

# SPIEGAZIONE E PREDIZIONE DALLA RAPPRESENTAZIONE MITICA ALLA RAPPRESENTAZIONE SCIENTIFICA<sup>1</sup>

**Renato Migliorato**

Dipartimento di Matematica – Università di Messina

Email: renato.migliorato@unime.it

## **Sommario.**

La presente nota propone, e in parte sviluppa, alcune riflessioni su una tesi già precedentemente espressa e che può essere, in varia misura, rapportata a concezioni epistemologiche recenti (Kuhn, Feyerabend, ed altri) e meno recenti. La tesi può sinteticamente riassumersi nella negazione di punti di demarcazione precisi definitivi e senza ritorno, in quel processo di evoluzione del pensiero che dalle prime spiegazioni mitiche porta alle moderne spiegazioni scientifiche del mondo fenomenico. In connessione con questa tesi vi è la ricerca e l'individuazione non solo di residui pre-scientifici nei sistemi concettuali propri della scienza, ma il riconoscimento di una loro funzione euristica positiva e dinamica, addirittura essenziale allo stesso progresso scientifico. Si individua quindi nella capacità predittiva il principale riferimento rispetto al quale si misurano le diverse spiegazioni del mondo e si determina il passaggio dalla visione mitica a quella scientifica.

Avendo evidenziato, infine, come il momento euristico pre-formale costituisca sempre l'approccio indispensabile per ogni rivoluzione scientifica, appare ancora più evidente come tale passaggio sia assolutamente ineludibile per un processo didattico efficace.

## **1. Quadro teorico di riferimento.**

In una recente pubblicazione mia e di G. Gentile<sup>2</sup>, veniva fugacemente adombrata un'idea di sviluppo del pensiero scientifico che, invece, meriterebbe una maggiore attenzione sia sul piano teorico dell'epistemologia, sia per le sue più concrete ricadute sulla didattica dei saperi scientifici in generale e della matematica in particolare.

Alla base di questa idea della scienza e delle sue origini, vi è il presupposto, non certo nuovo, che tra le forme originarie di pensiero, qual è per es. quello che si esprime attraverso il mito, e il pensiero scientifico moderno, anche nella sua versione più matura, non vi sia una sostanziale e precisa soluzione di continuità, individuabile una volta per tutte e utilizzabile come criterio univoco di demarcazione della scienza. Dicevo che non è un presupposto nuovo perché già Thomas Kuhn<sup>3</sup> e ancor più radicalmente Paul Feyerabend<sup>4</sup>, hanno condotto una critica serrata e puntuale a tutte quelle impostazioni epistemologiche tese ad individuare precise demarcazioni tra ciò che è scienza, nel senso ovviamente attuale del termine, e ciò che non lo è. Verrebbe così ad essere "liquidato" non solo

---

<sup>1</sup> Lavoro prodotto nell'ambito delle ricerche d'Ateneo supportate con fondi PRA dell'Università di Messina.

<sup>2</sup> G. GENTILE, R. MIGLIORATO (2005-2).

<sup>3</sup> T. KUHN (1962).

<sup>4</sup> P. FEYERABEND (1975).

quanto che era stato in precedenza ascritto al positivismo classico e al più recente neopositivismo o empirismo logico, ma anche la stesse tesi falsificazioniste e fallibiliste di Popper e Lakatos<sup>5</sup>.

E' bene precisare che quando si afferma che non vi sono sostanziali e precise soluzioni di continuità nell'evoluzione del pensiero, non si intende negare la presenza di profondi mutamenti concettuali, di quei mutamenti cioè, che ci inducono talvolta a parlare di "rivoluzioni", né si vuol diminuire la portata di quella particolare rottura epistemologica che si è verificata all'inizio dell'era moderna e che per antonomasia viene chiamata "rivoluzione scientifica". E' una precisazione necessaria, perché sarebbe pericoloso alimentare l'idea che tra un modo di pensare *scientifico* e uno *non scientifico* non vi siano differenze chiare o che le diverse forme di pensiero siano sostanzialmente indistinguibili o equivalenti. Il rischio sarebbe quello di un declino più o meno rapido del pensiero scientifico e delle sue conquiste a vantaggio di nuove forme di superstizione e di oscurantismo.

La specificità del pensiero scientifico va dunque difesa, ma senza cadere nell'idolatria e nell'assolutizzazione che fu propria del positivismo ottocentesco e, in certa misura del neopositivismo di primo Novecento. Vogliamo dire quindi che, sebbene i modi e le forme con cui procede la ricerca scientifica moderna, e soprattutto i criteri richiesti per la validità dei suoi risultati, presentino caratteristiche specifiche individuabili e distinguibili, tuttavia i processi di evoluzione concettuale che dalle originarie spiegazioni mitiche hanno condotto alle concettualizzazioni scientifiche moderne, seguono una linea i cui fili, anche se presentano singolarmente salti e interruzioni anche vistosi, si intrecciano però tra loro in modo inestricabile.

