



Quelques apories du culturalisme et de l'individualisme dans l'enseignement des mathématiques

Bernard Sarrazy

Laboratoire LACES (EA 4140)

Equipe Didactique et d'Anthropologie des Enseignements des Sciences et Techniques

Université Victor Segalen Bordeaux 2. France.

Introduction

Un des problèmes majeurs de l'enseignement des mathématiques tient au triple fait que

- 1) Les mathématiques, comme discipline, sont universelles : le théorème de Fermat est universellement vrai ;
- 2) L'enseignement est une pratique sociale générale : le professeur enseigne aussi bien les mathématiques que la biologie et semble en apparence faire la *même* chose ;
- 3) Mais l'enseignement des mathématiques pose des problèmes spécifiques qui ne peuvent pas résoudre par modèles généraux de l'enseignement.

Aussi, un des défis qui pose aujourd'hui à l'enseignement des mathématiques est la reconnaissance de cette spécificité et la manière d'envisager l'articulation entre les dimensions spécifiques (didactiques) aux dimensions génériques (pédagogiques, anthropologiques). A quoi tient cette difficulté ? Quels changements dans la société ont contribué à cette dilution des problèmes spécifiques dans des problèmes généraux ?

Deux idées seront ici avancées :

La première est celle de la place qu'a pris l'individualisme à la fois dans les préoccupations didactiques et pédagogiques des professeurs et des formateurs ; apparu avec le libéralisme politique dans les années 80, il a conduit à privilégier les modèles développés en psychologie cognitive (centrés sur un sujet « déculturalisé ») qui ont largement influencé les pratiques des professeurs.

La seconde idée est liée aux usages épistémologiquement anarchiques des travaux psychologiques (notamment la psychologie cognitive) ; en effet, la psychologie, de part son objet d'étude (les modes de fonctionnement du sujet, la description et la formalisation des procédures et des stratégies de résolution...), a laissé croire à la possibilité d'enseigner les moyens de transférer les connaissances – cette tendance s'est manifestée dans beaucoup de disciplines mais plus particulièrement en mathématiques eu égard à leur caractère formel et leur dimension algorithmique. L'absence de réflexion sur le statut épistémologique des modèles (descriptif, explicatif ou causal), a conduit à assimiler à tort selon moi, ces modèles de l'activité « mentale » de l'élève à ce qu'il fait (ou devrait) effectivement faire. Cette confusion a engendré deux écueils :

1. à démathématiser partiellement l'enseignement par l'introduction dans les programmes de l'enseignement de stratégies méta-cognitives, par exemple ;
2. au masquage d'un des problèmes majeurs de l'enseignement : la prise en compte par les professeurs des rapports entre une règle (un algorithme, par exemple) et son usage dans diverses situations.

Nous soutiendrons ici la thèse suivante : *plus on cherche à enseigner à apprendre aux élèves, moins on leur enseigne ce qu'ils doivent apprendre, et moins ils apprendront ce qu'ils doivent savoir*. En effet, l'élève doit apprendre l'*usage* (autrement dit le sens) de ce que le professeur lui enseigne pour traiter des problèmes nouveaux et non la description formelle de cet usage ; en d'autres termes, ce n'est pas l'énoncé formel de la règle que le professeur attend mais bien son usage contextualisé.



Quels changements de la société ont conduit à des transformations des pratiques d’enseignement ?

Tout système régulier, permanent, administratif, dont le but sera de pourvoir aux besoins du pauvre, fera naître plus de misères qu’il n’en peut guérir, dépravera la population qu’il veut secourir et consoler, réduira avec le temps les riches à n’être que les fermiers des pauvres.

Alexis De Tocqueville, *Mémoire sur le paupérisme*

Cette citation illustre assez bien un des aspects du paradoxe que je souhaite ici présenter à propos de l’enseignement. On peut en effet constater que depuis la fin des années 60, période durant laquelle se sont révélés avec force la question des inégalités scolaires et du sort que l’Ecole réservait aux enfants les plus socialement démunis, que toutes les mesures qui ont visé à les réduire, comme par exemple la pédagogie compensatoire, née aux USA avec le célèbre plan Johnson, pédagogie, consistant à donner plus à ceux qui ont moins, ou, la pédagogie différenciée (consistant à donner différemment selon les élèves, selon leurs caractéristiques) que ces mesures, pour très égalitaristes qu’elles soient dans leurs visées, n’ont pas permis de réduire les inégalités qu’elles prétendaient pourtant réduire. Elles ont même abouti à des effets contradictoires : nombreux sont les travaux qui ont montré que si le niveau moyen de connaissance des élèves n’a pas baissé, en revanche les bons élèves sont devenus bien meilleurs qu’ils n’étaient et, malheureusement le niveau des plus faibles a significativement baissé !

J’illustrerai le second changement par une citation d’un philosophe français, Émile Chartier, plus connu sous le nom de « Alain ». Elle préfigure la critique que je ferai d’un certain usage de la psychologie dans le champ scolaire qui a conduit, entre autres, à focaliser l’attention des professeurs sur d’éventuelles caractéristiques personnelles, psychologiques, sociales ou culturelles des élèves, caractéristiques dont ils devraient tenir compte dans la manière de concevoir et de conduire leurs enseignements. Voici ce que Alain déclarait il y a maintenant près d’un siècle :

Vous dites qu’il faut connaître l’enfant pour l’instruire ; mais ce point vrai ; je dirai plutôt qu’il faut l’instruire pour le connaître ; car sa vraie nature, c’est sa nature développée par l’étude des langues, des auteurs et des sciences. C’est en le formant à chanter que je saurai s’il est musicien.

On mesure ici la distance qui nous sépare aujourd’hui de cette conception républicaine d’une Ecole portée par la volonté intégrative des différences sociales et culturelles, allant même, dans ses principes, jusqu’à nier, en apparence du moins, les particularismes de toutes sortes, une sorte d’« indifférence aux différences » pour reprendre ici une célèbre formule du sociologue français Pierre Bourdieu. On peut aussi voir dans cette citation un bel hommage à l’enseignement comme exigence que toute société devrait se donner à l’égard des jeunes générations, bel hommage aussi à la culture comme condition d’accès à l’humanité ! Et ce qui est vrai de la musique, l’est tout autant pour les mathématiques : c’est fondamentalement notre appartenance à une culture, au plein sens anthropologique du terme, qui devrait guider notre manière d’enseigner aux élèves qui, au-delà mêmes de leurs différences de classes ou leurs différences personnelles, devront tout au tard adopter ces manières de penser et d’agir propres à ces corps disciplinaires : les manières de raisonner ou d’argumenter chez les mathématiciens n’ont en effet rien de commun avec celles qui ont cours chez les biologistes, les physiciens ou encore les linguistes... sans parler bien évidemment des poètes qui ne raisonnent pas – en tout cas pas au même sens que les mathématiciens.

