work of the K-12 attendees of his institute on mathematics across the curriculum, will highlight several of the issues of institutionalization of mathematical activity as well as the potential for creativity in mathematics. (15 min)

5. Brainstorming of possible collaborations similar to those mentioned in the report on the work of the institute participants, or even “better” will lead to a list of possible projects that the current workshop participants might pursue. (10 min)
6. Small groups will be formed based on interest in the kinds of pursuits in the list. These small groups will make initial plans for developing a common project or collaboration that can support their own work while creating a network of international support for each other. (20 min)

References

Appelbaum, Peter. 2008a. *Embracing mathematics: On becoming a teacher and changing with mathematics.* Routledge.

Appelbaum, Peter 2008b. Sense and representation in elementary mathematics. In Bożena Maj, Marta Pytlak and Ewa Swoboda (eds.), *Supporting independent thinking through mathematical education*. Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2008.

Brown, Stephen. 2001. *Reconstructing school mathematics: Problems with problems and the real world*. Peter Lang.

Marzano, Robert, Pickering, Debra, & Pollock, Jane. 2001. *Classroom instruction that works: Researched-based strategies for increasing student achievement*. Association for Supervision and Curriculum Development.

Marzano, Robert, Norford, Jennifer, Paynter, Diane, Pickering, Debra, Gaddy, Barbara. 2004. *A handbook for classroom instruction that works*. Association for Supervision and Curriculum Development.

Mason, John, Burton, Leone, & Stacey, Kevin. 1982. *Thinking mathematically*. Addison Wesley.

Polya, Georg. 1988. *How to solve it A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Atelier DOUBLE : deux périodes d'atelier au CIAEM 61

De la géométrie plane à la géométrie de l'espace au secondaire : perspectives euclidiennes

Atelier animé par Louis Charbonneau, Daniela Fortuna et Denis Tanguay,
Département de mathématiques, UQAM

Au cours de cet atelier, nous nous pencherons sur le problème du passage de la géométrie du plan à la géométrie dans l'espace (à trois dimensions), dans le cadre de l'enseignement secondaire. La perspective spécifique selon laquelle nous aborderons cette question est celle où l'on cherche à donner aux élèves des outils pour justifier et argumenter avec un minimum de rigueur, dans leurs démarches impliquant des objets géométriques de l'espace à trois dimensions. Notre point de vue s'inscrit dans une vision euclidienne de la géométrie dans l'espace, et s'intéresse aux conditions à respecter pour bien harmoniser une approche euclidienne dans le plan et le passage à une approche euclidienne dans l'espace.

Notre atelier s'étalera sur deux sessions d'une heure 30 minutes et sera divisé en trois parties dédiées aux thèmes qui suivent.

1. **Aspects mathématiques**
   - Structures euclidiennes facilitant le passage d'une géométrie euclidienne du plan à une géométrie euclidienne de l'espace
     a. Géométries euclidiennes dans l'espace, pour le secondaire.
     b. Géométries dans le plan pouvant servir de point de départ à une géométrie de l'espace.

2. **État de ce qui se fait dans le passage 2D – 3D**
   - Au secondaire
     a. Les programmes
     b. Les manuels
   - Dans la formation des enseignants
   - Dans la recherche en didactique

3. **Le passage de la géométrie 2D à la géométrie 3D : continuités et discontinuités**
   - Veut-on, au secondaire, une géométrie 3D qui soit euclidienne ?
   - Si oui, à quoi sert-elle ? Servira-t-elle ?
   - Quels sont les premiers résultats à établir, jusqu'où veut-on aller ?

   (Les formules de volume ? Par exemple, la justification de celle du volume du tétraèdre, à partir de laquelle les autres seraient déduites ? La formule d'Euler ? La preuve qu'il n'existe que cinq polyèdres réguliers ?)
   - Quelle est la nature d'un continuum dans le passage 2D-3D ?
   - Quelles sont les conditions à respecter pour assurer un continuum 2D-3D ?
   - Cadres théoriques permettant de baliser

- le passage lui-même,
- les conditions de réussite de ce passage :
  - préciser qu’est-ce que cette réussite,
  - préciser ce qu’est un continuum dans ce contexte.

Chaque atelier pourrait prendre la forme suivante :

- chacune des deux rencontres :
  - bref exposé d’introduction (10 min.) ;
  - travail pratique autour d’une activité ;
  - discussions.
- à la fin de la 1re session : donner des choses à penser (à faire), qui pourront ensuite donner lieu à des exposés à la session suivante (exemples : place du 3D dans différents programmes, selon les pays ; recherche spécifique qui a eu des répercussions sur le curriculum ; expériences d’enseignement vécues par certains participants...)
- nous pensons contacter au préalable des collègues chercheurs qui pourront intervenir sur un des sous-thèmes indiqués ci-dessus, de sorte que des points de vues diversifiés soient présentés.

Dans la première partie, nous proposons un îlot déductif pour la géométrie dans l'espace, autour duquel s'entameront un travail et une discussion sur ce que devrait contenir un tel îlot, dans la perspective du passage d'une géométrie euclidienne plane à une géométrie dans l'espace. Le but de cette partie, plus technique, est d'envisager diverses possibilités pour le choix des axiomes et l'ordre des théorèmes à démontrer. Nous croyons aussi qu’en plaçant un tel travail au début, l’on s’assurera une meilleure focalisation des travaux des deux prochaines parties. Dans la seconde partie, nous examinerons comment se fait le passage 2D-3D au Québec, mais aussi dans d'autres pays.

Dans la troisième partie, à partir des informations et discussions antérieures, nous débattrons de la question centrale de notre atelier : veut-on aborder au secondaire la géométrie dans l'espace dans un contexte euclidien et si oui, comment s'assurer que cela se fasse dans les meilleures conditions ? Pour encadrer ce travail, nous suggérons, sans nécessairement nous y limiter, de faire appel au cadre théorique élaboré par Houdement & Kuzniak (2006 ; Kuzniak, 2005, 2006, 2007). À partir de ce cadre théorique, eu égard au curriculum enseigné, l’on pourra se poser des questions relatives aux continuités et discontinuités dans les programmes d’étude, ainsi qu’à la cohérence de la démarche d’enseignement, du primaire au secondaire et même jusqu’au lycée, au cégep ou à l’université. Ces démarches peuvent s’articuler autour de trois types de géométries : la Géométrie naturelle, la Géométrie axiomatique naturelle et la Géométrie axiomatique formaliste. Dans la *Géométrie naturelle* (Géométrie I), la source de validation est essentiellement empirico-perceptive. Toute argumentation y repose ultimement sur l’intuition du réel, et est permise pour justifier une affirmation dès lors qu'elle convainc l'interlocuteur de l'adéquation des arguments à « ce qui se passe dans la réalité ». Ensuite, nous rencontrons la *Géométrie axiomatique naturelle* (Géométrie II), dont l'exemple paradigmatique est la géométrie euclidienne classique. Elle est construite sur un modèle qu'on veut proche de la « réalité », avec des axiomes et des termes primitifs qui sont admis sur la base de leur adéquation à cette réalité.

Mais une fois les axiomes fixés, les démonstrations — menées en combinant déductivement, selon les règles de la logique propositionnelle, les axiomes et définitions avec d'autres résultats déjà démontrés — doivent se situer à l'intérieur du système pour être valides. Enfin, il y a la *Géométrie axiomatique formaliste* (Géométrie III), dont les *Grundlagen* de Hilbert constituent l'exemple paradigmatique, et où le seul souci est la non-contradiction du système. À travers le choix des objets primitifs et axiomes, on ne cherche pas en principe à modéliser la réalité, mais simplement à établir la base minimale des inter-relations entre les objets pour que soit possible le développement (déductif) d'un corpus de théorèmes riche et non contradictoire. On constate que l'enjeu géométrique diffère selon les différents paradigmes géométriques imposés à l'étudiant — il n'est d'ailleurs pas dit que le paradigme imposé sera en phase avec celui que l'étudiant adoptera de facto — et à partir desquels celui-ci construit ses connaissances. Ce cadre théorique permet aussi de poser la question de la cohérence de la géométrie, dans le passage du plan à l'espace (ou de l'espace au plan), ce qui le rattache au thème principal de notre atelier.

Références

ASPRA, J., MARMIER, A.-M., MARTINEZ, I. (2007), De l'étude des solides à la construction de l'espace, dans *Histoire et enseignement des mathématiques,* rigueurs, erreurs, raisonnements, sous la dir. d'Évelyne Barbin et Dominique Bénard, Paris : Institut National de Recherche Pédagogique, 109-146.

FURTUNA, D. (2008), *Modélisation dans l'espace : obstacles du passage du 2D au 3D*. Mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en didactique des mathématiques. Directeur de recherche, Charbonneau L., Montréal. Université du Québec à Montréal.

GONSETH, F. (1945), *La géométrie et le problème de l'espace*, *I. La doctrine préalable*, Éditions du Griffon Neuchatel, Diffusion Dunod Paris.

GOUSSEAU-COUTAT, S. (2006), *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété,* Thèse doctorale, Université Joseph Fourier, Grenoble.

GRENIER, D. & TANGUAY, D. (2008), L'angle dièdre, notion incontournable dans les constructions pratique et théorique des polyèdres réguliers. *Petit x*, n°78, 26-52.

HOUDEMENT, C. & KUZNIAK A. (2006), Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de Didactiqque et de sciences cognitives,* n°11, IREM de Strasbourg.

KUZNIAK, A. (2005), Espace de travail géométrique personnelle : une approche didactique et statistique, *Troisièmes Rencontres Internationales – Terzo Convegno Internazionale – Third International Conference, A.S.I. Analyse Statistique Implicative – Analisi Statistica Implicativa – Implicative Statistic Analysis,* Palerme (Italie).

KUZNIAK, A. (2007), *Sur la nature du travail géométrique dans le cadre de la scolarité obligatoire,* IUFM d'Orléans-Tours, Équipe Didirem, Université Paris 7, École d'été de didactique des mathématiques.

Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, premier cycle, Ministère de l'Éducation, 2003, Bibliothèque nationale du Québec, 2004.

Programme de formation de l'école québécoise, secondaire, deuxième cycle, Version approuvée par le ministre de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2006.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
“Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)”, Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Présentation d'un nouvel outil de l'association Sésamath : LaboMep, Un espace numérique de Travail pour l'enseignement des Mathématiques.

Sébastien Hache, professeur de Mathématiques en collège (France), fondateur de l'association Sésamath (www.sesamath.net)

Objectif :

Cet atelier a pour ambition de présenter un outil, labomep, qui est une plate-forme permettant aux enseignants de construire différents types de séances utilisant les TICE. Les participants seront ainsi invités à tester eux-mêmes les différentes potentialités. Cet atelier permettra également de comprendre la philosophie de Sésamath, basée sur le travail collaboratif entre enseignants.

