

Chiu Chang Suan Shu (I Nove Capitoli di Arte Matematica), contatti Est-Ovest



Euclid's Elements, being based in the ancient Greek tradition of philosophy, is very different indeed in both context and form from traditional Chinese mathematics.

(S. Kangshen et altri, 1999, The Nine Chapter on the Mathematical Art, companion and commentary).

*La matematica
attraverso
le dinastie*

*Matteo Ricci,
alla scoperta
del mondo
cinese*

Chiu Chang
Suan Shu
*I Nove Capitoli
di Arte
Matematica*

Benedetto Di Paola

Seminario Storia delle Discipline Scientifiche Palermo 09/10/2006

Dottorato di Ricerca in: Storia e didattica delle matematiche, della fisica e della chimica A.A. 2005/2006.



La matematica attraverso le dinastie

Comprendere la storia della Matematica cinese richiede una certa conoscenza della storia e della cultura della Cina, materia ampia e difficile da studiare. Il periodo analizzato va dagli albori della civiltà in Cina, al termine della dinastia Ming (1260- 1644 d.C.) ed ai primi contatti con gli europei.



Dinastie cinesi:

-Xia (III millennio –XVIII sec. A.C.)

-Shang (XVIII- XVI a.C.)

-Zhou o Chou (XI sec – 256 a.C.)

Zhou occidentali (XI sec. – 771 a.C.)

Zhou orientali (770 – 256 a.C.)

-Quin (Primo imperatore, 221-207 a.C.)

-Han (206 a.C. – 220 d.C.)

Han occidentali (206 a.C. – 9 d.C.)

Xin di Wang Mang (9-23)

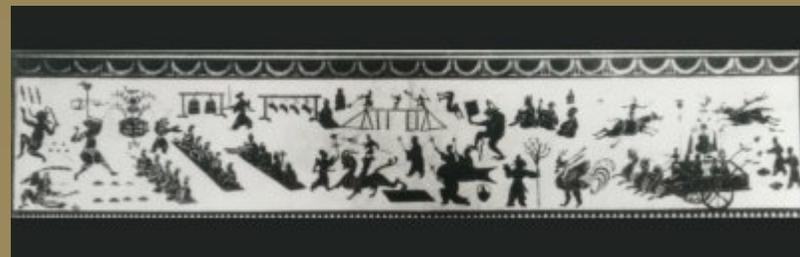
Han orientali (25-220)



Testimonianza più antica di numerazione in Cina



Chinese Language and Script



La matematica attraverso le dinastie

-Wei (tre regni, 220 -265)

-Jin o Chin occidentali (265 – 316)

-Dinastie del Nord e del Sud (317 – 589)

Nord

Touba Wei

Wei orientali ed occidentali

Qi del Nord

Zhou del Nord

Sud

Jin orientali

Liu Song

Qi

Liang

Chen



-Sui (581-618)

-Tang (618 – 907)

-Cinque dinastie (periodo di divisione, 907 – 960)

-Song (960 – 1279)

Song del Nord (960 -1127)

Liao (khitan in Mongolia, 916 -1125)



Song del Sud (1127 – 1279)

Jin (Jurchen in Mongolia, 1115 – 1234)

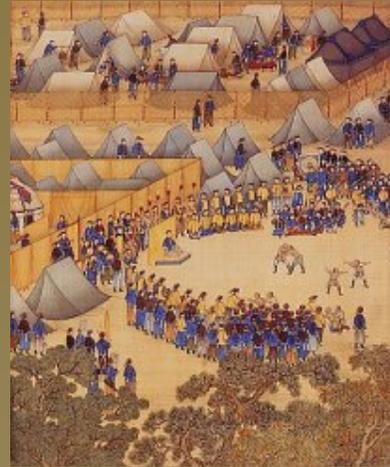
-Yuan (Mongoli, 1264 – 1368)

-Ming (1368 – 1644)

-Qing (1644 – 1911)

-Repubblica cinese (1911)

-Repubblica popolare cinese (1949)



Periodo degli Stati combattenti → Fonte più antica di Matematica cinese: il Chou Pei Suan Ching (Il libro classico dello Gnomone e delle orbite circolari).

La prima parte del testo contiene un dialogo tra Chou Kung e un notevole, sulle proprietà dei triangoli rettangoli. Durante il dialogo, viene enunciato il Teorema di Pitagora del quale viene fornita una “dimostrazione” geometrica. Vengono poi enunciate discussioni su semplici operazioni aritmetiche e riflessioni sull’astronomia.



Il Periodo degli stati combattenti vede anche il fiorire delle “cento scuole filosofiche”. Si evidenziano quindi i primi filosofi viaggiatori tra i quali Confucio.

Il una visione globale del periodo:

- Babilonia cade in mano ai Persiani (538 a.C.)
- L'india viene invasa dall'imperatore persiano Dario (512 a.C.)
- Avanzata persiana in Occidente fermata dai greci (480 a.C.)
- Creazione in India dell'impero dei Maurya
- Le prolungate guerre puniche nel Mediterraneo (250 -150 a.C.)



La seconda guerra punica fu contemporanea alla riunificazione della Cina per mano dell'imperatore Shih Huang Ti della dinastia Qin.

Durante la dinastia Han gli studiosi si dedicano alla trascrizione dei testi letterari e scientifici non distrutti dall'imperatore Shih Huang Ti.