A questo punto però, dall'enunciazione generica dell'idea, bisogna passare ad una più precisa formulazione dei problemi che si pongono a partire da essa. In particolare ci si può chiedere:

1. Vi sono elementi comuni alle diverse forme di spiegazione del mondo (mitica, magica, ecc..., da una parte, scientifica dall'altra)? E in caso affermativo quali? Ammettere che vi sia, in una visuale prospettica molto ampia, una qualche forma di continuità, non implica infatti necessariamente che elementi significativi della fasi precedenti, si mantengano anche nelle più mature spiegazioni scientifiche. In ogni caso, ammessa la presenza di tali elementi, non è sempre chiara l'origine remota di un concetto scientifico, essendo questo inserito sempre in qualche apparato più o meno formale e più o meno rigoroso che ne oscura i significati originari. La ricerca di elementi preformali che sopravvivono negli apparati concettuali della scienza, non è quindi, a mio avviso, né banale né inutile anche ai fini della futura evoluzione scientifica.
2. Se rinunciamo a stabilire linee di demarcazione stabili e sicure, in che senso possiamo parlare di spiegazione scientifica come qualcosa di diverso dalle altre forme di spiegazione?
3. C'è qualcosa che autorizza a privilegiare la spiegazione scientifica rispetto ad altre forme di spiegazione? Ed eventualmente cosa? Mi sembra questa una questione centrale per definire un'idea di progresso scientifico che sia non generica e non di maniera.

Ovviamente non è questo il luogo per un'analisi esauriente ed approfondita, né io ritengo che tali quesiti possano avere mai risposte definitive. Mi limiterò quindi a richiamare alcune ipotesi di risposta che mi vengono suggerite da un'ulteriore riflessione sul tema della pubblicazione citata all'inizio (v. nota <sup>2</sup>). Ciò che in quello scritto emergeva innanzitutto è che ogni attività interpretativa dell'esperienza umana, sia che assuma l'originaria forma mitica o quella scientifica moderna, assieme ad una finalità puramente esplicativa, ne associa quasi sempre una predittiva (dall'oracolo degli antichi Caldei alle rigorose previsioni scientifiche dei nostri giorni). E la predittività, d'altra parte, sembra essere il metro del successo di una teoria scientifica. Mentre infatti la "verità" sembra ormai confinata in un nebuloso luogo metafisico, tutta la scienza moderna è garantita dalla sua capacità di prevedere con elevatissimo grado di attendibilità il modo e i tempi in cui si verificheranno determinate classi di fenomeni. E' qui del resto la sostanza di quello che si chiama *metodo speri-*

---

<sup>5</sup> Il lettore che non abbia familiarità con gli autori e le teorie epistemologiche qui richiamate, può proseguire la lettura senza pregiudizio per il seguito. Tuttavia, per una più profonda comprensione si può consultare ad es. J. LOSEE, (1972) oppure GILLIES - GIORELLO (1993-1995), che tuttavia richiede qualche conoscenza di base in più. Per un approccio introduttivo si può anche consultare R. MIGLIORATO (2005-3)

*mentale*<sup>6</sup>. Quest'ultimo, infatti, può essere visto proprio come il segno tangibile di uno slittamento di significato della *scienza* che, più o meno consapevolmente, sposta il proprio criterio di convalida dal concetto di *verità* a quello sicuramente più controllabile di *capacità predittiva* dei fenomeni<sup>7</sup>. L'alto grado di prevedibilità reso possibile dalla scienza costituisce poi la base di una enorme quantità di applicazioni tecnologiche: questo in particolare è ciò che determina il successo della rappresentazione scientifica del mondo anche presso il grande pubblico non interessato alle questioni puramente speculative.

Se la capacità predittiva di una rappresentazione scientifica è, come noi crediamo, il principale elemento che ne determina il successo e ne guida i criteri di validità, allora questa stessa capacità predittiva può fornire una interessante chiave di lettura dei processi storici che hanno condotto alla nascita della scienza così come oggi la conosciamo.

Ma vi è ancora una conseguenza di tutto ciò, se concordiamo su un'ulteriore premessa che sto per esporre. Io credo infatti che l'evoluzione delle strutture cognitive di ogni singolo individuo, a partire dall'infanzia, segua un percorso che per molti aspetti può essere paragonato al percorso evolutivo che l'apparato concettuale di una civiltà segue nel corso del suo sviluppo storico. Prendendo a prestito i termini dal linguaggio della biologia, chiamo dunque *filogenesi* lo sviluppo storico di un concetto o di un apparato concettuale, e chiamo invece *ontogenesi* lo sviluppo dello stesso concetto o apparato concettuale nella singola mente di un individuo.

La tesi, che qui mi limito solo ad enunciare e che viene sviluppata più ampiamente da G. Gentile nel suo contributo in questo stesso convegno<sup>8</sup>, è dunque che la filogenesi dei fondamentali concetti scientifici, e matematici in particolare, può offrire un prezioso modello per la comprensione dei processi ontogenetici relativi agli stessi concetti. Se ciò è vero, allora la chiave di lettura dei processi storici può esserci di aiuto per meglio comprendere i processi di insegnamento-apprendimento.

Naturalmente tutto ciò appare fin qui troppo schematico nella sua astrattezza e nell'estrema sinteticità con cui, per ovvia necessità, è stato esposto. L'effettiva articolazione di queste idee non sarà quindi priva di difficoltà, ma ritengo che valga la pena di affrontare i particolari problemi che di volta in volta si presenteranno nei diversi contesti storici e nei vari passaggi in cui si sviluppa la storia delle scienze.

