

PIAZZA ARMERINA ANNO SCOLASTICO 2004 - 2005

**“ARGOMENTARE, CONGETTURARE E DIMOSTRARE”
NELLA SCUOLA DI TUTTI:**

“I POLIMINI NELLA SCUOLA MEDIA”

SCUOLA MEDIA “A. RONCALLI”

Classi seconde

Insegnante: Antonella Abate



PREMESSA

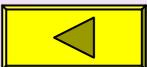
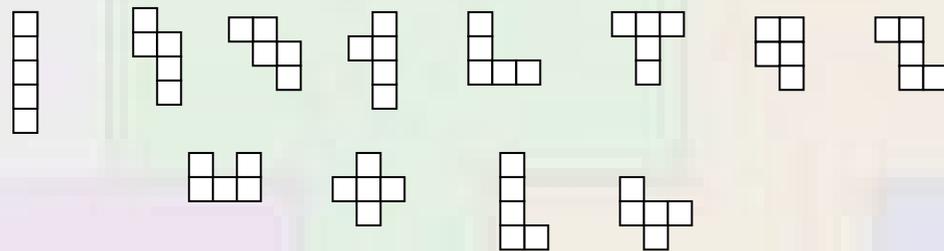
L'esperienza è proposta a due classi seconde della Scuola Media. L'argomento scelto, "i polimini", può essere sviluppato anche senza alcuna specifica preparazione matematica attraverso un esercizio di logica e di astuzia, si inserisce comunque nell'attività didattica svolta nelle seconde classi in quanto presenta correlazioni con l'equiestensione e le trasformazioni isometriche.



SITUAZIONE A-DIDATTICA E LE SUE FASI

I POLIMINI

- 1) Individua tutti i possibili pentamini diversi che si possono formare con cinque quadratini (i quadratini che compongono le varie figure devono avere almeno un lato in comune e si devono considerare uguali tutte quelle figure che possono essere sovrapposte con un qualsiasi movimento).
- 2) Pavimenta un rettangolo 5x12, senza lasciare buchi e senza creare sovrapposizioni, usando pentamini tutti uguali o diversi fra loro.



Fase 1: Consegna (tempo 10')

Si legge insieme agli alunni la prima richiesta. Ci si accerta che questa sia stata compresa in modo corretto da tutti mostrando un esempio alla lavagna con polimini formati da un numero diverso di quadratini.

Fase 2: Azione (tempo 35')

Ogni alunno, singolarmente, procederà ad organizzare i cinque quadratini per formare i vari pentamini che si possono ottenere. (Si chiederà ai ragazzi di disegnare i pentamini in posizioni successive ordinate e di cerchiare quei pentamini che eventualmente, dopo essere stati disegnati, vengono considerati uguali ad altri già presenti: ciò permetterà di individuare la sequenza logica con cui vengono costruiti).

Il vincitore sarà colui che allo scadere del tempo a disposizione ha costruito più pentamini diversi.

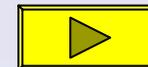
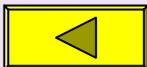
Fase 3: Formulazione (tempo 55')

La classe viene divisa in gruppi di tre o quattro alunni eterogenei per abilità logico-matematiche. Ad ogni gruppo viene consegnata il secondo quesito e le figure dei dodici pentamini. Viene fatto un esempio alla lavagna, utilizzando un quadrato più piccolo e polimini diversi, per assicurarsi che la consegna anche questa volta sia stata compresa da tutti. I ragazzi di ogni gruppo dovranno trovare ora una soluzione comune. Il procedimento risolutivo dovrà essere consegnato per iscritto. Vince il gruppo che per primo risponde al quesito e consegna la soluzione scritta.

foto

Fase 4: Validazione (tempo 20')

Si organizzano due squadre, ognuna composta da due gruppi. Ogni gruppo relaziona le proprie soluzioni. Ogni soluzione valida farà acquisire un punto alla squadra che la presenta. Vince la squadra che realizza un maggiore punteggio.



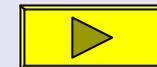
ANALISI A-PRIORI

Per questa sperimentazione si è deciso di impostare un'analisi a-priori per ognuno dei due quesiti.