E' proprio in questo periodo che viene compilato il più autorevole tra tutti i testi matematici cinesi: il Chiu Chang Suan Shu (Nove capitoli sulle arti matematiche)



La matematica attraverso le dinastie

Il testo occupa nella matematica cinese una posizione simile a quella degli Elementi di Euclide nella Matematica Occidentale (Cfr. G. Gheverghese Joseph, C'era una volta un numero, 1991)

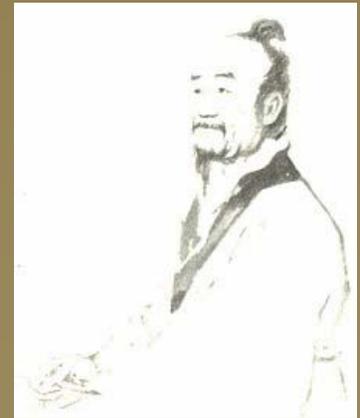
Si ritiene che il trattato sia stato curato e commentato, sulla base di testi precedenti che non ci sono stati tramandati, da Chang Tshang (150 a.C. circa) e più tardi da Keng Shou (50 a.C. circa).

Il periodo Han evidenzia notevoli progressi nel campo delle scienze (classificazione di piante ed animali, sviluppi nel campo medico e astronomico) e della tecnologia. A questo proposito va certamente ricordato il trattato dal titolo **Shu Shu Chi I** (Manuale sulle tradizioni delle arti matematiche) di Hsu Yo (200 d.C. circa).



Sommosse popolari e rivolte di palazzo portano all'indebolimento della dinastia e la divisione della Cina in tre regni.

Il periodo successivo (dinastia Chin) seppur caratterizzato da disordini popolari vede comunque una forte attività matematica. Proprio in questo periodo vive Liu hui (263 circa) il grande commentatore dei Nove Capitoli.



I contatti con gli stranieri, iniziati con la diffusione del Buddhismo durante gli ultimi decenni della dinastia Han continuano e si manifestano in particolar modo nel campo dell'arte, della scultura e della medicina.



La matematica attraverso le dinastie

-Sun Tzu (400 circa): origini dell'analisi indeterminata

-Tsu Chung Chih (450 circa)



Il periodo più fecondo della storia cinese può considerarsi certamente il periodo Thang; sia per quanto attiene ai confini territoriali che allo sviluppo culturale.

Si evidenzia poi una notevole apertura all'influenza straniera: la grande capitale Thang Chang'an (con circa un milione di abitanti) annovera nella sua popolazione arabi, coreani, indiani, giapponesi ...

Questo periodo viene chiamato dagli storici, *il periodo di rinascimento cinese*. Non si ritrovano comunque lavori matematici importanti.

Una delle dinastie più durature della storia cinese è certamente quella Sung (900-1279).

Limitando l'analisi alle conquiste matematiche, il periodo Sung produce alcuni dei più illustri matematici cinesi

-1247 Chhin Chiu-Shao: Shu Shu Chiu Chang (Nove paragrafi di Matematica)

-1248 Li Yeh: Yuan Hai Ching (specchio marino delle misurazioni del cerchio)

-1261-1275: Yang Hui: una serie di opere tra le quali spicca il trattato Hsiang Chieh Chiu Chang Suan Fa Tsuan Lei (analisi dettagliata delle regole matematiche dei Nove Capitoli e loro classificazione) e il commentario ai Nove capitoli.

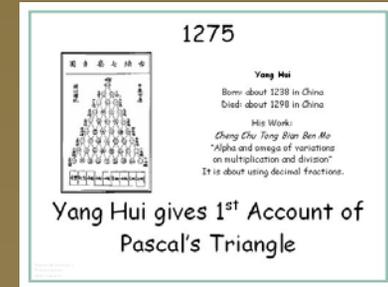


La matematica attraverso le dinastie

-1299: Chu Shih-Chieh: Suan Sue Chhi Meng (introduzione agli studi matematici)

-1303: Chu Shih-Chieh: Ssu Yuan Yu Chien (lo specchio prezioso dei quattro elementi)

Dissertazioni sul triangolo di Pascal.



Nell'ultimo periodo della dinastia Sung gli studiosi di algebra avevano compiuto progressi tali che solamente ne XVIII secolo poté essere colmato il divario tra l'algebra cinese e quella europea, in modo particolare per quanto riguarda la soluzione delle equazioni. (Cfr. G. Gheverghese Joseph, C'era una volta un numero, 1991)

La dinastia Yaun (mongola) ha inizio con Shih Tsu (nipote di Gengis Khan) e finisce con Shun Ti nel 1367.

Non fu un periodo di grande creatività matematica ma fu il momento in cui i contatti tra Cina ed Europa raggiunsero la massima intensità.

Marco Polo fu uno dei tanti viaggiatori che arrivarono in Cina. Tra le innovazioni tecnologiche cinesi di questo periodo, che “cambiarono completamente l'aspetto e o stato delle cose in tutto il modo” (Francis Bacon 1561-1626): la stampa, la polvere da sparo, la fabbricazione della carta e la bussola magnetica.



Il periodo Ming vede certamente un ripristinarsi della cultura cinese dopo un secolo di governo straniero.

Spedizioni verso le zone meridionali dell'India, dello Sri Lanka e dell'Africa.

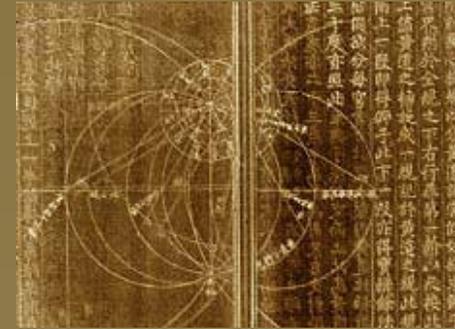
L'intolleranza verso altri popoli ed altre culture, porta però ad una stagnazione delle scoperte scientifiche, che termina soltanto con l'arrivo dei gesuiti verso la fine del XVI secolo.



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

Ricci costituisce certamente il simbolo dello scambio di parità e rispetto reciproco fra due culture così diverse tra loro come quella occidentale e cinese.

