

*Influenza dei registri linguistici
nell'enunciato di un problema sui processi
di risoluzione adottati dagli alunni
della scuola elementare*

Francesca Alongi¹

Riassunto

In questo testo si indaga sull'utilizzo e sulla comprensione di rappresentazioni linguistiche differenti negli alunni del secondo biennio della scuola primaria (allievi di 8 –10 anni), e dell'influenza che tali rappresentazioni hanno nella risoluzione di una situazione – problema.

Nella prima parte verrà affrontata una questione relativa agli ostacoli di origine didattica nell'apprendimento della matematica nella scuola primaria, in particolare, verranno esaminati gli ostacoli dipendenti dal linguaggio e la visualizzazione.

Una seconda parte sarà dedicata al ruolo della rappresentazione semiotica nell'attività matematica, facendo riferimento agli studi di semiotica e alle ricerche sui registri linguistici.

Infine, un'ultima parte è riservata alla descrizione dell'esperienza di ricerca, nelle sue tre fasi sperimentali, supportata dai relativi risultati.

Abstract

In this text it is inquired on the use and the understanding of different linguistics representations in the pupils of according to biennium of the primary school (the students of 8 -10 years), and of the influence that such representations have in the resolution of one situation - problem. In first part it will come faced a relative issue to the obstacles of didactic origin in the learning of the mathematics in the primary school, in particular, they will come examines the obstacles employee from the language and the visualization.

A second part will be dedicated to the role of the semiotics representation in the mathematical activity, making reference to the studies of semiotics and the searches on the linguistics registries. Finally, last part is reserved to the description of the search experience, in its three is made experiences them, supported from the relatives results.

1.0. Introduzione

Perché avviare un'indagine di tipo sperimentale sul ruolo delle rappresentazione semiotiche nell'apprendimento della matematica?

¹ Laureata in Scienze della Formazione Primaria presso la Facoltà di Scienze della Formazione dell'Università di Palermo. Lavoro eseguito nell'ambito della sua tesi di laurea, Giugno 2005.

La scelta dell'argomento di indagine è stata dettata da una riflessione personale circa una tematica molto ampia, legata agli ostacoli relativi all'apprendimento della matematica, in primo luogo ostacoli di natura linguistica.

Tra le ipotesi di partenza del lavoro sperimentale si pone come obiettivo fondamentale quello di indagare sull'utilizzo e sulla comprensione di rappresentazioni linguistiche differenti durante la risoluzione di una situazione problematica, negli alunni del secondo biennio della scuola primaria.

Lo scopo del lavoro è quello di dimostrare che l'utilizzo "spontaneo" di una modalità di rappresentazione da parte del campione considerato è influenzata fortemente dal contratto didattico, quindi dalle richieste esterne che, implicitamente, modificano i processi di risoluzione messi in atto.

Si vuole porre l'attenzione sulle strategie e i procedimenti messi in atto da tali alunni nel risolvere le situazioni-problema proposte e verificare in che modo un registro linguistico influenza l'interpretazione dei dati e le successive rappresentazioni da parte degli alunni. Infine si cercherà di valutare quale grado di difficoltà implica l'utilizzo di una rappresentazione semiotica piuttosto che un'altra nella comprensione di un testo matematico.

1.1. Ostacoli e fallimenti: linguaggi e difficoltà nell'apprendimento della matematica

L'apprendimento della matematica non è sempre un processo semplice, lineare: è caratterizzato da una serie di ostacoli di diversa entità, riconducibili sia alla natura della disciplina che ad altri fattori.

Possiamo interpretare le difficoltà solitamente riscontrate nell'apprendimento della matematica facendo riferimento alla classificazione degli ostacoli proposta da G. Brousseau (1983), il quale individua:

1) *Ostacoli di origine ontogenetica*: dipendono dai limiti neurofisiologici dell'allievo e possono influenzare negativamente il rendimento scolastico;

2) *Ostacoli di origine didattica*: dipendono dal sistema educativo adottato, dalle scelte operate dall'insegnante, quindi proprio all'insegnante spetta il compito di limitare il più possibile l'influenza di questo genere di ostacoli;

3) *Ostacoli di natura epistemologica*: dipendono dalla natura della disciplina, e dunque sono inevitabili.

Una delle principali questioni connesse agli ostacoli di origine didattica è quella inerente al linguaggio utilizzato e alla comprensione di quest'ultimo.