Contenu :

L’association Sesamath est une sorte de météore dans le paysage complexe de l’enseignement des mathématiques en France. Créée en 2001 par une poignée d’enseignants français de mathématiques, convaincus de l’importance capitale qu’allaient prendre les nouvelles technologies pour apprendre et pour enseigner les mathématiques (Artigue, M., 2007), Sesamath occupe aujourd’hui une place importante dans la création *de ressources en ligne libres et gratuites*. Quelques chiffres en témoignent : 1 300 000 de visites par mois sur son site, 15 000 professeurs de Maths inscrits à sa lettre de diffusion, 5 500 professeurs inscrits sur le site Sésaprof, 450 000 élèves sur Mathenpoche-réseau.

Parmi les réalisations de l'association, le logiciel Mathenpoche est une base de près de 2000 exercices interactifs. La version réseau du logiciel (appellée actuellement « Mathenpoche-réseau) permet aux enseignants de différencier le travail qu'il donnent à leurs élèves via cet outil.

Sésamath a également suscité et organisé la création collaborative (une centaine d'auteurs pour chaque ouvrage) des premiers manuels scolaires libres en France (les manuels « sésamath » de la classe de 6e à la classe de 3e). Outre leur mode de conception, et leur modèle de diffusion, ces manuels ont la particularité de donner une grande importance à l'utilisation des TICE en classe, en essayant de les intégrer directement dans les pratiques de classe.

Sésamath organise également le développement d'outils TICE : géométrie dynamique (Tracenpoche), géométrie aux instruments virtuels (Instrumenpoche), Tableur (Casenpoche), calcul formel (Xcas en ligne)... en privilégiant les possibles liens de ces outils entre eux mais aussi et toujours des modalités spécifique d'intégration dans la pratique des enseignants. En particulier, Sésamath promeut l'émergence de communautés de pratiques autour de ces outils (Sésaprof) et pls généralement la réflexion sur leur utilisation en classe (revue Mathematice).

Le nouvel outil Labomep (pour « laboratoire Mathenpoche ») qui sera massivement utilisé par des milliers d'enseignants français dès Septembre 2009, fait la synthèse de tous ces projets : base d'exercices, manuels numériques et outils paramétrables. Par ailleurs, il constitue en lui-même un nouvel espace d'échanges et de mutualisation entre enseignants, à très grande échelle. Son développement et son évolution, eux-même collaboratifs, témoignent aussi des besoins tels qu'ils sont exprimés par les enseignants français et plus généralement les enseignants francophones.

- Alors que des équipes de Sesamath continuent à améliorer leurs outils et logiciels et à les enrichir de diverses façons, des chercheurs commencent à se pencher sur leur contenu et sur leur utilisation. Leurs publications sont recensées dans la bibliographie (section *Travaux de recherche concernant Mep*). A partir de ces travaux, de nouvelles communautés de pratique se sont constituées autour de Mathenpoche (Mep) pour en préciser des usages pédagogiquement intéressants, novateurs et performants. A titre d'exemple, le groupe ECUM (Emergence de Communautés d'Utilisateurs de Mep) étudie depuis septembre 2006 l'expérimentation de Mep dans l'académie de Rennes. Ses observations et ses conclusions se trouvent sur Educmath. Ces communautés d'utilisateurs ne manqueront pas de rétroagir sur les communautés de pratique qui entretiennent et améliorent Mep : à tous les niveaux, Mep est un chantier permanent.
- Sesamath a approfondi (et institutionnalisé ?) le dialogue avec les chercheurs lors du colloque Didirem (septembre 2008).

- Quel parti tirer de la coopération internationale qui se dessine autour des outils développés par Sésamath et ceux présent dans Labomep plus praticulièrement ?

Plusieurs demandes de traduction ou d'adaptation ont été adressées à Sesamath. Les logiciels étant libre, *ses sources sont accessibles et adaptables.* Divers exercices ont d'ailleurs été traduits en anglais et en espagnol par Sesamath, en vue d'une présentation à ICME 11. *La traduction en espagnol de* Tracenpoche *au Pérou* ouvre de nouvelles perspectives : elle conduit dès à présent à *la création locale de nombreux exercices* de géométrie (utilisables dans la vaste zone hispanophone) qui nourriront peut-être une version locale de Mep. Mep France en fera son miel et traduira-adaptera *à son tour* les productions les plus utiles et les plus novatrices dans le contexte français ! Le regard et l'action de nouveaux acteurs sur les ressources françaises promet bien des surprises : une coopération à l'échelle mondiale se dessine, aux résultats encore imprévisibles.

Mais une base de données *fortement liée aux programmes français* est-elle exportable ? Une indexation par contenus et par thèmes ne serait-elle pas préférable à celle par niveaux scolaires ? Le passage de l'une à l'autre est-il techniquement concevable et à quel coût ?

Bibliographie

- -Artigue, M. 2007. La didactique des mathématiques face aux défis de l'enseignement des mathématiques, pages 19-25. Colloquium de didactique des mathématiques. Paris.
- http://www.ardm.asso.fr/rencontre/semin/s200710/Colloquium-Artigue.pdf
- -Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning? Collaborative learning: cognitive and Computational Approaches. Oxford: Elsevier.
- -Gueudet, G., & Trouche, L. (à paraître). Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques. In I. Bloch & F. Conne (Eds.), Ecole d'été de didactique des mathématiques:
- -Guin, D. ; Trouche, L. 2004. Intégration des TICE : concevoir, expérimenter et mutualiser des ressources pédagogiques. Repères-Irem. Num. 55. p. 81-100, Topiques éditions, Metz.
- - Guin, D. ; Trouche, L. 2008. Un assistant méthodologique pour étayer le travail documentaire des professeurs : le cédérom SFoDEM 2008. Repères-Irem, n° 72. Topiques éditions, Metz.
- - Hache, S. 2006. Entre Tice et papier, il est urgent de ne pas choisir. Repères-Irem, n° 63. Topiques éditions, Metz.
- - Repères-IREM n° 72, 2008. Apprendre, se former, expérimenter, créer des ressources ensemble. Topiques éditions, Metz.
- -Trouche, L. (2004). Environnements informatisés et mathématiques, quels usages pour quels apprentissages ? Educational Studies in Mathematics, 55, 181-197.
- -Wenger, E. (1998). Communities of practice. Learning, meaning, identity. New York: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (2005). La théorie des communautés de pratique. Presses de l'Université Laval, Laval.

Travaux de recherche concernant Mep

Bueno-Ravel, L. and Gueudet, G. 2008, Online resources in mathematics: teachers' genesis of use, Proceedings of CERME 5, Larnaca, Cyprus.

- -Cazes ; Gueudet ; Hersant ; Vandebrouck. 2004. Using Web-based learning environment in teaching and learning advanced mathematics, ICME 10, Copenhagen, July 4-11, 2004
- -Dubois ; Gueudet ; Hili ; Julo ; Le Bihan ; Loric. 2008. Quels échanges pour quels usages de Mathenpoche ? Article en ligne sur Mathematice n° 10.
- -Gueudet. 2007. Emploi de Mathenpoche et apprentissage : l'exemple de la proportionnalité en Sixième. Repères-IREM n° 66. p. 5-25. Topiques éditions, Metz.
- -Gueudet, G. (2008). Learning Mathematics with e-exercises: a case study about proportionnal reasoning, International Journal for Technology in Mathematics Education vol 14.4.
- -Hersant ; Vandebrouck. 2006. Bases d'exercices de mathématiques en ligne et phénomènes d'enseignement-apprentissage. Repères-Irem n° 62. p. 71-84. Topiques éditions, Metz.
- -Kuntz, G. 2004. Mathenpoche : de la percée institutionnelle vers un espace numérique de travail. Bulletin de l'APMEP. N° 452. p. 418-431.

Bibliographie issue du « terrain » concernant Mep

- Clerc, B. ; Pozzar, Y. 2006. De la mutualisation au travail collaboratif. Les Dossiers de l'ingénierie éducative, n° 54

Clerc, B. 2007. Une nouvelle manière de faire des manuels. Les dossiers de l'ingénierie éducative, n° 58, http://bnjclerc.club.fr/prof/DIE_BClerc.pdf

Hache, S. 2002. Des logiciels libres en maths. Les Dossiers de l'ingénierie éducative n° 40.

- Hache, S. 2003. Un exemple de logiciel mutualiste. Colloque ITEM (Intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques). Reims. http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/05/45/87/PDF/co01th3.pdf
- Hache, S. 2004. Quelques réflexions sur les travaux irem /mathenpoche. Repères-Irem, n° 57. Topiques éditions, Metz.

Thimonier, A. 2005. Différentes utilisations de Mathenpoche en classe. Bulletin de l'APMEP n° 457. http://www.ac-creteil.fr/innovalo/outils/doc/mathenpoche1.pdf

Sitographie.

- Instrumenpoche : http://instrumenpoche.sesamath.net
- Les-mathematiques.net : http://www.les-mathematiques.net/
- Livre d'or de Mathenpoche : http://mathenpoche.sesamath.net/index.php?page=800
- Manuels de Sesamath : http://manuel.sesamath.net
- Mathematice : http://revue.sesamath.net
- Mathenpoche : http://mathenpoche.sesamath.net
- Mathenpoche réseau : http://mathenpoche.sesamath.net/index.php?page=300
- Sesamath : http://www.sesamath.net
- Tracenpoche : http://tracenpoche.sesamath.net

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Réflexions autour de la créativité mathématique dans le contexte de la formation des futurs enseignants au secondaire : l'exemple de l'Université du Québec à Montréal

Bernadette Janvier-Dufour, Mireille Saboya[2] et Valériane Passaro
Département de mathématiques, UQAM

Un des grands défis des enseignants de mathématiques est d'arriver à intéresser les élèves à cette discipline. Pour cela, nous pensons que les mathématiques doivent être démystifiées en les présentant d'une façon qui soit « parlante » pour les élèves, c'est à dire comme des savoirs qui se construisent, qui ont du sens et qui peuvent être approchés de différentes façons et non comme des connaissances rigides qu'il faut apprendre. Nous avons constaté qu'à leur arrivée à l'université, la grande majorité des futurs enseignants ne possèdent pas cette aisance à parler les mathématiques et par là même à être créatifs. C'est dans cette optique que dans un des cours de didactique dispensé à l'UQAM, *Didactique 1 et laboratoire*[3], nous cherchons dans le volet laboratoire à sensibiliser les étudiants à l'importance de développer leur créativité mathématique[4] à travers ce que nous appelons les « exposés types ». Ces exposés sont l'aboutissement et le fruit de diverses réflexions et discussions d'un groupe de didacticiens des mathématiques de l'UQAM dont Claude Janvier faisait partie.