Intervista a Michela Fontana, autrice del libro "Matteo Ricci. Un gesuita alla corte dei Ming", Maggio 2005



Copia dipinta a mano di una mappa ricciana del 1602 (2 metri per 3 circa) conservata al Museo di Nanchino



Padre Matteo Ricci in costume di mandarino (1607)

La mia patria è l'estremo occidente ed anche se la nazione da cui provengo è poco estesa, è molto superiore alle altre per il metodo analitico con cui viene affrontato lo studio dei fenomeni della natura. Nel mio paese i saggi accettano soltanto ciò che è stato provato con la ragione ... Dal momento in cui ho messo piede sul suolo cinese, ho notato che gli studiosi di matematica hanno totale fiducia nei manuali e non mettono mai in discussione le fondamenta del sapere matematico...Ma...senza solide radici e forti fondamenta è difficile costruire.

M.Ricci, Introduzione al Jihe yuanben, 1607, Pechino



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

1552 Matteo Ricci nasce a Macerata il 6 ottobre 1552 da una famiglia nobile. Il padre, Giovanni Battista, esercita la professione di «speziale», la madre, Giovanna Angiolelli, è una nobile gentildonna, dedita alle cure della famiglia. Matteo è il primogenito di una famiglia numerosa (otto fratelli e quattro sorelle).

Comincia ben presto gli studi in casa, dapprima sotto la guida del sacerdote Nicolò Bencivegni.

1561 All'età di nove anni, inizia a frequentare il Collegio dei Gesuiti, iniziando a studiare umanità e retorica.

1568 All'età di 16 anni, viene inviato dal padre, alla Sapienza di Roma per studiare giurisprudenza.

1571 Il 15 agosto chiede di essere ammesso al Noviziato della Compagnia dei Gesuiti, presso la chiesa di S. Andrea al Quirinale e viene ricevuto dal padre Gerolamo Natale *«con la divina grazia di osservare tutte le costituzioni e regole, e modo di vivere della Compagnia, ed essere indifferente e rassegnato per essere ammesso a quel grado e officio che la Compagnia giudicherà, e di fare quanto dalla obbedienza gli sarà ordinato»*.
Compie il noviziato sotto la guida del padre Fabio de'Fabi.



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

1572 Nel mese di Settembre entra nel Collegio Romano, discepolo di Cristoforo Clavio (tedesco, 1537-1612) e di Roberto Bellarmino.

1577 Il nuovo Generale della Compagnia, padre Everardo Mercuriano, sotto richiesta del procuratore delle missioni in India M. da Silva, decide di inviare nuovi missionari in Oriente. Tra questi vi è anche il Ricci, non ancora sacerdote.

Il 18 maggio, parte da S. Andrea di Roma, con i compagni Acquaviva, Pasio e Ruggeri.

Senza passare per Macerata, si dirige a Genova e, per mare, fino in Spagna. Giunge a Lisbona nel mese di luglio. In attesa della partenza, si ferma a Coimbra e vi rimane fino al marzo 1578 studiando teologia.

1578 Il 24 marzo parte da Lisbona per Goa (dove era sepolto Francesco Saverio) sul galeone «San Luigi» con altri 14 confratelli dove approda dopo quasi sei mesi di viaggio il 13 settembre.

1582 Il padre Michele Ruggeri, che si trova già a Macao ed ha difficoltà con la lingua, sollecita l'arrivo del giovane Ricci.



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

Parte da Goa il 26 aprile insieme a padre F. Pasio e giunge a Macao il 7 agosto dello stesso anno.

Si applica quindi allo studio della lingua cinese.

«Arrivassimo in questo porto della Cina in agosto e stessimo poco più d'un mese in mare ... Subito mi detti alla lingua cina... Quanto al parlare è tanto equivoca che tiene molte parole che significano più di mille cose et alle volte non vi è altra differenza tra l'una e l'altra che pronunciarsi con voce più alta o più bassa in quattro differentie de toni; e così, quando parlano, alle volte tra loro per potersi intendere scrivono quello che vogliono dire; chè nella lettera sono differenti l'una dall'altra... La scrittura cinese ha tante lettere quante sono le parole o le cose, di modo che passano di settanta mila, e tutte sono molto differenti e imbrugliate... Il loro scrivere più tosto è pingere; e così scrivono con pennello come i nostri pittori».

Intanto assiste ai ripetuti tentativi (falliti) di entrare in Cina da parte dei confratelli Ruggieri (giugno 1582), Ruggieri-Pasio (settembre/ottobre 1582), Ruggieri-Pasio (luglio 1583) (Let. 2B, 32-34).

1583 *«Tra un mese entrerò in Cina, se non m'inganno»*

Ricci e Ruggieri, si dirigono verso Zhaoqing, nella provincia di Canton, dove giungono il 10 settembre. Accolti favorevolmente dal Governatore della città Wang Pan, iniziano a costruire una prima casa e la prima chiesa che portano a termine nel 1585



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

« La Cina è differentissima delle altre terre e genti, perciòchè è gente savia, data alle lettere e puoco alla guerra, è di grande ingegno e sta adesso più che mai dubia delle sue religioni o superstitioni...».

In tanta ampiezza di questo regno, non solamente da Occidente in Oriente (come si stende la nostra Europa) ma anco da mezzogiorno a Settentrione, avviene che niun'altro luogo del mondo si trovi tanta varietà di cose, quante nascono sotto quel cielo»



1589 Nel mese di luglio obbliga Ricci al trasferimento in altra città: il 26 agosto si stabilisce a Shaozhou dove fonda una seconda residenza.

1590 incontra Qu Taisu, studioso di alchimia e appassionato alle scienze matematiche.



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

1594 E' l'anno della svolta.

Ricci comprende che per la buona riuscita della sua missione è necessario saper scrivere in cinese e stampare libri:

«Più si fa nella Cina con libri che con parole. La vera ragione per cui si mette qualcosa per iscritto è che essa viaggia per migliaia di miglia, mentre quando parli essa si spegne dopo cento passi».

