

Dottorato di ricerca in
Storia e didattica delle matematiche, della fisica e della chimica

Seminario di storia della scienza

Le teoria elettronica dei metalli tra storia e didattica

Angelo Bonura

Finalità e motivazioni

Che cosa

Esemplificare la possibilità di un utilizzo significativo della storia della fisica quale strumento per la costruzione di modelli didattici efficaci.

Come

Intrecciare la descrizione e l'analisi storica dei fatti che hanno caratterizzato la nascita e l'evoluzione di una teoria con l'uso di strumenti didattici di modellizzazione.

Perché

Sfruttare l'interazione sinergica tra le potenzialità didattiche offerte dalla storia della fisica, le procedure di modellizzazione e l'uso delle nuove tecnologie.

Vantaggi didattici della storia della fisica

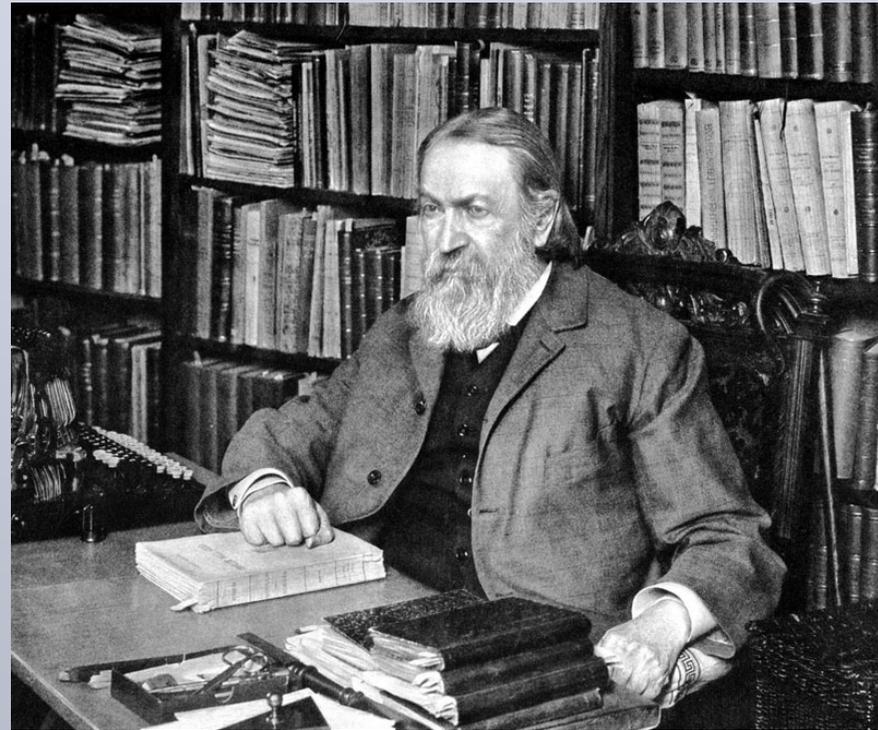
Aspetti affettivi (motivazione):

- Possibilità di evidenziare le dinamiche che hanno caratterizzato l'evoluzione delle idee, l'abbandono di vecchie teorie e l'affermazione di nuove, restituendo un'immagine della fisica e della sua evoluzione meno "razionale" ma certamente più ricca e complessa di quella che emerge da un insegnamento esclusivamente centrato sui contenuti della "scienza normale".
- Chiarire la stretta relazione tra il modo di guardare il mondo dal punto di vista delle scienze e i modi di guardare di altri campi della conoscenza;
- Sinteticamente: avvicinare la fisica all'uomo (con l'effetto auspicabile di avvicinare lo studente alla fisica!)

La didattica secondo Mach

..... La comprensibilità della scienza è possibile solo a partire da un'analisi storica

..... La trattazione della materia non può cominciare e non deve consistere in una enunciazione di leggi, in un astrattismo simbolico formale sostanziato dall'uso della formula matematica: è necessario introdurre i discenti in medias res.....naturalmente seguendo l'ordine di sviluppo storico con cui si sono presentati, insistendo poco sulla quantità di nozioni da fornire e molto sulla loro qualità. Ideale ai fini didattici è la riattivazione genetica, *cioè la ricostruzione concreta delle tematiche, degli esperimenti, delle teorie e dei dibattiti che produssero un determinato pensiero scientifico.*



Ernst Mach (1831-1916)

La didattica secondo Duhem

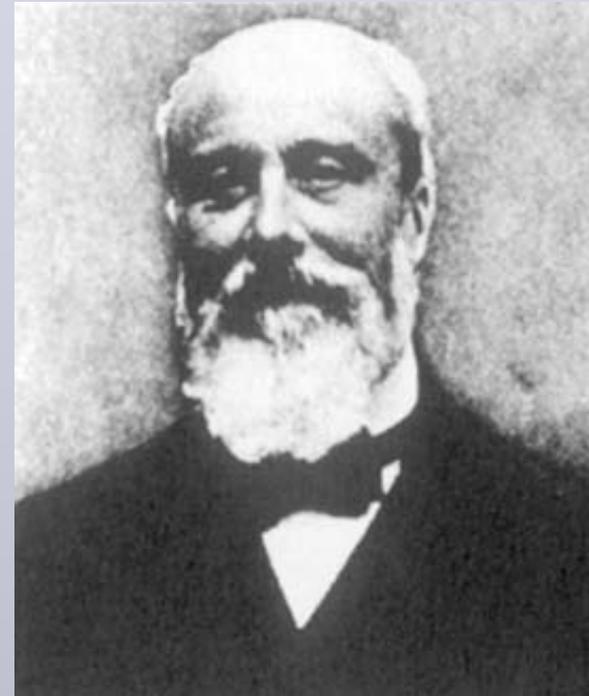
Il problema

La vastità del campo da studiare e comprendere potrebbe scoraggiare il discente dall'affrontare questo gravoso compito. Allora, come si regolerà il maestro incaricato di esporre la fisica?...

Come potrà fare abbracciare ai suoi allievi con un unico sguardo la distesa immensa che separa il campo dell'esperienza da quello teorico?...

La soluzione

Non abbiamo forse sotto gli occhi il caso di uno studente il quale, nell'infanzia, ignorava del tutto le teorie fisiche e, da adulto, arrivò alla piena conoscenza di tutte le ipotesi sulle quali si fondano le teorie? Lo studente, la cui educazione dura da millenni, è l'umanità. Perché non potremmo far precedere l'ingresso di ogni ipotesi nell'insegnamento con un'esposizione sommaria, ma fedele, delle vicissitudini che hanno preceduto il suo ingresso nella scienza



Pierre Duhem (1861-1916)

“Il metodo legittimo, sicuro, fecondo, atto a preparare una mente ad accogliere un'ipotesi fisica è quello storico.”

