

# Concezioni spontanee dell'angolo in quinta elementare (9 – 10 anni) ed evoluzioni in situazioni a – didattiche

Sardisco Francesca<sup>1</sup>

## Abstract

*Questo articolo tratta di una ricerca condotta nelle scuole di Palermo per classificare le concezioni spontanee degli alunni sull'angolo, utilizzando come strumento di rilevazione un questionario ed evidenziare inoltre come tali concezioni si evolverebbero in seguito alla somministrazione di situazioni a – didattiche. Dalla ricerca è ho riscontrato che il gli allievi da me esaminati non avevano una concezione di angoli ben salda infatti vedono in una figura un angolo solo se ha “una punta” quindi due semirette unite all'origine, quindi non è presente in loro una concezione forte di angolo. Dopo la prima indagine ho sperimentato delle situazioni a-didattiche sul concetto di angolo, in modo da attivare attraverso il gioco e l'esperienza diretta, l'apprendimento di tale concetto. La risposta degli allievi è stata positiva infatti al termine della sperimentazione gli alunni avevano compreso cosa si “intende per angolo”, sotto più punti di vista (porzione di piano, rotazione ...)*

## Introduzione

Il lavoro sperimentale da me svolto ha lo scopo di conoscere le concezioni spontanee dell'angolo e le evoluzioni che queste subiscono in seguito all'attivazione di situazioni a – didattiche.

L'argomento è stato inizialmente approfondito dal punto di vista storico epistemologico per conoscere e capire le evoluzioni che ha subito il concetto di angolo.

Successivamente ho rilevato le concezioni spontanee dei bambini e ho strutturato un intervento in situazione a – didattica per osservare le risposte degli alunni e come l'apprendimento si modifica attraverso il gioco.

## L'angolo dal punto di vista Epistemologico e Storico - epistemologico

L'angolo è uno dei concetti geometrici che ha origini molto remote. La geometria infatti, con molta probabilità è nata dell'esigenza degli uomini di tracciare i confini dei campi e misurarne l'estensione.

Nell'antico Egitto il Nilo periodicamente straripava e invadeva i campi. Dopo ogni piena bisognava tracciare di nuovo i confini dei possedimenti che erano stati cancellati dalle acque. Gli agrimensori per ridisegnare i confini dei campi tracciavano, seguendo i disegni delle terre, degli angoli retti e per far ciò costruivano dei triangoli rettangoli con una corda.

---

<sup>1</sup> Laureata in Scienze della Formazione Primaria presso l'Università di Palermo, Gennaio 2004. Il lavoro qui presentato è l'abstract della sua tesi di laurea (gennaio 2004). Relatori della tesi: Proff Filippo Spagnolo e Anna Maria Parroco. La tesi completa si trova al seguente indirizzo web:

<http://dipmat.math.unipa.it/~grim/matdit.htm>

Talete di Mileto (VI secolo a.C.) iniziò a studiare le figure, e in particolare l'angolo, in quanto tali, indipendentemente da possibili applicazioni pratiche, egli formulò poi le loro proprietà da un punto di vista generale, cercandone le basi logiche anche quando tali proprietà potevano apparire ovvie. Egli dimostrò alcuni concetti quali:

l'uguaglianza di due angoli opposti al vertice; l'uguaglianza degli angoli alla base di un triangolo isoscele; il 2° criterio di uguaglianza dei triangoli; la proprietà secondo la quale un angolo inscritto in una semicirconferenza è retto.

Nel V secolo a.C. Pitagora enunciò il famoso teorema, che porta il suo nome, sul triangolo rettangolo. Egli con i suoi discepoli si dedicò anche ad uno studio sistematico del parallelismo fra rette e da questo dedusse il noto teorema secondo il quale la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale ad un angolo piatto.

Con Euclide (300 a.C. circa) la geometria divenne parte integrante del pensiero scientifico e si sviluppò libera da ogni altro legame. La sua opera infatti per molto tempo è stata considerata un modello di perfezione. Egli operò una grande revisione alla geometria e espose negli "Elementi", le conoscenze geometriche in modo logico e organico, con una nuova coordinazione dei primi concetti geometrici, articolati secondo uno schema più coerente: ventitré "Definizioni", cinque "Postulati" e le "Nozioni Comuni".

Nelle "Definizioni" in riferimento agli angoli Euclide afferma:

"VIII. Angolo piano è la inclinazione reciproca di due linee piane che si incontrano tra loro e che non giacciono entrambe su una medesima retta.

IX. L'angolo si dice rettilineo se le linee che lo comprendono sono rette.

X. Quando due rette, l'una innalzata sull'altra, formano angoli adiacenti uguali, ciascuno dei due angoli si dice retto e la retta innalzata si dice perpendicolare all'altra.

XI. Angolo ottuso è quello maggiore di uno retto.

XII. Angolo acuto è quello minore di uno retto."

Alle quali segue naturalmente il Postulato: "IV. Tutti gli angoli retti sono uguali tra loro".