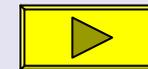
Si ipotizza che gli alunni, **per la costruzione dei pentamini**, possano ricorrere ad una o più delle seguenti strategie risolutive individuate:

- A1:** Disegna meno di cinque pentamini diversi
- A2:** Disegna meno di otto pentamini diversi
- A3:** Disegna otto o nove pentamini diversi
- A4:** Disegna dieci o undici pentamini
- A5:** Disegna dodici pentamini
- A6:** Disegna anche pentamini sovrapponibili che però individua
- A7:** Disegna anche pentamini sovrapponibili che però non individua
- A8:** Disegna anche pentamini sbagliati

In una tabella a doppia entrata "gruppi/strategie", per ogni gruppo si indica con il valore 1 la/e strategia/e che esso ha utilizzato e con il valore 0 le strategie che non sono state adoperate.

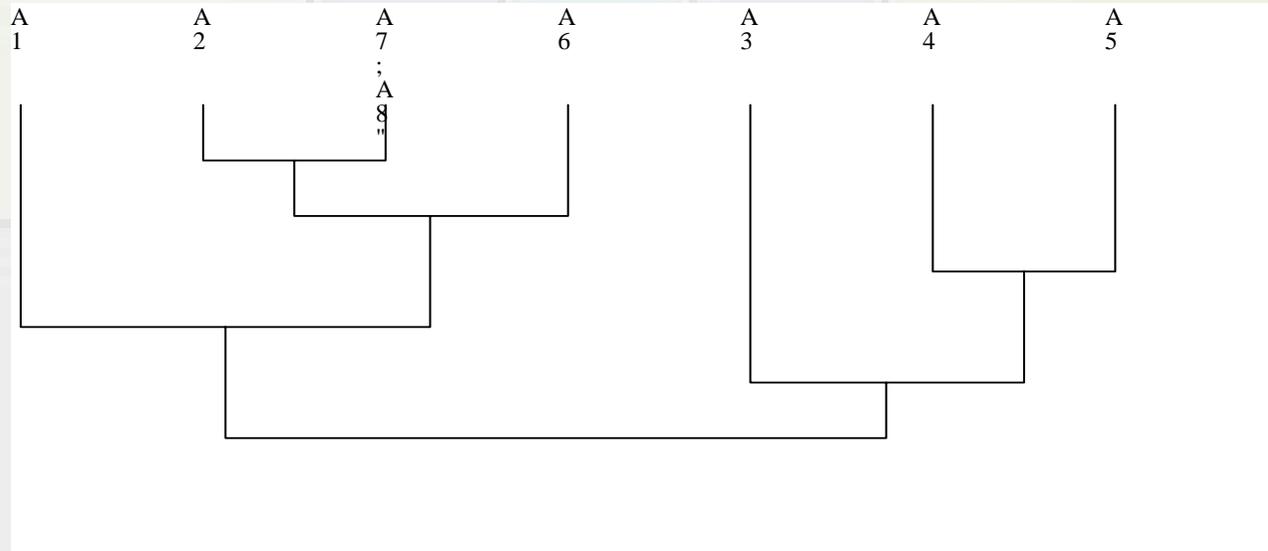


Strategie	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
alunni								
Alunno1	1	0	0	0	0	1	0	0
Alunno2	0	1	0	0	0	1	1	0
Alunno3	0	0	1	0	0	1	1	0
Alunno4	0	0	1	0	0	1	1	1
Alunno5	0	0	1	0	0	0	0	0
Alunno6	0	0	1	0	0	1	0	0
Alunno7	0	0	1	0	0	1	0	0
Alunno8	0	0	0	1	0	0	1	0
Alunno9	0	0	0	1	0	0	1	0
Alunno10	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno11	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno12	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno13	0	0	1	0	0	1	1	1
Alunno14	0	0	0	1	0	1	1	1
Alunno15	0	0	0	1	0	0	0	0
Alunno16	0	0	0	1	0	0	0	0
Alunno17	0	0	0	1	0	0	0	0
Alunno18	0	0	0	1	0	0	0	0
Alunno19	0	0	0	1	0	0	0	0
Alunno20	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno21	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno22	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno23	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno24	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno25	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno26	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno27	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno28	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno29	0	0	0	1	0	1	0	0
Alunno30	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno31	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno32	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno33	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno34	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno35	0	0	0	0	1	1	1	1
Alunno36	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno37	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno38	0	0	0	1	0	1	1	0
Alunno39	0	0	0	0	1	1	1	0
Alunno40	0	0	0	0	1	1	0	0
Alunno41	0	0	0	0	1	1	0	0
Alunno42	0	0	0	0	1	1	0	0
Alunno43	0	0	0	0	1	1	0	0