On voit bien comment les conditions par lesquelles les élèves pourront s’approprier ces manières d’agir ou de penser ne peuvent être que spécifiques aux savoirs à transmettre et indépendantes, *a priori*,

des particularismes qu'ils soient psychologiques ou culturels. Que l'on aime ou non les mathématiques, que l'on soit riche ou pauvre, que l'on soit grand ou petit, que l'on habite au nord ou au sud : le théorème de Fermat est universellement vrai et $2 + 2$ font quatre ! Et c'est, rappelons-le, du projet d'étude de ces conditions spécifiques aux savoirs mathématiques, conditions par et dans lesquelles les élèves pourront apprendre ce qu'on ne peut pas leur enseigner directement qu'est né il y a bientôt 40 ans, avec G. Brousseau la didactique des mathématiques comme discipline scientifique.

L'Ecole d'aujourd'hui est toute autre que celle que décrivait Alain. Et si le projet scientifique de la didactique des mathématiques s'est largement réalisé, on peut regretter que les pratiques effectives d'enseignement des mathématiques ne soient pas développées dans les mêmes proportions. La faute, si faute il y a bien sûr, n'est pas imputable aux professeurs, ni aux didacticiens mais tient me semble-t-il en partie aux effets de certains changements sociétaux et politiques.

Certes l'Ecole a toujours la même mission : celle de diffuser les connaissances et les savoirs utiles à l'inscription des élèves dans la société dans laquelle ils seront nécessairement conduits à évoluer et à s'intégrer socialement et professionnellement. Mais les visées ou les missions assignées à l'Ecole ne déterminent que très faiblement la manière dont elle doit s'en acquitter : les demandes sociétales qui pèsent aujourd'hui sur l'Ecole et sur les professeurs sont excessivement diverses, trop souvent contradictoires et parfois même irréalisables par les professeurs. Peut-on par exemple continuer à défendre l'idée d'une Ecole juste tout en demandant aux professeurs de différencier leurs enseignements ? Est-ce même un projet raisonnable pour l'Ecole que de lui demander de réduire les inégalités sociales ? En a-t-elle même les moyens ? Je ne le crois.

En appui de ce point de vue, je rapporterais le « Cas de Rosa » développé par l'anthropologue américain Mac Dermott. Même si cet épisode concerne l'enseignement de la lecture, je crois qu'il est parfaitement transposable dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Voici le cas :

Rosa est une fillette mexicaine de 6 ans, qui, malgré son faible niveau en lecture, n'a aucune interaction avec sa maîtresse. Pourtant Rosa sollicite son 'tour de lecture' en levant régulièrement son doigt. Pourtant, sa maîtresse *veut* lui apprendre à lire, elle déclarera même à Mc Dermott, après la leçon, que Rosa a eu son tour de lecture comme les autres, alors que ce n'était pas le cas !

Mc Dermott, analysant la vidéo de la leçon, montre par une description très fine des interactions non-verbales, comment s'opère un ajustement, une sorte de connivence entre l'enseignante d'un côté, qui ne *peut* pas interroger la fillette car ce serait beaucoup trop coûteux en temps d'enseignement, et Rosa, d'un autre côté, qui fournit à sa maîtresse les moyens de ne pas l'interroger, en levant son doigt mais juste au moment où la maîtresse venait d'interroger un autre élève !

En rapportant cet épisode, je ne veux pas dire que les professeurs sont insensibles à ces questions d'équité entre les élèves. Je veux seulement montrer comment la mission didactique qu'ils doivent remplir, les *oblige* à faire avancer leur leçon pour le plus grand nombre d'élèves dans un temps nécessairement limité : la maîtresse ne peut pas interroger Rosa car elle sait que cela serait beaucoup trop coûteux en temps et qu'elle ne pourrait plus interroger les autres élèves. Les questions d'équité ont partie liées avec les questions didactiques ! Et les théoriciens de la différenciation pédagogique n'ont, à ma connaissance, jamais abordé sérieusement cette terrible équation combinant « éthique et didactique » en prenant le risque de fixer explicitement un seuil au-delà duquel la décision du professeur pourrait être considérée comme 'moralement acceptable'. Ici, me semble-t-il, l'exigence de « bonne volonté » des professeurs n'a

plus sa place, et n'est qu'un pâle et bien faible argument, je crois, pour masquer l'impuissance à comprendre l'action et les décisions de ces professeurs.

Alors, quels changements politiques peuvent justifier cette transformation de l'Ecole et quels défis l'enseignement des mathématiques doit-il aujourd'hui relever ?

Quelques défis posés à l'enseignement des mathématiques

D'importants changements apparaissent dans les années 80. Ces années sont marquées par le libéralisme, par la sacralisation du marché, et par l'effondrement des idéologies politiques. Et ce n'est pas par hasard, si c'est durant cette période que va resurgir un nouvel intérêt pour la philosophie morale et politique avec notamment la publication de l'ouvrage d'un philosophe américain, John Rawls, publié en 1971 intitulé la *Théorie de la justice*. Dans cet ouvrage, Rawls posera du point de vue d'une philosophie pratique le problème d'une possible équité et de sa viabilité au sein des systèmes libéraux.

L'Ecole n'échappera pas, bien sûr à ces interrogations et assez rapidement au nom de motifs égalitaires, on demandera à l'Ecole de prendre en compte les particularismes qu'ils soient sociaux, culturels et même individuels. Le fameux slogan d'une importante réforme française de l'enseignement (en 1989) en témoigne puisqu'elle décrétait placer l'enfant au centre du système éducatif ! Bien sûr l'enseignement des mathématiques ne sera pas épargné par cette vague libérale et individualiste qui déferlera sur les diverses institutions éducatives.

La première conséquence de ce mouvement individualiste se traduira rapidement par un renversement des paradigmes d'approche des questions d'enseignement : du social à l'individu autrement dit de la sociologie à la psychologie ! La psychologie cognitive et à sa suite les sciences cognitives furent rapidement promues comme modèle de référence de ce qu'il conviendrait de faire à l'école pour permettre aux élèves d'apprendre.

C'est probablement l'enseignement des mathématiques qui fut le plus touché par ce changement compte tenu à la fois de leur formalisme et de leur possible algorithmisation. Il est en effet toujours plus facile de masquer des « non-apprentissages » ou des « sous-compréhensions » dans le domaine des mathématiques que dans les autres disciplines. Un élève qui ne sait pas lire ne sait pas lire, en revanche un élève qui n'a pas conceptualisé la numération de position par exemple, généralement « sait » compter (pour sa famille du moins), voire même additionner plusieurs nombres et cette absence de conceptualisation n'est pas ici aussi apparente que s'il s'agissait d'un autre domaine – linguistique par exemple.

Pour témoigner de cette ambition portée par la psychologie, je donnerai l'exemple du Ministre de l'Education Nationale Français qui, encore récemment (2007), prétendait fonder l'apprentissage de la lecture et du calcul sur les travaux issus des sciences cognitives et de la neurobiologie ou encore l'exemple plus marqué d'Antonio Damasio qui soutenait que, dans la mesure où la neurobiologie était aujourd'hui capable d'identifier un certain nombre de systèmes dans le cerveau qui interviennent dans la reconnaissance des visages, des nombres...déclarait que « on ne devrait pas être surpris à l'idée que les neurosciences et les sciences cognitives pourraient parvenir à révéler les bases neurales de la raison et du comportement social. On ne devrait pas davantage être surpris qu'il en découle la compréhension des bases neurales des conventions sociales de l'éthique. ». Cette déclaration témoigne malheureusement trop de l'ambition hégémonique et de l'ingérence même du projet de certains de nos de nos collègues cognitivistes.