Vantaggi didattici della storia della fisica

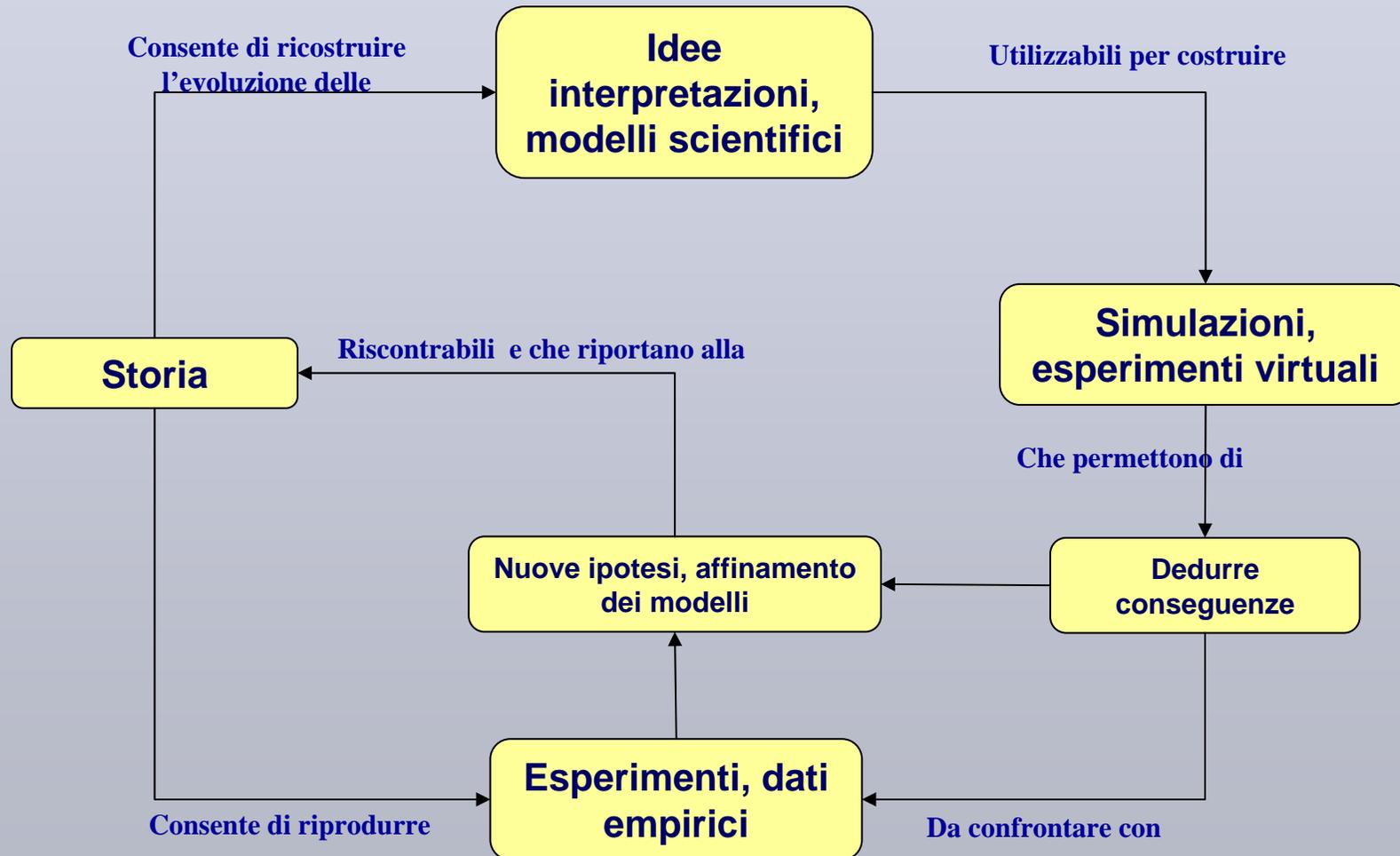
Aspetti cognitivi (comprensione):

1. Presentare tentativi anche infruttuosi o errati relativi allo sviluppo di una data teoria o all'interpretazione di fenomeni che però aiutano a comprendere le attuali conoscenze, può permettere agli studenti:
 - di acquisire una realistica rappresentazione del complesso sviluppo che ha mutato le vecchie nelle nuove conoscenze scientifiche;
 - fornire loro gli elementi per discernere consapevolmente e criticamente il valore delle versioni attuali delle teorie.

Vantaggi didattici della storia della fisica

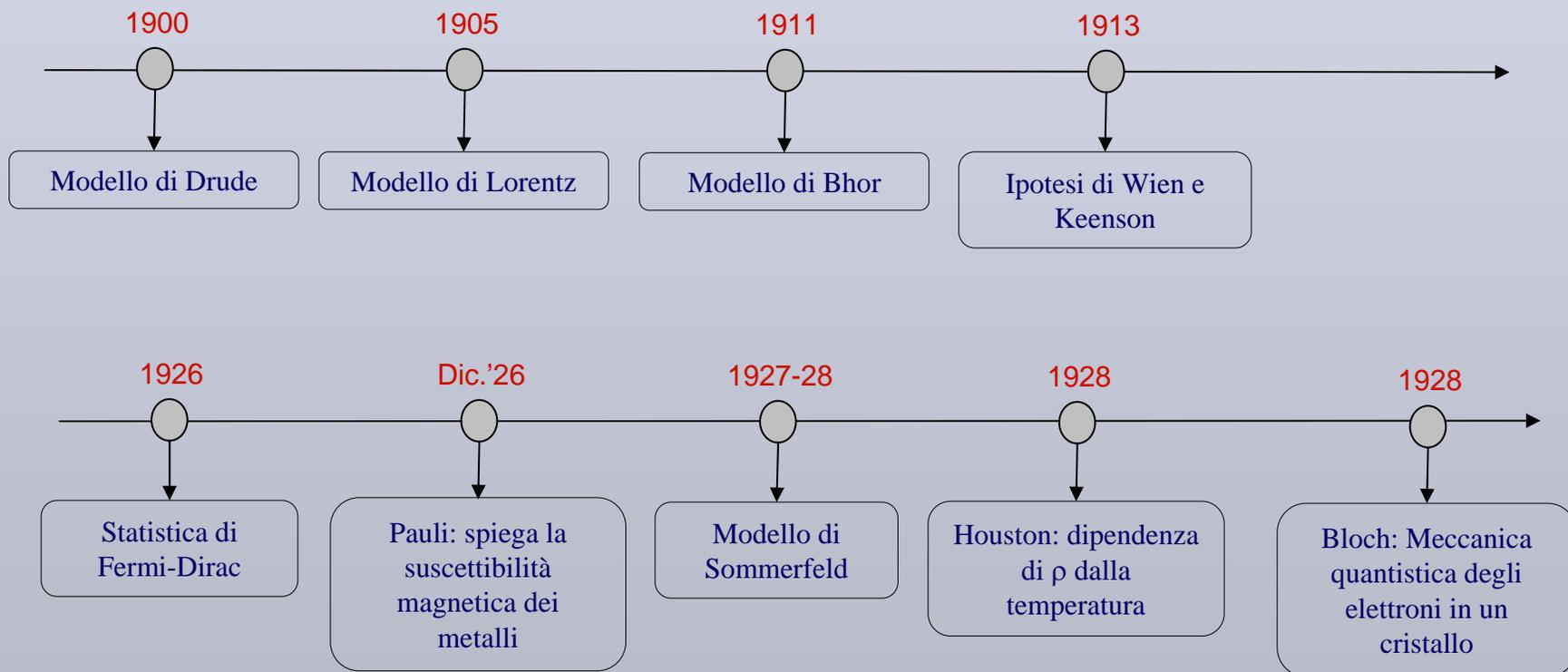
2. La prospettiva costruttivista riconosce uno stretto legame tra conoscenza individuale e collettiva, tra evoluzione della conoscenza scientifica e apprendimento individuale: è possibile stabilire un parallelismo tra concezioni storiche e le concezioni spontanee evidenziate dagli studenti, tra difficoltà concettuali incontrate dagli scienziati in passato e quelle degli studenti di oggi. Pertanto:
 - l'uso degli argomenti, dei ragionamenti, dei modelli impiegati dalle “grandi menti” del passato può aiutare molti studenti che si trovano ad affrontare gli stessi problemi di comprensione;
 - La solidarietà con gli scienziati del passato che gli studenti sperimentano in tali circostanze, può indurre benefici effetti di “risonanza cognitiva” che facilitano la comprensione.