## **2. Il Problema: euristica e formalizzazione.**

Il problema che qui vogliamo affrontare potrebbe essere proposto in generale per tutte le discipline scientifiche, ma soprattutto per quelle che come la fisica e la matematica sono assoggettate ad un

<sup>6</sup> C'è un solco profondo tra semplice *osservazione della natura* e sperimentazione. Nel primo caso si tratta di pura e semplice registrazione di dati fenomenici, così come vengono soggettivamente percepiti da un osservatore. Nel secondo caso, partendo da un apparato teorico-concettuale vengono formulate previsioni sul verificarsi di fenomeni futuri e quindi se ne mette alla prova la capacità predittiva attraverso il confronto con i dati reali. La semplice osservazione della natura, in effetti, è stata sempre praticata, in tutti i tempi e in tutte le civiltà. La conoscibilità a priori di presunte verità assolute viene proposta solo all'interno di ben precisi sistemi filosofici che si richiamano soprattutto (ma non soltanto) al Platonismo. Nella concezione di Aristotele, l'osservazione della natura costituisce il necessario punto di avvio di ogni conoscenza, ma il processo conoscitivo si svolgerebbe per lo Stagirita, procedendo induttivamente per generalizzazioni successive fino ad arrivare a dei principi primi dai quali ogni cosa è poi deducibile. Da questo momento la conoscenza dei fatti singolari dovrebbe avvenire attraverso la sola deduzione sillogistica. E' escluso in questo modo qualunque intento sperimentale, perché una volta raggiunta induttivamente la verità dei principi primi, questi non possono essere più modificati, a meno che non ci siano stati errori nella loro determinazione.

<sup>7</sup> Se riferiamo la parola fenomeno al suo significato etimologico (φαινόμενον = ciò che si mostra, dunque l'apparenza in contrapposizione a ciò che è), allora è chiara la presa di distanza dalla metafisica intesa (con Aristotele) come "la *scienza dell'essere in quanto essere*" contrapposta alle scienze particolari.

<sup>8</sup> G. Gentile (2005-2)

più alto grado di formalizzazione. Nella matematica la questione assume poi una peculiare specificità, proprio per i livelli estremi di formalizzazione a cui è pervenuta nell'ultimo secolo<sup>9</sup>.

Se nei secoli passati, fino almeno all'Ottocento, la matematica sembrava avere degli oggetti specifici sia pure astratti (il numero, la quantità, gli enti spaziali), nel corso del Novecento questi stessi oggetti si sono dissolti per divenire puri simboli, o meglio segni di una struttura sintattica; è invece quest'ultima che di per sé costituisce l'effettivo oggetto della matematica. Il concetto di *isomorfismo*, che occupa una posizione di assoluta centralità nella matematica del Novecento, consente di considerare indistinguibili, per ciò che ci riguarda, insiemi tra loro anche molto diversi, purché abbiano la stessa struttura (che può essere algebrica, combinatoria, geometrica, topologica, ecc...).

L'idea di fondo, non è difficile da introdurre anche con alunni di classi inferiori (scuola media, prime classi di liceo), a condizione ovviamente che si rinunci alle formulazioni più o meno teoriche limitando il discorso ad esemplificazioni di casi particolarmente semplici. Basta, a tale scopo, presentare più situazioni problematiche tra loro diverse ma che possano trovare la loro soluzione all'interno di una stessa procedura formale. Ad es. è possibile partire da quella che Emma Castelnuovo ha chiamato *aritmetica dell'orologio* proponendola come esempio di gruppo ciclico<sup>10</sup>. Ovviamente si possono considerare ipotetici orologi con un ciclo non solo di dodici ore (gruppo ciclico di ordine 12), ma con un numero qualsiasi di suddivisioni (3, 5, 10, ecc...), facendo costruire agli alunni le relative tavole moltiplicative per ciascuno di essi. Si porranno poi altri problemi, quali ad es. quello delle rotazioni di poligoni regolari di 3, 5, 10, 12 lati, facendo costruire anche per ciascuno di questi sistemi la tavola moltiplicativa della composizione. Il fatto che le nuove tavole coincidono con quelle precedenti dovrebbe essere ora una scoperta del tutto spontanea. Si possono ancora richiamare altre situazioni che danno luogo alla stessa struttura, scoprendo per es. che il gioco del baccará altro non è che un gruppo ciclico di ordine 10.

Tuttavia è importante notare come l'estrema formalizzazione della matematica abbia in linea di massima oscurato i processi filogenetici e ontogenetici da cui le diverse concettualizzazioni hanno avuto origine. E' tipico d'altra parte, per tutti i saperi scientifici, che la formazione degli specialisti (nel nostro caso i matematici ricercatori, gli insegnanti di matematica e in genere tutti coloro che utilizzano in modo sostanziale la matematica nella loro pratica professionale) ricevano un tipo di formazione che prescinde dai percorsi storici. A differenza di quanto avviene nei settori cosiddetti umanistici, i testi, le teorie e i metodi del passato vengono considerati inutili e superati, quindi del tutto ignorati. Lo studente che affronta oggi un corso universitario di analisi non troverà alcun cenno alla definizione di derivata data da Newton o a quella di Limite di Cauchy. Anche quando in qualche nota storica viene assegnato a questi autori il merito di aver fondato o di aver dato contributi decisivi all'analisi infinitesimale, le definizioni, i simboli, i concetti e le metodologie sono presentate sempre nella forma attuale come se fossero stati così fin dall'inizio. Perfino nelle storie della matematica, quando si parla dell'algebra nell'antichità, essa viene presentata con il simbolismo moderno, come se nel simbolismo non fosse già insito un livello di formalizzazione che in realtà è incompatibile con le concezioni più antiche.