Il problema della comprensibilità di un testo scritto è uno degli ostacoli più evidenti: l'enunciato di un problema, il testo di un esercizio, una spiegazione dell'insegnante, esprimono, mediante frasi e parole, termini tratti dal linguaggio matematico e non sempre la comprensione di un concetto matematico veicolato dal linguaggio scritto è immediata. La leggibilità² di un testo matematico è determinata da

² Per leggibilità si intende "il grado di difficoltà provata da un lettore che cerchi di comprendere un testo" (A. Gagatsis, 1995).

alcune variabili³ (come la complessità sintattica, la densità dell'enunciato, la punteggiatura, le strutture sintattiche impiegate, l'ordine delle informazioni fornite ecc.) caratteristiche degli enunciati dei problemi dati in lingua naturale, le quali hanno una forte incidenza sul trattamento del testo da parte dell'allievo, svolgendo il ruolo di facilitatore o di ostacolo nell'elaborazione della soluzione.

Il linguaggio può diventare un ostacolo supplementare all'acquisizione di conoscenze matematiche: la capacità di estrarre da un testo matematico le informazioni pertinenti rispetto alla risoluzione dello stesso, è mortificata dalla struttura dell'enunciato, dal momento che esso contiene solo le informazioni necessarie (e solo quelle vanno utilizzate, senza escluderne nessuna) per giungere alla soluzione del problema. Una vera e propria clausola didattica che spinge il bambino ad utilizzare esclusivamente i dati numerici del testo nell'ordine in cui essi si presentano⁴.

1.2. Il ruolo della visualizzazione

Nell'apprendimento e nell'insegnamento della matematica, oltre all'espressione linguistica, svolge un ruolo importante la visualizzazione.

Per esprimere un contenuto matematico, spesso si utilizzano non soltanto parole o appositi simboli, ma anche disegni, schemi, diagrammi, immagini.

Insieme alle altre modalità di rappresentazione semiotica, le rappresentazioni grafiche sono molto utili per esprimere un contenuto matematico, e quindi per essere in grado di apprenderlo.

E. Fischbein (1993), introducendo il termine "concetto figurale", parla di una «*fusione tra concetto e figura*» che porta alla formazione ed all'apprendimento del contenuto matematico in questione. La costruzione dei concetti figurali, nella mente dello studente, non è, tuttavia, un processo cognitivo frutto dell'interpretazione spontanea dell'immagine: è necessario l'accostamento adeguato di diverse forme di rappresentazione per giungere alla comprensione.

La visualizzazione è didatticamente molto importante, ma non deve essere considerata concettualmente esclusiva.

2.0. Registri di rappresentazione semiotica e noetica nella didattica della matematica

Dal momento che gli oggetti matematici non sono direttamente accessibili alla percezione, in quanto astratti, è necessario ricorrere a diverse rappresentazioni semiotiche per comprenderli, giungendo in tal modo alla concettualizzazione. La

³ Si tratta delle variabili redazionali, indicate dalla ricercatrice francese Colette Laborde.

⁴ Per quanto riguarda il contratto didattico, come lo definisce G. Brousseau quando parla di quell': "Insieme dei comportamenti dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e l'insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante...", esso è costituito da regole implicite, stabilite dai fatti. Un esempio:

- Ogni problema ha una soluzione e una sola;
- Bisogna utilizzare tutti i dati numerici dell'enunciato nell'ordine in cui vengono dati;
- L'allievo deve pensare ad applicare le operazioni che si stanno studiando;
- L'allievo deve arrivare ad ogni costo alla soluzione.

varietà dei possibili registri di rappresentazione semiotica⁵ è indispensabile, e addirittura inevitabile, come sostiene Duval (1993).

L'acquisizione concettuale di un oggetto matematico passa necessariamente attraverso l'acquisizione di una o più rappresentazioni semiotiche. Da qui ne deriva che “non c'è noetica⁶ senza semiotica⁷”, non c'è pensiero senza attività rappresentativa. Quindi, il soggetto deve necessariamente ricorrere ad una pluralità di sistemi semiotici, coordinandoli in modo funzionale alla comprensione.

Gli oggetti matematici sono costruiti attraverso l'attività semiotica, cioè attraverso rappresentazioni linguistiche, molteplici e complementari, che aiutano a distinguere l'oggetto dalla sua rappresentazione.