La métacognition : une fausse piste

Mais revenons aux mathématiques. Cet intérêt pour les particularismes sociaux ou culturels, pour les individualités, qu'elles soient cognitives ou affectives, a conduit sous l'influence de divers mouvements noosphériens à l'enseignement de procédures, de stratégies ou d'heuristiques censées permettre aux élè-

ves les plus faibles, souvent issus des minorités culturelles ou des classes sociales les plus défavorisées, de mieux résoudre les problèmes et de leur permettre d'utiliser leurs connaissances dans des situations nouvelles.

Ces thèses ont été fermement défendues et largement diffusées par des psychologues tels Glaser qui s'appuyant sur les comparaisons entre les novices et les experts estimait qu'il « est crucial d'enseigner aux enfants des procédures d'organisation de l'information 'stockée' en mémoire » afin de développer leurs habiletés à penser et à raisonner en arithmétique. Ce point de vue a été largement relayé par d'autres auteurs comme John Flavell, un des spécialistes du courant méta-cognitif, qui proposait même de considérer ces habiletés de la même manière que les objets classiques de l'enseignement mathématiques. D'ailleurs, voici ce qu'il déclarait :

Si les habiletés métacognitives sont utiles pour l'apprentissage scolaire et si certaines font défaut aux élèves, particulièrement aux plus jeunes, peut-être devraient-elles être enseignées aux enfants comme partie intégrante du programme scolaire.

Cette didactique psychologique, qui n'a malheureusement pas encore rendu l'âme aujourd'hui, a fortement influencé l'enseignement des mathématiques et a conduit, selon moi, à un triple écueil :

1) D'abord au niveau des contenus d'enseignement : l'introduction dans les programmes d'un enseignement méta-cognitif a contribué fortement à une sorte de démathématisation de l'enseignement des mathématiques puisqu'on a en effet assimilé à tort les modèles de l'apprentissage avec les objets de l'enseignement : résoudre des problèmes pour apprendre des mathématiques est une chose, enseigner des heuristiques pour résoudre des problèmes en est toute une autre car pendant ce temps-là, les élèves ne font pas de mathématiques !

2) Le 2^{ème} écueil se situe au niveau des formes d'organisation et de gestion de l'enseignement. Ces mesures ont effet conduit à une centration excessive sur l'activité de l'élève (le débat, le travail en groupe, les manipulations...) ; mais, on a constaté que ces formes n'étaient pas ou très peu justifiées par des raisons liées à l'apprentissage des connaissances enseignées. Autrement dit, tout se passerait comme si le travail de groupe, par exemple, ou le débat entre élèves portait en lui-même ses propres vertus didactiques indépendamment de ce qui est effectivement enseigné;

3) Le 3^{ème} écueil enfin porte sur la focalisation qui a été opérée sur les processus mentaux comme les habiletés générales ou les procédures méta-cognitives censées favoriser à la fois l'acquisition des savoirs et la transférabilité des connaissances.

Cette focalisation a conduit à évacuer un des problèmes majeurs de l'enseignement des mathématiques : celui des rapports entre un algorithme et son usage.

Belle mais délicate question que celle-ci : le professeur enseigne la règle à l'élève qui, en retour, doit manifester sa 'capacité' à l'utiliser 'spontanément' pour traiter des problèmes nouveaux. Du point de vue théorique, on aura reconnu que cette question relève de l'analyse du « contrat didactique » sur lequel je reviendrais ultérieurement.

La règle et son usage

D'un point de vue praxéologique, on reconnaîtra aussi aisément que ce système d'attentes réciproques entre le maître et l'élève constitue une des préoccupations principales, voire même quotidienne, des profes-

seurs : « Tu connais la règle, dit le professeur, mais tu ne l’as pas comprise ! ». On comprend bien alors comment les promesses de transférabilité sous-tendues par les déclarations des psychologues cognitivistes peuvent séduire beaucoup de professeurs. En effet, si la distance entre la règle et son usage peut être réduite par l’enseignement de procédures expertes alors la question didactique se ramène à une simple détermination d’un ensemble de techniques métacognitives qu’il convient d’enseigner classiquement ; soit, et c’est la thèse que je soutiendrai, il n’y aucune distance entre la règle et son usage car le sens d’une règle, c’est son usage ou, pour le formuler différemment, c’est par l’usage que se révèle le sens même de la règle. Un des apports fondamentaux de la théorie des situations didactiques a été de montrer combien est difficile (sinon impossible) de parler de l’apprentissage d’une connaissance sans évoquer les caractéristiques et les propriétés des situations qui permettent d’en garantir le sens. Ainsi, admet-on, car on n’a finalement pas d’autres choix, que tel élève a appris lorsqu’on le verra agir de telle sorte que ce qu’il fait, correspond à ce que j’espérais qu’il fasse dans ces circonstances-là. Telle est le contrat didactique finalement. Bref, « décréter qu’un élève a appris » procède d’une sorte de croyance qui se nourrit du fait qu’elle n’a pas été jusqu’alors démentie par tel ou tel autre événement.

Cette manière d’envisager les rapports entre enseignement et apprentissage est beaucoup plus fondamentale qu’il n’y paraît de prime abord. Pourquoi ? Parce que si le professeur peut toujours expliciter les enjeux didactiques de son enseignement, il ne peut jamais expliciter ce qu’il attend de ses élèves (1^{er} paradoxe de la dévolution), puisque ce qu’il attend c’est précisément un usage libre et spontané de ce qu’il a enseigné pour résoudre des « problèmes que l’élève n’aura jamais rencontrés » : le professeur montre la règle, en illustre quelques usages dans diverses situations et espère, attend... que l’élève se montrera capable d’en faire usage dans d’autres circonstances.

Ce thème de l’indicibilité de ce qui doit être appris est un thème récurrent dans la philosophie de Wittgenstein, et constitue probablement une des contraintes épistémologiques des plus fortes qui structure toute relation didactique et dont le contrat représente le cadre le plus approprié.