Quest'anno mi determinai pigliare un maestro, ... per vedere se poteva cominciare a comporre alcuna cosa, e mi riuscite assai bene. ...e così cominciai un libro delle cose della nostra fede, tutto di ragioni naturali, per distribuirlo per tutta la Cina quando si stamperà».

Nello stesso anno inizia la traduzione del Libro I degli Elementi di Euclide.

Indossa l'abito di letterato e prende il nome di **Li Madou** e **Xitai** (estremo occidente):

1595 decide di tentare l'obiettivo che sin dall'inizio si era proposto: giungere a Pechino *«intesi sempre che non si può far niente di buono in questo regno fino a tanto che non facciamo stanza in Pechino»*. Si mette in viaggio ma sarà costretto a fermarsi a Nanchang, capoluogo del Jiangsi, dove arriva il 28 giugno..

Viene accolto favorevolmente dai Mandarini e dai letterati della città, e stringe amicizia con il Ministro dei Riti.

Inizia a pubblicare le prime opere in cinese tra le quali il **Trattato sull'amicizia** (1595) e il **Trattato sulla memoria** (1596).



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

«Per la memoria locale, che molti mi chiedevano, feci in sua lingua e lettera alcuni avvisi e precetti in un libretto... » Palazzo della memoria (1596).

L'anno passato per esercitio feci in littra cina alcuni detti De Amicitia, scielti i migliori de' nostri libri... Questa Amicitia mi ha dato più credito a me et alla nostra Europa di quanto abbiamo fatto; perchè l'altre cose danno credito di cose mecaniche e artificiose di mano e di instrumenti; ma questa dà insieme credito di lettere, di ingegno e di virtude; e così è letta e ricevuta da tutti con grande applauso e già la stampano in due luoghi».

1597 Viene nominato superiore della missione ed invitato a recarsi a Pechino (24 Gennaio 1601).



Qui la posizione del missionario si consolida definitivamente: durante gli anni di permanenza a Pechino, alcuni fra i più alti funzionari dell'apparato burocratico civile e militare cinese, quali Yang Tingyun (1557-1627), Feng Yingjing (1555-1606), Xu Guangqi (1562-1633), battezzato con il nome di Paolo nel 1603 e Li Zhizao (1565-1630), battezzato nel 1610 con il nome di Leone, abbracciano il cristianesimo.

Ricci si dedica allora alla traduzione in cinese di opere scientifiche europee e nella redazione del Mappamondo



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

Regala un clavicembalo all'imperatore e compone le Otto Canzoni:

«Appresso i Cinesi è gran numero d'istromenti musicali e gran varietà; ma non hanno organo nè cembali o simili strumenti... E sebbene presumono nella musica d'havere il primo luogo, tuttavia quando udirono il nostro organo e gli altri strumenti si maravigliarono assai.



Il nostro dottor Paolo finitte di voltare meco in lettera cinica, molto elegantemente, i sei primi libri di Euclide con le altre aggiunte del p. Clavio, e subito gli fece stampare con molto belli caratteri...

E fu cosa di grande maraviglia, in questo mondo di qua mai più vista, tal modo di libro e maniera di provare e dimostrare sì evidentemente »

« ...It is almost certain that to the Chinese it seemed very alien in its approach to mathematics » (Cfr. S. Kangshen et altri, 1999, The Nine Chapter on the Mathematical Art, companion and commentary, pag.21).

The sprit clearly inflenced Xu'work (Cfr. S. Kangshen et altri, 1999, The Nine Chapter on the Mathematical Art, companion and commentary).



Matteo Ricci, alla scoperta del mondo cinese

1602-1605 Ristampa in terza edizione il Mappamondo cinese, il trattato Genuina nozione del Signore del Cielo ed il Sommario della dottrina cristiana e le Venticinque sentenze morali.

1607 Pubblica la traduzione dei primi sei libri della Geometria di Euclide, in collaborazione con l'amico Su Guan Xi.

Nella corrispondenza inviata ai superiori manifesta tutta la sua difficoltà nella traduzione in cinese. Il titolo definitivo dell'opera sarà: "*Jihe yuanben*" (*origine delle quantità*).

La versione completa dei restanti libri tradotti in cinese risale al 1856, traduzione del missionario inglese Alexander Wylie e del matematico cinese Li Shanlan.

« ...So the Nine Chapter also influenced the Chinese traslation of the later book of Euclide's Elementst» (Cfr. S. Kangshen et altri, 1999, The Nine Chapter on the Mathematical Art, companion and commentary).

1608 Stampa i Dieci paradossi o Dieci capitoli di un uomo strano e nello stesso anno inizia la redazione della Storia della Entrata della Compagnia di Gesù e Christianità nella Cina.

1609 muore l'11 maggio, all'età di 57 ani (da 27 in Cina). Per la prima volta nella storia della Cina viene concesso un terreno dello stato per la sepoltura di uno straniero



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Il Chiu Chang è uno dei testi matematici cinesi più antichi e sicuramente il più importante.

Non disponiamo di nessuna informazione sull'autore o sulla data esatta di composizione, ma per la strutturazione e la forma in cui è prodotto viene collocato, come detto in precedenza, agli inizi della dinastia Han, tramandato con una serie di commentari successivi tra i quali quello di Lui Hui (III secolo) e Yang Hui (XIII secolo) che ne ampliarono ed elaborarono i contenuti.