L'ampia letteratura in materia di conversione e trattamento dei registri semiotici, che fa capo a Raimond Duval, e le numerose ricerche nel settore, nascono per tentare di capire qual è il ruolo del segno, del simbolo, nella concettualizzazione⁸. Elemento centrale per la costruzione di concetti è l'uso funzionale del segno. Un sistema simbolico è un registro rappresentativo che interviene sulla concettualizzazione, un sistema di segni che permette di adempiere alle funzioni meta-linguistiche di comunicazione, trattamento e di oggettivazione.

Ma un sistema semiotico non è uno strumento per accedere ad un concetto, “*esso è costitutivo del funzionamento stesso del pensiero e della conoscenza*”, in questo senso “*ogni conoscenza è inseparabile da un'attività di rappresentazione*” (D'Amore, 2001).

La conseguenza, evidenziata da Duval, è l'esistenza di un paradosso cognitivo del pensiero matematico, in quanto l'alunno non può entrare direttamente in contatto con l'oggetto matematico, per forza di cose dovrà riferirsi ad una specifica rappresentazione di quell'oggetto, finendo con identificare l'oggetto con la sua rappresentazione. Nel momento in cui l'allievo si troverà nella necessità di accedere a quello stesso oggetto con un'altra modalità di rappresentazione, non sarà in grado di farlo, non possedendo né mezzi critici, né culturali, né cognitivi. Oppure si può perdere di vista la costruzione del concetto, se l'allievo si limita ad imparare ad esprimerlo e a rappresentarlo con quanti più registri semiotici è possibile.

Sono caratteristiche della semiotica la rappresentazione, il trattamento e la conversione. Preso un contenuto da rappresentare (A), si scelgono i suoi tratti distintivi, che dipendono dalle capacità semiotiche di rappresentazione del registro scelto per rappresentare A. Infatti, scegliendo un registro diverso si fisserebbero altri

⁵ Secondo Duval un registro è un sistema *semiotico* di rappresentazione. Un registro si forma per selezione delle risorse linguistiche disponibili a un soggetto, in relazione agli usi che intende farne.

⁶ Per “noetica” si intende l'acquisizione concettuale di un oggetto. Per Platone la noetica è l'atto di concepire attraverso il pensiero, per Aristotele costituisce l'atto stesso di comprendere concettualmente.

⁷ Per “semiotica” si intende l'acquisizione di una rappresentazione realizzata per mezzo di segni. La semiotica include lo studio delle *lingue* e di altri sistemi di segni che lingue non sono, come ad esempio le notazioni *simboliche* o i colori di un semaforo.

⁸ Per “concettualizzazione” qui s'intende la costruzione di un concetto, alla quale partecipa sia la parte istituzionale (il Sapere) che la parte personale (chiunque abbia accesso al Sapere). Il concetto è continuamente in fase di costruzione.

tratti del contenuto da rappresentare: due rappresentazioni dello stesso oggetto, ma in registri linguistici differenti, hanno contenuti diversi.

Una volta scelti i tratti distintivi del contenuto è possibile rappresentare A in un dato registro semiotico, per poi passare al trattamento, cioè all'elaborazione delle informazioni all'interno dello stesso registro.

Un'ultima attività cognitiva è la conversione, la trasformazione del contenuto in un registro semiotico diverso da quello di partenza.

La costruzione della conoscenza matematica dipende dalla capacità di saper utilizzare differenti registri di rappresentazione semiotica dello stesso concetto, quindi dalla capacità di rappresentarlo in un certo registro, di trattare le informazioni e di convertirle da un dato registro ad un altro.

Duval sottolinea, inoltre, due aspetti molto importanti dell'attività semiotica in matematica: la pluralità dei registri rappresentativi e la coordinazione di tali registri. Diverse rappresentazioni dello stesso oggetto possano rappresentare contenuti differenti di quest'ultimo: per questo motivo è importante e indispensabile una varietà di registri semiotici, affinché diverse rappresentazioni si completino a vicenda, evidenziando aspetti che con un solo registro linguistico non è possibile rilevare.

2.1. La rinuncia dell'allievo alla devoluzione: scolarizzazione e mancata noetica

Alla luce del panorama teorico delineato è possibile interpretare in modo nuovo le difficoltà nell'apprendimento della matematica

D'Amore (2001) sostiene che la rinuncia dello studente alla devoluzione⁹, l'incapacità di assumersi carico diretto e personale della responsabilità della costruzione del proprio sapere, è legata alle difficoltà provenienti dalle operazioni tipiche della semiotica, a causa di una mancata didattica specifica a monte. Lo studente, in tal modo, potrebbe giungere ad effettuare una scelta rinunciataria, che ha come diretta conseguenza la scolarizzazione dei saperi¹⁰.