La règle et son usage : 3 modèles de réponse à ce paradoxe

Historiquement, trois grandes catégories de réponses ont été apportées à ce problème récurrent des rapports de la règle et de son usage :

1° La première réponse relève de ce j’appellerai un modèle académique. C’est probablement le modèle le plus ancien et plus tenace. Centré sur les savoirs à enseigner, il est basé sur la mémorisation des occasions d’emploi des algorithmes : le maître énonce la règle et par la multiplication de divers exercices, exemplifie le type d’usage que les élèves doivent en faire. Cette réponse est celle de l’école traditionnelle, de « l’école réceptive » comme l’avait baptisée Piaget, car ce mouvement était largement influencé dans ses principes par l’empirisme du 19^e siècle, considérant l’élève comme une sorte de réceptacle vide. Cette réponse consistait à enseigner par répétition, voire même par dressage, des « solutions types » à des « problèmes types ». Cette stratégie serait une réponse efficace à l’ignorance des élèves à condition de considérer les pratiques mathématiques comme un ensemble de techniques. Mais ce n’est pas le cas. Car le sens de la technique, c’est-à-dire la manière de s’en servir n’est pas dans la technique : « Un chien, nous dit Wittgenstein, est plus proche de l’homme que ne le serait un être d’apparence humaine qui se comporterait ‘mécaniquement’ ». Les professeurs du reste ne sont pas dupes de la tromperie de ces apparences répétitives chez les élèves mais s’en accommodent parfois, consciemment ou pas, peu importe, car n’ayant pas d’autres réponses didactiques à fournir. Mais, en faisant porter à l’élève la responsabilité de la re-contextualisation des algorithmes enseignés sans prendre véritablement en charge les conditions de cet usage, ce modèle a entretenu l’idéologie des dons chez les élèves et a abouti à des propositions pédagogiques insatisfaisantes comme la pédagogie de l’explicitation ou la métacognition que j’ai déjà évoquée.

2° Un deuxième modèle apparaît dans les années 70 en réaction précisément à cette école réceptive. Ce modèle se situe dans la mouvance du constructivisme piagétien et du courant de l'Education Nouvelle qui a fortement marqué beaucoup de pays européens. Ici, et contrairement au précédent, l'activité de l'élève est censée lui permettre d'accéder à une généralité de la règle selon des processus d'adaptation aboutissant à des structures de plus en plus riches. Mais *activité* n'est pas *pratique*. On le sait bien, pour enseigner des mathématiques un « bon » problème ne suffit pas, tout comme les conflits ou débats entre élèves sont insuffisants pour leur permettre de découvrir ce que le professeur cherche à enseigner. Si la théorie de l'équilibration de Piaget a permis de montrer toute l'importance du problème et de l'erreur pour le développement des structures logico-mathématiques, elle s'est avérée insuffisante pour établir les conditions par lesquelles une situation peut constituer un *problème* effectif et dont la résolution permettrait à l'élève d'apprendre des mathématiques. De plus, les propriétés que doivent posséder de telles situations ne peuvent ni être déduites seulement du sujet épistémique, ni seulement des dispositifs dans leur épaisseur pédagogique, ni encore dans le seul examen de la connaissance elle-même, mais bien dans les jeux complexes des rétroactions apparaissant dans le milieu didactique comme une sorte de *nervure mathématique*. Décrire ces processus adaptatifs (comme l'a fait Piaget) est une chose, étudier les conditions spécifiques de leur production (comme l'a fait Brousseau et d'autres) en est toute une autre.

Sous l'influence de certains auteurs qui ont cherché à appliquer les thèses piagésiennes à l'enseignement, comme Hans Aebli par exemple, le constructivisme s'est radicalisé dans ses principes et a contribué me semble-t-il à naturaliser les conditions de l'enseignement en laissant croire à une sorte de nécessité inéluctable du développement des structures logico-mathématiques sur lequel les professeurs n'ont de fait aucune prise directe. En même temps, l'assimilation trompeuse des théories de l'apprentissage à celles de l'enseignement a conduit à sous-estimer le rôle des situations sur lesquelles les professeurs peuvent effectivement agir. Ce deuxième modèle a ainsi contribué à détourner l'attention des professeurs des propriétés didactiques de ces situations au profit d'une centration sur les dispositifs d'enseignement et sur leur mode d'organisation mais, encore une fois, pas ou fort peu articulés à l'activité mathématique elle-même.

3° Enfin, un troisième modèle apparaît dans les années 80 sous l'influence de la psychologie cognitive et plus particulièrement des théories du traitement de l'information. Ce modèle, que j'ai déjà évoqué, prétend, à tort, fournir les outils « mentaux » devant permettre aux élèves de transférer les connaissances enseignées dans des situations nouvelles. Par l'invocation de mécanismes très généraux, cette perspective, je l'ai dit, a conduit à démathématiser les situations en déplaçant le contrat sur des enjeux non mathématiques par l'invocation, par exemple, de mystérieux processus mentaux et par l'enseignement d'heuristiques et de stratégies méta-cognitives.

Existe-t-il un modèle alternatif à ces trois réponses ? Si tel est le cas, quel est son cadre d'étude ? Tel est selon moi un des défis qui se pose aujourd'hui à l'enseignement des mathématiques.

Dans cette première partie, nous avons montré comment l'individualisme propre à l'idéologie libérale s'est traduite *via* quelques relais noosphériques par une influence excessive, selon moi, de la psychologie et a conduit à une sorte de *cécité didactique* des professeurs sur une des questions des plus centrales dans l'enseignement des mathématiques : l'algorithme et ses usages.

Un cadre à penser alternatif : le contrat didactique

Cette partie concerne spécifiquement mes travaux de recherche et je me propose de montrer par la présentation de quelques résultats à la fois la pertinence des positions théoriques que j'ai avancées dans la première partie mais aussi quelques orientations qui permettront sinon d'améliorer l'enseignement des mathématiques à tout le moins d'éviter quelques fausses pistes.

Cette seconde partie se structurera de la façon suivante ; je commencerai par présenter le cadre théorique du contrat tel qu’il a été développé dans la théorie des situations. J’insisterai tout particulièrement sur une de ses propriétés fondamentales : son caractère implicite. Je montrerai ensuite divers modes de gestion de cette indicibilité des rapports de la règle et son usage et les effets didactiques engendrés par ces diverses manières d’enseigner les mathématiques.

Commençons par définir le contrat. Pour cela, je me référerai à la définition que Brousseau en avait donné dans les années 1980 : le contrat correspond à « l’ensemble des comportements (spécifiques [des connaissances enseignées]) du maître qui sont attendus de l’élève et l’ensemble des comportements de l’élève qui sont attendus du maître. ». Mais ce contrat n’est pas un vrai contrat au sens où il n’a jamais été passé explicitement entre les contractants mais aussi au sens où ses clauses et ses critères de satisfaction ne pourront jamais être vraiment être précisés ni par une partie, ni par l’autre. Tout se passe comme si un contrat avait été passé dont la clause principale pourrait s’énoncer simplement : le professeur doit enseigner et l’élève doit apprendre.

La formule est simple mais recèle en fait un sérieux paradoxe identifié dans la théorie des situations sous le nom de *paradoxe de la dévolution* : le professeur doit tenir un discours que l’élève ne peut pas comprendre, immédiatement du moins, puisque par définition l’élève est celui qui occupe la position de celui qui doit apprendre à faire quelque chose qu’il ignore. De plus, comme le dit Brousseau, « si le maître dit ce qu’il veut, il ne peut plus l’obtenir ». La conséquence didactique de ce paradoxe est toute aussi paradoxale puisque pour apprendre, l’élève devra accepter de ne plus être enseigné ou plutôt il doit accepter de s’autoriser à résoudre les problèmes que leur pose leur professeur non pas en cherchant à utiliser ce qu’il leur a enseigné, mais d’agir par eux-mêmes conformément à ce que leur professeur leur a enseigné.