1. Les diverses réflexions qui ont menées aux *exposés types*

Notre réflexion provient de la conviction que les futurs enseignants avaient simplement à nous observer en avant pour arriver à saisir et à reproduire par la suite auprès des élèves la créativité que nous utilisions soigneusement dans nos cours de didactique. C'est en supervisant plusieurs stagiaires[5] que nous avons constaté que cet apprentissage par observation que nous avions cru naturel n'avait en fait pas lieu. Ainsi, devant des élèves du secondaire, les futurs enseignants ne reprenaient pas notre façon de parler les mathématiques en utilisant par exemple des mots clés, un vocabulaire précis et varié, la gestuelle était également absente et ils ne privilégiaient pas l'approche d'un concept de différentes façons. Notre questionnement sur le développement de cette créativité mathématique chez les futurs enseignants nous a mené à tenter une approche plus directe.

Nous avons demandé aux étudiants de nous observer attentivement à des moments précis de notre prestation, de relever notre façon de parler les mathématiques, d'identifier notre

[2] Les réflexions que nous présentons ici proviennent d'un groupe de didacticiens dont la première auteure faisait partie. Les débuts remontent aux années quatre vingt dix et elles ont mené à ce que nous appelons les *exposés types* qui sont au cœur de cette communication. Plus tard, à l'automne 2004, la deuxième auteure a participé à la mise en place d'une autre version de ces exposés dans le cours *didactique de l'algèbre*, travail mené conjointement avec Nadine Bednarz.

[3] Ce cours est dispensé à la première année du BES (Baccalauréat en enseignement au secondaire).

[4] Nous allons préciser dans la prochaine partie ce que nous entendons par « créativité mathématique ».

[5] Les stages sont pour nous un milieu privilégié pour éclairer notre recherche et nos interventions auprès des futurs enseignants.

gestuelle, de noter les différents outils que nous utilisions pour remplacer les habituels instruments de géométrie (par exemple une corde ou un trombone pour tracer un cercle). Par la suite, nous désignions deux ou trois d'entre eux qui allaient en avant reproduire ce que nous venions de présenter. En procédant ainsi, nous visions entre autre à ce que les futurs enseignants perçoivent que l'entreprise de parler autrement les mathématiques est difficile même si elle paraît simple à prime abord. Cette approche a été fructueuse favorisant le développement de la créativité mathématique chez les futurs enseignants. Toutefois, ces exposés occupaient une grande place dans le cours. De plus, le contenu mathématique n'étant pas toujours maîtrisé par les étudiants[6], la prise en compte de l'aspect créativité représentait un défi supplémentaire pour les futurs enseignants.

Nous sommes ainsi arrivés au constat que les exposés devaient prendre place dans un autre cours de didactique, *didactique 1,* les sujets traités dans ce cours étant maîtrisés par les étudiants. Nous avons alors assisté à la naissance de ce que nous connaissons aujourd'hui sous le nom d'*exposés types*, le cours *didactique 1* devenant *didactique 1 et laboratoire.*

2. Quelques éclaircissements sur les *exposés types*

Les *exposés types* sont des enregistrements vidéos plus ou moins courts (variant de cinq à une trentaine de minutes) que nous avons produits et qui visent à préparer les étudiants à parler les mathématiques autrement. Ceux-ci portent sur plusieurs sujets du secondaire fréquemment enseignés lors du premier stage[7] d'enseignement au BES et présentent des manières intéressantes et étonnantes de faire des mathématiques. Un premier objectif poursuivi par ces exposés est d'identifier le ou les principe(s) didactique(s) qui ont été choisis dans chacune de ces capsules. En effet, chaque enseignant devrait être capable de décrire les principes qu'il entend mettre de l'avant dans ses interventions. Nous avons consigné dans le tableau ci-dessous les principes que nous privilégions dans nos cours de didactique.

1. Avoir recours à la verbalisation. 2. Avoir recours à la contextualisation. 3. Avoir recours à des représentations visuelles. 4. Avoir recours à la manipulation. 5. Utiliser les recours précédents pour donner du sens aux méthodes, formules, algorithmes, définitions, symboles, etc.
6. Avoir recours aux analogies pour faire comprendre et analyser une situation, une méthode, une formule…

[6] Ces exposés ont été mis en place en premier dans le cours *didactique de la variable et de la fonction* (cours de deuxième année). Nous traitons dans ce cours de sujets du deuxième cycle du secondaire, niveau qui pose certaines difficultés à la majorité des futurs enseignants.

[7] Les étudiants ont un premier stage d'observation à l'hiver, session durant laquelle ils suivent le cours de didactique 1. La session d'après les futurs enseignants vivent leur premier stage d'enseignement. Les exposés types visent à préparer les étudiants pour ce deuxième stage qui se situe en général au premier cycle du secondaire, la plupart des sujets retenus touchent ainsi ce niveau scolaire.

7. Construire des tâches en ayant recours à divers modes de représentation.
8. Favoriser des activités de traduction entre modes de représentation.
9. Provoquer les erreurs.
10. Provoquer des conflits cognitifs et socio-cognitifs[8].
11. Laisser à l'élève l'opportunité de découvrir lui-même ses erreurs.
12. Faire produire les élèves ; utiliser ces productions pour travailler dans les leçons.

Après avoir visionné la vidéo, une analyse est menée avec les étudiants autour des différents éléments de l'analyse conceptuelle travaillés *(préalables, raisonnements, automatismes, habiletés à développer, conceptions, erreurs et difficultés)* et des principes didactiques utilisés. Un deuxième objectif que nous poursuivons est celui de sensibiliser les étudiants au fait que chacun de ces exposés vise à donner du sens au concept mathématique traité. Nous misons ainsi sur la compréhension pour que les futurs enseignants et par là même les élèves donnent du sens à ce qu'ils font.

Il est ensuite demandé aux étudiants de s'approprier les idées véhiculées dans la vidéo et de les présenter ensuite à leurs pairs. Nous poursuivons ainsi un troisième objectif, celui de permettre à l'étudiant, futur enseignant d'acquérir de l'aisance à s'exprimer en action pour exposer à un public un sujet de façon dynamique. Ces idées nouvelles et articulées peuvent être reprises dans les stages et lors de l'enseignement régulier.

Un quatrième objectif est de développer la créativité chez les futurs enseignants de mathématiques, ces capsules présentant des pistes en ce sens à travers, par exemple, l'élaboration de matériel *(une corde et une feuille pouvant remplacer les outils géométriques conventionnels, compas, règle, équerre)*, les différentes utilisations du tableau et du rétroprojecteur, la façon de parler les mathématiques, la gestuelle utilisée et l'approche du concept de diverses façons.

Les *exposés types* constituent en quelque sorte une « boîte à outils » pour les étudiants. Pour mieux éclairer nos propos, nous allons présenter dans le prochain point un exemple d'un exposé à travers les différents éléments de l'analyse conceptuelle traités dans la vidéo. Avec le temps, nous en sommes venues à nous dire que cette analyse conceptuelle pourrait être distribuée aux étudiants, celle-ci pouvant les aider à mieux saisir les choix et les objectifs d'apprentissage ainsi que les intentions sous jacentes.

3. L'exposé type : un exemple

L'exemple que nous avons choisi de vous présenter ici porte sur les polygones et plus précisément sur la construction par pliage d'un hexagone régulier. Nous visons dans cet exposé à ce que les futurs enseignants et par là même les élèves développent l'habileté à visualiser les propriétés des figures sans avoir besoin de les apprendre.

[8] Les principes 9 et 10 visent à ce que les élèves révisent et même dans certains cas, rejettent leurs conceptions ou leurs stratégies.

Analyse conceptuelle (de référence) : sur les POLYGONES

Tâche : CONSTRUCTION D'UN HEXAGONE PAR PLIAGE
Connaissances :
La somme des mesures des angles intérieurs dans un triangle est de 180 degrés.
Définition d'un triangle équilatéral, isocèle, des polygones réguliers en particulier de l'hexagone, d'un angle plat.
Les sommets d'un polygone régulier sont inscrits dans un cercle.
Le centre du polygone régulier est le centre du cercle dans lequel il est inscrit.
Repérer les axes de symétrie dans un polygone régulier.
Si on a des côtés congrus, les angles associés à ces côtés sont également congrus.

Habiletés à développer :
Repérer le centre de l'hexagone sur la feuille en papier.
Subdiviser un angle en quatre angles congrus par pliage.
Reporter par pliage la mesure d'un côté sur un autre côté.

Intervention
L'intervention proposée dans la vidéo est guidée par deux principes didactiques, la verbalisation et la manipulation.

À ce stade de notre réflexion, nous sommes convaincues de l'importance de placer les futurs enseignants en action pour favoriser le développement de leur créativité mathématique. Les *exposés types* sont toutefois sujets à controverse dans le sein de l'équipe des didacticiens de l'UQAM qui remettent en question la portée de la reproductibilité de ces exposés par les étudiants. Nous souhaitons ainsi favoriser par cette communication une discussion autour des *exposés types* autour des différents points soulevés. Pour alimenter notre partage, nous prévoyons de passer un questionnaire auprès d'anciens étudiants de l'UQAM pour évaluer l'impact qu'ont eu ces exposés dans leur formation et de cerner les possibles retombées dans leur pratique.

De plus, nous prévoyons d'initier des élèves du secondaire à ces exposés en leur demandant dans un premier temps de visionner la vidéo sans l'entremise de l'enseignant animant par la suite une discussion autour des idées véhiculées. Dans un deuxième temps, nous chercherons à cerner l'impact de tels exposés dans leur apprentissage en leur demandant de faire une présentation devant leurs camarades. Nous chercherons ainsi à définir les apports de cet outil auprès des élèves du secondaire et des possibles pistes d'amélioration.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Online, Collaborative Mathematical Problem Solving: Researching Models, Potentials, and Constraints

Arthur B. Powell
Rutgers University, Newark, NJ, USA
Marcelo A. Bairral
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, Brazil
F. Frank Lai
Rutgers University, Newark, NJ, USA
Kate O'Hara
Long Branch High School, Long Branch, NJ, USA
Kevin Merges
Rutgers Preparatory School, Somerset, NJ, USA
Terence L. Wesley
West Side High School, Newark, NJ, USA

Workshop Proposal

We propose a hands-on workshop to engage mathematics education researchers and educators in an examination of a 21st-century model of mathematical activity in a virtual classroom. The online classroom activity is one in which students collaborate remotely in small teams to solve challenging, open-ended problems and to publish their solutions for inspection by other teams. We will explore pedagogical approaches, characteristics of mathematical challenges, and features of a virtual environment that promotes student agency and autonomy, building of mathematical ideas and heuristics, and development of mathematical reasoning. Moreover, we will question whether the mathematical activity can productively occur in contexts outside of the timeframes of school as well as beyond the physical environment of school. In the workshop, participants will reflect on the role of information and communication technologies in the development of mathematical creativity—ideas, heuristics, and reasoning—inside and outside actual classrooms.