In particolare, alcune delle difficoltà più spesso riscontrate riguardano capacità come quella di risalire da una rappresentazione al contenuto rappresentato.

Padroneggiare le rappresentazioni semiotiche ed essere in grado di coordinare registri linguistici diversi è un modo per rendere lo studente responsabile della costruzione del proprio sapere.

2.2. Lingua naturale e uso spontaneo del disegno

La lingua naturale è un registro di rappresentazione semiotica più complesso degli altri, in quanto è plurifunzionale. Duval distingue quattro funzioni discorsive, che caratterizzano la lingua naturale: funzione referenziale di designazione degli oggetti,

⁹ Per "devoluzione" si intende l'atto con il quale l'insegnante delega allo studente di farsi carico diretto della responsabilità della costruzione del proprio sapere. Quando l'allievo accetta l'apprendimento è possibile; in altri casi lo studente non accetta di impegnarsi personalmente, ed allora l'apprendimento è impossibile.

¹⁰ Per "scolarizzazione dei saperi" si intende l'atto, spesso inconsapevole, attraverso il quale l'allievo effettua una delega alla Scuola, in quanto istituzione, ed all'insegnante, in quanto rappresentante di quell'istituzione, il compito di selezionare per lui i saperi significativi.

funzione apofantica di espressione di enunciati completi, funzione di espansione discorsiva di un enunciato completo e funzione di riflessività discorsiva.

Un ruolo molto importante è svolto dalla visualizzazione, quindi dalle rappresentazioni grafiche, nell'espressione e nella comprensione di un contenuto matematico. Precisiamo che la figura (grafici, tabelle, disegni...) non sempre è un aiuto alla risoluzione di problemi: a volte può confondere ulteriormente lo studente, il quale, dovendo lavorare con un doppio codice linguistico (quello scritto e quello figurale), può essere portato a credere di avere di fronte a sé due problemi, invece di due rappresentazioni semiotiche dello stesso problema. In altre parole, non riesce a far convergere le diverse informazioni suggerite da registri differenti. Di tutt'altra natura è invece il disegno spontaneo. A volte l'allievo, nel tentativo di risolvere un problema di matematica, può ricorrere al disegno, per ricercare la strategia risolutiva adeguata. Tali figure sono spontanee, e sono disegnate come supporto alla risoluzione e quindi sono figure risolutive.

3.0. Il lavoro sperimentale

L'ipotesi di lavoro parte dalla considerazione che il linguaggio naturale sia un registro semiotico che comporta ostacoli maggiori rispetto agli altri, per le difficoltà ad estrarre da un testo matematico le informazioni pertinenti alla risoluzione del problema e per il ruolo svolto dal contratto didattico. Ritengo infatti che la risoluzione di un problema che si avvale esclusivamente di una modalità di rappresentazione come questa, sia più difficoltosa rispetto all'utilizzo di altri registri o, meglio, rispetto all'uso coordinato di vari registri.

Per tali motivi l'ipotesi di partenza del lavoro sperimentale si può esprimere in questo modo: se agli alunni viene presentato un problema in un registro linguistico differente dalla lingua naturale, allora le loro prestazioni nella risoluzione migliorano. Inoltre, il linguaggio figurativo e quello tabulo – relazionale, a mio avviso, consentono una migliore interpretazione dei dati di un problema..

Obiettivo generale della ricerca è quello di indagare sull'utilizzo e sulla comprensione di rappresentazioni linguistiche differenti durante la risoluzione di una situazione problematica, negli alunni del secondo biennio della scuola primaria. Il lavoro intende, inoltre, rilevare le differenti strategie risolutive, all'interno di ciascun gruppo, rispetto alla risoluzione della situazione -problema proposta in quattro varianti linguistiche, durante la somministrazione del fattore sperimentale, e verificare in che modo la proposta di un modalità di rappresentazione piuttosto che un'altra influenza i risultati della fase finale.

3.1. Strumenti e metodologie

Per indagare su tali aspetti e falsificare l'ipotesi generale si sono ipotizzate 3 fasi sperimentali. La prima fase consiste nella somministrazione di un problema aperto ad un campione di 98 alunni, scelti in modo casuale, di età compresa tra gli 8 e i 10 anni.