Certains élèves ont bien compris ce fonctionnement silencieux du contrat. Ils ont bien compris les enjeux attachés à ce que le professeur ne dit pas mais que, par ailleurs, il attend. Quelques élèves font preuve d’un discernement assez extraordinaire, par l’analyse qu’ils font du travail du professeur et des effets de ses attentes implicites sur la fabrication du jugement scolaire. Je prendrai l’exemple d’Ophélie, une élève de 10 ans qui a d’excellents résultats scolaires. Voici sa réponse lorsque je lui avais demandé quels étaient les indices par lesquels sa maîtresse pouvait voir qu’un élève a compris une leçon :

- (Ophélie) : la maîtresse le voit en posant des questions qui sont un peu à côté de ce qu’elle avait dit ; si l’enfant répond comme il faut, c’est que c’est bon. Il a bien compris parce qu’il peut répondre avec les renseignements qu’il y a. Dans les évaluations par exemple, quand la maîtresse pose une question sur un grand texte qu’on avait appris, il faut répondre qu’un *petit détail* ; et il y a des enfants qui répondent tout le morceau du texte parce qu’ils ont appris bêtement sans rien comprendre ; ils ne sont pas capables de répondre qu’un détail parce qu’ils ont appris *tout* comme ça mais si on met exactement le détail qu’elle voulait alors la maîtresse voit qu’on a bien compris.
- (BS) : et quelle différence fera la maîtresse entre celui qui met tout et celui qui ne met que le détail ?
- (Ophélie) : La maîtresse, elle le saura, elle le garde pour elle ça. Elle le mettra après en appréciation. Pour l’élève qui aura mis un gros paquet de texte, elle lui mettra qu’il apprend ses leçons bêtement.
- (BS) : Mais alors pourquoi la maîtresse ne dit pas ce genre de chose aux élèves ?

- (Ophélie) : Ben justement, *pour le voir*, parce qu'elle veut voir comment on est si on apprend bêtement ou pas !

Avec la réponse de Jean, un élève du même âge, on mesure combien les élèves ne sont pas tous également préparés à identifier et à décoder ces attentes implicites :

Jean est scolarisé dans la même école qu'Ophélie. Sa maîtresse le juge comme un élève « travailleur et sérieux », et estime que ses résultats sont satisfaisants en français mais « moyens » voire faibles en mathématique.

Voici la réponse de Jean à la même question :

La maîtresse voit qu'on a compris quand on écrit beaucoup et quand on écrit vite. Des fois, elle passe par rangée et elle regarde si c'est bien ce qu'on fait. Elle regarde pour savoir 'comment est l'élève', car des fois, quand elle donne des devoirs à la maison et certains se font aider par leurs parents alors à l'école elle nous sépare car certains copient sur le voisin. Elle nous met tout seul. Comme ça, elle est sûre qu'on ne copie pas et elle voit si on a compris. Alors à la maison j'apprends des choses qu'elle nous a appris, mais *j'ai remarqué que des fois elle nous demande pas vraiment ce qu'elle nous a appris alors moi j'apprends pas vraiment ce qu'elle nous a donné* car je vois que des fois qu'elle nous change des choses.

On voit bien comment Ophélie a manifestement compris que l'apprentissage n'était pas répétition et que sa maîtresse était forcément tenue au silence pour des raisons profondément didactiques (« Elle a besoin de voir » me dit-elle).

On voit bien aussi comment Jean, qui, tout en comprenant aussi l'obligation qu'a sa maîtresse de regarder « comment est l'élève », ne comprend pas vraiment pourquoi « elle ne leur demande pas de reproduire ce qu'elle leur a enseigné » et qui, en toute logique, « n'apprend pas vraiment ce qu'elle a donné ».

La seconde exemplification du contrat correspond à un célèbre épisode connu sous le nom de « l'âge du capitaine » que je rappelle brièvement. A la fin des années 70, des chercheurs proposent à des élèves de 8 ans le problème suivant :

« Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ? »

Plus de 2/3 des élèves calculent l'âge du capitaine en combinant les données numériques du problème. Les élèves pensent (pas forcément en conscience) que la pertinence de la question qui leur est posée relève de la responsabilité de leur professeur et non de la leur. C'est d'ailleurs ce positionnement de l'élève à l'égard de cet implicite que j'avais baptisé « sensibilité au contrat didactique » et sur laquelle je reviendrai tout à l'heure. En effet, il convient bien de distinguer la capacité de l'élève à repérer une déféctuosité dans le problème, de sa capacité à la signaler à son professeur ; de façon réciproque, on voit bien aussi que le professeur ne peut pas ici expliciter à l'élève les raisons pour lesquelles il propose ce problème : est-ce pour contrôler la capacité de l'élève à repérer que ce problème n'est pas pertinent ou est-ce, au-delà de l'absurdité apparente du problème, pour contrôler si les élèves sont capables d'additionner ?

Cherchant à mieux comprendre ce qui se jouait là, j'avais demandé à un élève de 9 ans quel âge j'avais sachant que j'avais mis 3 billes dans ma poche droite et 2 billes dans ma poche gauche. Sans hésiter il

m'avait répondu « 5 ans ! ». Je lui demande alors s'il pensait vraiment que j'avais effectivement 5 ans et voici la réponse qu'il me donna :

- Bien sûr que non ! Tu as beaucoup plus !
- Pourquoi alors tu me réponds 5 ans ?
- Ce n'est pas de ma faute, me dit-il c'est de la tienne : tu n'as qu'à mettre plus de billes dans tes poches !

L'événement du capitaine fit grand bruit à l'époque et ses conséquences sur l'enseignement des mathématiques ont été importantes notamment dans la définition des programmes qui ont été largement influencées par les partisans du courant « méta-cognitif » qui considéraient (à tort) que les élèves ne savaient pas lire les énoncés de problèmes et présentaient des déficiences en quelque sorte dans le traitement des informations.

La sensibilité au contrat didactique : une alternative à la psychologisation de la relation didactique

Les premières recherches que j'ai réalisées sur ces phénomènes de sensibilité au contrat étaient orientées par deux questions :

- 1) Est-ce l'enseignement de procédures méta-cognitives permet effectivement de favoriser le transfert des connaissances d'une situation à une autre ?
- 2) Pourquoi certains élèves s'autorisent à rejeter la validité d'un énoncé du type capitaine alors que d'autres affirment qu'il a 36 ans ?

