Le raisonnement mathématique chez les élèves en difficultés du début du primaire à travers l'exemple du développement de la pensée algébrique

Auteurs: Theis, Laurent et Ducharme, Amélie

Introduction

Au Québec, une importante réforme des programmes de formation au primaire, mise en place il y a quelques années, a modifié en profondeur les exigences quant à l'enseignement des mathématiques. En effet, les nouveaux programmes de formation québécois (MEQ, 2000), d'inspiration socio-constructiviste, se basent sur une approche par compétences, ce qui a des répercussions importantes sur l'enseignement des mathématiques. Cet enseignement n'est plus axé sur le développement d'habiletés techniques, mais sur le développement de compétences mathématiques et transversales.

Le programme de formation du primaire s'articule autour de trois compétences, nommées « résoudre une situation-problème mathématique », « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques » et « communiquer à l'aide du langage mathématique ». Dans une telle approche, un accent particulier est mis sur la construction de savoirs, de savoir-faire et de compétences mathématiques à travers des situations complexes et signifiantes. La résolution de problèmes mathématiques est au centre de l'apprentissage des mathématiques et ce, dès le début du primaire.

Parallèlement à l'articulation des programmes d'études en mathématiques autour de compétences à développer, le Ministère de l'éducation du Québec a également mis en place une nouvelle politique d'adaptation scolaire destinée aux élèves qui éprouvent des difficultés d'apprentissage. Si les interventions auprès de ces élèves se faisaient souvent, dans le passé, à l'extérieur de la classe ou dans des classes spéciales, ces enfants sont maintenant intégrés de plus en plus dans les classes régulières. Bien sûr, cette intégration amène de nouveaux défis quant à l'encadrement de ces élèves dans leur apprentissage des mathématiques.

Cadre conceptuel

Si le développement de compétences à raisonner à l'aide de concepts mathématiques à travers des situations-problème est déjà ardu pour des élèves forts ou présentant des résultats moyens, des élèves qui sont considérés comme étant « à risque » se trouvent face à un défi encore plus important. Selon le Ministère de l'Éducation (2000, p.5), cette catégorie d'élèves comprend entre autres « des élèves à qui il faut accorder un soutien particulier, parce qu'ils présentent des difficultés pouvant mener à l'échec [ou] des retards d'apprentissage ». Ces enfants disposent d'une base de connaissances mathématiques beaucoup moins solide que leurs pairs, ce qui influence leur capacité à s'insérer dans la résolution d'un problème mathématique et à développer un raisonnement mathématique à l'aide de ces concepts. Par ailleurs, ces enfants présentent souvent des difficultés accrues lorsqu'il est question d'une compréhension conceptuelle plus approfondie. Au cours de notre recherche doctorale (Theis, 2005), nous avons constaté que les enfants en difficulté d'apprentissage présentent des difficultés particulièrement importantes lorsqu'il s'agit de comprendre le sens de la symbolisation mathématique et plus particulièrement du signe =. Ces enfants savaient utiliser ce symbole dans des tâches courantes, sans toutefois en comprendre le sens. Ce sont également les élèves faibles ou en difficulté d'apprentissage qui éprouvaient le plus de difficulté à construire une compréhension conceptuelle plus évoluée des relations d'équivalence et d'égalité que ce symbole représente.

Pour l'enseignant se pose alors le défi de présenter des situations d'enseignement et d'apprentissage qui sont complexes et significatives et qui permettent à des élèves qui présentent différents niveaux de maîtrise des compétences travaillées à s'y engager. L'encadrement des besoins particuliers des élèves en difficultés peut alors se faire à travers l'adaptation de la situation à ses besoins ou à la mise en place de dispositifs d'aide supplémentaires.

Dans cette communication, notre objectif est de décrire, comment des élèves faibles ou en difficultés d'apprentissage du début du primaire développent leur compétence à raisonner à l'aide de concepts mathématiques à l'intérieur d'équipes de travail hétérogènes et homogènes. Les activités que nous avons choisi de présenter aux élèves visent à développer un début de raisonnement algébrique. Par raisonnement algébrique, nous entendons un ensemble de processus de pensée (p. ex. : généraliser, opérer sur l'inconnue, penser en termes de structure, etc.) utilisés dans des activités mathématiques où figurent des opérations mathématiques (p. ex. des opérations arithmétiques) (Squalli, 2002). Depuis plusieurs années, de nombreux chercheurs plaident en faveur de l'intensification des efforts pour développer la pensée algébrique dès l'école primaire. Ainsi, le programme de formation québécois insiste sur le développement de la compétence de « raisonner à l'aide de concepts mathématiques » qui fait, entre autres, appel à des raisonnements de type algébrique. Au cours des dernières années, plusieurs recherches (entre autres Carpenter, Falkner et Levi, 2000, Saenz-Ludlow et Walgamuth, 1998, Daneau Schmidt et Thivierge) ont expérimenté des activités qui visent à développer un tel raisonnement auprès d'enfants du début du primaire et ont décrit les apprentissages réalisés par les enfants ainsi que les obstacles rencontrés.