Rationale

There are several reasons why we think this proposed workshop is timely. Resulting from the growth of information-based economies, many countries are experiencing an increased demand for individuals who know how to harness information and communication technologies (ICT) to collaborate and to identify and solve complex problems (Hepp K., Hinostroza S., Laval M., & Rehbein F., 2004; Reich, 1991). It is important for mathematics educators to acquaint students to environments and learning activities through which they develop abilities and dispositions that prepare them to transition into ICT-intensive careers. While significant research has been conducted on students' mathematical problem solving (e.g., Francisco & Maher, 2005; Owen & Sweller, 1985; Schoenfeld, 1985; Silver, 1994) and on Internet-based instruction (e.g., Lao & Gonzales, 2005; Pena-Shaff, Altman, & Stephenson, 2005; Wallace & Krajcik, 2000), with the exception of a few studies in the learning sciences (e.g., Chernobilsky, Nagarajan, & Hmelo-Silver, 2005; Hiltz & Goldman, 2005; Stahl, 2006b), little research has been conducted on Internet-based, collaborative problem solving in mathematics. Recent studies (Dillenbourg & Traum, 2006; Jermann, 2005; Muhlpfordt & Wessner, 2005; Soller & Lesgold, 2003) have reported on collaborative learning in multiple interactive spaces, but we have found no research that investigates how learners' use of these spaces contributes to their mathematical learning. In light of this gap, it is crucial for mathematics education researchers and educators to understand how students jointly construct mathematical ideas, heuristics, and reasoning within specifically-designed online environments.

Workshop Outline

The workshop will be divided into three parts, each lasting approximately 30 minutes.

Part I

In Part I, we will engage workshop participants in a "common" experience with a piece of mathematics and a specific technology. The participants will collaborate in small, virtual teams through an online environment—the Virtual Math Teams Chat (VMT Chat), a virtual environment developed under a grant from the National Science Foundation by researchers at Drexel University (Stahl, 2006a, in press)—to solve a challenging mathematics problem. (Participants may use their own laptop computers, and we will supply six laptops on which participants may work.) VMT Chat was specifically designed to support collaborative, mathematical problem solving by teams of individuals, working in chat rooms. Each room includes a shared, dynamic interactive whiteboard, text chat, and wiki. The aim of this portion of the workshop is to provide participants (1) an opportunity to become familiar with a virtual environment, VMT Chat; and (2) a context around which, in Part III, to engage in a grounded discussion of pedagogical, cognitive, and social questions about the potential of online, mathematical problem solving by students working collaborative from remote locations.

Part II

In this part of the workshop, to contextualize further the discussions for Part III, we present a model of mathematical activity in a virtual classroom. In doing so, we will introduce our emergent program of research—*e*Math—on small-group, collaborative problem solving in mathematics mediated by ICT. This research program brings together theories of communication and thinking as well as tools and perspectives of computer-supported, collaborative learning and mathematics learning to shed light on student agency and autonomy, building of mathematical ideas and heuristics, and development of mathematical reasoning. Our research team includes collaboration among university researchers in the US and Brazil, doctoral students, and classroom teachers.

Building on previous work (Bairral, Powell, & dos Santos, 2007; Powell & Lai, in press), our current study is longitudinal and investigates the online discourse of student participants from urban and suburban high schools, who by conventional measures are considered mathematically weak. Using VMT Chat, the students engage in solving sequences of open-ended problems from two strands of mathematics: combinatorics and social choice. Employing particular conceptual frameworks (Cobb, 2002; Gattegno, 1987; Powell, 2006; Schoenfeld, 1985; Sfard, 2008; Stahl, 2006a) and methodological tools (Bairral, 2007; Gunawardena, Lowe, & Anderson, 1997; Sfard, 2000, 2001), we seek to understand the mathematical learning that students jointly accomplish when problem solving in an online, interactive environment, by investigating:

1) how students manage the affordances and constraints of the VMT-Chat environment to collaborate as they engage in mathematical problem solving;
2) what mathematical ideas, heuristics, and reasoning students develop;
3) with minimal teacher intervention, how students articulate their emergent understanding of the problem task and coalesce as collaborative learners; and
4) how students use other teams' ideas, published in wikis, as they reconsider, expand, verify, and discuss their solutions.

We will illustrate that as a research tool, VMT Chat records and archives the set of chat text and whiteboard inscriptions from its three interactive spaces that comprise a chat-room session. These sessions are available as Java files that can be replayed with a player application (ConcertChat). The archived, viewable chat-room sessions are the data upon which analyses can be performed.

Part III

The final 30 minutes of the workshop will be devoted to audience small- and large-group discussion around the key questions of the workshop: how mathematical activity can productively occur in virtual contexts outside of the timeframes of school as well as beyond the physical environment of school; and reflection on the role of information and communication technologies in the development of mathematical creativity (ideas, heuristics, and reasoning). Finally, we will invite participants to suggest further research and instructional possibilities in collaborative, online mathematical problem solving.

References

Bairral, M. A. (2007). *Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância*. Rio de Janeiro: Edur.
Bairral, M. A., Powell, A. B., & dos Santos, G. T. (2007). Análise de interações de estudantes do ensino médio em chats [Analysis of high school students' online chat interaction]. *Educação e Cultura Contemporânea [Education and Contemporary Culture], 4*(7), 113-138.
Chernobilsky, E., Nagarajan, A., & Hmelo-Silver, C. E. (2005). Problem-based learning online: Multiple perspectives on collaborative knowledge construction. In T. Koschmann, D. D. Suthers & T.-W. Chan (Eds.), *Proceedings of CSCL 2005* (pp. 52-63). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Cobb, P. (2002). Reasoning with tools and inscriptions. *The Journal of the Learning Sciences, 1*(2&3), 187-215.
Dillenbourg, P., & Traum, D. (2006). Sharing solutions: Persistence and grounding in multimodal collaborative problem solving. *The Journal of the Learning Sciences, 15*(1), 121-151.
Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *Journal of Mathematical Behavior, 24*(3-4), 361-372.
Gattegno, C. (1987). *The science of education: Part 1: Theoretical considerations*. New York: Educational Solutions.

Gunawardena, C., Lowe, C., & Anderson, T. (1997). Analysis of global online debate and the development of an interaction analysis model for examining social construction of knowledge in computer conferencing. *Journal of Educational Computing Research, 17*(4), 397–431.
Hepp K., P., Hinostroza S., E., Laval M., E., & Rehbein F., L. (2004). Technology in schools: Education, ICT and the knowledge society. Retrieved 12 December 2006, from World Bank: http://www1.worldbank.org/education/pdf/ICT_report_oct04a.pdf
Hiltz, S. R., & Goldman, R. (Eds.). (2005). *Learning together online: Research on asynchronous learning networks*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
Jermann, P. (2005). *Task and interaction regulation in controlling a traffic simulation.* Paper presented at the International Conference on CSCL, Taipei, Taiwan.
Lao, T., & Gonzales, C. (2005). Understanding online learning through a qualitative description of professors and students' experiences. *Journal of Technology and Teacher Education, 13*.
Muhlpfordt, M., & Wessner, M. (2005). *Explicit referencing in chat supports collaborative learning.* Paper presented at the International Conference on CSCL, Taipei, Taiwan.
Owen, E., & Sweller, J. (1985). What do students learn while solving mathematics problems. *Journal of Educational Psychology, 77*(3), 272-284.
Pena-Shaff, J., Altman, W., & Stephenson, H. (2005). Asynchronous online discussions as a tool for learning: Students' attitudes, expectations, and perceptions. *Journal of Interactive Learning Research, 16*.
Powell, A. B. (2006). Socially emergent cognition: Particular outcome of student-to-student discursive interaction during mathematical problem solving. *Horizontes, 24*(1), 33-42.
Powell, A. B., & Lai, F. F. (in press). Inscription, mathematical ideas, and reasoning in VMT. In G. Stahl (Ed.), *Studying Virtual Math Teams*. New York: Springer.
Reich, R. B. (1991). *The work of nations: Preparing ourselves for 21st century capitalism*. New York: Knopf.
Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
Sfard, A. (2000). Steering (dis)course between metaphors and rigor: Using focal analysis to investigate an emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(3), 296-327.
Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics, 46*(1-3), 13-57.
Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge.
Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics, 14*(1), 19-28.
Soller, A., & Lesgold, A. (2003). *A computational approach to analyzing online knowledge sharing interaction.* Paper presented at the Artificial Intelligence in Education, Sydney, Australia.
Stahl, G. (2006a). *Group cognition: Computer support for building collaborative knowledge*. Cambridge, MA: MIT.
Stahl, G. (2006b). Supporting group cognition in an online chat community: A cognitive tool for small-group referencing in text chat. *Journal of Educational Computing Research, 35*(2), 103-122.

Stahl, G. (Ed.). (in press). *Studying virtual math teams*. New York: Springer.
Wallace, R. M., & Krajcik, J. (2000). Science on the web: Students online in a sixth grade classroom. *Journal of the learning sciences, 9*, 75-105.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

ARGUMENTATION COMME UN ÉLÉMENT DES ACTIVITÉS MATHÉMATIQUES

Filip Roubíček
L'institut des mathématiques de l'Académie des sciences de la République tchèque, Prague

La proposition pour un atelier est orientée en partie vers ces sous-thèmes de la conférence:

- *La résolution de problèmes et l'institutionnalisation des connaissances*
- *La créativité et les activités mathématiques*
- *La promotion des projets et la conception d'activités mathématiques*
- La recherche portant sur l'activité mathématique. La collaboration entre enseignants et chercheurs.

Introduction Les activités mathématiques faisant partie de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire consistent avant tout dans les problèmes et leurs solutions, mais également dans leur conception, dans la discussion mathématique permettant de résoudre le problème donné, dans la déduction des procédés ou des rapports, etc. Ces activités comprennent en général l'argumentation – les élèves justifient la démarche choisie par eux, prouvent l'exactitude du calcul ou de la réponse, expliquent leur manière de réfléchir. Les tâches de type: *Explique comment tu as procédé. Justifie ta réponse.* sont fréquemment introduits dans l'enseignement avec le but de vérifier dans quelle mesure l'élève comprend le problème donné et quel est le niveau de sa réflexion mathématique. Une reproduction exacte des connaissances et des savoirs ne permet pas de vérifier à quel point l'élève comprend les mathématiques (s'il sait réellement en quoi consistait le problème, quel a été le procédé choisi et pourquoi). Le niveau de compréhension des mathématiques par les élèves n'est évaluable que sur la base de leur argumentation.