Pour examiner ces deux hypothèses, j'avais imaginé le dispositif expérimental suivant : J'avais soumis à des élèves de 9-10 ans, quatre types de problèmes :

- 1) des problèmes absurdes du type « problème du capitaine » ;
- 2) des problèmes qui ne contiennent pas suffisamment d'informations pour répondre à la question posée ;
- 3) des problèmes dont l'énoncé contient des données numériques inutiles ;
- 4) et enfin des problèmes que j'ai appelés pseudo-multiplicatifs : ce sont des problèmes qui présentent une analogie trompeuse avec des problèmes multiplicatifs : leur solution s'obtient en effet sans calculer. Je donne un exemple : « Un escargot est au fond d'un puits. Il décide de sortir de ce puits. Sachant qu'il mettra 6 jours pour sortir du puits, combien de temps mettront 3 escargots pour faire le même trajet ? »

Ces problèmes ont été soumis aux élèves dans quatre types de situations. Ces situations sont toutes des situations d'évaluation : dans chacune d'elle, l'élève doit montrer qu'il sait faire ce qui lui est demandé. Ces situations diffèrent seulement par leur degré d'analogie aux situations habituelles : le statut de l'émetteur pouvant être, selon les cas, l'expérimentateur lui-même, d'autres élèves ou encore leur professeur.

Si l'hypothèse de la transversalité, sous-tendue par les cognitivistes est valide alors le rejet de la validité de ces problèmes inhabituels sera conditionné par le niveau cognitif des élèves *quelque que soit le type de situation*. Cette hypothèse s'est avérée inexacte ! Il s'agit bien d'un effet de contrat dont les déterminants sont à rechercher dans les situations et non dans la tête des élèves.

Le second résultat montre très nettement que selon les classes, ces phénomènes de « *sensibilité au contrat* » sont très variables quelque que soit le niveau cognitif des élèves. A même niveau, les élèves de certaines classes s'autorisent davantage que les autres, ayant pourtant les mêmes caractéristiques sociales et scolaires, à rejeter de validité des problèmes absurdes.

Ces deux résultats ont permis d'attester clairement que la question de la flexibilité dans l'usage que faisaient les élèves des algorithmes devait pouvoir s'expliquer davantage dans un cadre anthropologique que dans un cadre psychologique. En effet, si la psychologie nous fournit des instruments pour décrire les processus d'apprentissage, elle reste muette sur les conditions de production de ces phénomènes. Enseigner des mathématiques c'est « faire faire » des mathématiques aux élèves et ce sont ces conditions de production de ce « faire faire » qui constituent l'objet même de l'étude du didacticien.

C'est dans ces circonstances, qu'au sein de notre laboratoire, nous avons été amené à développer ce que nous appelons aujourd'hui : une approche anthro-didactique des phénomènes d'enseignement des mathématiques que je ne peux pas ici présenter dans le détail. Cette approche procède d'une idée relative-ment simple : toute situation scolaire est doublement structurée : anthropologiquement et didactiquement. Comprendre de ce que font les professeurs et leurs élèves, exige l'étude des divers systèmes d'assujettissements auxquels ils sont soumis. Si les professeurs ont de bonnes raisons de faire ce qu'ils font, ces raisons sont très souvent en rapport avec une réalité anthropologique, mais, en même temps, on ne saurait se fier à ces seuls motifs pour rendre compte des effets de leur enseignement. Il convient d'examiner aussi si les conditions didactiques des dispositifs sollicités par les professeurs permettent de satisfaire effectivement ces intentions pédagogiques. On le sait bien le désir d'Icare d'échapper à l'apesanteur n'était pas suffisant pour lui permettre de voler

Un certain nombre de travaux réalisés dans ce cadre anthro-didactique ont permis de montrer que les élèves, selon leurs Arrière-plans culturels mais aussi des Arrière-plans didactiques des enseignements qu'ils recevaient, étaient inégalement préparés à faire un usage nouveau des règles qui leur étaient enseignées et que les phénomènes de sensibilité au contrat didactique pouvaient s'expliquer dans ce cadre théorique.

Pour expliquer ce second résultat, je me limiterai à la présentation de deux formes d'enseignement correspondantes à deux conceptions différentes des mathématiques et à signaler les effets de ces pratiques sur les types d'apprentissage réalisés par les élèves.

L'hypothèse peut être formulée simplement : plus un professeur produit (volontairement ou non, consciemment ou non) des variations situationnelles dans la manière d'organiser et de gérer son enseignement, plus les élèves sont conduits à s'interroger sur le contenu de l'enseignement et ne peuvent plus seulement se fier aux caractéristiques formelles des leçons. Prenons un exemple : imaginons un professeur qui, après une leçon sur la multiplication, propose à ses élèves 3 problèmes multiplicatifs, et si ce professeur agit systématiquement de cette façon, les élèves agiront désormais à l'économie : la leçon étant sur la multiplication, le problème se résout alors par une multiplication ! Rien d'étonnant à ce que les élèves déterminent le type de calcul à faire dans un problème en fonction de caractéristiques de surface de l'énoncé : le verbe « partager » appellera une division, « en tout » appellera une addition ; « reste », une soustraction ; « chacun » : une division, etc.

Pour examiner la validité de cette hypothèse, j'ai construit un modèle permettant de caractériser les modes d'action didactiques des professeurs. Ce modèle est construit à partir de 7 variables permettant de me-

surer la variabilité dans l’organisation et la gestion de leur enseignement entre les deux leçons portant sur le calcul relationnel.

I. La structure didactique de la leçon

v1. Quel est le type de dépendance didactique ? Le professeur procède-t-il de tâches simples vers des tâches complexes ou l’inverse ?

v2. Place de l’institutionnalisation : à quel moment le professeur enseigne-t-il un modèle de résolution ? Plutôt en début de leçon ou plutôt à la fin ? Ou, tantôt au début, tantôt à la fin ?

v3. Les modes de validation : comment les élèves sont-ils informés de la validité de ce qu’ils font ? Le professeur utilise-t-il toujours le même mode de validation (par le milieu, par évaluation directe, par effet Topaze, par les pairs...)

II. L’organisation sociale

Comment s’organisent les échanges dans la classe ?

v4. Les modes d’interactions : maître-élève(s), élève(s)-élève(s)...

v5. Les dispositifs relatifs au groupement des élèves : groupe classe, petits groupes, travail individuel...

III. La variabilité

v6. Cette variable a été définie sur la base d’un indice de variété mesurant la ‘capacité’ de l’enseignant à envisager diverses modalités pour une même variable didactique dans la manière de rédiger un énoncé de problème.

Ce modèle a permis de définir trois styles d’enseignement. Présentons des 2 styles les plus contrastés :

1. Le premier baptisé « *Dévoluant* » est un style qui correspond à ce qu’on pourrait appeler une ‘pédagogie active’. Ce style se caractérise par une forte variabilité dans l’organisation et la gestion des situations : ces maîtres pratiquent régulièrement le travail par groupes ; les problèmes sont généralement complexes ; leur classe est fortement interactive ; l’institutionnalisation est différée dans la leçon. Tels sont les traits principaux de ce premier style. Comment ces professeurs évoquent-ils leurs propres pratiques ? Voilà ce qu’ils disent :

Je ne fais jamais des leçons classiques ! Je mets habituellement les élèves en groupes, ils ont une situation problème à résoudre ; ils inventent une solution pour la résoudre. J’envoie ensuite quatre ou cinq élèves au tableau. On compare les solutions, les méthodes, on critique, et puis après on se met d’accord sur les meilleures, ensuite moi je sers, à la fin, de juge pour voir celui qui a raison ou tort...

