

sulla Storia degli Stati coerenti

Avanzamento della ricerca - 2° anno

Fabio Calabrese

Dottorato in Storia e Didattica delle Matematiche, della Fisica e della
Chimica

Università degli Studi di Palermo

Palermo, 3 dicembre 2009

Introduzione

Le idee

Principi della MQ
Oscillatore armonico
Stati coerenti canonici
Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia
La/le comunità

Conclusione

Struttura della presentazione

Storia degli Stati Coerenti

Contesto: Storia della fisica teorica e fisica-matematica contemporanea.

Docenti di riferimento

Prof. Brigaglia - Metodologie della ricerca storica in matematica (Tutor)

Prof. Bagarello - Conoscenze disciplinari (Co-Tutor)

Prof. Russo - Metodologie della ricerca storica in fisica (Esperto)

Introduzione

Le idee

Principi della MQ
Oscillatore armonico
Stati coerenti canonici
Generalizzazioni e applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia
La/le comunità

Conclusioni

- ▶ Ricerca materiale bibliografico
- ▶ Raccolta della letteratura secondaria e degli articoli chiave
- ▶ Primo studio teorico-disciplinare sugli stati coerenti e teorie correlate
- ▶ Primo studio della letteratura secondaria
- ▶ Valutazione in itinere e rimodulazione delle attività di ricerca previste, secondo progetto

- ▶ Attività di ricerca sugli stati pseudocoerenti
 - ▶ Bagarello F., Calabrese F. (2009) *Pseudo-bosons arising from Riesz bases*. Boll. di mat. pura ed appl. Vol. II. (in stampa)

Stati Coerenti - Le idee

Principi di base della meccanica quantistica - per matematici

Principi di base della meccanica quantistica I - per matematici

Il problema della quantizzazione

- ▶ A ogni sistema fisico corrisponde uno *Spazio degli stati* \mathcal{H} avente struttura di *spazio di Hilbert* complesso.
- ▶ Lo stato del sistema è descritto da un vettore $|\psi\rangle$ in tale spazio. In realtà da una classe di equivalenza di vettori che differiscono solo per una fase.
- ▶ A ogni proprietà misurabile del sistema, detta *osservabile* corrisponde un *operatore autoaggiunto* dello spazio di Hilbert in sé.

La questione di come si costruiscono tali corrispondenze, in particolare in relazione alla meccanica classica, sebbene sia oramai inquadrata nelle sue linee generali, è ancora oggetto di ricerca.

Principi di base della meccanica quantistica II - per matematici

Evoluzione e misura

- ▶ Nel caso di sistemi conservativi, dato l'operatore energia totale H , detto *Hamiltoniana*, il sistema evolve nel tempo tramite l'operatore unitario $V(t) = e^{-i\frac{H}{\hbar}t}$ i.e. $|\psi(t)\rangle = V(t)|\psi(0)\rangle$. Unitario per conservare la probabilità. Questo equivale, in questo caso, all'equazione di Schrödinger $\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = -i\frac{H}{\hbar}|\psi(t)\rangle$.
- ▶ I possibili risultati della misura di una data proprietà sono i valori dello *spettro* dell'operatore (autovalori + spettro continuo).
- ▶ Il processo di misura modifica il sistema (tranne eccezioni); il risultato della misura su uno stato noto ha un carattere probabilistico.
- ▶ La probabilità di ottenere una data misura, e la corrispondente alterazione dello stato, si sanno calcolare a partire dal vettore di stato e dall'operatore.

Principi di base della meccanica quantistica III - per matematici

Autovettori e basi

- ▶ Una base *Hilbertiana* ortonormale (su uno spazio di Hilbert separabile) è una famiglia di vettori $\{|\phi_n\rangle, n \in \mathbb{N}\}$ ortonormali $\langle \phi_n | \phi_m \rangle = \delta_{nm}$ su cui si possa scomporre ogni vettore. Su una tale famiglia:
$$|\psi\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \langle \phi_n | \psi \rangle |\phi_n\rangle .$$
- ▶ Ogni operatore autoaggiunto \mathbf{A} a spettro discreto ammette una famiglia di autovettori ($\mathbf{A} |\phi_n\rangle = a_n |\phi_n\rangle$) che sono una base o.n.