La struttura didattica



Le origini della teoria elettronica dei metalli

Cronologia



Stato delle conoscenze sui metalli alla fine del '800

Fatti sperimentali

- Leggi di Ohm (1827)
- Andamento pressoché lineare della resistività con la temperatura
- Effetti termoelettrici
Es. effetto seebeck (1822)
- Legge di Wiedemann e Franz (1853)
- Effetti magneto - elettrici
es. Effetto Hall (1879)
- Interpretazione di Thomson dei raggi catodici e misura del rapporto q/m (1897-98)

Ipotesi interpretative

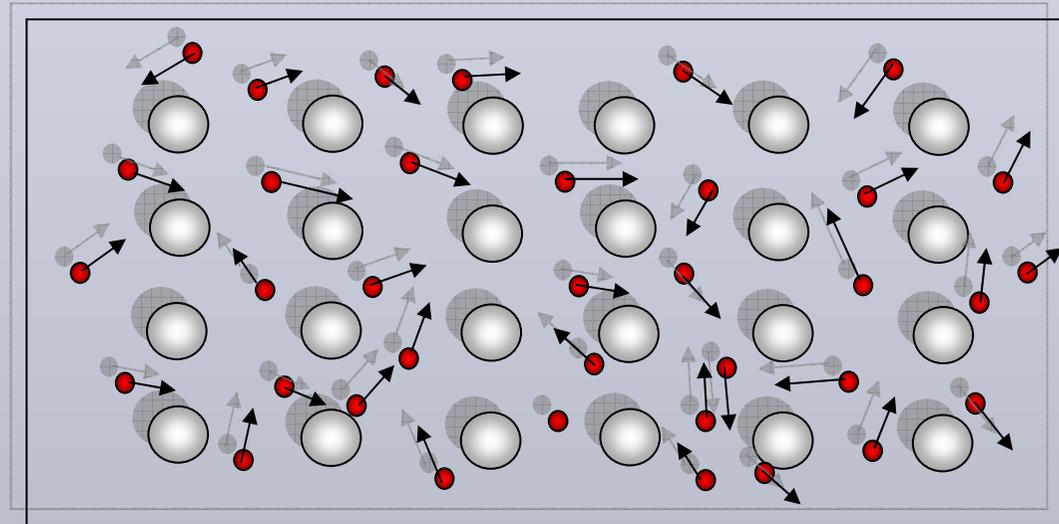
- La struttura microscopica dei metalli è caratterizzata dalla presenza di particelle dotate di carica elementare liberi di muoversi
- Tali particelle sono di due tipi, con carica positiva e negativa (Effetto Hall)
- Tali particelle sono responsabili della conduzione termica ed elettrica dei metalli

La prima teoria matematica per la conduttività dei metalli

Modello di Riecke (1898)

Le ipotesi

- ◆ La corrente elettrica è dovuta al moto di particelle con massa e carica diverse (anche nel segno).
- ◆ I portatori di carica si muovono liberamente a parte gli urti con gli atomi del metallo
- ◆ L'energia cinetica media dei portatori di carica obbedisce alla teoria cinetica di Clausius



I risultati

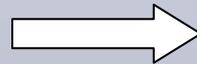
Tuttavia, il modello di Riecke non riusciva a rendere conto dei molti fatti sperimentali. Ad esempio, egli calcola la conducibilità elettrica (σ) e la conducibilità termica (k) e trova che esse sono collegate da una formula estremamente complicata, anziché la semplice formula di Wiedemann - Franz

Il modello di Drude (1900)

Il modello di Drude semplifica e precisa alcuni aspetti del modello di Riecke, ottenendo un migliore accordo i risultati sperimentali

Le ipotesi

◆ Gli elettroni possono essere assimilati alle molecole di un gas ideale: l'energia cinetica media è proporzionale alla temperatura



$$\frac{1}{2}mv^2 = \alpha T = \frac{3}{2}k_B T$$

◆ I portatori di carica hanno carica positiva e negativa, ma con valore assoluto uguale ad e

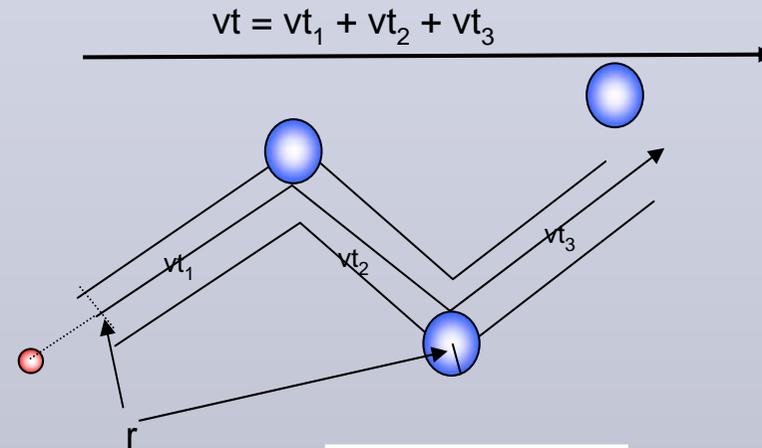
◆ Gli elettroni hanno tutti lo stesso cammino libero medio λ

La conducibilità elettrica nel modello di Drude

◆ Quando al metallo viene applicato un campo elettrico, ciascun elettrone risente di una forza e quindi di un'accelerazione eE/m lungo la direzione del campo.

◆ L'elettrone viene accelerato per un breve intervallo di tempo τ , quindi collide con un atomo.

◆ L'effetto complessivo degli urti è equivalente, in media, ad una forza viscosa che controbilancia la forza elettrica, di modo che, in media, la velocità degli elettroni (lungo la direzione del campo) è costante.



Velocità di deriva

$$v_D = \frac{eE \tau}{m_e 2}$$

Conducibilità elettrica

$$\sigma = \frac{Ne^2 \tau}{2m_e} = \frac{Ne^2 \lambda}{2m_e v}$$

La conducibilità termica nel modello di Drude

Per ottenere l'espressione della conducibilità termica utilizzò un'equazione di diffusione simile a quella usata da Boltzmann per i gas e la legge di Dulong e Petit per il calore specifico elettronico

Conducibilità termica

$$k = \frac{1}{3} \alpha N \lambda v = \frac{1}{3} \lambda v c_v$$

Calore specifico elettronico

$$c_v = \alpha N = \frac{3}{2} k_B N$$

La legge di Wiedemann- Franz nel modello di Drude

Uno dei motivi, forse il principale, del grande favore con cui venne accolta la teoria di Drude dalla comunità scientifica è il fatto che il valore del rapporto k/σ che si può ricavare da questa teoria si accorda perfettamente con la legge empirica di Wiedemann-Franz (secondo la quale $k/\sigma \propto T$)

Rapporto di W-F dedotto dalla teoria di Drude

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T = 3 \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

Valore calcolato

$$\frac{k}{\sigma T} = 2.22 \cdot 10^{-8} \text{ (w} \cdot \Omega \cdot K^{-2} \text{)}$$

Valore misurato (Jaeger-Diesselhorst-1899)

$$\frac{k}{\sigma T} = 2.20 \cdot 10^{-8} \text{ (w} \cdot \Omega \cdot K^{-2} \text{)}$$

Il modello di Lorentz (1905)

Il modello di Lorentz può essere considerato un raffinamento dell'originale modello di Drude, di cui precisa gli aspetti statistici.