2. le second style, baptisé « *institutionnalisant* » se caractérise par une faible ouverture et une faible variété des situations proposées aux élèves ; il correspond à ce qu’on pourrait appeler un ‘enseignement classique’ basé sur le schéma « montrer-retenir-appliquer ». Ces maîtres enseignent en début de leçon un modèle de résolution puis proposent à leurs élèves des exercices de complexité croissante. Pendant que les élèves font les exercices, le maître passe dans les rangs et corrige certains élèves. Puis, en fin de leçon, il donne une correction collective de ces exercices.

Voici comment ces professeurs parlent de leur enseignement :

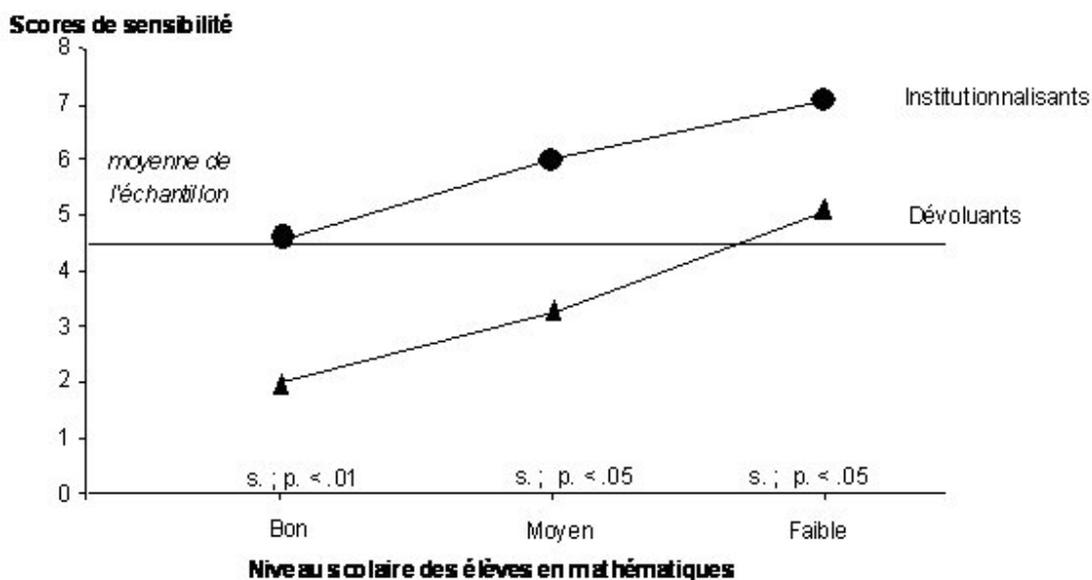
Pour les problèmes, on écrit d’un côté du cahier ‘solution’, et de l’autre ‘opérations’ ; je veux une phrase de réponse. Ce sur quoi j’insiste beaucoup c’est sur les mécanismes parce que, avec les mécanismes, c’est cent pour cent de réussite, même pour les élèves les plus faibles. Moi, je suis pour un enseignement frontal avec toute la classe où tout le monde travaille. Sinon, c’est le désordre. Moi je ne fais jamais du travail en groupes. On se tait, on écoute celui qui a quelque chose à dire.

Quels sont les effets de ces styles sur les phénomènes de sensibilité au contrat ?

Les élèves styles ‘dévoluants’, quelque soit leur niveau scolaire s’autorisent significativement plus que ceux du second style à produire une réponse sans calculer ou à rejeter la validé des problèmes absurdes : 48 % pour le 1^{er} style contre 17 % pour le style ‘institutionnalisant’.

Comme on peut le voir sur le graphique, ces styles s’avèrent donc très pertinents pour expliquer les phénomènes de sensibilité au contrat.

Sensibilité au contrat selon le style d’enseignement pour chacun des niveaux scolaires en mathématiques



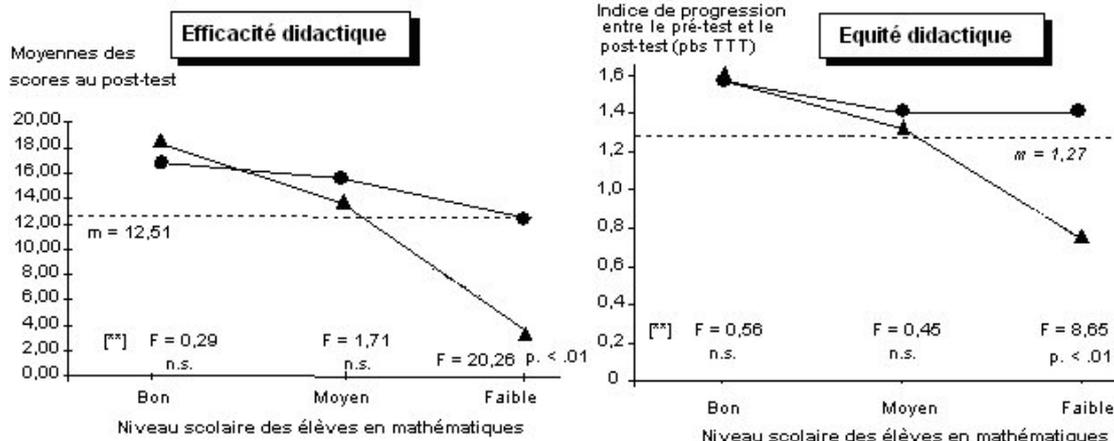
L’hypothèse anthropologique s’avère donc elle aussi plus valide que l’hypothèse psychologique. Plus les élèves ont la possibilité de confronter les règles enseignées à des situations faiblement ritualisées, comme c’est le cas dans les contextes dévoluants, plus ils ‘s’autorisent’ à prendre des ‘risques’ lorsqu’il s’agit de les ‘appliquer’ à des situations nouvelles. Réciproquement, plus l’incertitude attachée aux situations est réduite, comme dans le cas du style institutionnalisant, plus les élèves établissent un rapport ‘ri-

guide’ à la règle et ne ‘s’autorisent’ pas des usages inhabituels. Peut-on dire alors que le style dévoluant est préférable à l’autre ? Ce serait une erreur. En effet, si l’on compare pour les deux styles les progrès des élèves concernant la résolution de problèmes alors les résultats précédents s’inversent.

Rappelons que ces problèmes sont très difficiles pour des élèves de 9-10 ans. Certains problèmes ne sont résolus que par 10 % des élèves au pré-test comme le problème suivant :

Christine joue deux parties de billes.
 Elle joue une première partie. A la seconde partie, elle perd 4 billes.
 Après les deux parties, elle a gagné 6 billes.
 Que s’est-il passé à la 1^{ère} partie ?