Non sorprende quindi se allo stato attuale delle cose, la consapevolezza dei livelli informali e preformali della conoscenza scientifica è pressoché inesistente nella maggioranza delle persone. Ci sembra però che questa consapevolezza debba essere necessariamente ricostituita sia per una migliore comprensione dei significati epistemologici della scienza, sia per fornire un quadro di riferimento più rispondente ai processi di apprendimento e di sviluppo ontogenetico dei concetti scientifici in generale e matematici in particolare. Ma, come già detto, questo tema è meglio affrontato da G. Gentile (V. nota<sup>8</sup>). Qui vorrei invece sviluppare qualche riflessione sulle dinamiche e sulle ra-

<sup>9</sup> Per una trattazione di base su questo tema, V. *Materiali didattici* nel sito già citato <http://ww2.unime.it/alefzero>. In particolare la parte terza (a cura di G. GENTILE) del Corso di Epistemologia della Matematica, e tre brevi dispense sulle teorie formali del primo ordine (queste ultime di contenuto più tecnico). Per maggiori approfondimenti si può consultare ad es. E. CASARI (1964).

<sup>10</sup> CASTELNUOVO - BARRA (1976) pp. 101 e segg.; V. anche: CASTELNUOVO (1963).

gioni profonde che presiedono al graduale passaggio dalle originarie intuizioni preformali e informali, fino alla formalizzazione razionale della conoscenza.

Per comodità vorrei preliminarmente fare alcune distinzioni terminologiche al fine di evitare fraintendimenti. Nel problema che tratterà il collega Gentile, si parla di *momento euristico* o *fase della scoperta* e di *momento formale* o *fase della conferma rigorosa*. Entrambi i momenti sono tuttavia da considerarsi interni alla scienza, in quanto anche il momento *pre-formale* o *euristico*, pur non poggiando il suo procedimento risolutivo su basi rigorosamente formalizzate, tende tuttavia a dare risposta a problemi posti nei termini di una scienza, in questo caso la geometria, già formalizzata. In altri termini si tratta di un procedimento informale prodotto per dare risposte a problemi formali e dunque in termini formali.

Tuttavia non appare ancora chiaro come un problema espresso nei termini di un linguaggio formalizzato, nel quale dunque i significati scaturiscono solo da precise enunciazioni a priori (postulati), possa ricevere luce da intuizioni pre-scientifiche e non rigorosamente razionali. Inoltre da dove provengono tali intuizioni? Ed ancora: possiamo, a buon diritto, parlare in questi casi di *scoperta*? E cosa intendiamo per *scoperta*?

Fino a questo punto solo una cosa è chiara, le intuizioni su cui si fonda un procedimento pre-formale non si possono considerare interne alla scienza. Useremo dunque i seguenti termini:

*formale*: ogni enunciazione che è espressa rigorosamente con il linguaggio specifico della scienza in oggetto e la cui accettazione si fonda rigorosamente sui metodi ammessi per la stessa scienza.

*pre-formale*: ogni enunciazione che risponde formalmente a problemi formalizzati nella scienza in oggetto, ma per la cui accettazione vengono ammessi concetti e proposizioni estranei al linguaggio formale di quella scienza.

*Informale* o *pre-scientifica*: ogni enunciazione o rappresentazione anche non verbale, che non risponde alle precedenti caratteristiche, sebbene alcuni dei suoi componenti trovino un corrispettivo linguistico o intuitivo nei linguaggi e nei procedimenti propri della scienza.

Possiamo allora dire sinteticamente che il nostro problema è quello di capire se e in che misura e con quali dinamiche il pensiero pre-scientifico concorre alla costruzione della scienza, e se e in che misura le rappresentazioni pre-scientifiche del mondo continuano in qualche modo a sussistere anche nelle rappresentazioni scientifiche più mature e nel lavoro stesso degli scienziati.

### 3. Dal mito alla scienza

Naturalmente non intendo qui sviluppare un tema che richiederebbe da solo un ampio programma di ricerca da articolare in tempi non certamente brevi. Qui si tratta solo di proporre un'idea ed alcune riflessioni intorno ad essa, anche se mi propongo di tornare in seguito sull'argomento con studi più approfonditi. L'idea comunque che le radici del pensiero scientifico vadano cercate molto più indietro, non è nuova, come già si accennava, e trova riscontro ad esempio in vari momenti nell'opera di P. Feyerabend<sup>11</sup>. Tuttavia la tendenza di quest'ultimo autore ad assottigliare, fin quasi a far scompa-

<sup>11</sup> V. Ad es. P. FEYERABEND (2000). In quest'opera Feyerabend sostiene che nel passaggio dalla rappresentazione mitica del mondo a quella scientifica, vi sia una sostanziale perdita di elementi conoscitivi. Ciò perché la spiegazione scientifica è fondata su un processo di progressiva astrazione che tende alla eliminazione della maggior parte dei caratteri che individuano gli oggetti singolari, al fine di costituire concetti e categorie ampiamente comprensivi e universali. Ovviamente riconosce che la scienza moderna possiede una grande capacità di produrre risultati utili, ma nega che al di là di questa utilità tecnologica, la scienza possieda una anche un valore rilevante di conoscenza in sé. Propugna anzi, su questo versante una riconquista di quella ricchezza di elementi caratterizzanti gli oggetti individuali che la scienza tende a cancellare. A proposito del processo di progressiva astrazione che partendo dalle originarie concezioni mitiche conduce gradualmente alla costituzione di un pensiero scientifico, non a caso Feyerabend propone un episodio tratto dall'Iliade, attraverso cui si analizza il mutamento di significato della parola "*onore*" che in età arcaica è intesa come nome di un elenco di cose quali l'aver tributato un trionfo, il ricevere doni, beni, schiavi, ecc., e pertanto l'onore negato può essere restituito con l'attribuzione di tali beni e tributi. Nella concezione più evoluta di Achille, invece l'onore ha assunto un significato astratto e, non identificandosi più con un elenco di cose, non può essere restituito insieme a queste. Da ciò l'incomprensione tra lui e gli altri principi achei (Ulisse, Aiace, ecc..) e quindi il dissidio che è all'origine della vicenda narrata da Omero. Questa impossibilità di comprendersi per il diverso livello semantico attribuito alla parola, viene per