Euclide, non considera gli angoli come "porzioni di piano" (definizione che comparirà più tardi), ma ricorre all'idea di "inclinazione"; prendendo in considerazione anche gli angoli formati da due linee curve ed escludendo di fatto l'angolo piatto.

Solo nel XIX secolo la matematica avrebbe affinato i suoi strumenti di indagine critica raggiungendo un tale grado di perfezione che è difficile capire quali altri miglioramenti potranno essere conseguiti in futuro. Con Hilbert infatti vi fu la rifondazione della geometria. I concetti fondamentali vengono definiti in maniera implicita col metodo assiomatico, attraverso le relazioni che esistono tra di loro. Tale metodo presuppone un'analisi intuitiva delle figure piane e spaziali dove le immagini più semplici sono i punti, le rette e i piani, questi ultimi considerati come un insieme di punti.

Questo metodo, inoltre, definisce il concetto di angolo su di un piano orientato come:

Def. 1: con il nome di angolo  $\angle (s_1, s_2)$  si intende la coppia ordinata di due semirette  $s_1$  ed  $s_2$  (non necessariamente distinte) aventi l'origine in comune.  $s_1, s_2$  si dicono lati,  $S$  si dice vertice dell'angolo. Un angolo con lati coincidenti si dice angolo nullo, se come lati delle rette si dice angolo piatto".

Da questa definizione ne sono scaturite delle altre basate tutte sul concetto di angolo visto dalla prospettiva spaziale.

Con Choquet si amplia e modifica la definizione di angolo visto non più nel piano o nello spazio ma come rotazione di centro P (cioè le isometrie che lasciano fisso il solo punto P), e lo fa dopo uno studio sistematico delle isometrie.

### **La sperimentazione**

La motivazione che mi ha spinto a fare questa sperimentazione è stata quella di verificare quanto sia di fatto sostanzialmente corretta l'ipotesi di come gli alunni abbiano una serie di concezioni errate sugli angoli.

Qualche esempio di idee preconcepite fondamentalmente errate:

l'angolo corrisponde all'arco che si traccia tra le due semirette per individuarne l'ampiezza; due angoli uguali ma con differente lunghezza delle semirette non sono uguali;

l'angolo ottuso non è un angolo poiché è poco visibile agli occhi degli alunni.

L'area di ricerca è quella delle concezioni che hanno i bambini sull'angolo nella quinta classe della scuola di base, ricordando come il concetto di angolo nella scuola elementare venga presentato dai docenti in quarta e ripreso nelle quinte ad inizio di anno, propedeuticamente allo studio dei solidi e degli argomenti previsti nei Programmi nazionali.

#### ***Campione di ricerca***

La ricerca è stata rivolta ad un totale di 97 alunni frequentanti la quinta elementare, frequentanti due scuole appartenenti a altrettanti quartieri di Palermo.

#### ***Le fasi del lavoro sperimentale***

Il lavoro sperimentale è stato suddiviso in due differenti percorsi:

1° Somministrazione di un test, analisi dei comportamenti attesi degli alunni in base ai risultati del test (in tale percorso sono stati coinvolti 77 alunni)

2° Somministrazione del test, analisi dei risultati, attivazione di situazioni a –didattiche, somministrazione del test iniziale, analisi delle evoluzioni dei concetti attraverso i risultati del test (in tale percorso sono stati coinvolti 20 alunni).

#### ***Strumenti della sperimentazione***

Per la sperimentazione ho costruito un questionario per verificare l'ipotesi di partenza ho strutturato a domande aperte, volte a rilevare la qualità e il grado di conoscenza dell'alunno sul concetto di angolo.

Il test predisposto prevedeva sei quesiti ognuno dei quali riconduceva ad un tipo di angolo specifico: ottuso, acuto, due rette perpendicolari che formano quattro angoli retti, un angolo giro, un angolo diedro e un angolo nello spazio dato dall'intersezione di un piano ed una retta ad esso perpendicolare.

Per verificare le evoluzioni sul concetto di angolo ho progettato delle situazioni a –didattiche al fine di coinvolgere l'attenzione degli alunni e di potenziare i loro apprendimenti in modo inconsapevole attraverso il gioco.

#### ***Analisi a Priori***

Per il questionario sono stati individuati otto classi di risposta possibile degli alunni:

1. Non riconosce nella figura l'angolo.
2. Riconosce l'angolo e lo classifica.
3. Riconosce l'angolo lo classifica correttamente ma da una spiegazione errata.
4. Riconosce l'angolo lo classifica e da una spiegazione corretta.

5. Riconosce l'angolo e lo classifica dandogli un nome errato e/o la spiegazione esatta o errata.
6. Riconosce che è un angolo e motiva la sua risposta dando una spiegazione fantasiosa.
7. Riconosce l'angolo e da una motivazione esatta o quasi esatta del perché è un angolo.
8. Riconosce l'angolo dandogli spiegazione errata.