Gli elementi di novità

- ◆ Le cariche libere sono di un'unica specie: gli elettroni con carica $-e^*$
- ◆ Gli elettroni sono descritti da una distribuzione di velocità Maxwelliana*

I risultati

Sebbene Lorentz dichiarò esplicitamente che il suo scopo è quello “di mostrare tutta la bellezza della teoria di Drude”, di fatto, i risultati che ottiene indeboliscono la teoria di Drude

Modello di Drude

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T = 3 \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

Modello di Lorentz

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{8}{9} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T = 2 \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

Implementazione modello di Drude-Lorentz

Utilizzando le ipotesi della teoria elettronica di Drude – Lorentz implementiamo un modello microscopico virtuale di metallo. In questo modo sarà possibile simulare l'evoluzione e la risposta del sistema al variare dei parametri esterni.



Per costruire il modello virtuale utilizziamo l'ambiente di modeling, simulazione e visualizzazione chiamato *NetLogo*.

L'ambiente NetLogo

Che cos'è NetLogo

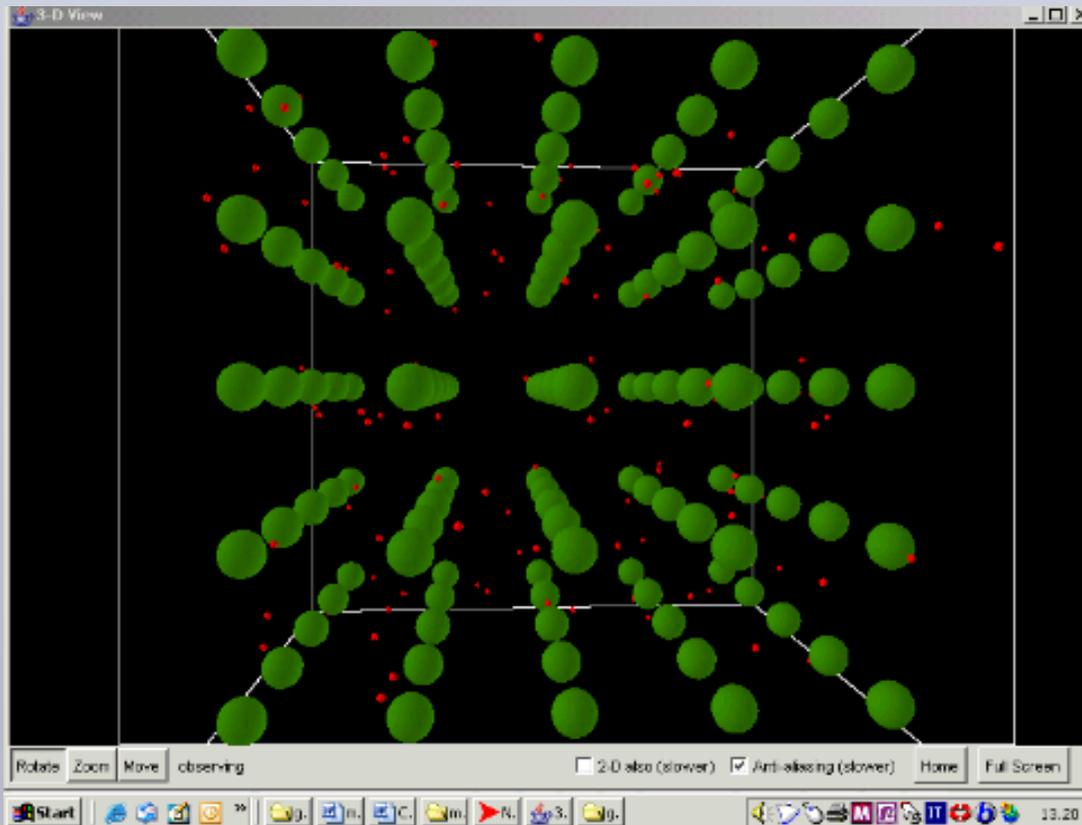
- ◆ Strumento che consente di costruire modelli virtuali di sistemi complessi e di simularne e visualizzare l'evoluzione temporale.
- ◆ Consente di definire oggetti indipendenti (agents), cui è possibile associare opportune proprietà e che interagiscono in un "mondo" sulla base di regole definite.

Che cosa permette di fare

- ◆ Esplorare le connessioni tra le caratteristiche microscopiche (degli oggetti e delle loro interazioni) e comportamento macroscopico
- ◆ Effettuare esperimenti virtuali, i cui esiti confrontare con gli esperimenti reali

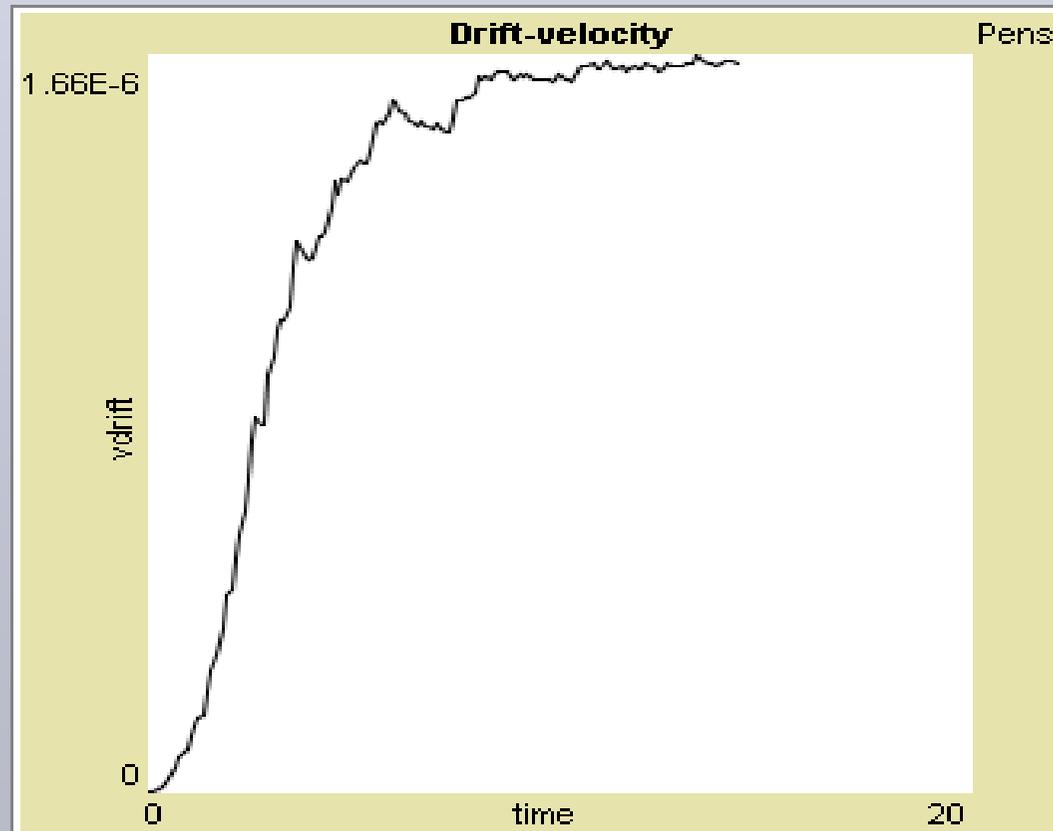
Caratteristiche del modello NetLogo

Visualizzazione tridimensionale del modello microscopico



- ◆ Si considera un piccolo volume di rame che contiene lo stesso numero di elettroni liberi di ioni a riposo disposti in un reticolo regolare.
- ◆ Gli elettroni sono generati con una distribuzione di velocità Maxwelliana corrispondente alla temperatura T (input).
- ◆ Gli elettroni interagiscono con gli ioni tramite urti perfettamente elastici