Mi riferisco ad un target di alunni frequentanti il secondo biennio della scuola primaria (4° -5° elementare)¹¹.

La seconda fase, che costituisce propriamente l'esperimento, consiste nella somministrazione di una stessa situazione-problema a quattro gruppi di soggetti, in differenti registri linguistici. La terza fase sperimentale consiste nel proporre nuovamente a tutti i gruppi la situazione-problema iniziale, che prevede, in fase finale, la stessa identica consegna. L'obiettivo di quest'ultima fase è quello di verificare quali effetti sono stati ottenuti in seguito all'introduzione del fattore sperimentale.

Prima di iniziare l'indagine sperimentale sul campo, è stata costruita l'analisi a – priori dei comportamenti attesi da parte degli allievi, uno strumento che permette di rilevare in modo adeguato i dati utili e di analizzarli con gli strumenti della statistica (analisi descrittiva per mezzo del programma Excel, per registrare la presenza/assenza di tali comportamenti, analisi delle similarità e analisi implicativa con il supporto del programma Chic). A completamento dell'analisi quantitativa dei dati, ho effettuato un'analisi qualitativa tenendo conto degli elaborati maggiormente significativi tra tutti i protocolli del campione.

3.2. L'esperienza di Ricerca in Didattica: le fasi della sperimentazione

3.2.1. La prima fase della sperimentazione

La prima fase della sperimentazione è consistita nella somministrazione di un problema aperto ad un campione di 98 alunni. La scelta del problema aperto è stata orientata dallo scopo stesso di questa prima fase, cioè quello di individuare le strategie risolutorie e l'adozione spontanea di una modalità di rappresentazione semiotica nei soggetti che costituiscono il campione. Il problema aperto rappresenta un *compito di traduzione* da una modalità di rappresentazione all'altra. Nello specifico si tratta di tradurre il problema *dal linguaggio naturale ad un altro*, scelto liberamente da ciascun allievo. Il problema aperto è stato considerato come un questionario.

La situazione – problema proposta è la seguente:

“Quattro amici pagano €12,50 per 3 coppe di gelato e un aperitivo. Sapendo che quest'ultimo costa €3,50, qual è il prezzo di ogni coppa di gelato?”

Rappresenta il problema nel modo che preferisci (con un disegno, con una tabella, con un'espressione aritmetica ecc.) e trova la soluzione.”

Le strategie risolutive che sono state prese in considerazione per la tabulazione dei dati rispetto alla prima fase sono state raggruppate in quattro categorie¹²:

¹¹ Si tratta di tre classi quinte appartenenti al circolo didattico “G. La Masa”, e di una quinta e di una quarta elementare dell'istituto “Nino Bixio”, entrambe di Palermo. Il lavoro si è svolto nei mesi di dicembre-gennaio 2004/2005.

¹² Dopo aver raccolto i dati, l'analisi a – priori è stata completata con tutte quelle strategie che non erano state ipotizzate. L'operazione è stata effettuata sia per la fase iniziale che per quella finale. Le quattro categorie di strategie indicate si riferiscono sia alla fase iniziale che alla fase finale, in questo modo è possibile effettuare un valido confronto.

1. L'alunno rappresenta il problema nel modo "classico": dati, diagramma, operazioni in colonna, risposta. Può inserire o meno simboli iconografici, ma si caratterizzano come elementi poco rappresentativi della situazione problematica.

2. L'alunno rappresenta il problema utilizzando prevalentemente dei disegni, servendosi dunque del linguaggio figurativo.

3. Rappresenta il problema utilizzando un linguaggio tabulo-relazionale o algoritmico-procedurale. Spesso il problema è risolto indicando esclusivamente l'algoritmo risolutivo.

4. Strategie che utilizzano in modo coordinato più di un registro linguistico.

Analizzando le tipologie di risposte che ho raccolto e classificato, si possono rilevare alcuni dati particolarmente significativi, in fase iniziale: il 77% del campione ha utilizzato una strategia corretta; la S3 è stata la strategia risolutiva maggiormente utilizzata, nel 17,5% dei casi; a questa seguono la S2 e la S1: tali strategie fanno riferimento tutte al 1° gruppo (nel 45,9% dei casi ho rilevato una strategia appartenente al gruppo n°1). Un solo alunno su 98 ha utilizzato una strategia del gruppo n° 2 (rappresentazione attraverso il disegno, il 26% ha utilizzato una strategia del gruppo n°3 (linguaggio tabulo – relazionale e algoritmico -procedurale). Solo il 4,2% ha rappresentato il problema servendosi di più registri linguistici coordinati (gruppo misto). Il 22,55% delle risposte indica l'uso di una strategia errata, in particolare la E3 nel 10% dei casi (E3: cerca di risolvere il problema utilizzando i dati forniti dal testo in modo casuale).