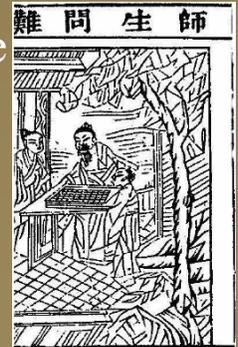
Il Chiu Chang comprende in totale 246 problemi articolati in nove capitoli. Ogni sezione affronta concetti ed argomenti matematici differenti. Argomenti rilevanti per la società cinese dell'epoca.

Le informazioni vengono elaborate nel testo attraverso la semplice esposizione del problema specifico. Segue la soluzione del quesito.

Le regole, spesso ermetiche, e tal volta poco chiare nell'esposizione, vengono fornite sotto forma algoritmica.

Nel testo non si ritrova alcuna notazione algebrica o dimostrazione

Per le caratteristiche del testo, l'opera viene collocata certamente all'interno di una tradizione algebrico-aritmetica simile a quella babilonese (Cfr. G. Gheverghese Joseph, C'era una volta un numero, 1991)



Capitolo 1: *Campo rettangolare (fang tien) tradotto anche rilevamento topografico.*

Descrive algoritmi per effettuare calcoli sulle frazioni e aree di figure piane “campi-thien” quali rettangolo, triangolo, cerchio, corona circolare etc..

Esempio dal testo:

Algoritmo della sottrazione ripetuta (si ritrova nell’opera del matematico greco Nicomaco di Gerasa, I sec. d.C.).

La regola: *Se due numeri possono essere divisi per due, allora divideteli. Altrimenti abbassate il denominatore sotto il numeratore e sottraete il numero più piccolo dal numero più grande. Continuate questo processo fino ad ottenere il comun divisore, tengh. Semplificate la frazione iniziale dividendo entrambi i numeri per teng.*

Esempio del testo: Semplificate 49/91

Soluzione:

49	49	7	7	7	7	7	7
91	42	42	35	28	21	14	7

Teng è 7, la frazione semplificata è 7/13



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Le regole presentate nel Chiu Chang per addizionare e sottrarre frazioni risultano identiche a quelle moderne senza il ricorso al m.c.m. Il risultato espresso con la frazione finale viene poi eventualmente semplificato con il metodo precedentemente evidenziato.

Capitolo 2: *miglio e riso* (Su mi)

Il capitolo è dedicato alla descrizione della *regola del tre* e ad alcune sue applicazioni. Tale regola è utilizzata soprattutto per il calcolo dell'equivalenza tra cereali secondo i tassi relativi al pagamento delle imposte.

Esempio dal testo: *Due picul e mezzo di riso vengono comprati per 3/7 di un tael d'argento. Quanti si possono comprare con 9 tael?*

Soluzione: (nella notazione moderna) Se indichiamo con x il numero di picul di riso comprato per 9 tael, applicando la regola del tre si ha:

$$\frac{2 + \frac{1}{2}}{\frac{3}{7}} = \frac{x}{9}$$

$$x = 52\frac{1}{2} \text{ picul}$$



Capitolo 3: *parti pesate secondo il grado* (Shuai Fen)

L'argomento principale di questo capitolo riguarda l'algoritmo per suddividere un tutto in parti non uguali. (esempio ne è la trattazione della distribuzione delle gratificazioni tra funzionari di status differente).

In alcuni casi le regole imposte per la suddivisione portano a progressioni aritmetiche e geometriche.

Esempio dal testo (regola della falsa posizione): *Una tessitrice, migliorando le sue capacità giornalmente continua, giorno dopo giorno, a raddoppiare il suo rendimento. In cinque giorni produce 5 chih di stoffa. Quanto produce al giorno?*

Soluzione: (nella notazione moderna) Se indichiamo con x il rendimento del primo giorno ho quindi che il rendimento dei giorni successivi è: $2x, 4x, 8x, 16x$.

Allora: $x+2x+4x+8x+16x=5 \quad x=5/31$

Regola della Falsa posizione: se il rendimento totale è 1 allora la tessitrice il primo giorno dovrebbe aver prodotto $1/31$ del totale. Ma il rendimento totale è 5, il primo giorno quindi ha prodotto $5/31$. Di conseguenza il rendimento fino a quel giorno sarebbe stato:

$10/31, 20/31, 40/31, 80/31$, che addizionati a $5/31$ danno $155/31$ o 5 chih



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Capitolo 4: (Shao Kuang/ *quanto- larghezza*)

Il capitolo riporta varie tipologie di problematiche relative alla divisione dei terreni, conoscendo l'area ed uno dei lati. Particolarmente rilevante è la presentazione del metodo per estrarre le radici quadrate e cubiche.

Esempio dal testo: C'è un campo quadrato di area 71824 p. Quale è il lato del quadrato?

Risposta: 268 pu

Soluzione:

Nel testo viene fornita solo la risposta, la descrizione dettagliata dell'algoritmo risolutore si ritrova nell'enciclopedia del XV secolo Yung-Lo ta Tien che riproduce il commentario di Yang Hui.

Risultato Shang						
Numero dato Shih	N	7	1	8	2	4
Elemento al quadrato Fang fa						
Bacchetta che riporta Chieh suan	1					1

Approccio algoritmico:



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

N è un numero la cui radice quadrata è un intero a tre cifre che scrivo come $100a+10b+c$.
 Allora $N=(100a+10b+c)^2 = (\alpha+\beta+\gamma)^2 = \alpha^2 + (2\alpha + \beta)\beta + [2(\alpha + \beta) + \gamma]\gamma$

Risultato Shang	α			2		
Numero dato Shih	$N-\alpha^2$	3	1	8	2	4
Elemento al quadrato Fang fa	α	2				
Bacchetta che riporta Chieh suan	1					



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Risultato Shang	$\alpha + \beta$			2	6	
Numero dato Shih	$N - \alpha^2$	3	1	8	2	4
Elemento al quadrato Fang fa	2α		4			
Bacchetta che riporta Chieh suan	1			1		