Esempio di evoluzione temporale della velocità di deriva



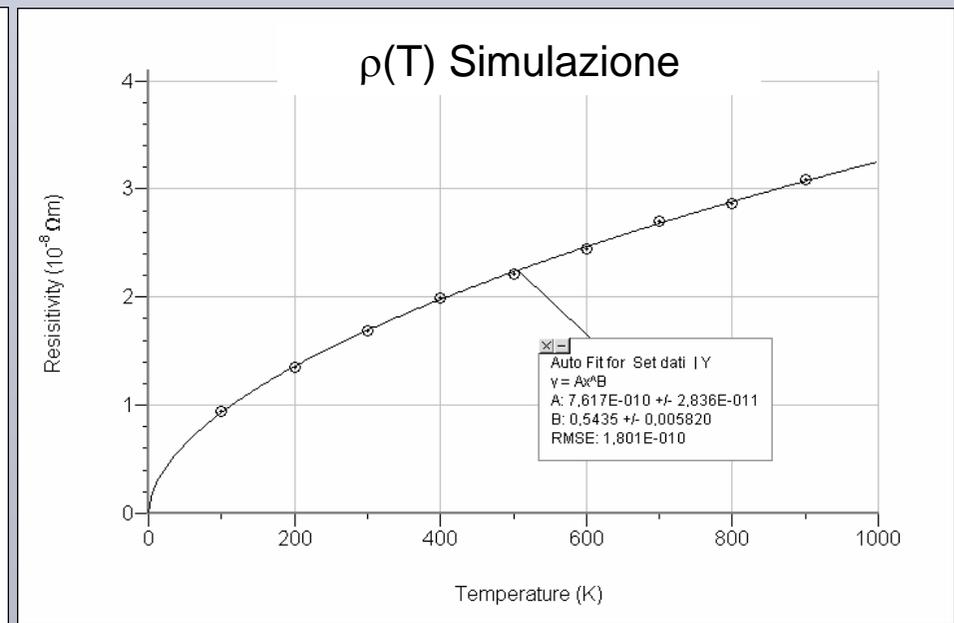
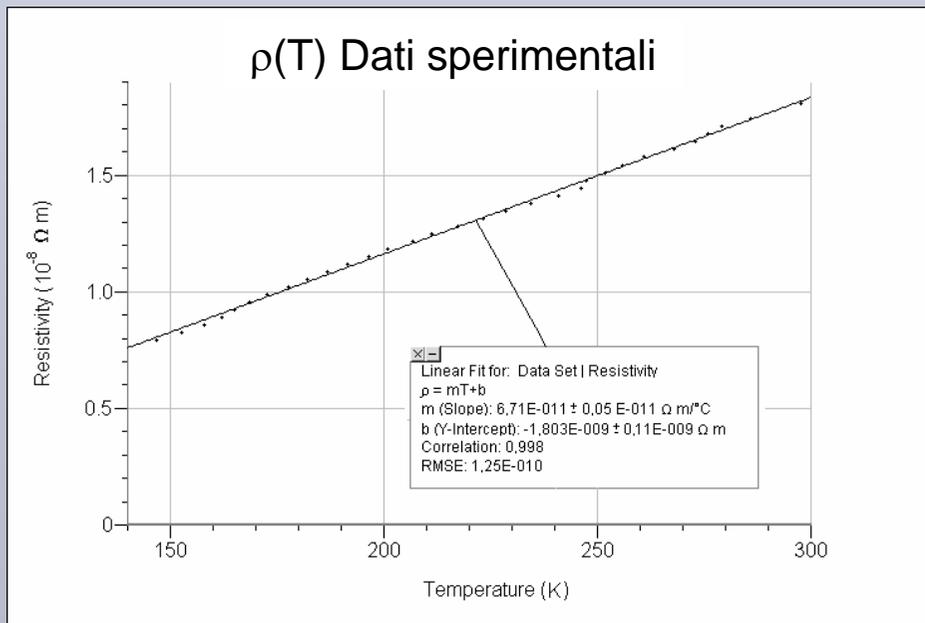
Confronto tra i risultati delle simulazioni e i dati sperimentali

Andamento atteso

$$\rho(T) \approx \alpha T$$

Andamento simulato

$$\rho(T) \approx \alpha T^{1/2}$$



Elementi di forza e debolezza del modello di Drude-Lorentz

Elementi di forza

- ◆ Interpretazione della legge di W-F
- ◆ Utilizzando i valori misurati della resistività dei metalli e supponendo che il numero di elettroni sia uguale al numero degli ioni, si ricava un valore del cammino libero medio con ordine di grandezza delle distanze atomiche.

Punti critici

- ◆ Andamento della resistività al variare della temperatura (tranne che non si ammetta che $\lambda \propto T^{-1/2}$)
- ◆ Il contributo elettronico ($3/2nK$) al calore specifico dei metalli, non osservato sperimentalmente
- ◆ La teoria del gas di elettroni liberi fallisce nell'interpretazione nella radiazione di corpo nero
- ◆ Valore non corretto della potenza termoelettrica (effetto Seebeck).
- ◆ Effetto Hall anomalo

Le proprietà del reticolo cristallino e degenerazione del gas ideale

Importanti progressi nella comprensione delle proprietà dei solidi cristallini si realizzarono tra il 1907 ed 1914

Reticolo cristallino

◆ Nel 1907 Einstein ipotizza che, non soltanto l'energia della radiazione (Planck) ma anche quella degli oscillatori armonici del reticolo cristallino (tutti con la stessa frequenza) fosse quantizzata e ricava un'espressione per il calore specifico che tende a zero per T tendente a zero.

◆ Nel 1912 Debye ipotizza che le energie di vibrazione potesse distribuirsi tra $3N$ modi normali di vibrazione del reticolo, ottenendo un'espressione del calore specifico che meglio si accordava ai risultati sperimentali.

Ciò confermava che il contributo elettronico al calore specifico doveva essere trascurabile, in contrasto con il modello di drude-Lorentz

Gas ideale e gas di elettroni

◆ Nel 1913 (Tetrode e Keensom) l'applicazione dell'ipotesi di quantizzazione alle vibrazioni acustiche di un gas e l'ipotesi di un'energia di punto zero (come per le vibrazioni reticolari) permette di dimostrare che il calore specifico del gas tende a zero per T tendente a zero.

◆ Nel 1913 Keensom dimostra che l'applicazione dell'ipotesi di degenerazione al gas di elettroni consentirebbe di rendere conto del contributo elettronico trascurabile al calore specifico dei metalli.

◆ Sempre nel 1913 Wien fornisce un'interpretazione dell'andamento della resistività dei metalli ipotizzando che la sezione d'urto di scattering degli elettroni dipenda, non dalle dimensioni degli atomi, ma dalle vibrazioni termiche degli atomi del metallo

Implementazione dell'ipotesi di Wien nel modello NetLogo

L'ipotesi di Wien relativa all'influenza delle vibrazioni termiche del cristallo introduce un'ulteriore dipendenza dalla temperatura. Proviamo, dunque ad inserire tale ipotesi nel modello virtuale di metallo.

- ◆ Teniamo conto dell'influenza delle vibrazioni termiche degli ioni assumendo che essi abbiano una raggio efficace proporzionale all'ampiezza delle oscillazioni atomiche.
- ◆ Per principio di equipartizione dell'energia la sezione d'urto offerta dagli ioni dipenderà dalla temperatura.
- ◆ In questo modo sarà anche possibile implementare un meccanismo di dissipazione, facendo in modo che gli ioni si trovino sempre in equilibrio termico con l'ambiente circostante. In queste condizioni, l'energia fornita agli elettroni dal campo può essere ceduta all'ambiente circostante tramite la mediazioni degli ioni.