L'oscillatore armonico quantistico

- ▶ Regole di quantizzazione canonica:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2m}\mathbf{P}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{X}^2.$$

- ▶ Si definisce l'operatore (non autoaggiunto):

$$\mathbf{a} := \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\beta\mathbf{X} + i\frac{1}{\hbar\beta}\mathbf{P} \right) \text{ con } \beta := \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

- ▶ Con questa definizione si ha $\mathbf{H} = \hbar\omega \left(\mathbf{a}^\dagger\mathbf{a} + \frac{1}{2} \right)$
- ▶ $\mathbf{a}^\dagger\mathbf{a}$ ha come spettro nondegenere \mathbb{N} ; gli autovettori $|n\rangle$ sono gli *stati numero* $\mathbf{a}^\dagger\mathbf{a}|n\rangle = n|n\rangle$.
- ▶ Gli stati numero formano una base o.n. (Dato che $\mathbf{a}^\dagger\mathbf{a}$ è autoaggiunto): $\langle n|m\rangle = \delta_{nm}$ e $|\psi\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \langle n|\psi\rangle |n\rangle$.

L'oscillatore armonico quantistico II

- ▶ Essi sono anche autostati dell'hamiltoniana.

$$\mathbf{H} |n\rangle = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) |n\rangle$$

Questo permette di interpretare il numero n come numero del livello energetico o numero di eccitazioni dello stato. Lo stato a minima energia ($E_0 = \hbar\omega/2 \neq 0$) è detto stato ground.

- ▶ L'azione di \mathbf{a} e \mathbf{a}^\dagger è data da $\mathbf{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$ e $\mathbf{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$ (con $\mathbf{a} |0\rangle = 0$)

Avendo scelto fasi reali e positive.

Per questo motivo \mathbf{a} e \mathbf{a}^\dagger sono rispettivamente chiamati operatori *annichilazione* e *creazione*.

- ▶ Lo stato numero dell'oscillatore armonico corrisponde a una funzione d'onda $\varphi_n(x)$ prodotto di una gaussiana per il polinomio di Hermite di ordine n .

Polinomio di grado e parità n .

- ▶ Lo stato ground ha una densità di probabilità che corrisponde alla sola gaussiana:

$$|\varphi_0(x)|^2 = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 x^2}$$

Essa è normalizzata, centrata in $x = 0$ e ha deviazione standard $\sigma = 1/\sqrt{2}\beta$.

Stati coerenti canonici

Gli stati coerenti canonici I

- Consideriamo adesso l'oscillatore armonico "spostato" con un centro in $x_0 \neq 0$ e uno shift nella quantità di moto $p_0 \neq 0$.

Questo sistema ha come stato ground $|z\rangle = U(z)|0\rangle$ dove z è un numero complesso legato a x_0 e p_0 e

$$U(z) = e^{za^\dagger - \bar{z}a}.$$

Sulla base numero questi stati hanno la forma

$$|z\rangle = e^{-\frac{|z|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle.$$

- Tali stati sono chiamati *stati coerenti canonici (CCS)*. Essi sono a indice continuo, *non sono fra loro ortogonali*, ma sono un sistema di generatori dello spazio

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{C}} \langle z | \psi \rangle |z\rangle d^2z$$

Sono cioè un sistema di vettori *completo* ma *non minimale*.

I CCS inoltre hanno le proprietà:

- ▶ Sono autostati dell'operatore di annichilazione

$a|z\rangle = z|z\rangle$. Essendo "a" un operatore non autoaggiunto è naturale che la sua famiglia di autostati non sia ortonormale.

- ▶ Sono stati che saturano la relazione di indeterminazione di Heisenberg: $\Delta\mathbf{X} \Delta\mathbf{P} = \frac{\hbar}{2}$.

- ▶ In un oscillatore armonico centrato nell'origine, se lo stato iniziale è un CCS, esso evolve oscillando senza mutare forma, con ampiezza e frequenza pari a quella dell'oscillatore armonico classico.

È questo un motivo per cui vengono chiamati "coerenti". Sono stati quasi-classici.