Risultato Shang	α		2	6	
Numero dato Shih	$N - \alpha^2 - \beta (2\alpha + \beta)$	4	2	2	4
Elemento al quadrato Fang fa	$2\alpha + \beta$	4	6		
Bacchetta che riporta Chieh suan	1		1		



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Risultato Shang	$\alpha + \beta$		2	6	
Numero dato Shih	$N - (\alpha + \beta)^2$	4	2	2	4
Elemento al quadrato Fang fa	$2(\alpha + \beta)$	5	2		
Bacchetta che riporta Chieh suan	1		1		

Risultato Shang	$\alpha + \beta + \gamma$		2	6	8
Numero dato Shih	$N - (\alpha + \beta)^2$	4	2	2	4
Elemento al quadrato Fang fa	$2(\alpha + \beta) + \gamma$		5	2	
Bacchetta che riporta Chieh suan	1				1

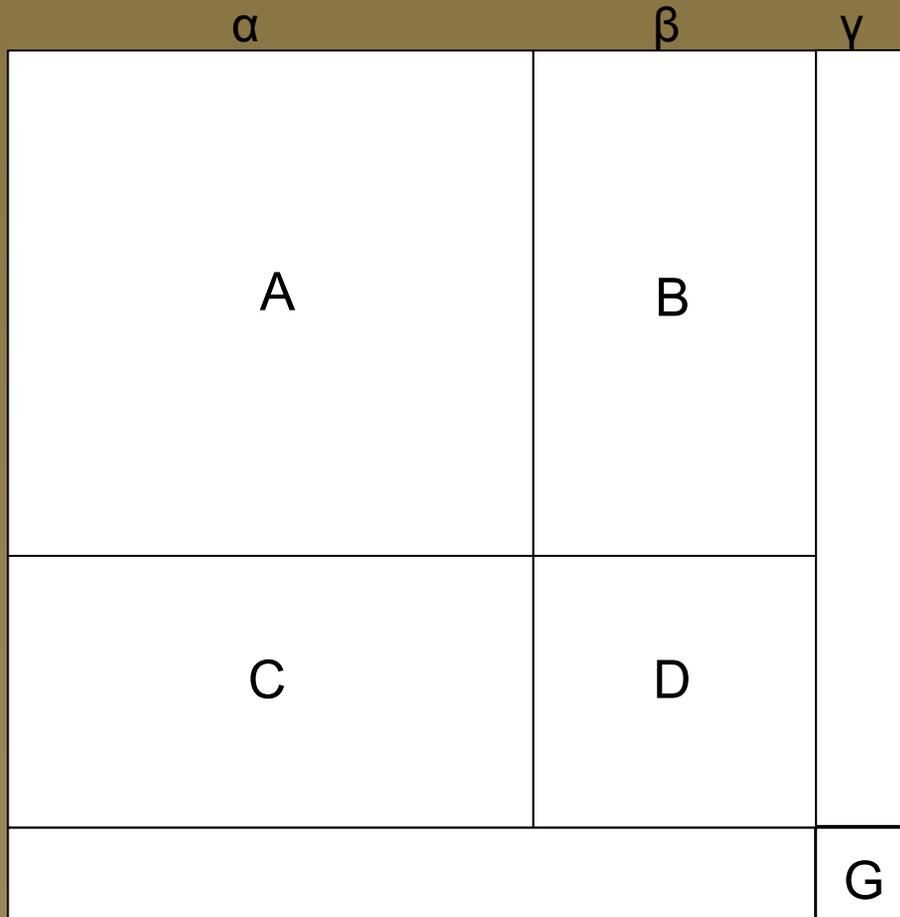


Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Risultato Shang	$\alpha + \beta + \gamma$	2	6	8
Numero dato Shih	$N - (\alpha + \beta)^2 - \gamma[2(\alpha + \beta) + \gamma]$			
Elemento al quadrato Fang fa	$2(\alpha + \beta) + \gamma$	5	2	8
Bacchetta che riporta Chieh suan				1



Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica



Corrispondenza tra
l'approccio algoritmico
e quello geometrico:

$$A+B+C=40000+24000+3600=67600$$

$$\text{differenza di } 4224=2(260 \cdot 8)+64$$

$$67600+4224=71824$$



Capitolo 5: prontuario per le opere di ingegneria (Shang Kung)

Dedicato, come caso particolare, all'esecuzione di opere pubbliche. Descrive algoritmi per il calcolo del volume dei principali solidi: parallelepipedo, cilindro, piramide e tronco di piramide a base quadrata...

Il metodo della *riprova o complementarità esterno/interno* – *dissezione/montaggio*:

Il metodo utilizzato da Liu Hui si basa su un principio di grande applicazione per la matematica cinese.

Un esempio è certamente il torema **kou ku** (pitagorico).

L'essenza del principio si basa su due ipotesi:

- l'area di una figura piana ed il volume di un solido rimangono inalterati se sottoposti ad una traslazione rigida in altro luogo.
- Se una figura piana o un solido vengono tagliati in sezioni, la somma delle aree e dei volumi delle sezioni è uguale a quella della figura originale.

Il ragionamento sotteso a questa impostazione era molto diverso da quello della geometria euclidea, ma il metodo risultava spesso altrettanto efficace. E' comunque sbagliato definire questo metodo "per prove ed errori".

(Cfr. G. Gheverghese Joseph, C'era una volta un numero, 1991)



Capitolo 6: *tassazione imparziale* (Chun Shu)

Problemi relativi alla distribuzione di tasse e compiti tra varie unità amministrative: combinazioni della *regola del tre*.

Tra gli ultimi ci sono i “problemi passatempo” introdotti in Europa dagli arabi e di grande popolarità tra il XII e il XV secolo.