Contexte et questions de recherche

- ***Comment les élèves communiquent-ils en classe de mathématique?***

La communication des élèves comprend de nombreux moyens d'expression spécifiques. Les élèves reprennent la langue conventionnelle de l'enseignant, tout en la transformant et la complétant par leurs propres moyens d'expression. Dans ce contexte, nous parlons de la „structure de la langue". La structure de la langue représente un ensemble de systèmes sémiotiques de représentation et un ensemble de règles régissant leur construction, interprétation et application. Les recherches actuelles démontrent que la qualité des structures de la langue représente un facteur clé de la compréhension mathématique, et ceci avant tout au cours de la scolarité. Les résultats de la recherche portant sur la communication des élèves lors de l'enseignement des mathématiques impliquent l'idée d'étudier les systèmes sémiotiques de représentation et les règles régissant leur construction, interprétation et application non plus séparément, mais globalement, comme des structures de la langue. Il est également important de considérer le contexte dans lequel les structures de la langue fonctionnent. C'est pourquoi il est souhaitable de mener des recherches sur les structures de la langue utilisées par les élèves pendant les cours réels.

- ***Quel est le rôle de la langue mathématique à la compréhension des mathématiques?***

La capacité d'argumenter est conditionnée par la connaissance des rapports existant entre les différentes connaissances mathématiques, mais également par la connaissance de la langue utilisée (terminologie et symbolique mathématiques). Il est typique de l'enseignement des mathématiques que la communication n'est possible que grâce à l'utilisation simultanée de plusieurs systèmes sémiotiques de représentation. Devlin (2003) affirme que ce sont les mathématiques qui, disposant de concepts, procédés et de symbolique appropriée, offrent de meilleurs moyens de décrire et d'analyser différents types de modèles abstraits et formels et de structures abstraites. Or, du point de vue de l'enseignement des mathématiques, cette affirmation n'est pas tout à fait évidente. La pratique de la classe démontre que c'est précisément la terminologie et la symbolique mathématiques qui représentent un obstacle à la compréhension des mathématiques par certains élèves. L'apprentissage de la terminologie et de la symbolique mathématiques est dans une large mesure comparable à l'apprentissage d'une langue étrangère. Non seulement la terminologie mathématique comprend de nombreux mots étrangers, mais certains mots connus du langage commun revêtent une autre signification dans les mathématiques.

- ***Pourquoi les élèves ne savent-ils pas porter à la connaissance leurs raisonnements?***

L'une des causes du faible niveau de la compétence de communication chez les élèves est le „conformisme scolaire" qui est donné par le fait que les enseignants invitent les élèves à reprendre des formules toutes faites, sans tenir compte de la forme spontannée de la communication de ces derniers (Hejný & Kuřina, 2001). C'est pourquoi les élèves ne forment pas leur propre représentation des connaissances et se contentent d'imiter les procédés utilisés par l'enseignant. Bertrand (1993) affirme que les problèmes que les élèves connaissent avec les mathématiques sont causés par l'incapacité de ces derniers de transformer les informations transmises par l'enseignant en leur propre système de représentation des connaissances mathématiques. D'une autre côté, l'acceptation de certaines conventions est tout à fait nécessaire à la communication en classe.

Trois méthodes diactiques menant à l'argumentation

- *La formation des problèmes et leur résolution*

La résolution de problèmes représente un élément typique de l'enseignement des mathématiques. Or, les didacticiens des mathématiques s'intéressent avant tout à la formation des problèmes qui, avec les solutions, représentent un moyen diagnostique efficace (Tichá, 2003). Sur la base d'un problème conçu par un élève, il est possible d'avoir un certain nombre d'indices sur sa compréhension des concepts et des rapports mathématiques donnés. L'argumentation au cours de laquelle l'élève explique le principe de la tâche (de la question) ou le procédé permettant de trouver la solution peut devenir partie intégrante de la conception des problèmes et de la recherche de leur solution.

- *L'interpretation des problèmes représentés par l'histoire*

D'autres occasions de développer l'argumentation sont offertes par des activités didactiques consistant à utiliser une histoire qui représente une situation mathématique donnée (Roubíček, 2006). Par „histoire" nous entendons ici un texte court, doté d'une ligne d'action simple et de la description d'une situation tirée de la vie réelle, qui comprend une idée mathématique valable.
Par exemple, dans l'histoire intitulée *Rue Zelená* (infra) il est décrit un problème géométrique concernant la position mutuelle de plusieurs lignes droites. L'histoire est ouverte, ce qui permet aux élèves d'interpréter à leur propre façon la situation décrite, mais en même temps cela les mène à réaliser la position mutuelle des rues clé. La géométrisation de l'histoire mène indirectement à la découverte de l'une des connaissances importantes de la géométrie euclidienne sur

les lignes droites parallèles et perpendiculaires. La tâche des élèves consiste à illustrer la situation géométrique donnée par un plan. Cela veut dire que les élèves doivent trouver dans le texte toutes les informations concernant l'emplacement des différentes rues et de distinguer les cas où la position mutuelle des rues est décrite d'une manière univoque et les cas où elle n'est pas claire. Ensuite, les élèves justifient leur interprétation de l'histoire.

Illustration 1 *Rue Zelená*

C'était un bel après-midi de samedi. Le soleil chauffait agréablement et les feuilles mortes frémissaient sous les pieds. Je me dépêchais de visiter Madame Květa. Elle habite rue Zelená, près de la station du tram. Elle m'a dit que je ne pouvais pas me perdre. En effet, je ne pourrais pas si le tram m'avait déposé là. Dans la rue Sadová, on réparait les rails et j'ai dû continuer à pied. J'ai tourné à gauche dans la rue Mechová, croyant avoir trouvé un raccourci. Or, la rue a soudain tourné dans l'autre sens. C'est pourquoi j'ai tourné à droite dans la rue Korunová. Je me suis arrêté au carefour suivant pour retrouver l'orientation. Je savais que je devais aller tout droit ou à droite. „Monsieur", m'a crié une voix d'en haut,"qu'est-ce que vous cherchez?" „Je cherche la rue Zelená", ai-je répondu à une femme qui regardait la rue des fenêtres de son appartement. „Eh bien, le chemin le plus court est par la rue Listová, ici à droite. La rue Zelená est perpendiculaire. Mais il vaut mieux éviter la rue Listová. Tous les habitants des environs y promènent leurs chiens. Moi-même, je vais toujours tout droit et puis je prends la rue Větrná. Celle-là est parallèle à la rue Listová..."

- *La reconnaissance des objets représentés par l'étude*

Il est également possible d'utiliser une étude géométrique sous forme de court dialogue faisant parler les formes géométriques personnifiées. La situation ne correspond pas à la vie réelle, mais elle ne représente pas non plus un texte purement géométrique. Les dialogues sont écrits de sorte à fournir des indices permettant de reconnaître les figures (solides) représentées. C'est pourquoi la description de leurs propriétés comprend également des métaphores et des comparaisons à des objets réels. Dans le cadre de la discussion, les élèves indiquent quelles figures (solides) ils ont identifiées et ils justifient leurs affirmations par des extraits du texte.

Illustration 2

La Sphère roulant se heurte contre le Cube immobile.

Cube Aïïe! Fais attention ! Tu ne vois pas que je reste ici ?

Sphère Mais si, je vois. Mais je ne sais pas m'arrêter.

Cube Je m'en suis apperçu.

Sphère Merci pour être installé ici si solidement. Enfin, je peux me reposer un peu.

Cube Je t'en prie.

Sphère Ah, je ne m'arrête nulle part pendant longtemps. Il suffit que quelqu'un me pousse ou le vent souffle et je suis obligée de partir ailleurs.

Cube Sois contente alors. Tu voyages. Moi, je ne visite rien. Je reste ou l'on me met.

Sphère Comme je serais contente de rester et de pouvoir choisir la face en plus. Mais bon, je n'ai pas de faces.

Cube Tu sais, j'aime beaucoup les « petits chevaux ». Je mets toujours mon costume à pois et je roule dans tous les sens. Sauf qu'après, j'ai mal aux sommets. Je ne suis pas fait pour un mouvement pareil.

Sphère Moi, je n'ai pas de problèmes comme ça. Je ne sais pas qu'est-ce que ça fait d'avoir des sommets ou des bords.
Cube *(éternuant)* Atchoum ! *La Sphère roule ailleurs*. Attends ! Où vas-tu ?
Sphère(criant de loin) J'aimerais savoir, moi aussi.

Les illustrations mentionnés ci-dessus ne couvrent pas toute l'étendue de cette problématique, mais montrent des possibilités pour le développement des savoirs communicatifs, mais aussi pour la motivation des élèves.

Projet de l'atelier

1) Quelques illustrations de l'argumentation des élèves et leur analyse
   a) L'argumentation comme un élément de la résolution des problèmes
   b) L'argumentation dans le cadre de communication orale
2) Quelques suggestions pour le développement de l'argumentation des élèves
   a) L'utilisation des histoires et des études
   b) La formation des textes avec des problèmes mathématiques
3) Le diagnostique du niveau de la compréhension des élève dans la pratique de la classse

Bibliographie

Bertrand, Y. (1993). *Théories contemporaines de l'éducation.* Otawa: ARC.
Devlin, K. *Jazyk matematiky. Jak zviditelnit neviditelné*. Praha: Dokořán, 2003.
Hejný, M. and Kuřina, F. (2001). *Dítě, škola a matematika: konstruktivisticé přístupy k vyučování (Child, School and Mathematics: Constructivist Approaches to Teaching).* Prague: Portál.
Roubíček, F. (2006). Les environnements didactiques et leurs rôles dans l'enseignement de la géométrie. In *Changes in Society: A Challenge for Mathematics Education (Proceedings of the CIEAEM 58),* pp. 306-310.
Tichá, M. (2003). Following the path of discovering fractions. In Novotná, J. (ed) *International Symposium Elementary Maths Teaching (Proceedings of SEMT ´03).* Prague: Charles University, Faculty of Education, pp. 17-26.

La contribution a été subvenue par les projets GAAV KJB700190701, GACR 406/08/0710 et AV0Z10190503.

Filip Roubíček
roubicek@math.cas.cz

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

DIDACTIC STRATEGIES FOR TEACHING MATHEMATICS USING WEB 2.0 TOOLS

Yolanda Campos Campos. ILCE and Teresa Navarro de Mendicuti

Background. This work applies the comprehensive humanistic approach to mathematics education using technological aids that the authors have been developing for basic education and teacher training since 1995. **Foundations.** One of the biggest impacts of this era is the Internet; this technology enables the creation of interactive cyberspaces that have changed the way we understand ourselves and produce within society. While the Internet offers many resources that we can use to support mathematics teaching strategies, here we focus on those that use a Web 2.0 or social Web approach, in which users are turned into active participants who share, collaborate, create knowledge, and contribute to the collective conscience.[9] Mathematics instructors can now make use of public galleries, free encyclopedias, the Google suite, social and educational networks, and countless possibilities for making sense of problems raised, sharing the quest for solutions, research and data capture tools, geometric design, graphing, simulations, and communication.