ANALISI QUANTITATIVA

Albero della similarità



Arbre de similarité : C:\WINDOWS\Desktop\Cartel1aa.csv

Classification au niveau : 1 : (A2 A7;A8) similarité : **0.97319**

Classification au niveau : 2 : ((A2 A7;A8) A6) similarité : **0.886655**

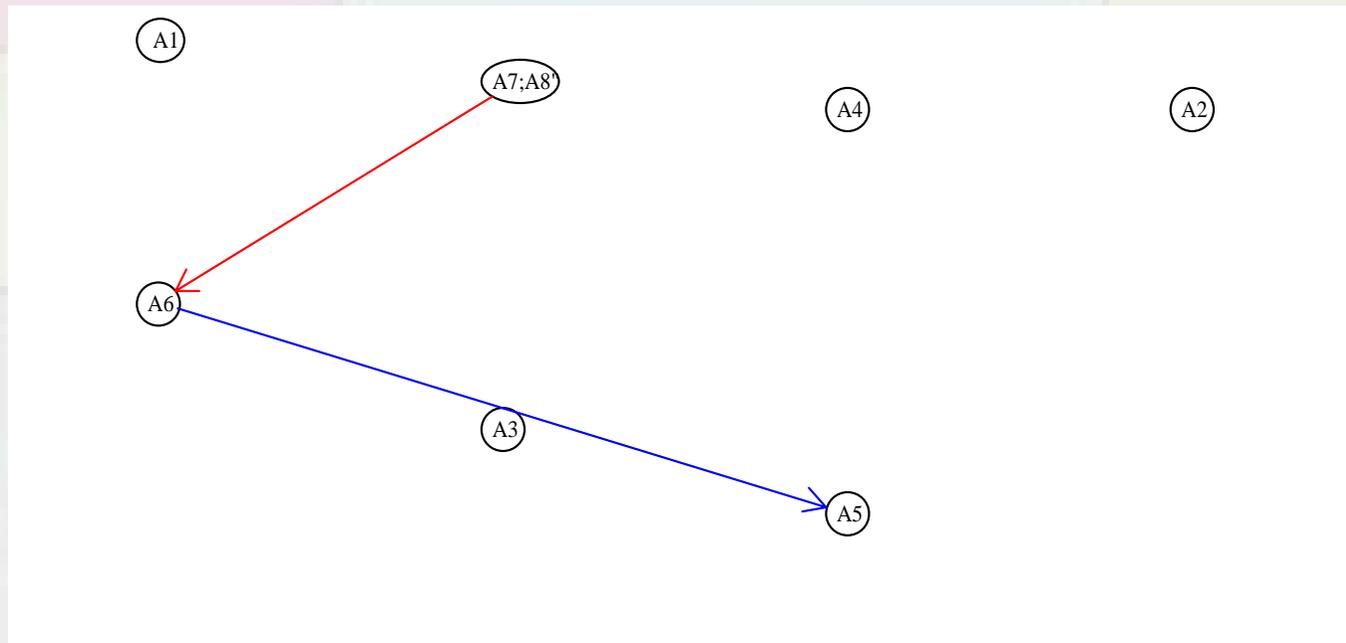
Dal grafico si evidenzia una forte similarità fra i seguenti gruppi di strategie :

A2-(A7; A8) "**Chi** disegna meno di otto pentamini diversi" e "**chi** disegna anche pentamini sovrapponibili che però non individua" e "disegna anche pentamini sbagliati"; (fra questi ultimi due gruppi c'è una completa sovrapposizione di dati).

Significativa risulta anche la similarità fra questi tre gruppi e il gruppo **A6** "disegna anche pentamini sovrapponibili che però individua".