Dai dati rilevati emerge dunque che la modalità di rappresentazione più spontaneamente utilizzata dagli alunni che costituiscono il campione è quella classica. Gli alunni, infatti, sono soliti procedere in questo modo quando devono risolvere un problema, e questa percentuale era normale aspettarsela.

3.2.2. La seconda fase della sperimentazione

La seconda fase costituisce il fattore sperimentale vero e proprio. Ad un primo gruppo è stata somministrata una situazione-problema che utilizza come modalità di rappresentazione semiotica il linguaggio naturale. Al secondo gruppo il problema è stato presentato con un linguaggio figurativo: per interpretare il problema e trovare la soluzione, gli alunni possono dunque servirsi esclusivamente di immagini. Al terzo gruppo ho somministrato il problema utilizzando il linguaggio tabulo-relazionale. Per questa modalità di rappresentazione mi sono servita di una tabella a doppia entrata, che mette in relazione i dati fondamentali del problema, consentendone una più facile interpretazione. Al quarto gruppo di soggetti è stato richiesto invece di risolvere il problema che viene proposto con un linguaggio algoritmico-procedurale: la situazione-problema è stavolta suddivisa in quattro tappe, per ognuna delle quali gli alunni dovevano specificare l'algoritmo risolutivo all'interno del diagramma indicato. Gli obiettivi di questa seconda fase sono: rilevare le differenti strategie risolutive e verificare, per ciascun gruppo, la leggibilità del testo matematico (percentuale di risposte corrette o errate), verificare in che modo la proposta di una modalità di rappresentazione piuttosto che un'altra influenza i risultati della fase finale.

Dall'analisi dei dati è emerso che nel registro "lingua naturale" la percentuale delle strategie corrette è stata del 62,5%, contro il 37,5% delle strategie errate. Queste percentuali sono simili a quelle ottenute in seguito all'analisi dei dati relativi al linguaggio figurativo (69,9% corrette e 30,1% errate). Risultati migliori sono stati ottenuti con il linguaggio tabulo – relazionale (82,5% di strategie corrette) e quello algoritmico – procedurale (78,7% di strategie corrette).

3.2.3. La terza fase della sperimentazione

Per verificare quali effetti sono stati ottenuti con la somministrazione del fattore sperimentale (seconda fase), ho somministrato nuovamente a tutto il campione la situazione – problema iniziale, con la stessa identica consegna.

I risultati ottenuti sono stati molto interessanti. Infatti la percentuale di strategie riconducibili al 1° gruppo si è notevolmente abbassata: dal 45,9% della fase iniziale al 13,8% della fase finale. Si è registrato un aumento di strategie appartenenti al 2° gruppo (dallo 0,85% al 9,5%) e al 3° gruppo (dal 25,9% al 45,7%). La percentuale degli errori è rimasta più o meno la stessa, ma diverse sono le percentuali rispetto alla tipologia di errore. La strategia errata più frequente è la E2 (rappresenta il problema utilizzando uno qualunque dei registri linguistici, ma commette errori di calcolo.)

Al termine di questa fase ho individuato alcune variabili supplementari che rappresentano profili ideali di bambini classificati in base alla modalità di rappresentazione semiotica che hanno utilizzato per risolvere i problemi (Classic, Icon, Algo e Mix , profili ideali che rispecchiano i gruppi di strategie precedentemente indicati). Mi sono servita delle variabili supplementari per analizzare i dati relativi all'implicazione tra gruppi di variabili e ciascuna variabile supplementare, per capire quali e quante variabili implicano quelle supplementari. Analizzando i grafici risultanti, e comparando fase iniziale e finale, ho ottenuto alcune informazioni. Per esempio la variabile "icon" corrispondeva, in fase iniziale, al profilo di un solo alunno, mentre in fase finale sono 8 le variabili che implicano la variabile supplementare in questione. Interessante risultato è quello che vede la variabile "classic" implicata in fase iniziale da 16 variabili mentre in fase finale le variabili sono solamente 5. È aumentato notevolmente il numero di variabili che implicano la variabile "algo" (da 2 a 17).