rire la specificità delle rappresentazioni scientifiche rispetto ad ogni altro sistema di credenze e di spiegazioni del mondo, fa sì che le sue conclusioni non siano sempre utilizzabili quando invece si crede fermamente a tale specificità e se ne ritiene importante la salvaguardia.

L'idea di fondo su cui mi sembra che debba ruotare una riflessione, è quella già emersa in GENTILE, MIGLIORATO (V. nota 1) e che si riferisce al bisogno avvertito in ogni epoca di avere in qualche modo un controllo sugli eventi futuri e quindi di poterli, per quanto possibile, prevedere.

Se facciamo riferimento alle prime fonti letterarie che documentano il mito nella civiltà occidentale, non possiamo non fare riferimento ad Esiodo ed alla sua *Teogonia*. Ed è proprio qui che emerge tutta l'incertezza e la precarietà della condizione umana di fronte all'imprevedibilità degli eventi. Se le Muse sono le divinità che tutto conoscono e tutto possono rivelare, ecco però che Esiodo fa dire loro già nel prologo del poemetto: “*molte menzogne sappiamo dire simili al vero/ma poi, quando ci aggrada, sappiamo narrare anche il vero*”<sup>12</sup>. Dunque la prevedibilità o meno di un evento è strettamente legata ad un capriccio divino.

Il percorso del pensiero razionale, così come si va sviluppando nella filosofia greca, costituisce un tentativo, che di volta in volta può essere più o meno riuscito, di affrancarsi da questa *arbitrarietà capricciosa* del responso divinatorio, affidando le previsioni ad una “*natura*” priva di volontà propria, dunque soggetta solo a leggi oggettive di necessità e non al capriccio imprevedibile del momento.

Ciò che non mi stancherò mai di rimarcare è come questo sia un presupposto necessario affinché una scienza esista, ed in quanto tale non è un dato scientificamente controllabile. Fino a che non si è compreso chiaramente questo punto non è neppure possibile comprendere pienamente la vicenda galileiana del processo e della relativa condanna. In effetti non è stata in sé l'opzione per un sistema eliocentrico a determinare l'irrigidimento da parte della Chiesa e del Sant'Uffizio, anzi il Cardinale Bellarmino sembrava ben disposto a salvare il nostro scienziato se solo questi avesse accettato di dichiarare il carattere convenzionale del sistema eliocentrico. Nessuna obiezione di carattere dottrinario e teologico avrebbe trovato un'affermazione del tipo: pongo *solidale al sole il sistema di riferimento per la descrizione matematica dei moti celesti, perché in tal modo la rappresentazione si presenta matematicamente più semplice*. D'altronde è proprio questo che aveva fatto Copernico. Ma Galileo chiedeva molto di più, intendeva non solo detronizzare la terra come centro geometrico dell'Universo, ma anche e soprattutto stabilire l'universalità delle leggi che regolano il cosmo. Finché la terra stava immobile al centro si poteva pensare che le leggi naturali valessero solo in terra (o nel *mondo sublunare* secondo una tradizione risalente ad Aristotele), Galileo, trattando la terra come un corpo qualsiasi nel cosmo, ne dichiarava la validità universale: “*ogni cosa è soggetta a leggi valide sempre e ovunque*”. Se ammettiamo a priori questo principio, possiamo sperare di “*scoprire*” almeno in parte tali leggi, altrimenti ogni ricerca è vana.

Abbiamo dunque individuato, io credo, due fondamentali presupposti per il sorgere di una qualunque forma di pensiero scientifico. Il primo è l'ansia avvertita in ogni tempo dagli esseri umani di poter prevedere quanto più possibile gli eventi futuri ed eventualmente di poterli modificare per non restare in balia di una terrorizzante e cieca casualità. Il secondo è un presupposto molto forte, che determina la differenza tra rappresentazione mitica e rappresentazione razionale o scientifica. Nel primo caso gli eventi sono soggetti a entità dotate di libero arbitrio (divinità) che possono decidere in un modo o nell'altro secondo logiche non comprensibili all'uomo; nel secondo caso gli eventi si svolgono secondo modalità rigidamente deterministiche e pertanto se ne possono scoprire le leggi rendendo possibili previsioni fortemente attendibili.

---

altro utilizzata da Feyerabend per esemplificare l'impossibilità di confrontare tra loro sistemi concettuali diversi. Questo concetto è particolarmente importante per comprendere il punto di vista di Feyerabend, perché egli nega che si possa stabilire una gerarchia di valori su cui fondare un criterio oggettivo di *progresso scientifico*. Appare infatti impossibile, secondo il Nostro, un effettivo confronto tra due diverse concezioni che consenta di decidere univocamente in favore di una di esse come “*migliore*” dal momento che esse sono espresse in sistemi concettuali che, pur usando le stesse parole, attribuiscono loro significati diversi.