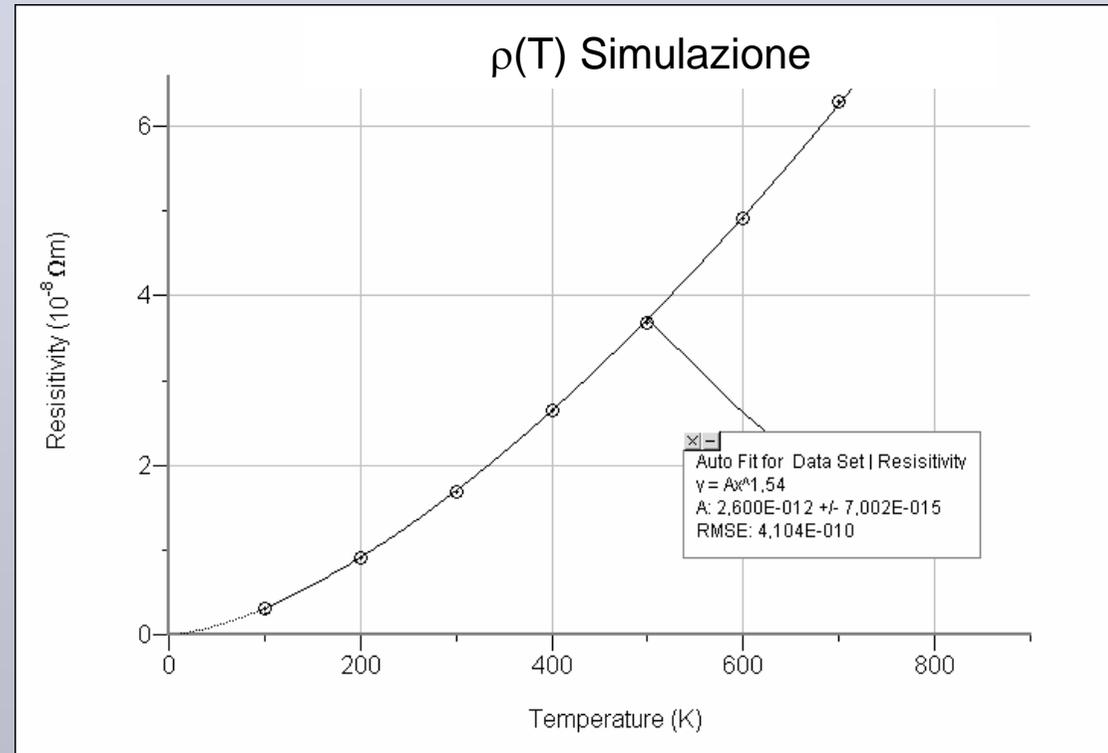
Implementazione dell'ipotesi di Wien

I risultati

Andamento simulato
della resistività

$$\rho(T) \approx \alpha T^{3/2}$$

$$P = \frac{1}{\tau} \propto Av$$



$$\rho = \frac{m_e}{Ne^2 \tau} = CAv$$

Verso il periodo semiclassico

Il primo passo verso la formulazione della teoria semiclassica dei metalli fu lo sviluppo della statistica quantistica, formulata indipendentemente da Fermi e da Dirac nel 1926, applicabile ad un gas di particelle che obbediscono al principio di esclusione di Pauli (1925). E quindi al riconoscimento che, analogamente agli elettroni atomici, gli elettroni liberi di un metallo sono descritti da tale statistica.

Fermi applica il principio di Pauli al gas ideale

Fermi era disturbato da una contraddizione in seno alla termodinamica

- Il principio di Nerst (1906) stabiliva che al tendere a zero della temperatura di un gas doveva tendere a zero anche il calore specifico
- Invece secondo la statistica classica il calore specifico di un gas di particelle doveva essere indipendente dalla temperatura e pari a $3/2$ K per particella.

“E’ quindi necessario assumere che il moto delle molecole di un gas ideale sia quantizzato e che tale quantizzazione si manifesti a basse temperature attraverso un qualche fenomeno di degenerazione”

..... “Poiché la regola di Pauli si è mostrata straordinariamente fruttuosa nell’interpretazione dei fenomeni spettroscopici, vogliamo esaminare se essa può essere altrettanto utile per il problema della quantizzazione di un gas ideale”.

La statistica di Fermi - Dirac

Fermi Applica un procedimento semiclassico

Segue il procedimento di Einstein per la quantizzazione di un gas di particelle che obbediscono alla statistica di Bose-Einstein (indistinguibili) aggiungendo la condizione che esse obbediscano al principio di esclusione, quindi massimizza l'entropia alla Boltzmann per ricavare la statistica cercata.

In particolare dimostra che il calore specifico del gas è proporzionale a T e quindi tende a zero per T tendente a zero.

Dirac utilizzò la meccanica quantistica

Indipendentemente da Fermi, considera le connessioni tra l'antisimmetria della funzione d'onda di un sistema a più particelle ed il principio di esclusione di Pauli. Egli mostra che:

-un sistema di particelle non interagenti con funzioni d'onda antisimmetriche soddisfano il principio di Pauli ed obbediscono quindi alla statistica già ricavata da Fermi;

-Le funzioni d'onda simmetriche obbediscono invece alla statistica di B-E.

La statistica di Fermi - Dirac

N. Particelle con energia (E, E + dE)

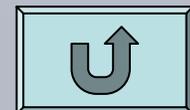
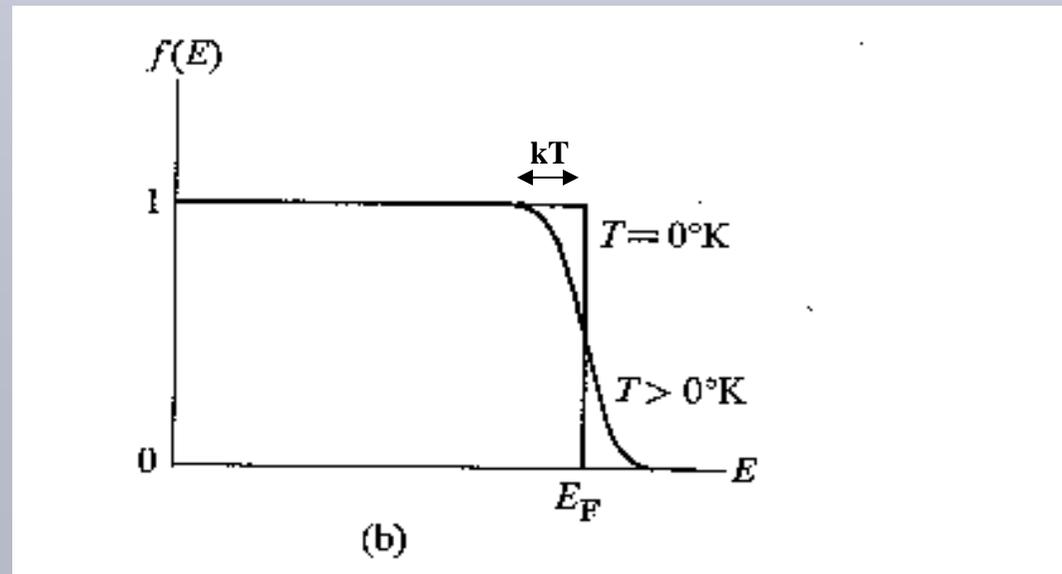
$$N(E)dE = g(E)*f(E)dE$$

Densità degli stati quantici

$$g(E) = \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} (2m^3 E)^{1/2}$$

**Distribuzione di Fermi-Dirac
(probabilità di occupazione)**

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$



Pauli applica la nuova statistica agli elettroni di un metallo

Con il lavoro di Fermi e di Dirac, di Bose e Einstein vi sono dunque due diverse statistiche che possono essere applicate ai sistemi di particelle. Una questione centrale diventava dunque quella di stabilire quali statistiche applicare alla materia.