3.3. Considerazioni conclusive

La modalità di rappresentazione semiotica che, in fase iniziale, costituiva il registro maggiormente utilizzato nella risoluzione del problema, la modalità "classica", è diminuita notevolmente, in seguito all'introduzione del fattore sperimentale. È aumentata la rappresentazione figurativa e l'utilizzo coordinato di diversi registri linguistici (variabile Icon e Mix). Inoltre, la modalità di rappresentazione algoritmico – procedurale e quella tabulo – relazionale (variabile Algo) in fase iniziale è rappresentata, idealmente, da pochi alunni mentre in fase finale rappresenta il registro maggiormente utilizzato dagli allievi.

Riguardo l'ipotesi generale, in effetti, gli alunni ai quali ho sottoposto, durante la somministrazione del fattore sperimentale, il problema in linguaggio figurativo, tabulo

– relazionale o algoritmico – procedurale, hanno ottenuto dei risultati migliori, rispetto al gruppo al quale ho somministrato il problema in lingua naturale. Quindi i risultati che ho ottenuto nella 2° fase sperimentale, quella relativa alla situazione-problema in 4 varianti linguistiche, inducono a ritenere attendibile l'ipotesi di partenza: la modalità di rappresentazione influenza la risoluzione del problema. Nello specifico, l'utilizzo di un registro linguistico diverso dalla lingua naturale influenza in modo positivo le prestazioni del campione preso in esame.

Ma la diminuzione degli errori non implica, di per sé, che un registro semiotico sia migliore di un altro. A livello di interpretazione dei dati, posso concludere, il registro tabulo relazionale è quello che consente agli alunni di procedere al meglio, perché induce a fare meno errori di interpretazione del testo.

In base ai risultati ottenuti con il mio lavoro sperimentale, ho individuato una serie di problemi aperti, questioni da chiarire e spunti di riflessione che possono costituire un punto di partenza per ulteriori indagini sperimentali:

- Quanto influisce la scolarizzazione e il contratto didattico sull'adozione "spontanea" di una modalità di rappresentazione piuttosto che un'altra?

- Al fine di coinvolgere gli alunni che hanno più difficoltà ad entrare in sintonia con l'astrazione propria della matematica, quali strategie di azione è più utile adottare?

- Esistono delle predisposizioni naturali verso l'ambito logico matematico che influenzano la scelta di una modalità di rappresentazione semiotica?

- In che modo i fattori culturali possono incidere su tale scelta? Differenti approcci alla matematica e differenze di ordine culturale implicano anche differenti rappresentazioni di un concetto matematico? Sarebbe interessante avviare una ricerca di questo tipo con un campione multiculturale.

- La lingua naturale come rappresentazione semiotica di un oggetto matematico: quali differenze esistono tra la dimensione dell'oralità e quella della scrittura? Quali processi cognitivi gli alunni mettono in atto nell'uno e nell'altro caso?

- Insegnare matematica ad alunni provenienti da gruppi linguistici diversi: ostacoli nella didattica della disciplina e individuazione di metodologie alternative.

Riferimenti bibliografici

- BROUSSEAU, G. (1983), *Ostacoles epistemologiques en mathématique*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4, 2;

- D'AMORE B. (1995), *Uso spontaneo del disegno nella risoluzione di problemi di matematica*. La matematica e la sua didattica, n°3, 328 – 370;

- D'AMORE B. (1999), *Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica*. L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate;

- D'AMORE B. (2001), *Concettualizzazione, registri di rappresentazione semiotica e noetica nella didattica della matematica*. La matematica e la sua didattica, n°2, 150 - 173;
- DUVAL R. (1993). *Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*, in *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, ULP, IREM Strasbourg;
- DUVAL R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne, Peter Lang;
- FISCHBEIN, E. (1993), *The theory of figural concepts*. Educational Studies in Mathematics, n° 24, 139-162;
- GAGATSI, A. (1995), *Modi di valutazione della leggibilità dei testi matematici*. La matematica e la sua didattica, n° 2, 136-146;
- LABORDE, C. (1995), *Occorre imparare a leggere e scrivere in matematica?* La matematica e la sua didattica n° 2, 121-135;
- SPAGNOLO F. (1998), *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, La Nuova Italia, Firenze.