<sup>12</sup> ESiodo *Teogonia*, 25 - 26.

Per entrambe le condizioni, però, si tratta non già di dati oggettivi, empiricamente o razionalmente riscontrabili, ma piuttosto di istanze vitali sulle quali fondiamo ogni nostra possibilità di sopravvivenza dal momento in cui l'agire umano cessa di essere regolato da meccanismi istintuali programmati per fondarsi sulle valutazioni della realtà esterna e sulle conseguenti nostre libere decisioni. La nostra esistenza è allora strettamente legata alla capacità di prevedere le conseguenze di ciascuna delle nostre possibili decisioni.

Il successo della rappresentazione scientifica del mondo non è dunque legato alla “verità” dei suoi enunciati, ma alla potenza, all'accuratezza e all'attendibilità delle sue predizioni<sup>13</sup>. I modelli matematici, fondati sui concetti di numero (aritmetica) e di grandezza (geometria) costituirono fin dai tempi più antichi, strumenti formidabili di predittività proprio in virtù della loro ineluttabile necessità logica.

#### 4. Un esempio: storia del concetto di derivata

Il cenno storico che qui farò, non presenta novità di sorta: si tratta sostanzialmente di fatti noti o comunque da me già analizzati in precedenti lavori, che tuttavia cercherò di presentare alla luce di quanto detto fino ad ora, anche a titolo di esemplificazione. L'antefatto potrebbe rintracciarsi molto indietro, nascosto all'interno del concetto di tangente ad una linea. Sotto questo aspetto dirò solo che il problema risale sicuramente ad epoca molto antica e se ne trova traccia sia in ambito pitagorico, sia, in maniera più documentata, nell'opera di Euclide. Ciò che a noi interessa di questo periodo è soprattutto l'estrema difficoltà di precisarne il concetto, difficoltà che emerge in modo chiaro pur nella carenza di testi originali. L'unico testo che sopravvive e che, almeno in linea di massima, possiamo considerare corrispondente all'originale<sup>14</sup>, è costituito dagli elementi di Euclide. Qui la tangente viene definita solo per la circonferenza e si caratterizza come una linea retta che incontra la circonferenza in un solo punto. Sappiamo tuttavia che anche prima di Euclide il problema delle linee che “*si toccano*” era stato preso in considerazione sotto vari punti di vista e aveva dato luogo anche al concetto di “*angolo di contingenza*” o di “*angolo cornuto*”, quell'angolo cioè che è compreso tra due linee tra loro tangenti. Negli Elementi di Euclide, si trova un unico e inessenziale cenno a tale angolo, e per di più siamo arrivati alla conclusione che questo stesso cenno sia in realtà un'aggiunta postuma<sup>15</sup>. La maggior parte dei commentatori ha invece interpretato questa presenza come l'intenzione di Euclide di dare un esempio di grandezza non archimedeo. Il fatto è però che tutto l'argomento non ha una chiara e precisa sistemazione dal punto di vista formale come per il resto dell'opera euclidea<sup>16</sup>. La geometria di Euclide costituiva verosimilmente il più riuscito tenta-

<sup>13</sup> Sulla capacità predittiva come criterio di validità delle premesse scientifiche e dei modelli matematici mi sono soffermato già in precedenza. In particolare assumendo l'esempio storico di Euclide e mostrando come l'idea di “modello matematico” sembri trovare riscontro in alcuni momenti e caratteri dell'opera euclidea (V. MIGLIORATO, 2003). I fondamenti storici ed epistemologici su cui si basano le conclusioni di tale articolo sono però più ampiamente trattati in MIGLIORATO - GENTILE (2005) e in MIGLIORATO (2005-1).

<sup>14</sup> Il riferimento per l'opera di Euclide è al testo pubblicato da HEIBERG E MENGE (1883-1916) frutto di un lungo lavoro di analisi filologica, di confronto tra le edizioni esistenti e frammenti di manoscritti più antichi. Ciò ha permesso di eliminare molte aggiunte e interpolazioni che erano state fatte in varie epoche. Tuttavia non vi è alcuna garanzia sul fatto che il testo attuale sia in tutte le sue parti conforme a quello scritto da Euclide ventitré secoli or sono; anzi è convinzione mia e di altri studiosi che molte parti ancora siano quanto meno da rimettere in discussione (a questo proposito V. in particolare RUSSO (1998), MIGLIORATO - GENTILE (2005); MIGLIORATO (2005-1).

<sup>15</sup> Le ricerche in oggetto su Archimede, condotte con la collaborazione di G. Gentile, saranno oggetto prossimamente di una o più pubblicazioni.

<sup>16</sup> In effetti, nelle edizioni a noi pervenute degli *Elementi* di Euclide, viene prima data una definizione generale di angolo (Def. I,8: “angolo è l'inclinazione di due linee che si incontrano non per diritto”) che però più che una definizione sembra una dichiarazione che “angolo” e “inclinazione” si debbano considerare sinonimi. Segue la definizione di angolo rettilineo (Def. I,8: “un angolo si dice rettilineo se le due linee sono rette”). Infine si ritrova il concetto di angolo curvilineo solo per enunciare una parte inessenziale di un solo teorema (Prp. 16 del II libro) ed è riferito all'angolo formato dalla circonferenza con la sua tangente, e il complementare di questo formato dalla stessa circonferenza con il raggio. Del primo si dice che è minore di qualunque angolo rettilineo, del secondo che è maggiore di qualunque angolo rettili-

tivo di formalizzare in modo rigoroso il più ampio possibile *corpus* di conoscenze geometriche, quali si erano andate costruendo nei secoli in maniera informale e pre-formale. Lo stesso quinto postulato di Euclide (o postulato delle parallele), secondo quanto da noi già illustrato in precedenti lavori<sup>17</sup>, sembra affermare la propria validità (almeno fra i contemporanei di Euclide) non in quanto “vero” o “evidente” o “indimostrabile” ecc..., come avrebbero poi voluto i seguaci e gli epigoni di Aristotele, ma perché idoneo a fondare in modo rigoroso una lunga tradizione (in gran parte pre-formale) di risoluzione di problemi geometrici.