Teaching strategies. Below are some examples of free programs that conform to the Web 2.0 philosophy and that we have used in the development of teaching strategies: **Scratch** for projects that entail the need to plan and build simulations of fractals, designs, calculators, racing simulators, cartoons, and their use in robotics; these all can be shared via MIT's Web site.[10].

CMapTools for projects that require the organization of information and its presentation via hypermedia conceptual maps that are shared over an international network. **Google Earth** for projects that require solving problems that involve spatial location, geographic exploration, and estimation and calculation of distances between different geographic locations. **SketchUp** for 3D design and the exploration of geometric bodies, with the ability to alter measurements, shapes, positions, views, and colors. **Google shared spreadsheets,** which can be used to carry out collaborative projects that require calculation, graphing, and data organization. **YouTube** for making video channels that can be used to report on problem-solving processes and communicate strategies.[11] **Activities on the NASA Web site** for project involving decoding, number systems, motion simulation and measurement of the stars.

Teacher training. To ensure that teachers who deal with preschool, primary, secondary, and indigenous education in Mexico have the skills needed to design and implement the strategies mentioned, together with the ability to use basic software and creative applications, we are developing the distance learning Certificate Program "Design of teaching strategies for instruction in basic computer skills" at the Instituto Latinomaericano de la Comunicación Educativa [Latin American Institute of Educational Communication]; for this program we record telecourse seg-

---

[9] Gándara, Manuel (2006) Estrategias de uso de contenidos de calidad educativa. ILCE: Mexico City

[10] Freeware provided by the Massachussets Institute of Technology, MIT. http://scratch.mit.edu

[11] Applications offered by Google.

ments covering pedagogical approaches and computer tutorials. A workshop is offered, and there are also online independent activities as part of the Learning Management System, which ensure that teachers design meaningful strategies based on the project methodologies and following the comprehensive humanist approach to mathematics education. Research reports on the impact of this program are being prepared.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Transition secondaire-collégial dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques : une analyse des pratiques mathématiques développées à chacun des ordres d'enseignement

Claudia Corriveau, Université du Québec à Montréal

Les transitions entre différents ordres d'enseignement sont souvent vécues comme difficiles par les élèves. Or, dans le champ de la didactique des mathématiques, les travaux de recherche réalisés ont davantage porté sur un niveau donné (primaire, secondaire ou postsecondaire) et non sur l'articulation entre deux ordres

Une revue des travaux portant sur la transition secondaire-postsecondaire fait ressortir que celle-ci a été approchée principalement sous l'angle des contenus abordés au postsecondaire, mais aussi sous l'angle des nouvelles exigences en termes de preuves et de formalisme rencontrées à ce niveau. C'est donc indirectement que les phénomènes de transition ont été approchés, puisque la plupart des travaux faits entrent dans l'analyse du problème par le niveau postsecondaire seulement. Or, l'articulation entre deux ordres d'enseignement regarde évidemment les deux niveaux. Nous remarquons également la tendance à aborder les questions de transition du point de vue des difficultés des étudiants. Pour Gueudet (2008), l'existence des difficultés des étudiants est indicatrice d'un réel problème dans les transitions inter-ordres. Mais les étudiants ne sont pas les seuls concernés par ces difficultés et la recherche ne doit pas investiguer qu'auprès d'eux. Les enseignants ont également un rôle important à jouer, dans leurs manières de faire les mathématiques et d'approcher les contenus, dans le rapport qu'ils entretiennent aux mathématiques et qui guide leur enseignement, dans leur façon de reconnaître, appréhender et prendre en compte les manières de faire — héritées de l'ordre précédent — de leurs étudiants, dans les attentes qu'ils auront vis-à-vis ceux-ci.

Notre projet vise à identifier et caractériser les pratiques mathématiques développées au secondaire et au collégial, et à cerner les continuités et discontinuités qui marquent le passage d'un niveau à l'autre. Ce que nous entendons pour le moment par « pratiques mathématiques » renvoie à deux idées : 1) l'idée de *faire des mathématiques*, c'est-à-dire manipuler des objets et des structures mathématiques générales de la pensée, dans un effort d'abstraction et de rigueur et 2) l'idée de *manières de faire les mathématiques*, en se questionnant sur la façon dont on s'y prend pour généraliser, abstraire, construire des objets, théoriser, etc. Ces pratiques mathématiques traversent donc plusieurs domaines et pourraient être par exemple : les manières d'introduire et d'utiliser un symbolisme, la manière d'expliquer une démarche, d'argumenter, de valider un résultat, de résoudre un problème, la manière de construire les objets, de les décrire et de les définir, d'échafauder et de formaliser une théorie, pratiques dans lesquelles les élèves sont engagés sans en être nécessairement conscients. Notre hypothèse est que les difficultés liées à la transition relèvent plus des manières de faire les mathématiques, des implicites et attentes non formulées, qui différeraient chez les enseignants du secondaire et du collégial, que des nouveaux contenus ou de l'extension des contenus communs.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*, 237-254.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

CUBE SECTIONS CONSTRUCTION ACTIVITY FOR THE GREATEST UNDERSTANDING OF SOLID GEOMETRY AXIOMS

Miriam Dagan, Pavel Satianov
Sami Shamoon College of Engineering, Beer Sheva, Israel
pavel@sce.ac.il ; dagan@sce.ac.il

How can we organize the student's activity in a manner that will promote understanding of solid geometry axioms and stimulate interest in the subject? This is an essential question that concerns many mathematics teachers. One of the ways that has been used with our students and which we will describe in our presentation is based on the construction of the sections of a cube by planes. As we know from years of teaching practice it is difficult for many students to capture the abstractly formulated problem and to find interest in it without manual (not only pencil-paper) activity and real model demonstration. The roots of these cognitive difficulties lie in the complicated nature of the process of formation of abstract thinking, which requires step-by-step activity - from manual operation with the real objects to picture based action and further to abstract notions and theoretical understanding. In order to overcome these difficulties we must use some special models, which may be done without difficulty by any teacher, stimulating creative thinking of the students and rendering it possible to obtain the full knowledge of the subject being learned. We note that our approaches to the above problem are agreement with Galperin's theory about the phased formation of mental activity and Shepard's attitude toward psychological aspects of the studies of three-dimensional objects and mental actions connected with this process.

REFERENCES

Shepard R.N. , Metzler G. Transformational studies of the internal representation of three-dimensional objects. In: Theories in cognitive psychology. Ed. R. Losso Academic Press, 1974.
P. J. Galperin, "Psychology of reasoning and doctrine of the phased. forming of the mental activity.- Thinking researches in the Soviet psychology . Moscow, 1966.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Parents' involvement in mathematics teaching and learning. The Catalan Giant' Tale.

Díez-Palomar, J. Department of Mathematics Education and Sciences Universitat Autònoma de Barcelona (Spain) Javier.diez@uab.cat	Garcia Wehrle, P. Department of Mathematics Education and Sciences Universitat de Barcelona (Spain) Paloma.garcia@ub.edu	Montanuy Fillat, M. Department of Mathematics Education and Sciences Universitat de Barcelona (Spain) mmontanuy@ub.edu

Introduction

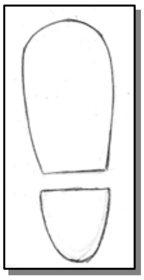
In this paper we present a poster drawing on one of the mathematical activities that belong to the "Workshops of Mathematics for Families" carried out in an elementary school from Catalonia, during 2008.

Theoretical Framework

The experience that frames the activity presented here draws on two theoretical approaches: family training in one side, and dialogic learning in the other side. We draw on the contributions from previous researches that highlight the importance of parent involvement in their children mathematics education as a resource to solve conflicts that occur when parents, teachers and students use different strategies to solve the same mathematical activities. In addition, these studies also provide evidences that parents also want to learn mathematics as a personal interest. In that sense we want to highlight the contributions grounded on the dialogic learning approach (Flecha, 2000) applied to adult learners. The "Workshops of Mathematics for Families" (WMF) used this learning approach to promote the mathematics teaching and learning.

The tale of the Catalan Giant

In Catalonia there is a traditional tale that relates the story of a giant living in the countryside. "Once upon a time, a wicked man kidnapped a princess. He locked up the princess in a prison, located inside the walls of Barcelona. Many people tried to save the princess, but the strength of the wicked man made impossible to release her. The kind, sad because the situation of his daughter, heard the reputation of a giant whose force was unrivalled. The kind ordered to call this giant, looking for help. The giant, in the way to Barcelona, stopped to have a rest. He saw a pine, and he pulled it off and used it as a stick to help him reach Barcelona. Then, already in Barcelona, he fought with the wicked man and he won him. Then, the giant liberated the princess. Back to his home, the giant went to have a nap along the road. He lied down and he became the mountains that lines Barcelona". The activity proposed in the WMF was how to figure out the height of the giant from a footprint draw in a big sheet of paper (A3). This activity was grounded on Freudenthal's



idea of how to work on proportional reasoning. He used to draw a handprint in the chalkboard (in his conferences), and then he used to ask the audience how big would be the giant owner of that handprint. Also, in MAPPS conference (*Math for Parents*) held in Tucson, 2004, a research project lead by Dr. Civil in USA, a similar activity was proposed to the audience (parents, teachers, professors, and students), using a footprint to provoke the same kind of reasoning. Drawing on these experiences, we proposed the same activity, in other context, Catalonia, in an elementary school, placed in a working-class neighbourhood, with high rates of immigration.

Findings

Next table summarizes the main findings of this activity:

1) To measure the dimensions of the footprint (height x width)	a) "Three rule"
2) To measure the dimensions of somebody else's footprint.	b) Ratio between somebody else' footprint and giant footprint
	c) Average ratio of all people' footprints and then giant footprint.

References

Flecha, R. (2000). *Sharing words.* Maryland: Rowman & Littlefield.

Acknowledgements

Data presented in this poster session belongs to a research project ARIE, funded by the Catalan Government (AGAUR), number of reference: 2007/ARIE/00026. We want also to thank you Dr. Civil and CEMELA's research centre work with families, as well as EMiCS research centre in Barcelona.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Analyse sur la résolution de problèmes non routiniers basée sur l'utilisation de différentes représentations

Sarah Dufour
Université du Québec à Montréal

Le concept de dérivée et de limite est vu pour la première fois dans les cours de calcul différentiel au cégep. Je me suis souvent demandé si les étudiants comprenaient vraiment les notions vues dans ce cours ou s'ils se contentaient d'apprendre par cœur différentes règles de dérivations. Dans le cadre d'un cours d'analyse des apprentissages des élèves en mathématiques, j'ai donc voulu vérifier si des étudiants qui ont réussi un cours de calcul différentiel étaient capables de résoudre des problèmes non routiniers.