Esempio dal testo: Una lepre corre 50 pu davanti un cane. Il cane insegue la lepre per 125 pu ma la lepre è ancora 30 pu avanti. Quanti pu impiegherà il cane per raggiungere la lepre?

Soluzione:
$$\frac{125 * 30}{50 - 30} = 187 \frac{1}{2} pu$$

Capitolo 7: *Eccesso e Difetto* (Ying pu Tsu)

Il capitolo è dedicato alla cosiddetta “*regola della doppia falsa posizione*”.

La regola della doppia falsa posizione fu particolarmente popolare nel periodo in cui la mancanza di notazione simbolica trasformava in un'impresa davvero difficoltosa la soluzione di equazioni lineari anche semplici. La regola viene portata in Europa dagli Arabi e si ritrova nelle opere del matematico arabo al-Khuwarizmi del IX sec. (Cfr. G. Gheverghese Joseph, C'era una volta un numero, 1991)



Questa regola è illustrata nel problema N.9 del Capitolo 7

$$ax + b = 0$$

$$ag + b = f1$$

$$ah + b = f2$$

$$a(g - h) = f1 - f2$$

$$b(h - g) = f1h - f2g$$

$$x = \frac{-b}{a}$$

$$x = \frac{f1h - f2g}{f1 - f2}$$

$$g=2, h=3;$$
$$f1=-2, f2=2$$



Esempio dal testo: Una vasca dalla capacità totale di 10 tou contiene una certa quantità di riso comune. Vengono aggiunti dei chicchi per riempire la vasca. Quando i chicchi vengono brillati si scopre che la vasca contiene complessivamente 7 tou di riso comune. Trovare la quantità iniziale di riso nella vasca.

Soluzione: Se la quantità di riso iniziale nella vasca è due tou, mancano due sheng; se la quantità di riso iniziale è tre tou, ci sono due sheng in più. Eseguite moltiplicazioni incrociate tra due tou per l'eccedenza 2 sheng, quindi tra tre tou per la mancanza 2 sheng e sommate i due prodotti per ottenere 10 tou.

Dividete la somma per la somma della eccedenza e della mancanza (4) per ottenere 2 tou e 5 sheng. (21/2 tou)



Capitolo 8: misure in un quadrato (Fang Cheng)

Nel capitolo viene descritto un algoritmo per risolvere sistemi di equazioni lineari fino a cinque incognite, sistemate sotto forma “matriciale”. Il metodo di risoluzione viene progressivamente “generalizzato”.

Esempio dal testo:

Cinque grandi contenitori ed uno piccolo hanno una capacità totale di tre hu. Un grande contenitore e cinque piccoli hanno una capacità di due hu. Trovate la capacità di un contenitore grande ed uno piccolo.

Soluzione: Il metodo delle tabelle inizia disponendo le informazioni ricevute dal testo in forma “matriciale”

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 24 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

-Moltiplicate la prima colonna per 5 e sottraete la seconda dal risultato.

Collocate questi numeri come prima colonna della “matrice”:

-Moltiplicate la seconda colonna per 24 e quindi sottraete la prima dal risultato.

Collocate questi numeri come seconda colonna:

Il risultato quindi è: capacità contenitore piccolo $7/24$ hu; contenitore grande $65/120$ hu o $13/24$ hu

$$\begin{pmatrix} 0 & 120 \\ 24 & 0 \\ 7 & 65 \end{pmatrix}$$



Nel testo si ritrovano procedimenti risolutivi essenzialmente identici a quelli odierni per la risoluzione dei sistemi lineari, la cui evoluzione viene attribuita in Occidente al matematico K.F.Gauss (1777-1855).

Ma, più di millecinquecento anni prima di Gauss, i matematici cinesi utilizzavano una variante dei suoi metodi. (Cfr. G. Gheverghese Joseph, 1991, C'era una volta un numero)

Capitolo 9: Angoli retti (Kou Ku)

Nel capitolo vengono proposti ventiquattro problemi sui triangoli rettangoli.

L'algoritmo con cui inizia il capitolo è l'equivalente del “**Teorema di Pitagora**” già presente comunque in un testo più antico, il *Chou Pei*.

La relazione pitagorica non è mai vista in forma di teorema.



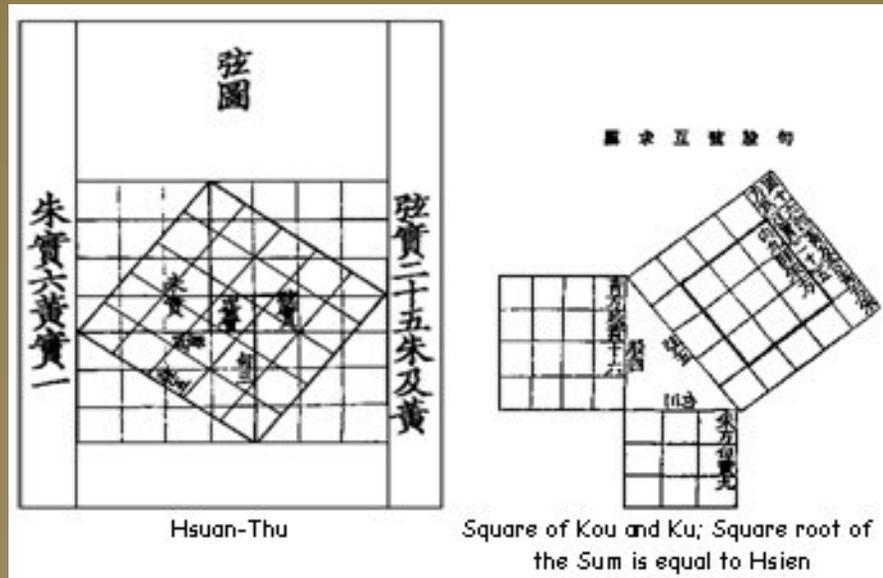
Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Dividiamo un rettangolo (diagonalmente), e poniamo che la larghezza sia di 3 (unità) e la lunghezza di 4 (unità). La diagonale tra i due angoli risulterà lunga 5 (unità). Ora dopo aver disegnato un quadrato su questa diagonale, circoscriviamolo con mezzi rettangoli come quello che è rimasto fuori in modo da formare una tabella (quadrata), I “quattro” mezzi rettangoli esterni, che misurano 3 unità di larghezza, 4 di lunghezza e 5 diagonale, formano in tal modo insieme due rettangoli (di area 24); quindi (quando questa viene sottratta dalla tabella di area 49) il rimanente ha un’area di 25 unità.