Grafico implicativo



Graphe implicatif : C:\WINDOWS\Desktop\Cartellaa.csv

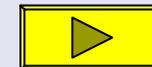
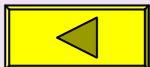
88 72 67 66

Il grafo implicativo conferma un'implicazione significativa fra altre coppie di strategie:

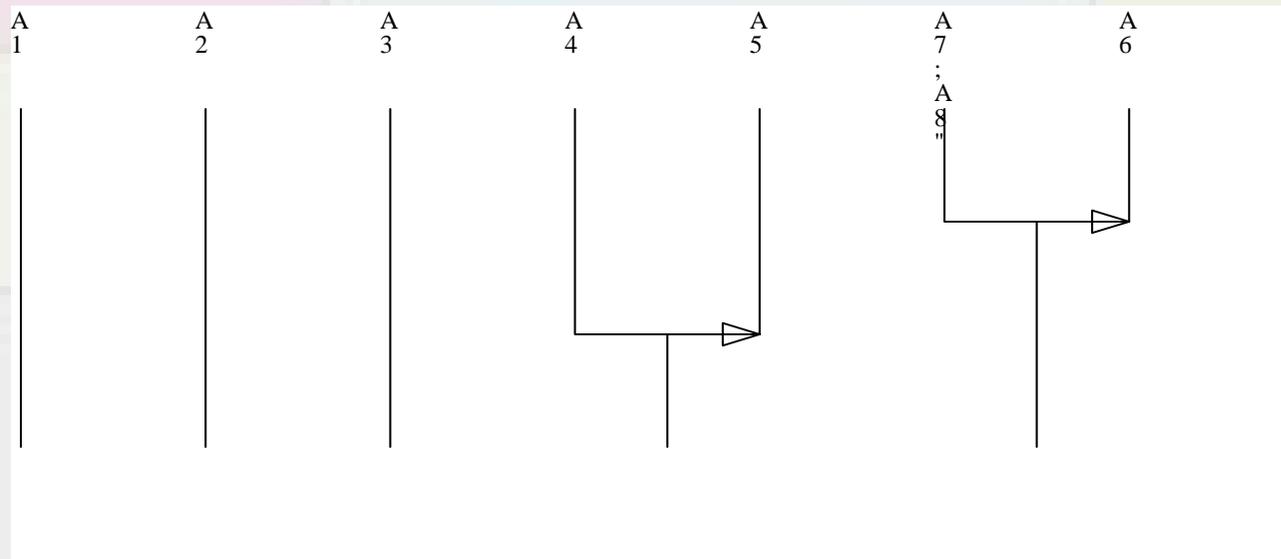
A7;A8 - A6 e **A6 - A5**;

A7;A8 - A6: "**chi** disegna pentamini sovrapponibili che però non individua **e** disegna pentamini sbagliati, **disegna anche** pentamini sovrapponibili che però individua"

A6 - A5: "**fra chi** disegna pentamini sovrapponibili che però individua **c'è chi arriva a** disegnare tutti e dodici i pentamini"



Albero gerarchico



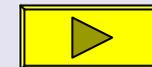
Arbre hiérarchique : C:\WINDOWS\Desktop\Cartell1aa.csv

Classification au niveau : 1 : (A7;A8" A6) cohésion : 0.852

Classification au niveau : 2 : (A4 A5) cohésion : 0.409

Anche l'albero gerarchico evidenzia la stessa forte implicazione tra le strategie:

A7;A8 - A6: "**chi** disegna pentamini sovrapponibili che però non individua e pentamini sbagliati, **disegna anche** pentamini sovrapponibili che però individua"

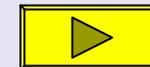
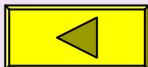


Si ipotizza che gli alunni, per la **pavimentazione del rettangolo 5x12**, possano ricorrere ad una o più delle seguenti strategie risolutive individuate nell'analisi a-priori:

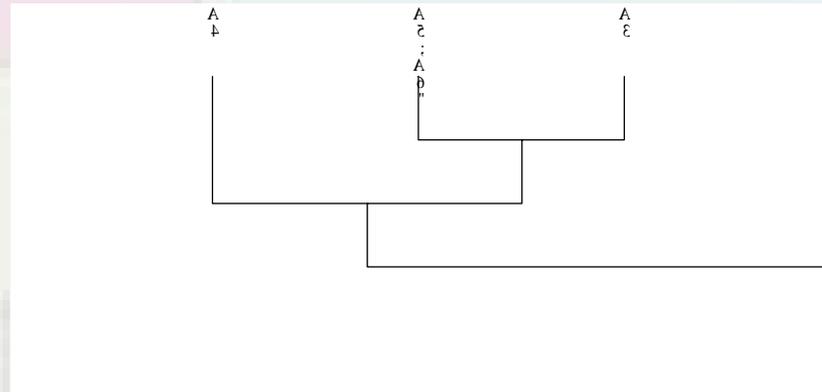
- **A1**: Inseriscono i pentamini a caso e non trovano una soluzione
- **A2**: Inseriscono i pentamini e trovano una soluzione senza creare altri rettangoli all'interno
- **A3**: Inseriscono i pentamini creando all'interno altri rettangoli di varie dimensioni
- **A4**: Inseriscono i pentamini creando all'interno altri rettangoli di uguali dimensioni
- **A5**: Inseriscono all'interno rettangoli formati con gli stessi pentamini
- **A6**: Inseriscono il pentamino rettangolo 1x5 12 volte

In una tabella a doppia entrata "gruppi/strategie", per ogni gruppo si indica con il valore 1 la/e strategia/e che esso ha utilizzato e con il valore 0 le strategie che non sono state adoperate.

Strategie gruppi	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Gruppo1 2A	0	0	1	0	1	0
Gruppo2 2A	0	0	0	1	0	0
Gruppo3 2A	0	0	1	0	0	0
Gruppo4 2A	0	0	1	0	1	0
Gruppo5 2A	0	0	0	1	1	1
Gruppo6 2A	0	0	1	0	0	0
Gruppo7 2A	0	1	0	0	0	0
Gruppo1 2F	0	0	0	1	0	0
Gruppo2 2F	0	0	1	0	0	0
Gruppo3 2F	0	0	1	0	0	0
Gruppo4 2F	0	0	0	1	0	0
Gruppo5 2F	0	0	1	0	0	0
Gruppo6 2F	0	0	1	0	0	0
Gruppo7 2F	0	0	0	0	1	0



Albero della similarità



Arbre de similarité : C:/WINDOW2/Desktop/Carte11 gg.csv

Classification au niveau : 1 : (A3 A5;A6") similarité : 0.909271

Classification au niveau : 2 : ((A3 A5;A6") A4) similarité : 0.826774

Dal grafico si evidenzia una forte similarità fra l'uso delle seguenti strategie :

- **A3-A5** " *Gli alunni che* inseriscono i pentamini creando rettangoli di varie dimensioni" e " *gli alunni che* inseriscono rettangoli formati con gli stessi pentamini". (Non va considerato il dato **A6** perché **non senso**)
- **le precedenti strategie e la strategia A4**: " *gli alunni che* inseriscono i pentamini creando rettangoli di uguali dimensioni".

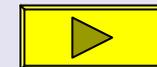
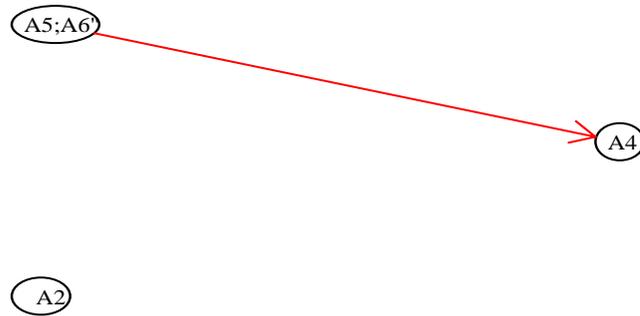