Je me suis basée sur une expérience de ce type qui a déjà été faite par Selden, Mason et Selden (1989). Les chercheurs avaient passé un test de cinq problèmes non routiniers à un groupe d'étudiants moyen en calcul différentiel. Ils n'avaient obtenu aucune bonne réponse. Suite à cette expérience, Eisenberg et Dreyfus (1991) ont émis l'hypothèse, d'un point de vue général sur l'apprentissage du calcul, que ce serait la résistance à la visualisation des étudiants qui les empêcherait de résoudre de tels problèmes. C'est dans cette optique que pensons qu'un problème non routinier à besoin d'un processus de visualisation à la manière que Zimmermman et Cunningham (1991) l'ont défini. J'ai adapté cette définition pour montrer ce que j'entends par problème non routinier. Ensuite, dans mon étude, j'analyse les résultats à l'aide d'une grille inspirée de celle de Hitt, Guzmán et Páez (2001) qui est basée sur la théorie des représentations de Duval.

Afin de répondre à mon questionnement, j'ai analysé les réponses au test de cinq problèmes non routiniers de Selden et al. (1989) que j'ai fait faire à un groupe de 20 étudiants inscrit dans un programme universitaire pour devenir professeurs d'enseignement secondaire en mathématiques. Ces étudiants ont réussi un cours de calcul différentiel dans leur cours pré universitaire et ont même revu la matière en jeu dans le test dans le cadre du cours d'introduction à l'analyse.

Finalement, les résultats sont intéressants. Ils démontrent que 27 solutions sur les 100 recueillies ont mené vers une bonne réponse au problème. Par contre, seulement 11 ont été jugées satisfaisantes selon la grille d'analyse basée sur la théorie des représentations. En effet, on conclut que les étudiants ont beaucoup de difficultés à résoudre des problèmes non routiniers et à faire la conversion et l'articulation entre différents modes de représentations.

Références

Duval R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 5(1993) 37-65.

Eisenberg T. & Dreyfus T. (1991) On the Reluctance to Visualize in Mathematics. *In Visualization in Teaching and Mathematics* (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA Series. USA.

Hitt F., Guzmán J. & Paéz R. (2001). Que signifie être compétent dans une théorie des représentations des concepts mathématiques. *Actes du Colloque Annuel du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec*. Montréal, Canada, pp. 173-187.

Selden J., Mason A. & Selden A. (1989) Can Average Calculus Students Solve Nonrutinier Problems? *Journal of Mathematical Behavior*, 8 (1989) 45-50.

Zimmermann W. & Cunningham S. (1991) What is Mathematical Visualization?. *In Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (Zimmermann W. & Cunningham S. Editors), MAA, No. 19.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

MAking mathematics teachers mobile MA²ThE TE AMO: A european project[12]

F. Favilli
A. Ulovec, Ch. Brunner, A. Brychta[1)], J. Novotná, M. Hofmannová[2)], B. Loetzfeldt, A. Jäpelt[3)], Y. Alvez, J.-F. Chesné, M.-H. Le Yaouanq, B. Martucci[4)], F. Favilli, R. Peroni[5)]
[1)] University of Vienna, Austria; [2)] Charles University in Prague, Czech Republic; [3)] University College Lillebaelt, Skaarup Seminarium, Denmark; [4)] University of Paris 12 - IUFM Créteil, France; [5)] University of Pisa, Italy;

The project focuses on promoting mathematics teachers mobility by enhancing their confidence in their language competence and thereby reducing their reluctance to be mobile. A innovative aspect of the project is that, based on the analysis of the answers of a questionnaire on teaching mathematics in a foreign language, mathematicians and linguists prepared a few teaching units to be discussed with teachers and student teachers. Two teachers (one in-service, one student teacher) from each country were prepared, linguistically and interculturally, to go abroad and teach the units using one of the selected foreign languages as the medium of instruction. Through piloting of the teaching units, teachers were made aware that in spite of the fact that mathematical language seems to require a rather limited vocabulary, it is all the same necessary to develop communicative competence in order to implement teaching based on an interactionist didactical approach. During the preparation of their teaching abroad activity, teachers and student teachers had the opportunity to consider that, during their lessons, they needed to use three languages that interact in an overt or covert way and influence each other: the learners' mother tongue (L1), a foreign language (L2) spoken by the visiting teacher and the language of mathematics (L3). Teachers were, therefore, asked to reflect on the great importance of making use of a plain (for L1), easy (for L2) and, at the same time, precise (for L3) linguistic approach to the mathematical communication in the classrooms they were to visit.

The poster presents, in graphical and pictorial format, findings from the teaching abroad activities.

The contribution presents interim results gained from the Socrates Comenius 2.1 project: 129543-CP-1-2006-1-IT-COMENIUS-C21.

[12] The contribution presents interim results gained from the Socrates Comenius 2.1 project: 129543-CP-1-2006-1-IT-COMENIUS-C21.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

The formation of geometrical terms

Katalin Földesi
Mälardalens Högskola Eskilstuna - Västerås , Sweden – The University of Debrecen , Hungary

It was almost two years ago that I, in the context of a geometry course that nearly ended in scandal, arrived with the help of my supervisor at the theme of my research: the formation of geometrical terms. The participants of the course were college students who were not majoring in mathematics, and who would, after finishing their studies, teach at a daycare center or years one to six in a primary school. On the written exam at the end of the course, they reached results that were above expected on solving simple mathematical problems, while their answers to questions about geometrical terms showed a low level of understanding.

When researching about how to teach geometry, people often refer to the results of the Dutch researcher P. van Hiele. Influenced by his own geometry teaching and an exceptionally inspiring professional environment, he worked out a 5-level model that describes the maturity of geometrical thinking, along with some fundamental properties. Using this model a very successful and comprehensive reform was carried through in the then Soviet mathematics teaching under the supervision of professor Piskalo. In 1982, a couple of years after the model became widespread, Z. Usishkin published a test, which determines what level of geometrical understanding a student is at. After a brief introduction of this test, I would like to present some important research results.

The first group to take the test were 8 students majoring in mathematics. After that, 70 more students, who do not major in mathematics, took the test at the beginning and at the end of the geometry content of a mathematics course, enabling me to compare and analyze their results using the SPSS-Syntax software. Do their results show a significant change resulting from but a few weeks of geometry studies?

The next step in this research will be the formation of the geometry-related syllabus of the next course based on available literature, research results and my own teaching experience.

I am also seeking answers to whether Usishkin's test had been used earlier in Swedish mathematical dedactics teaching, and if so, what were the results?

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

On pros and cons of Bilingual Mathematical Education.

Serge HAZANOV
PhD, Associate Professor,
Head of Mathematics Department,
International School of Geneva LGB, Switzerland
sergei.hazanov@ecolint.ch

ABSTRACT

What are benefits, disadvantages and challenges related to the language of instruction for teaching mathematics? Should there be streaming of mathematics classes and if yes since what age? How much mathematical rigour is necessary in High School courses? How does the cultural heritage of English and French students improve or complicate teaching of mathematics in International context? What is mathematical literacy for Anglo-Saxon and for French students? What is the golden ratio in combining deductive and inductive methods in mathematical education? Could mathematical text-books and examination scripts be automatically translated from one language into another? What is the role of international mathematical contests in mathematical education? Are the comparisons of different national systems relevant? What is international mathematical education and international mathematical Curriculum? What is the input of the International Baccalaureate Program?

These and other similar questions and problems are discussed on the example of International School of Geneva that has a long-term experience of bilingual teaching mathematics in English and in French on the basis of the same Syllabus, with students authorized to choose and if necessary to change their language of instruction. This 3 year cycle (ages 13 to 16) takes students to a two year IB Diploma course, usually offered in two languages, English and French, and if there is demand, also in Spanish.

The study data accumulated during 10 years period on a sample of about 1000 students of 50 nationalities permits to draw certain interesting conclusions to be shared with the participants of the Forum of Ideas.

RESUME

Quelles sont les atouts, les désavantages et les défis liés à la langue d'instruction en enseignement des mathématiques ? A-t-on besoin de différents niveaux dans les classes de mathématiques et si oui, à partir de quel âge ? Quel niveau de rigueur a-ton besoin en classe de maths au niveau de Lycée ? Comment l'héritage culturel des étudiants anglophones et francophones améliore ou bien complique l'enseignement des mathématique dans le contexte international ? Que signifie la notion de savoir-faire mathématique au niveau de Lycée pour les élèves Anglo-Saxons and Français ? Quel est le nombre d'or pour combiner les méthodes inductive et déductive en éducation mathématique ? Peut-on traduire automatiquement d'une langue à aune autre des manuels et des examens mathématiques ? Quel est le rôle de compétitions internationales en enseignement de mathématiques ? Est-il approprié à comparer les différents systèmes natio-

naux ? Qu'est enseignement international de mathématiques et curriculum international de mathématiques ? Quelle est la partie du Baccalauréat International ?

Ces problèmes ainsi qu'un nombre d'autres sujets similaires sont discutés sur la base des données obtenues à l'Ecole International de Genève qui possède une expérience de longue durée en matière d'enseignement bilingue de mathématiques en Anglais et en Français, ceci suivant le même Curriculum, avec les étudiants autorisés de choisir librement et de changer

en cas de nécessité leur langue d'instruction. Ce cursus de 3 ans (âges de 13 à 16 ans) mène les étudiants vers le Programme du Diplôme du IB offert d'habitude en deux langues (Anglais et Français) ainsi qu'en Espagnol en cas de demande.