Se accettiamo queste ipotesi, allora possiamo dire che il concetto stesso di tangente dev’essersi sviluppato in maniera informale, intrecciandosi con i problemi relativi all’angolo di contingenza. Euclide ha verosimilmente evitato di introdurre questi temi nei suoi “elementi” proprio perché questi ultimi avevano un carattere “fondazionale” (e non è a caso che la parola *elementi* venga successivamente riferita a tutte quelle opere di base che servono a dare fondamenti solidi ad una disciplina), pertanto non potevano e non dovevano contenere sviluppi ancora incerti o non del tutto chiari.

Gli sviluppi successivi più interessanti, su questo argomento, si hanno poi nel Rinascimento, ma siamo costretti a sorvolare su tutto ciò che precede la nascita vera e propria del concetto di derivata ad opera di Newton e (indipendentemente e per altra via) di Leibnitz.

Premetto subito che entrambe le definizioni hanno carattere pre-formale, non potendosi chiaramente giustificare all’interno dei sistemi deduttivi (aritmetici, algebrici o geometrici) così come si presentavano in quel particolare momento (e bisogna dire anche per parecchio altro tempo ancora).

Newton definisce la derivata di una funzione  $f$  del tempo  $t$ , non già per pure speculazioni matematiche, ma per dare una precisa espressione a grandezze fisiche quali la velocità e l’accelerazione. Parte quindi dal rapporto incrementale, che rappresenta fisicamente la velocità media, e considerando intervalli di tempo sempre più piccoli, perviene alla concezione ideale e astratta del caso limite in cui l’intervallo di tempo si riduce *all’istante*, ovvero al “nulla”, o, meglio, come lui dice, svanisce. A questo punto anche il numeratore del rapporto incrementale “svanisce”, ma, ne conclude Newton, *quando i due termini della frazione svaniscono, il loro rapporto permane*.

Il carattere pre-formale e intuitivo di questa definizione non ha bisogno di ulteriori commenti, e si vede subito come essa è caratterizzata dall’idea di un continuo *fluire verso un limite* irraggiungibile. L’atto che qui appare arbitrario sta proprio nell’introdurre, quasi forzando le leggi finitistiche del pensiero umano, quel limite irraggiungibile come se fosse stato raggiunto.

In una prima fase Newton cerca di dare giustificazioni “logiche” alla sua definizione, cadendo però sempre più in oscurità metafisiche più o meno inestricabili. Più tardi però rinuncia alle spiegazioni logiche, ammettendo di non esservi riuscito e lasciando ai posteri tale compito. Per il momento la giustificazione rimaneva affidata all’efficacia che il nuovo strumento di calcolo dimostrava nella spiegazione dei fenomeni naturali. L’idea che la natura non potesse contenere contraddizioni e l’apparente corrispondenza che si evidenziava tra natura e modello matematico, sembrava sufficiente ad escludere anche in quest’ultimo la presenza di oggetti potenzialmente contraddittori.

---

neo. Da qui il carattere non Archimedeo di questo tipo di “angoli”. In realtà, a nostro avviso, non si comprende perché Euclide avrebbe dovuto fare un così modesto cenno ad un argomento che per il resto esula dalla logica complessiva della sua trattazione; tanto più che dal punto di vista formale vi è una significativa caduta di rigore. Quanto alla questione delle grandezze non archimedee, Euclide definisce (più avanti) grandezze che hanno tra loro rapporto, quelle per cui avviene che di ciascuna esiste un multiplo che supera l’altra. Ma lo stesso Euclide, nel I libro introduce le “nozioni comuni” che di fatto sono assiomi caratterizzanti le grandezze in generale e si concretizzano nella sommabilità delle grandezze, con un’operazione di somma che (diremmo noi) soddisfa alle proprietà di un semigruppato. Ciò che non si comprende è però in che modo si possa definire una somma degli angoli di contingenza, e cosa si debba intendere conseguentemente, in questo caso, per multiplo. L’analisi dettagliata, che conduce a espungere dagli elementi ogni riferimento agli angoli curvilinei, verrà pubblicata prossimamente da R. Migliorato e G. Gentile (V. nota precedente). Bisogna però dire che già le prime sette definizioni (punto, linea, linea retta, superficie, superficie piana) sono state riconosciute non autentiche da L. Russo nel suo lavoro precedentemente citato (L. RUSSO, 1999).

<sup>17</sup> MIGLIORATO e MIGLIORATO - GENTILE, Op. Cit.

Quest'ultima affermazione di Newton mi sembra estremamente significativa, proprio perché coglie nel modo più efficace quella sostanza euristica che secondo la nostra tesi è sempre all'origine della scoperta scientifica. Siamo qui proprio nel momento pre-formale della costruzione scientifica.