Notre recherche doctorale (Theis, 2005) s'inscrit également dans ce créneau de recherche. Dans ce cadre, nous avons analysé comment se développe la compréhension des relations d'équivalence et d'égalité ainsi que du signe = qui les représente chez des enfants du début du primaire. Cette question est centrale pour le développement d'une pensée algébrique parce que, pour pouvoir résoudre efficacement ce type d'activités, les enfants doivent considérer le signe = comme l'indicateur d'une équivalence, et non comme une incitation à écrire une réponse à l'opération qui le précède. Les résultats de notre recherche montrent qu'il est possible de développer une compréhension plus adéquate du signe = dès le début de l'école primaire, mais que cette notion constitue un puissant obstacle cognitif. Les progrès ont été particulièrement difficiles à réaliser pour les élèves évalués comme « faibles ».

Description de la tâche

Pour pouvoir comprendre le développement du raisonnement algébrique auprès d'élèves à risque du primaire, nous avons réalisé une expérimentation didactique dans deux classes multi-niveaux du premier cycle du primaire. Une expérimentation didactique prévoit la préparation, l'expérimentation et l'analyse d'une séquence d'enseignement, et présente, selon English (2002), l'avantage qu'elle permet de suivre l'évolution de la compréhension et du raisonnement des participants à la recherche.

L'activité que nous avons présentée aux élèves, inspirée des travaux de Squalli et Drapeau (2005), leur demandait de trouver des stratégies qui leur permettent de découvrir une fonction sous-jacente à une représentation graphique. En effet, les enfants avaient à leur disposition une grille, qui comprenait les nombres de 1 à 100, ainsi que des formes en carton. La figure 1 montre la forme de la grille ainsi qu'un exemple de forme utilisée.

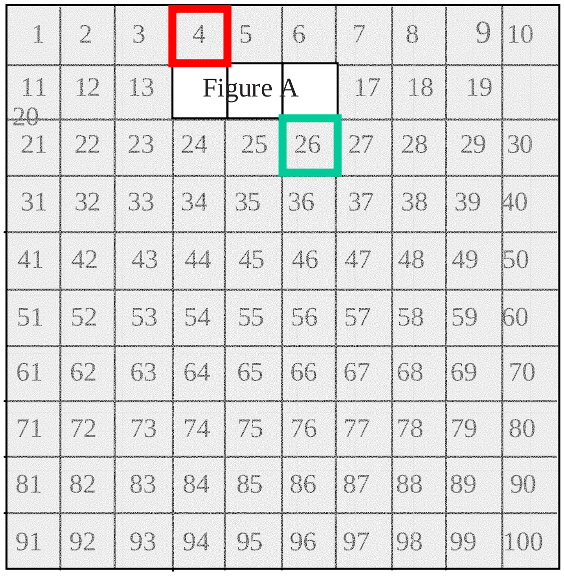

Figure 1 : la grille de numération et exemple d'une forme

Les formes utilisées comprennent plusieurs cases pleines ainsi que deux cases transparentes, à travers lesquelles on peut voir le nombre qui se trouve en-dessous. La case rouge représente alors le nombre de départ, et la case verte le nombre d'arrivée. Par exemple, si la case rouge est placée sur le « 4 », le nombre vert sera le « 26 ». L'objectif de notre activité était d'amener les enfants à prédire quel sera le nombre vert, en ayant à leur disposition la forme, mais pas la grille.

Pour les fins de cette recherche, nous avons préparé deux activités d'une heure. Les activités, qui ont été expérimentées dans deux classes de premier cycle (première et deuxième année du primaire), contiennent des tâches visant à développer un raisonnement algébrique. Nous avons retenu la résolution en équipe des activités afin de pouvoir déterminer de quelle manière les élèves à risque contribuent au développement des pistes de résolution et quelle compréhension ils peuvent dégager des idées et stratégies avancées par les autres enfants. Dans une des deux classes, ces équipes étaient hétérogènes, et dans l'autre classe, nous avons regroupé les enfants de même niveau à l'intérieur d'une équipe. Cette disposition nous permettait d'observer les interactions entre les enfants et de comparer le rôle des élèves identifiés comme étant en difficultés d'apprentissage ou à risque dans chacune des configurations.

Dans une première étape exploratoire, chacune des équipes avait comme mandat de se familiariser avec la grille et la forme qui lui était attribuée, et de trouver une stratégie qui permet de trouver le nombre dans la case verte. Ensuite, les enfants devaient se préparer à un jeu avec un autre groupe d'élèves, au cours duquel un élève de chaque équipe devait trouver le nombre vert, à partir d'un nombre rouge qui lui a été indiqué par un membre de l'autre équipe. Pour ce faire, il pouvait avoir recours à la figure, mais n'avait pas sous ses yeux la grille des nombres.