Les données de l'étude menée pendant 10 ans sur l'échantillon de 1000 étudiants de 50 nationalités permettent d'en tirer des conclusions intéressantes pour être discutées dans le Forum des Idées.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Introduction à la preuve en classe de 6ième année primaire

Isabelle Lemay, étudiante à la maîtrise en didactique des mathématiques sous la direction de M. Stéphane Cyr. Institution : UQAM

L'introduction des élèves à la rédaction de preuve lors de l'enseignement de la géométrie à l'école secondaire est source de nombreuses difficultés (Tanguay, 2006; Houdebine, 1990). L'une des difficultés rencontrées par les élèves est causée par la rupture entre la géométrie faite à l'école primaire et celle faite à l'école secondaire (Balacheff, 1987; Coppe, Dorier & Moreau, 2005). En effet, il est coutume qu'à l'école primaire la géométrie se résume à de la géométrie pratique. Plus précisément, on demande à l'élève d'observer des figures, de faire des constructions à l'aide d'instruments de géométrie, ainsi que de travailler avec la mesure. Tandis que du côté de l'école secondaire, la géométrie enseignée est la géométrie déductive. L'élève doit se détacher de la figure en tant qu'objet pour se concentrer sur les propriétés représentées par la figure afin de déployer un raisonnement déductif et de produire des preuves. Pour faciliter le passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique lors du début de secondaire, nous pensons que l'introduction à la géométrie déductive doit se faire dès le troisième cycle de l'enseignement primaire. Lors de notre recherche, nous avons construit des activités de géométrie afin de faire le pont entre les deux géométries. Ces activités ont été expérimentées dans deux classes de 6e année au printemps 2009. Nous présentons les grandes de ces activités ainsi que les résultats préliminaires obtenus.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
“Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)”, Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Difficultés et conceptions liées à l'apprentissage de l'intégrale impropre au niveau collégial

Radhouane Rajhi
Université du Québec à Montréal
Radhouane.rajhi@uqam.ca

Un moyen pratique pour illustrer l'intégrale impropre au niveau collégial (17 à 19 ans) est l'outil graphique, particulièrement l'utilisation de l'aire d'une surface plane. Ce moyen peut suggérer une réponse qui sera validée par la suite par le calcul algébrique de l'intégrale impropre. À savoir, le point le plus important est de former et de consolider les conceptions correctes chez l'étudiant liées à l'intégrale impropre. Une expérimentation auprès des étudiants de sciences humaines et de sciences de la nature du collège Gérald Godin à Montréal (étude pré universitaire) a été conduite. Celle-ci portait sur les erreurs et les difficultés des étudiants sur l'intégrale impropre dans le cours Calcul intégral. On a trouvé plusieurs difficultés chez les étudiants, les plus importantes observées touchent l'utilisation de l'approche graphique particulièrement lorsqu'elle suggère un résultat en contradiction avec le calcul en utilisant la primitive et la limite. Cette difficulté a été observée auprès de six élèves de sciences de la nature sur 25 qui ont exprimé leur inquiétude sur leur calcul de $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^3}\,dx$ en utilisant les deux registres : graphique et algébrique. Une autre difficulté apparaissait lorsqu'on demande de calculer $\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^k}\,dx$ où $k \in R$. Seulement trois élèves sur 25 ont réussi cette question. Les étudiants ne s'adaptent pas aux nouvelles situations, ceci fait penser que le concept d'intégrale impropre n'est pas assez compris dans le registre algébrique et graphique. Ainsi, nous concluons que faire des calculs algébriques ou graphiques dans l'enseignement de l'intégrale impropre au niveau collégial n'est pas suffisant pour que l'étudiant assimile bien cette notion très utilisée par la suite dans la convergence des séries numériques. Par conséquent, il est important de créer des exercices qui portent sur quelques intégrales impropres qui encouragent la réflexion et qui présentent certaines difficultés qui sont susceptibles de provoquer des discussions en classe.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

THE USE OF PROJECTS IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

Petra Švrčková, Ph.D. student
Charles University in Prague, Faculty of Education
ACKNOWLEDGEMENT. The contribution was financially supported by grant GAUK No. 102807.

The text briefly describes project work and focuses especially on teaching mathematics at lower secondary schools (pupils from 10 to 15 years old). The project work is presented as one of the tools of implementing innovative teaching approaches currently promoted in the Czech Republic by a new school reform.

The poster is focused on practising teachers of mathematics and projects used in their mathematics lessons. It brings a short characterisation of a pupil project and some examples of projects.

Thanks to a series of courses for practising teachers organized by the Department of Mathematics and Mathematical Education, the Faculty of Education (within ESF programme) we gained 89 seminar works written by the participants that were dealing with projects.

We used these works to find out answers to the following questions:

- How are the projects and project teaching grasped and used by practicing teachers?
- What is the role of projects in school mathematics?
- Which types of projects are mostly used?
- Is some new piece of knowledge gained?
- How are the projects/pupils evaluated?
- Which ways of work are preferred?
- What is the common character of the projects (open or closed tasks)?
- How do teachers work with the assessment of their pupils?

The answers to our questions are based on 89 reports written mostly by in-service teachers from the lower secondary and elementary school.

The poster also contains several pictures with the results of pupils' work.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

CLIL as a Challenge for Mathematics Teacher Trainees.

Lenka Tejkalová

Content and Language Integrated Learning (CLIL) is an educational trend of growing influence within the European curricula. CLIL refers to situations where a content subject or its part is taught through the medium of a foreign language (Pavesi et al., 2001). However, one of the major issues CLIL struggles with is the question of who should actually teach a CLIL lesson.

This paper presents a framework of an ongoing CLIL-teacher training project carried out by the Department of Mathematics and Mathematical Education together with the Department of English Language and Literature at the Faculty of Education at Charles University in Prague.

In the Czech Republic, future secondary-school teachers typically specialize in two subjects, which seemingly allows them to qualify for the dual demands of CLIL. Novotná, Hadj-Moussová and Hofmannová (2001) point out a complex set of desired CLIL-teacher's professional competences. Practice shows that independent teacher-training in language and content subjects is usually not sufficient for teacher-trainees to effectively achieve intrinsic integration of the three components of CLIL: content, language and cognition.

The pre-service teacher training course in CLIL has been running since 1999. In conformity with CLIL philosophy of integration, students in the Master programme of all combinations may enrol. Unlike in the specific Didactics of Mathematics courses, students of Mathematics can thus profit from observing strategies used in different subjects, and also work with a "non-mathematicians" audience, which is closer to the classroom reality.

This course is provides the students with hands-on experience with CLIL practice, the dominant strategy being employing CLIL principles (see e.g. Mehisto et. al., 2008) when teaching about CLIL, and drawing students' attention to employment of said principles throughout the course. Students continually reflect not only on the materials presented, but also on the course of the training unit itself. This duality further develops in the latter part of the course, when they design their own CLIL lesson: they also peer-teach the lesson and immediately after that, a guided collective reflection takes place. The teaching session is videotaped and the students write a detailed self-reflection based on the recording.

A database of student portfolios (containing the individual reflections, all materials connected to the peer-teaching session, and detailed self-reflection together with the course supervisors feedback and evaluation) is created and re-used in teacher training. This database will also become one of the sources of an intended handbook for Czech CLIL teachers, to which the project is routed.

References:

Mehisto P., Frigols M. J., Marsh D. (2008). Uncovering Clil: Content And Language Integrated Learning And Multilingual Education. Oxford: Macmillan Education.

Novotná, J., Hadj-Moussová, Z., Hofmannová, M. (2001). Teacher training for CLIL – Competences of a CLIL teacher. In: Novotná, J., Hejný, M. (2001) Proceedings. International Symposium Elementary Maths Teaching, SEMT '01.

Pavesi, M. et al. (Eds.) (2001). Insegnare in una lingua straniera. Milan, Italy: M.I.U.R.

The paper was supported by research grant GAUK 1353/2009/A-PP/PedF.

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
“Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)”, Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Software for Mathematics with Numbers in Colour

Ian Benson

The author reports on the design of software to support K-4 algebra (Gattegno, 1962). The software system is deployed in classrooms with interactive white boards and through the world wide web.

We report how we use the web to prototype teaching aids, and the roles played by young people, parents, teachers and head teachers in system development. We find that algebra is an appropriate framework for very young pupils to represent, reason and communicate about mathematical objects, their properties and relationships. We report on how this awareness is perceived by Piaget and Papert.(Piaget et al., 1992)

We compare the work of a cohort of young people who follow the Piaget inspired Primary Mathematics Strategy in the UK with the work of a cohort who have studied Gattegno's material in their early years, with and without our software support. **The UK Government is consulting on abandoning the Primary Strategy in its recent White Paper** (DCSF, 2009).

We show how Gattegno's approach can serve as a modern specification method for an open software system. And we illustrate how the system is presented to the learners.[1].

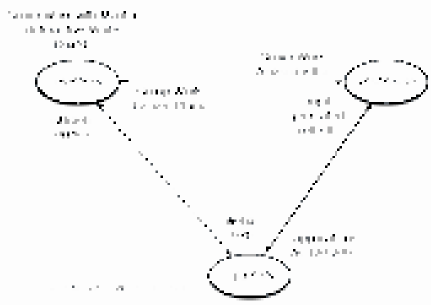


Figure 1. Morphisms and Categories in algebraFirst™

[1] icons copyright their respective owners

http://stanford.edu/~ibenson

Figure 2. Presenting algebraFirst^{TM}to the learners

References

Caleb Gattegno : Mathematics with Numbers in Colour, Educational Solutions, Reading, 1962

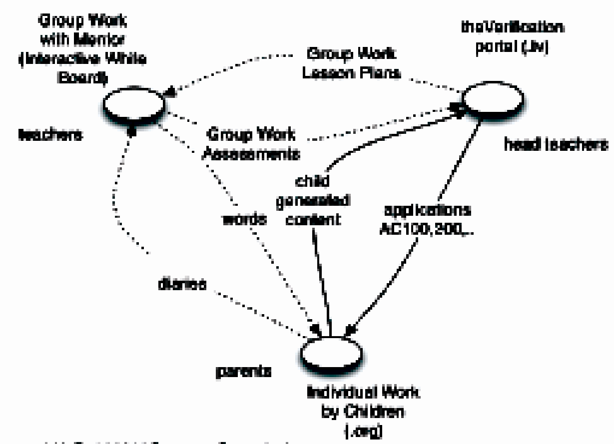
Jean Piaget, Gil Henriques, Edgar Ascher : Morphisms and categories : comparing and transforming translated from 'Morphismes et categories' preface by Seymour Papert, L. Erlbaum Associates, New Jersey, 1992

21st Century Education, 2010 `http://tizard.stanford.edu/groups/sociality/weblog/110c1/attachments/f1fb1/21st_Century_Schools.pdf`)

Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009
"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.
G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

Software for Mathematics with Numbers in Colour

Ian Benson PhD
Research Scholar, Stanford University Computer Science Department,
Visiting Professor, Kingston University, Faculty of Computing, Information Systems and Mathematics
ian.benson@cs.stanford.edu



The author reports on the design of software to support Gattegno's "Mathematics with Numbers in Colour."

The software system is deployed in classrooms with interactive white boards and through the world wide web.

We report how we use the web to prototype teaching aids, and to role play work carried out by young people, parents, teachers and head teachers.

We adapt Gattegno's approach to early algebra and find that, with few changes, it can serve as a modern specification method for an open software system.

We compare the work of a cohort of young people who follow the UK National Curriculum in Mathematics with the work of a cohort who have studied Gattegno's material in their early years, with and without this software support.