Questo procedimento viene chiamato

“raggruppare i rettangoli”

(Cfr. Needham 1959, pagg 22-23)



Il teorema Kou Ku secondo l'illustrazione originale del Chou Pei riprodotta in needham 1959,pag 22



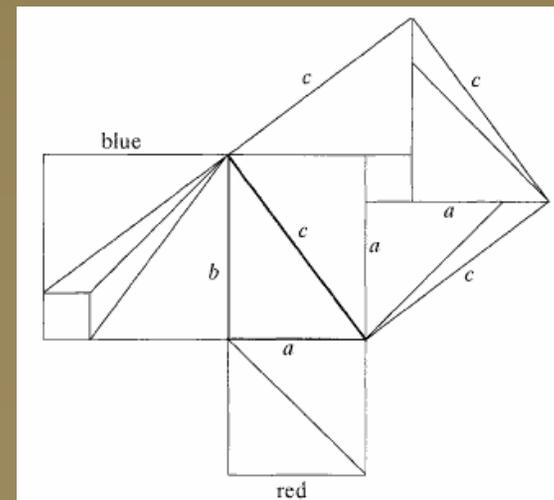
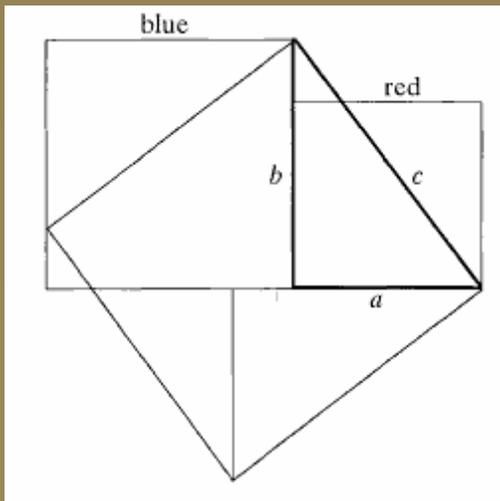
Chiu Chang Suan Shu, I Nove Capitoli di Arte Matematica

Il caso generale di questa “dimostrazione” fu ottenuta in modi diversi da Chao Chung-Ching e Lui Hui.

La spiegazione fornita da Lui Hui nei Nove Capitoli fa riferimento al principio *complementarità esterno/interno – dissezione/montaggio* presentato precedentemente:

Siano il quadrato su kou (a) rosso ed il quadrato su ku (b) blu. Usate il principio della mutua sottrazione e addizione di specie simili per inserire i resti, in modo che non ci sia alcun cambiamento nell'area con l'aspetto di un quadrato sull'ipotenusa (c). (Cfr. I.Y.Lam e K. Shen, Right-Angled Triangles in Ancient China, in Archive for History of Exact Sciences, 30, pagg.87-112)

I tentativi per ricostruire il diagramma di Liu Hui, perduto, sono stati parecchi:



Dimostrazione Cinese e euclidea:

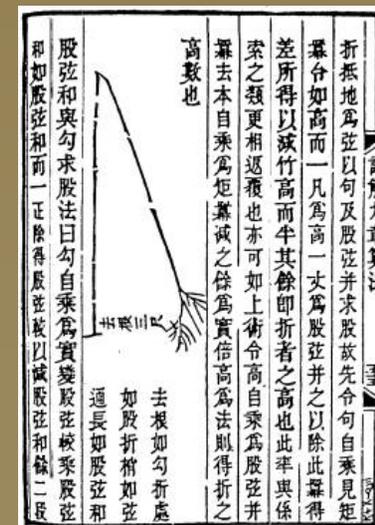
Per capire la dimostrazione euclidea è necessaria una notevole conoscenza delle proprietà geometriche relative alle aree e triangoli identici, il che probabilmente spiega come mai il teorema non appaia negli Elementi prima della fine del libro I.

La dimostrazione cinese è una questione di senso comune che permette che il teorema sia applicato con una certa facilità a molti problemi pratici. (Cfr. G. Gheverghese Joseph, 1991, C'era una volta un numero)

Esempio dal testo:

C'è un bambù alto dieci chih la cui estremità superiore, essendo spezzata, tocca il terreno a tre chih di distanza dalla base del fusto. A che altezza si trova la frattura?

Il problema del bambù spezzato è un problema famoso nella storia della matematica. Si ritrova in opere di matematici indiani (Mahavira IX sec- Bhaskaracharya XII sec.) ed europei.



Soluzione:

Prendete il quadrato della distanza tra la base del bambù e il punto dove la cima tocca il terreno, poi dividetela quantità ottenuta per la lunghezza del bambù. Sottraete il risultato della lunghezza del bambù e dividete per 2 la differenza.

Il risultato fornisce l'altezza del punto di frattura.

Indicata con a la distanza della base del bambù;
con $b+c$ la lunghezza del bambù;
con b l'altezza della frattura

$$b = \frac{1}{2} \left(b + c - \frac{a^2}{b + c} \right)$$

$$b = \frac{1}{2} \left(10 - \frac{9}{10} \right) = \frac{91}{20} \text{ chih}$$