Au cours de notre expérimentation didactique, nous avons présenté cinq figures de degré de difficulté croissant. A la fin de la deuxième rencontre, nous avons par ailleurs demandé aux enfants une forme qu'ils croyaient être la plus difficile possible et de justifier pourquoi ils la pensaient difficile.

L'activité que nous avons présentée aux enfants demande à des enfants du premier cycle de mettre en œuvre un raisonnement complexe, puisqu'il s'agit de comprendre que la forme représente une fonction ou un opérateur sur un nombre, qui restera constant, peu importe l’endroit où on la place. Dans ce contexte, c’est la position relative de la case verte par rapport à la case rouge qui détermine la fonction représentée par la figure. Afin d’avoir accès au raisonnement des élèves sur l’opération représentée par la figure, nous leur avons demandé de justifier leur réponse ainsi que la stratégie qui y a mené.

Méthodologie

Afin de recueillir les données pertinentes pour notre recherche, nous avons enregistré les échanges entre les élèves qui ont lieu dans chacune des équipes de travail ainsi que les réactions et les interventions des élèves lors du travail en grand groupe. Nous avons également conduit des entrevues avec les élèves faibles ou en difficultés d'apprentissage, immédiatement après les activités en classe. Ces entrevues visent à déterminer quelle est la compréhension que ces élèves ont des pistes de solution avancées par les autres élèves de leur groupe et quel raisonnement ils sont en mesure de déployer lors de ces activités.

Les transcrits des entrevues et des travaux en équipe étaient à la base de notre analyse des données. Trois aspects ont fait l'objet d'une analyse plus soutenue: la contribution que les élèves faibles ont fait à l'avancement des travaux dans leur équipe, la compréhension qu'ils ont pu dégager de la tâche et des stratégies des autres élèves ainsi que les raisonnement qu'ils ont été en mesure de déployer.

Résultats de recherche

L’analyse des résultats nous permet de constater que la grande majorité des enfants a su déployer des stratégies diversifiées et de degré de difficulté différent pour résoudre les problèmes que nous leur avons posés. Si certains élèves se sont contentés de stratégies peu complexes, comme essayer de remplir les cases de la figure avec les nombres qui devaient se trouver en-dessous, d’autres ont eu recours à des stratégies beaucoup plus élaborées. Ainsi, plusieurs enfants ont réussi à trouver la « fonction » que cachait la grille et de déterminer le nombre « vert » à l’aide d’un raisonnement additif.

Concernant les élèves à risque, nous avons pu constater des différences importantes en fonction de leur présence à l’intérieur d’équipes hétérogènes ou homogènes. Si les élèves en difficultés qui se trouvaient en présence d’élèves plus forts ont, de manière générale, été en mesure de déployer des raisonnements pertinents et de trouver des stratégies efficaces, le travail avec ces élèves dans la classe avec des équipes homogènes, était beaucoup plus difficile. Ainsi, plusieurs obstacles cognitifs les ont empêché de trouver des stratégies qui leur auraient permis de trouver des solutions valides. Par ailleurs, nous avons pu déterminer plusieurs prérequis nécessaires au traitement de ce type d’activités.

Dans le cadre de notre présentation, nous allons analyser de manière plus détaillée le travail d’une équipe homogène d’élèves en difficultés. Le travail de cette équipe est particulièrement intéressant, puisque les enfants qui en faisaient partie disposaient de plusieurs des prérequis nécessaires à la résolution des activités, mais l’équipe n’a pas réussi à faire émerger une stratégie qui leur permettait de trouver une solution correcte. Nous allons dans ce contexte, analyser, à l’aide de plusieurs exemples, les obstacles cognitifs rencontrés par ces élèves.

Références

- Carpenter, T., Levi, L. et Falkner, K. (2003). *Thinking Mathematically. Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School.* Portsmouth, NH: Heinemann.

- Daneau, C., Schmidt, S. et Thivierge-Ayotte, L. (2000). Le rôle de la réflexion collective et de la symbolisation dans le développement de la pensée mathématique d'élèves en difficulté grave d'apprentissage. *Apprentissage et socialisation, 20*(2), 47-69.
- English, L. et al. (2002). *In*: Future Issues and Directions in International Mathematics Education Research. In Lyn D. English: *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ministère de l'éducation du Québec (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). Définitions.*
- Ministère de l'Éducation du Québec (2001). *Programme de formation de l'école québécoise.*
- Saenz-Ludlow, A. et Walgamuth, C. (1998). Third Graders' Interpretation of Equality and the Equal Symbol. *Educational Studies in Mathematics, 35*(2), 153-187.
- Squalli, H. (2002). Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire: un exemple de raisonnement à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques*, *39*, 4-13.
- Squalli, H. et Drapeau, G. (2005). Le développement de raisonnements mathématiques chez des élèves d'une classe de trouble de comportement. Article soumis à la Revue des sciences de l'éducation.
- Theis, L. (2005, à paraître). Les tribulations du signe = dans la moulinette de la bonne réponse. Baie-Joli: Éditions des Bandes didactiques.