Le ipotesi di Pauli

- ◆ La statistica di B-E si applica alla radiazione.
- ◆ La statistica di F-D si applica alla materia
- ◆ In particolare agli elettroni liberi di un metallo si applica la statistica di F-D

La giustificazione

- ◆ Prova che l'applicazione della statistica di F- D agli elettroni permette di interpretare il debole paramagnetismo dei metalli

$$\chi_{Pauli} = \frac{3}{10} \frac{n\mu^2}{E_F} \approx \chi_{Lang.} k_B T / E_F$$

L'interpretazione del risultato

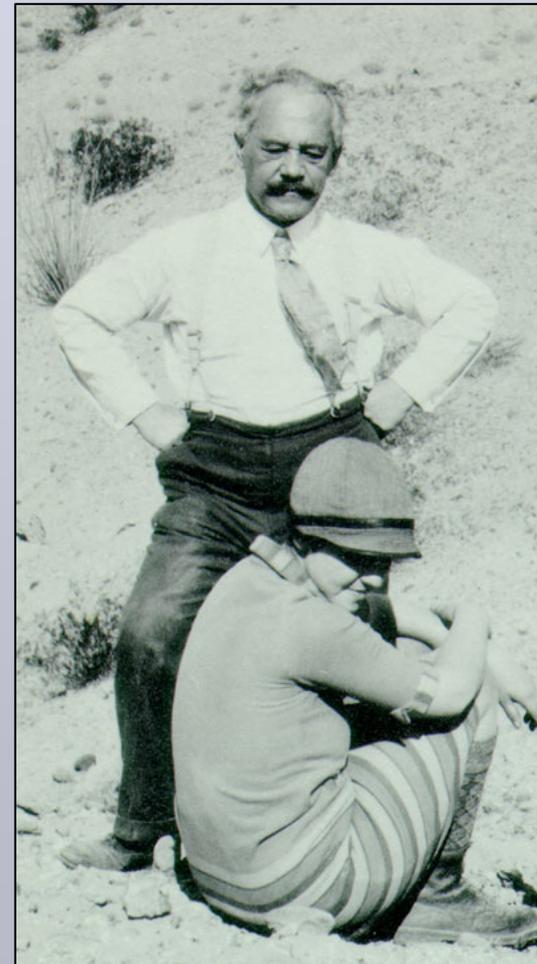
- ◆ Il campo tende ad allineare gli spin degli elettroni
- ◆ A causa del principio di esclusione tale allineamento tuttavia non può realizzarsi per tutti gli elettroni.
- ◆ Soltanto gli elettroni che si trovano in una piccola shell di ampiezza kT al disopra del livello di Fermi possono allineare il loro spin, cioè soltanto una frazione $kT/ E_F = T/T_F$

Teoria semiclassica dei metalli: Il modello di Sommerfeld

Il passo successivo, relativo all'estensione dei risultati di Pauli ad altri fenomeni relativi ai metalli, si deve a Sommerfeld, mentore di Pauli a Monaco.

Nella primavera del '27 Sommerfeld legge la bozza del lavoro di Pauli.

Pauli ricorda che il giorno successivo Sommerfeld gli disse che era rimasto fortemente impressionato dal suo lavoro e che erano possibili ulteriori applicazioni ad altre parti della teoria dei metalli come la legge di W-F, gli effetti termoelettrico ecc. Poiché Pauli non è interessato a sviluppare ulteriormente la teoria, Sommerfeld decide di occuparsene di persona. I risultati non tardano a venire: nel settembre del '27, al Congresso Volta di Como, e successivamente in una pubblicazione in *Zeitschrift Fur Physik* Sommerfeld.



Arnold Sommerfeld (1868-1951)

Teoria semiclassica dei metalli: Il modello di Sommerfeld

Le ipotesi

- ◆ Parte dal semplice modello di Drude-Lorentz
- ◆ Gli elettroni obbediscono alla statistica di F-D e non a quella di M-B.

I risultati

- ◆ Dipendenza corretta del calore specifico elettronico dalla temperatura
- ◆ Interpretazione della legge di Wiedemann - Franz
- ◆ Valore corretto della potenza termoelettrica
- ◆ Emissione termoionica e termoelettrica

Sommerfeld conclude il suo lavoro osservando che l'impressione complessiva è che, senza dubbio, attraverso la nuova statistica le contraddizioni della vecchia teoria sono risolte e che i fatti osservati sono, in parte qualitativamente, in parte quantitativamente riprodotti.

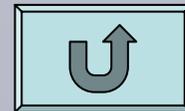
Calore specifico e legge di W-F nel modello di Sommerfeld

$$\frac{k}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T = 3.3 \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

$$k_S \approx \left(\frac{v_F}{v} \right)^2 \frac{c_{vS}}{c_{vD}} k_D = \left(\frac{E_F}{k_B T} \frac{k_B T}{E_F} \right) k_D = k_D$$

$$\frac{c_{vS}}{c_{vD}} \approx \frac{k_B T}{E_F}$$

$$\left(\frac{v_F}{v} \right)^2 = \frac{E_F}{k_B T}$$



Le reazioni della comunità scientifica

Anche grazie al prestigio di cui Sommerfeld godeva tra i fisici teorici, i giudizi sulla teoria furono favorevoli, anche se vennero espresse delle critiche in relazione alle notevoli semplificazioni utilizzate da Sommerfeld. Critiche più aspre furono rivolte dagli sperimentali.

Le critiche principali

- ◆ L'andamento della resistività in funzione della temperatura e l'effetto Hall anomalo rimanevano senza spiegazione
- ◆ Permanevano dubbi sulla possibilità di applicare l'approssimazione di elettroni liberi
- ◆ Sebbene l'apparato teorico-matematico della meccanica quantistica era già disponibile Sommerfeld non lo applica

◆ A partire dai valori misurati della resistività dei metalli si poteva calcolare il cammino libero medio degli elettroni. Ne risultava un valore λ dell'ordine di centinaia di volte le distanze reticolari

Implementazione della statistica di Fermi-Dirac nel modello NetLogo

Sulla base del modello di Sommerfeld sostituiamo la statistica di Fermi-Dirac a quella di Maxwell-Boltzmann