Non è quello informale della spiegazione mitica. Quest'ultimo, come si è detto, può concorrere alla razionalizzazione del mondo e alla originaria costruzione di sistemi concettuali pre-scientifici, ma si esprime in ogni caso con linguaggi imprecisi, improntati alla metafora e all'analogia; esula totalmente dalle analisi logico-formali. Ma la definizione di Newton non è neppure formale. Le teorie scientifiche formalizzate hanno struttura rigorosamente logica e di ciò pagano il prezzo: i loro termini sono puramente convenzionali e hanno perso i significati che generalmente vengono associati alle parole. Punto, retta, piano, tempo, massa, energia, campo, entropia, ecc..., nelle rispettive teorie scientifiche formalizzate, sono entità convenzionali, puri simboli che significano solo ciò che viene loro attribuito dagli assiomi o dalle leggi fondamentali supposte dalla teoria.

Il livello pre-formale, come nel caso della derivata di Newton, si esprime con linguaggi che sono fondamentalmente quelli di una scienza già costruita, ma dove, con procedimento più o meno arbitrario, si reintroducono significati, si estendono i concetti, superando barriere interdette nella teoria, si ripristina sia pure provvisoriamente e in zone limitate, la dimensione fantastica, il procedere per analogie e metafore. E' questo l'ambito fecondo della scoperta. Il momento della conferma e della riorganizzazione formale verrà dopo.

Così è stato per il concetto di derivata, formalizzato per la prima volta da Cauchy mediante una definizione di limite che si manteneva rigorosamente finitista in quanto non faceva uso del concetto di infinito in atto. La definizione di limite che attualmente studiano i nostri studenti nel primo anno di università è invece quella infinitista che tanti problemi ha generato per le contraddizioni a cui l'infinito può condurre.

## BIBLIOGRAFIA

- E. CASARI (1964), *Questioni di filosofia della matematica*, Milano, 1964.
- E. CASTELNUOVO, M. BARRA (1976), *Documenti di un'esposizione di matematica*, Torino, 1976;
- E. CASTELNUOVO (1963), *Didattica della matematica*, Firenze, ristampa, 1976.
- J. H. FLAVELL (1963), *La mente dalla nascita all'adolescenza nel pensiero di Jean Piagét*, Astrolabio, Roma, 1971.
- P. FEYERABEND (1975), *Contro il metodo : Abbozzo di una teoria anarchica della conoscenza*, Feltrinelli, Milano, 1991.
- P. FEYERABEND, *La conquista dell'abbondanza* (2000), Cortina Raffaello Ed., Milano, 2002.
- G. GENTILE, (2005-1), *Corso di Epistemologia della Matematica, parte terza*, disponibile on line nel sito <http://ww2.unime.it/alefzero>, alla voce *Materiali didattici* → *Epistemologia della Matematica* → *parte terza*.
- G. GENTILE, (2005-2), *La storia della Matematica per la didattica della Matematica. Cosa può insegnarci Archimede?*, Atti 2°. Convegno AICM-GRIM - Piazza Armerina (EN) 15-17 Settembre 2005, Pubblicazione on line [http://math.unipa.it/~grim/convaicmgrim\\_05.htm](http://math.unipa.it/~grim/convaicmgrim_05.htm).
- R. MIGLIORATO., G. GENTILE (2005-1), *Euclid and the scientific thought in the third century B.C., Ratio Mathematica*. vol. 15, 2005 (ed. On line), pp. 37-64;.
- G. GENTILE, R. MIGLIORATO (2005-2), *From the Caldean People to Einstein: a brief history of time and space* (Vers. Ital. *Dai Caldei ad Einstein: una breve storia del tempo e dello spazio*), Quaderni di Ricerca in Didattica del GRIM, (in corso di pubblicazione).
- D. GILLIES, G. GIORELLO (1993-1995), *La filosofia della scienza nel XX secolo*, Laterza, Roma-Bari, 2002.
- J. L. HEIBERG, H. MENGE (1883-1916), (1854-1928), *Euclidis Opera Omnia*, Leipzig, 1883-1916.
- T. KUHN (1962), *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Torino, 1978.
- J. LOSEE (1972), *Filosofia della scienza. Un'introduzione*, Il Saggiatore, Milano, 2001.
- R. MIGLIORATO (2003), *Modelli matematici, predittività e progresso scientifico: un caso storico e-semplare*, Atti del Convegno "L'insegnamento della matematica nel quadro delle riforme". Santa Cesarea Terme 28 sett. - 2 ott. 2003 – (Pubbl. elettronica di "Matematicamente" - Università di Lecce - <http://www.matematicamente.it/attisantacesarea/index.htm>) 2003, pp. 1-20.
- R. MIGLIORATO (2005-1), *La "Rivoluzione Euclidea" e i Paradigmi Scientifici nei Regni Ellenistici*, Incontri Mediterranei. vol. 11, 2005, pp. 3-24.
- R. MIGLIORATO (2005-2), *Corso di Epistemologia della Matematica, parte prima*, disponibile on line nel sito <http://ww2.unime.it/alefzero>, alla voce *Materiali didattici* → *Epistemologia della Matematica* → *parte prima*.
- J. PIAGET (1970), *L'épistémologie génétique*, Ed. italiana: *L'epistemologia genetica*, Sagittari Laterza, 2000.
- L. RUSSO (1998), *The definitions of fundamental geometric entities contained in book I of Euclid's Elements*, Arch. Hist. Exact. Sci., 52, No.3, 1998, pp.195-219.