Equité et efficacité des styles d’enseignement selon le niveau en mathématiques des élèves



Comme le montre ces deux graphiques, le style ‘institutionnalisant’ s’avère à la fois plus efficace et plus équitable pour les élèves faibles.

Alors est-ce que ce résultat devrait nous inciter à renverser notre précédente conclusion et affirmer, cette fois, qu’une ‘pédagogie classique’ est préférable à une ‘pédagogie active’ ? Ce serait là aussi une erreur comme pourrait en témoigner les précédents résultats sur les phénomènes de sensibilité au contrat.

Plus importante est la question appelée par ces résultats : Quelle est finalement la visée de l’enseignement ? Une ‘tête bien pleine’ ou une ‘tête bien faite’ ? Un ‘bon enseignement’ doit-il viser une bonne maîtrise des algorithmes ou bien permettre aux élèves de les utiliser dans des situations nouvelles ? Je ne me risquerai pas sur le terrain de la détermination de l’efficacité, car cette question n’est pas seulement scientifique, elle est aussi noblement politique. Car elle pose inévitablement celle de savoir quel type d’hommes et de femmes l’Ecole devrait former. Or manifestement, si ces deux objectifs (une tête à la fois bien faite et bien pleine) paraissent nécessaires ensemble, ces deux visées entretiennent manifestement des rapports paradoxaux : c’est là le « paradoxe de la sensibilité » : plus le professeur cherche à algorithmiser l’usage d’une règle, plus il réduit la possibilité de son usage dans des situations décontextualisées ; réciproquement, si le professeur, au nom d’une quelconque chapelle pédagogique, le plus souvent constructiviste, refuse de l’enseigner explicitement, l’élève ne peut alors la découvrir par lui-même et se

l'approprier. Tel est, selon moi, un véritable défi qui se pose à l'enseignement des mathématiques aujourd'hui.

Conclusion

Pour conclure, je voudrais rappeler que si les changements de la société influent de façon importante sur ce qui se passe à l'École, car l'École n'est pas une institution entièrement coupée de son environnement, on aurait tout aussi tort de croire qu'elle est entièrement dépendante de la société globale ; elle possède aussi une autonomie relative, comme l'avait montré Bourdieu dans les années 70. Je crois qu'il serait bon pour mieux comprendre les enjeux de l'enseignement des mathématiques de bien distinguer ce que doivent faire les professeurs c'est-à-dire la mission didactique qui leur a été dévolue par le corps social et la manière dont ils le font, même si, nous l'avons vu, ces deux aspects ne sont pas aussi cloisonnés qu'on pourrait spontanément le croire. Les professeurs déterminent, par les dispositifs qu'ils sollicitent, par la manière dont ils les régulent, des cultures c'est-à-dire des manières de faire faire des mathématiques à leurs élèves : activité sociale fortement créative pour les uns, activité répétitive, formelle et fortement algorithmisée pour les autres.

Je l'ai dit, on ne saurait privilégier, au nom des sciences sociales en tout cas, l'une ou l'autre ; on ne saurait non plus plaider en faveur d'une conception techniciste de l'enseignement largement inspiré par modèles psychologiques qui pour puissants qu'ils soient pour décrire certains processus, restent muets sur les conditions de production de ces phénomènes. Bien sûr, et je n'en ai pas parlé ici, la formation des professeurs est certainement le levier le plus puissant pour contrôler les effets didactiques et sociaux des idéologies sociétales, mais la définition de ces programmes ne relèvent pas seulement de la compétences des chercheurs dont la mission est davantage d'éclairer que de décider de ce qui est bon pour la société des Hommes.

Références bibliographiques

- Bernstein, B. (1975). *Langage et classes sociales : codes socio-linguistiques et contrôle social*. Paris : Editions de Minuit, 1975, 349 p., Le sens commun.
- Bloom, B. (1979). *Caractéristiques individuelles et apprentissages scolaires*. Bruxelles, Labor.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical situations in mathematics 1970-1990*, [traduction du français par M. Cooper, N. Balacheff, R. Sutherland & V. Warfield], Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage, 1998, 395 p., coll. Recherches en didactique des mathématiques.
- Brousseau G., Centeno J. (1991). « Rôle de la mémoire didactique de l’enseignant », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11/2-3, 167-210.
- Chopin, M.-P., Sarrazy (2004). « Didactical time and mathematics learning. Actes du colloques Cesty (K) poznávání v matematice primární školy [Enseignement des mathématiques à l’école élémentaire] ». Olomouc (République Tchèque), 22-24 avril 2004: Martina Uhlířová, 311 p.
- D’Hainaut L. (1988). *Des fins aux objectifs de l’éducation : un cadre conceptuel et une méthode générale pour établir les résultats attendus d’une formation*, Bruxelles : Labor, , 491 p.
- Rawls, J. (1971). *Théorie de la justice*, [traduit de l’américain par C. Audard], Paris : Seuil, 1987, 666 p.
- Reuchlin, M. (1990). *Les différences individuelles dans le développement conatif de l’enfant*, Paris : PUF, 300 p.
- Reuchlin, M. (1991). *Les différences individuelles à l’école : Aperçu et réflexions sur quelques recherches psychologiques*, Paris : PUF, 320 p.
- Roiné, C., (2005). *Etude des effets didactiques des idéologies pédagogiques : Contribution à une approche anthro-po-didactique des phénomènes d’enseignement des mathématiques à l’école élémentaire*, Travaux d’études et de recherche Master Recherche Sciences de l’Education, Université de Bordeaux 2, 154 p.
- Sarrazy, B. (2002). « Les hétérogénéités dans l’enseignement des mathématiques. » *Educational Studies in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers. (Dordrecht. Boston. London). 49. 89-117.
- Sarrazy, B. 2005. « La théorie des situations : une théorie anthropologique du didactique ? », *Sur la théorie des situations didactiques : questions, réponses, ouvertures. Hommage à Guy Brousseau*. Grenoble : La Pensée Sauvage. 375-390.
- Vergnaud G. (1983). *L’enfant, la mathématique et la réalité : Problèmes de l’enseignement des mathématiques à l’école élémentaire*. Berne : Peter Lang, 217 p.
- Wittgenstein L. (1983). *Remarques sur les fondements des mathématiques*, Paris : Gallimard, 351 p., coll. Bibliothèque de Philosophie.



Proceedings CIEAEM 58 –SRNI, Czech Republic, July 9-15, 2006

“*Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)*”, *Supplemento n. 3, 2009.*

G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy)

167

2002. « Effects of variability on responsiveness to the didactic contract in problem-solving among pupils of 9-10 years » *European Journal of Psychology of Education*. vol. XVII. n° 4. 321-341.

1996. « Sens et situations : une mise en question de l’enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques », *Recherches en didactique des mathématiques*, 1997, Volume 17, n° 2, Grenoble : La Pensée Sauvage, 135-166.

1995. « Le contrat didactique », [note de synthèse], *Revue Française de Pédagogie*, n° 112, p. 85-118.



CIEAEM 58 –SRNI, Czech Republic, July 9-15, 2006

Conférences Plénière – Plenary Session

167