### ***Analisi dei dati***

L'analisi delle risposte ottenute tramite la somministrazione del questionario ha fornito un quadro significativo di come la maggior parte degli alunni, posti di fronte a domande che testano le loro effettive conoscenze, rispondano soltanto a ciò che credono di sapere.

Gli alunni infatti nel test hanno dato una risposta solo alle seguenti le figure: angolo acuto, angolo ottuso, due rette perpendicolari che formano quattro angoli retti e un angolo giro raffigurato da una circonferenza e il suo raggio. Tuttavia le risposte date sono legate a delle conoscenze errate, infatti i primi due angoli, acuto e ottuso, sono stati riconosciuti solo da circa il 50 % degli alunni, mentre gli altri hanno di fatto risposto in modo errato in quanto, non avendo una conoscenza adeguata, hanno cercato la risposta nelle reminiscenze legate alle esperienze precedenti.

Le risposte relative alla figura che individuava l'angolo retto sono risultate per il 76% errate e la risposta è scaturita in seguito di misconcetti, infatti per molti tale rappresentazione era individuata con un angolo giro. Tale concezione è tuttavia legata ad una distorta modalità di informazione nella quale spesso cadono anche alcuni docenti.

Ho rilevato inoltre che i bambini individuano l'angolo in quanto o è punto di intersezione di rette, semirette ecc... o perché vedono "una punta aguzza" (come affermano) nella parte "terminale" della rappresentazione della retta.

Concludendo appare evidente come la maggior parte degli alunni ha una concezione errata di angolo, anche se dovuta sostanzialmente a una didattica non congruente a tale problematica.

### ***Le situazioni a –didattiche***

Le situazioni a – didattiche programmate sono quattro e sono state formulate in modo tale da far acquisire in modo graduale il concetto di angolo secondo le varie sfaccettature: angolo come porzione di spazio, come cambio di direzione e come rotazione.

Ogni situazione presentava dunque un problema aperto volto a stimolare la curiosità negli alunni, che puntualmente si mettevano alla ricerca della soluzione.

Terminate le attività a – didattiche ho somministrato nuovamente il questionario e sono stata ben lieta di scoprire che il concetto di angolo che inizialmente era posseduto dagli alunni ha subito un'evoluzione sostanziale. I bambini, infatti, hanno risposto in modo eccellente a tutte le domande ragionando su ogni figura e sulla risposta data.

### ***Conclusioni***

Lo scopo della mia sperimentazione è quella di capire quali sono le concezioni degli alunni sul concetto di angolo, L'indagine svolta ha evidenziato che le concezioni degli alunni vengono frequentemente condizionate da diversi fattori: emotivi, livello socio – culturale di appartenenza ma soprattutto dal modo in cui vengono presentati i vari contenuti. Soprattutto quest'ultimo aspetto mi è apparso fortemente condizionante per la corretta

acquisizione di tale concetto infatti molte delle difficoltà degli alunni erano la diretta conseguenza di un'incerta spiegazione del concetto di angolo.

Infatti in precedenza una prima lettura del questionario evidenziava conoscenze estremamente carenti, successivamente alcuni miei interventi rivolti ad un ristretto gruppo, durante la situazione a-didattica, dava risultati ben diversi. Tali interventi realizzati tramite attività ludiche consentivano una migliore acquisizione del concetto di angolo tanto che la ripresentazione del medesimo questionario al gruppo di controllo rivelava come le risposte fossero diventate soddisfacenti.

A questo punto i termini del problema appaiono più circostanziati, come integrare definizione astratte in alunni dove la capacità di simbolizzazione e di astrazione non sono ben strutturate, con attività che possano tramite il gioco, la manipolazione ... rendere tali concetti comprensibili? E come far interiorizzare e rielaborare tali concetti nei successivi apprendimenti sempre tramite gioco e manipolazione?

Per ultimo mi chiedo se esiste uno strumento in grado di rilevare ed indagare in maniera più approfondita ed esaustiva gli schemi di ragionamento che si attivano negli alunni quando riflettono sul concetto di angolo, poiché lo strumento da me costruito ha rilevato soltanto le concezioni che essi hanno.

### **Bibliografia**

- Cornoldi C., *Metacognizione e apprendimento*, 1995, Bologna.
- Cornoldi C., *Matematica e metacognizione*, 1995, Trento.
- Catani L., Fortini R., Bernardi C., *Le figure geometriche*, 1988, Firenze.
- D'Amore B., *Didattica della matematica*, 2001, Bologna.
- Lucangeli D. et al., *Atteggiamento metacognitivo e problem solving*, 1996, Torino.
- Lucangeli D., Passolunghi M. C., *Psicologia dell'apprendimento matematico*, 1995, Torino.
- Quaderni di Ricerca in Didattica, GRIM, n. 7 n. 9, Palermo
- Reinhardt F., Soeder H., *Atlante di matematica*, 1997, Milano.
- Spagnolo F., *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*, 1998, Firenze.