Grafico implicativo



Graphe implicatif : C:\WINDOWS\Desktop\Cartel1gg.csv

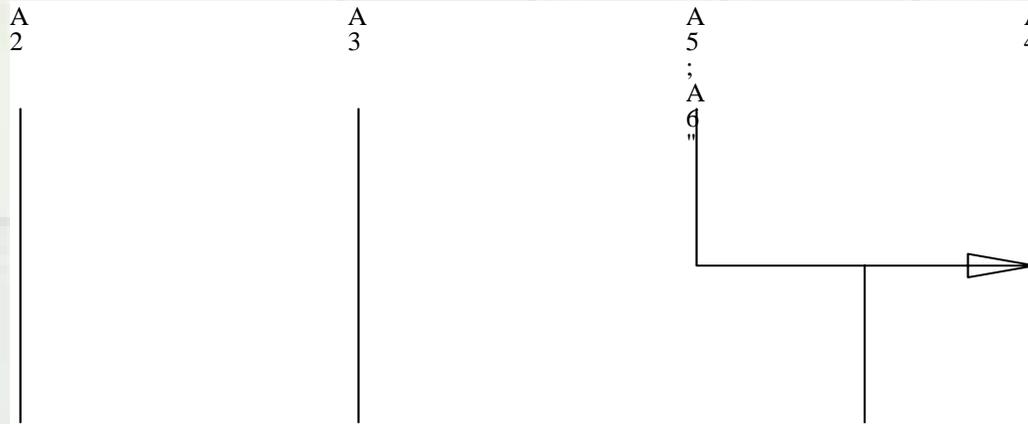
51 50 50 50

Il grafo implicativo conferma un'implicazione (poco significativa però dal punto di vista numerico) fra le coppie di strategie: **A5;A6 – A4**

- **A5;A6 – A4**: "*coloro che* inseriscono all'interno rettangoli formati con gli stessi pentamini e inseriscono il pentamino rettangolo 1x5 12 volte *creano* all'interno, rettangoli di uguali dimensioni".



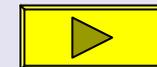
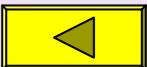
Albero gerarchico



Arbre hiérarchique : C:\WINDOWS\Desktop\Cartell1gg.csv

Classification au niveau : 1 : (A5;A6" A4) cohésion : 0.0251

Anche l'albero gerarchico evidenzia la stessa implicazione tra le strategie **A5;A6 – A4**, ma con un indice anche qui poco significativo.



Analisi qualitativa

L'analisi qualitativa viene eseguita sulle argomentazioni che il gruppo sviluppa nella soluzione del secondo quesito.

Nel complesso le argomentazioni risultano piuttosto limitate per la natura stessa del quesito che porta ad affrontare il problema in modo visivo e immediato piuttosto che concettuale ed articolato. Negli interventi quindi si individuano prevalentemente suggerimenti risolutivi invece di motivazioni strategiche. L'argomentazione è prevalentemente di tipo locale, pragmatica e ricca di riferimenti ostensivi. In alcuni casi i ragazzi tornano su quello che hanno fatto e anticipano fatti o situazioni per giustificare le proprie strategie.



Riferimenti ostensivi: *“...la L ... la L fai!...”* *“... questo qua al contrario... guarda... guarda... messa così!...”* *“... qua ci metti quello da ... questo di qua guarda!... questo di qua ci va perfetto! ...e guarda.....”*

Riferimenti ostensivi con ritorno su ciò che si è fatto: *“dopo ci puoi mettere.....questo.....questo..... questo!... aspetta, questo ci mettiamo!... rimangono spazi vuoti.....non ci vanno!... allora poi ci mettiamo un'altra L!... si ma guarda che qui ce ne sono due... e qui ci mettiamo un pezzo di questa... e qui ce ne sono tre.....”*

Riferimenti ostensivi con ritorno su ciò che si è fatto e anticipazioni di fatti e situazioni:

“questo!.....fai tutta la fila da cinque!...no!..questo qua non si può mettere!... va bene ci fai questo!.....usa questo!...usa questo e lo metti qua...per qua.. e fai così...e poi gli metti... questo...questo qua lo metti qua guarda... qua... questo qua!...la ci vuole quello grosso!...e qua guarda!...no.. questo non va bene!...se noi invece ci mettiamo questo?!... fai quattro e uno cinque.....perfetto!” .

Giustificazione delle proprie strategie: *“ma che c'entra!...ma che combini!...è la stessa cosa!...no!, giusto è!...ma che giusto! se è disegnato così...li devi mettere qua!.....ma.. la stessa cosa è!.....ma io dopo che metto questo, metto questo!ma se non è giusto poi cosa fai?...aspetta!* .

Interessante, sul piano neurologico-cognitivo, sarebbe potere approfondire il significato delle modalità di pavimentazione dei rettangoli che si evidenzia dalla descrizione scritta del processo risolutivo dei gruppi: la pavimentazione del rettangolo con i polimini viene effettuata principalmente da sinistra verso destra (78,5% circa); solo un gruppo procede pavimentando da destra verso sinistra; la restante parte dei gruppi pavimenta occupando le posizioni perimetrali esterne (21,5% circa) o dall'alto verso il basso (14% circa) ed infine un altro solo gruppo pavimenta