Modifiche apportate al modello

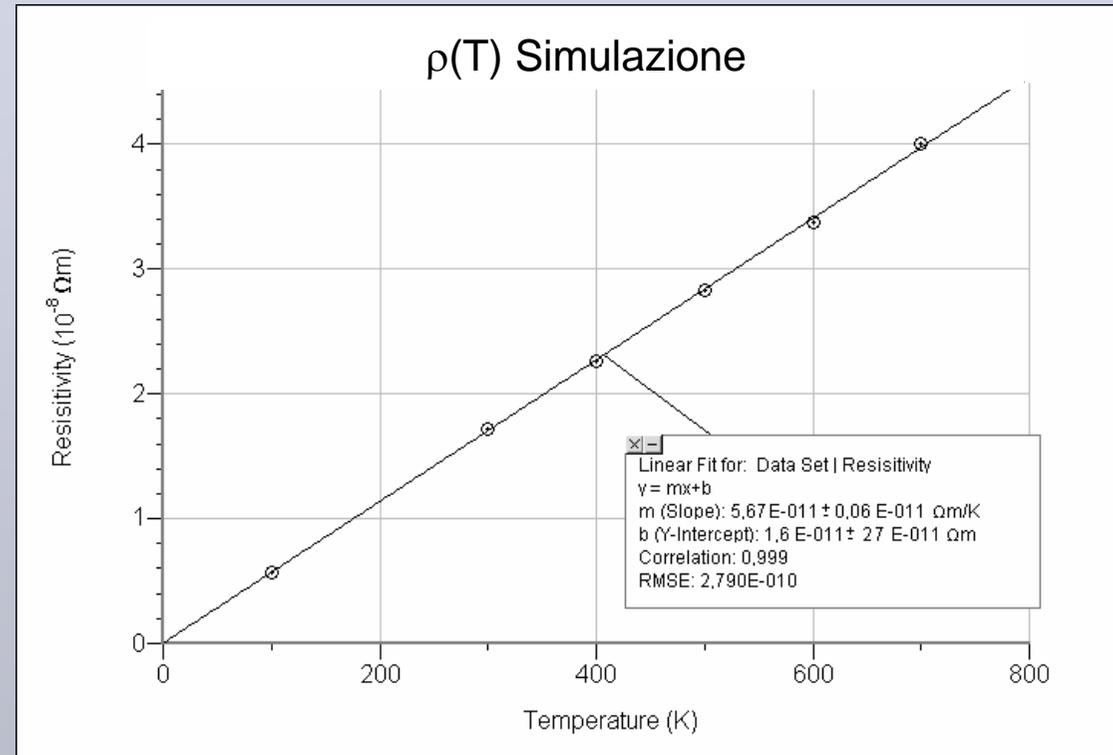
- ◆ Gli elettroni vengono generati con velocità ricavate dalla statistica di Fermi-Dirac
- ◆ Il valore della velocità media degli elettroni è, sostanzialmente, indipendente dalla temperatura
- ◆ Manteniamo l'ipotesi di Wien per per gli ioni.
- ◆ Le interazioni elettrone- ione sono perfettamente elastiche

Implementazione della statistica di Fermi-Dirac

I risultati

Andamento simulato
della resistività

$$\rho(T) \approx \alpha T$$



$$P = \frac{1}{\tau} \propto A v_F$$

$$\rho = \frac{m_e}{N e^2 \tau} = C A v_F$$

Verso teoria quantistica dei metalli

La prima interpretazione quantistica dell'andamento della resistività

- ◆ Houston, stimolato da Sommerfeld, spiega l'andamento della resistività ad alte temperature
- ◆ Studia la diffusione delle onde elettroniche tramite il formalismo della diffusione dei raggi x
- ◆ Trova la corretta dipendenza (proporzionale a T) ad alte temperature

THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY

BY WILLIAM V. HOUSTON
CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

(Received May 6, 1929)

ABSTRACT

To explain the fact that the resistance of a pure metal becomes zero at the absolute zero of temperature it is necessary to take into account the restrictions placed upon the electron scattering by the quantum statistics. When these are included as a probability of transition, the Brillouin treatment of wave scattering gives a very satisfactory law of the temperature dependence of resistance.

IN A previous paper it was shown that electrical resistance is caused by the diffraction of the electron waves.¹ The waves of the electrons which contribute essentially to the conductivity are so long that if the ions of the crystal were regularly arranged and stationary, they would pass freely through the lattice without retardation. The irregular motion due to temperature energy, however, causes a general scattering in all directions. This general scattering produces a resistance which increases with the temperature. For the computation of this increase, the work of Debye on the scattering of x-rays provided a convenient method.² This served admirably to show the validity of the fundamental idea, but it is not quite correct at very low temperatures. Frenkel and Mirolubow³ have avoided this difficulty by

¹ W. V. Houston, *Zeits. f. Physik* **48**, 449 (1928).

Cenni sulla teoria di Bloch (1928)

Il mistero

La teoria di Sommerfeld prevedeva che gli elettroni potessero muoversi all'interno del metallo (i cui ioni sono supposti in quiete) urtando con una frequenza bassissima con gli ioni del reticolo. Sebbene ciò giustificava l'approssimazione di elettroni liberi, si poneva il problema di comprendere come facessero gli elettroni ad evitare gli ioni con tanta efficacia. Per risolvere il problema, Bloch considera un elettrone sottoposto al potenziale periodico generato dagli ioni del cristallo.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right] \psi = E \psi$$

Funzione di Bloch

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$



Werner Heisenberg and Felix Bloch, around 1931. (DM)

La soluzione implica che l'elettrone in un cristallo perfetto con ioni a riposo si muove liberamente come in uno spazio vuoto. Pertanto, gli eventi di scattering, che possono rendere conto del valore finito della resistenza elettrica, devono essere dovuti a deviazioni rispetto ad un potenziale perfettamente periodico: le vibrazioni reticolari.

Il meccanismo della conduzione (1928)

Block considera le interazioni elettrone con le onde elastiche aggiungendo al potenziale un termine che rende conto delle oscillazioni atomiche. Dimostra che il termine aggiunto all'equazione di S. causa lo scattering degli elettroni. Portando fino in fondo il calcolo ottiene il corretto andamento della resistività in funzione della temperatura.

$$T > T_D (< 273K)$$

$$P_{scattering} \propto n_f \approx \frac{k_B T}{\hbar \omega} \quad \longrightarrow \quad \rho \propto T$$

Per il principio di corrispondenza

$$P_{scattering} = n_f \propto x_0^2$$

Considerazioni conclusive

Come mai, a partire dalla seconda metà degli anni '20, si verifica una forte accelerazione delle scoperte riguardanti la fisica della materia?

-Motivo interno:

La fisica della materia veniva considerata un banco di prova per testare l'impianto teorico della meccanica quantistica. L'interpretazione dei molti fenomeni che la fisica classica non era in grado di spiegare avrebbe consentito al nuovo paradigma la definitiva affermazione, (e avrebbe posto in secondo piano i problemi epistemologici che animavano il dibattito del tempo e che minacciavano i fondamenti teorici del paradigma quantistico!?)

-Motivo esterno:

Nel periodo a cavallo degli anni '30 l'economia occidentale versa in uno stato di forte depressione. La situazione economica era, infatti, caratterizzata da una capacità produttiva delle industrie che era notevolmente cresciuta nel dopo guerra e da una domanda che era notevolmente diminuita. Per uscire dalla crisi, nonostante il periodo di forte depressione, le classi imprenditoriali puntarono sulla ricerca di nuovi prodotti da immettere sul mercato. La ricerca di base sulle proprietà della materia fu considerato uno dei campi più promettenti su cui investire. In questo campo le industrie (ad esempio l'americana Bell) iniziarono ad investire ingenti risorse.

Sulle modalità di evoluzione delle conoscenze scientifiche

L'analisi storica e l'implementazione del modello permette di fare alcune riflessioni sulle modalità di evoluzione delle conoscenze scientifiche:

-Nel periodo che precede la rivoluzione lo sviluppo della scienza può essere considerato sostanzialmente *lineare e cumulativo*: il passaggio dal modello di Drude a quello di Sommerfeld, attraverso quello di Lorentz, non altera in modo fondamentale la struttura della teoria elettronica. Uno modello può essere ottenuto da quello precedente aggiungendo o modificando pochi aspetti (nella metafora informatica ciò corrisponde ad aggiungere o a modificare “poco” l'informazione contenuta nel programma, lasciando, sostanzialmente inalterata la sua struttura, le proprietà degli oggetti e delle loro interazioni).

- Il passaggio al modello quantistico implica invece cambiamento *discontinuo*, vale a dire una profonda modifica strutturale della teoria, che ne coinvolge tutti gli aspetti: la natura degli oggetti fisici, le regole che ne governano l'evoluzione e l'interazione, i metodi ed il linguaggio mediante il quale vengono descritti i processi.