Riassumendo: rispetto a una base Hilbertiana:

- ▶ Abbiamo perso la "minimalità" (o guadagnato la "ridondanza"!, utile in teoria dei segnali)
- ▶ Abbiamo guadagnato delle utili proprietà

- ▶ È possibile studiare le *proprietà gruppali* della trasformazione $|z\rangle = U(z)|0\rangle$.

$U(z)$ appartiene al *gruppo di Weyl-Heisenberg*, un gruppo di Lie di grande importanza in meccanica quantistica.

- ▶ È possibile studiare le *proprietà analitiche* degli stati coerenti associando ad ogni stato $|\psi\rangle$ la funzione

$$\psi(z) := \langle z | \psi \rangle = e^{-\frac{|z|^2}{2}} f_\psi(z).$$

La funzione $f_\psi(z)$ risulta essere una funzione analitica intera.

Generalizzazioni, Applicazioni e Teorie correlate

Generalizzazioni degli stati coerenti

- ▶ Definizione gli stati coerenti à *la* Klauder
 - ▶ Stati fortemente *continui* rispetto all'indice
 - ▶ Che formano una *famiglia completa* in senso debole.
- ▶ Generalizzazioni gruppali
- ▶ Stati coerenti di spin
- ▶ Stati coerenti vettore
- ▶ Stati coerenti relativistici (eq. Dirac, e Klein-Gordon)
- ▶ Stati pseudocoerenti

- ▶ Teorie di Quantizzazione

È lo spirito degli stati coerenti, quello di fornire un ponte fra classico e quantistico.

- ▶ Fisica Atomica
- ▶ Fisica Molecolare
- ▶ Fisica Nucleare
- ▶ Fisica dello Stato solido (condensati di BE)
- ▶ Statistica quantistica e termodinamica
- ▶ Teoria dei segnali
- ▶ Calcolo quantistico

Teorie correlate

- ▶ Frames
- ▶ Squeezed States
- ▶ Wavelets

- ▶ Quadro: Teoria dei segnali.
- ▶ Esigenza di ridondanza per limitare la perdita di informazione nella trasmissione dei segnali.
- ▶ Risposta: Sistemi di generatori non minimali.
- ▶ Teoria sviluppata prevalentemente negli anni '90 (progenitore: Basi di Haar inizio del '900)
- ▶ Gli stati coerenti sono Frames continui

- ▶ Se si definisce l'operatore di *squeezing*

$$S(z) = e^{\frac{1}{2}z(a^\dagger)^2 - \frac{1}{2}\bar{z}a^2}$$

gli stati squeezed sono

$$|z, z'\rangle := U(z) S(z') |0\rangle$$

- ▶ Matematicamente sono una generalizzazione degli stati coerenti canonici ($z' = 0$).
- ▶ Gli stati squeezed dell'oscillatore armonico saturano la relazione di indeterminazione di Heisenberg. Si perde però in generale l'appartenenza dello stato ground alla famiglia.
- ▶ Uno stato squeezed nell'oscillatore armonico oscilla con valori di aspettazione classici, ma non mantiene in generale la forma.

- ▶ L'analisi tempo-frequenza permette un'analisi più significativa di quella di Fourier della sola frequenza (è più simile all'analisi fisiologica del segnale uditivo).
- ▶ Se definisco $\psi(t)$ una funzione test e ne considero le traslazioni e dilatazioni nei parametri associati a tempo e frequenza T e ω

$$\psi_{T,\omega}(t) := \frac{1}{\sqrt{\omega}} \psi\left(\frac{t-T}{\omega}\right)$$

posso fare corrispondere ad un segnale $f(t)$ la sua trasformata wavelet

$$F(T, \omega) = \int_{\mathbb{R}} \overline{\psi_{T,\omega}(t)} f(t) dt$$

- ▶ Esiste la trasformazione inversa.
- ▶ Queste wavelets, indicate come CWT (*Continuous Wavelet Transform*), sono stati coerenti associati al gruppo affine sulla retta (traslazioni e dilatazioni).

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

Stati Coerenti - La letteratura

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (**1**)
 2. Libri di ricerca e manuali (**3**)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)
 4. Altri libri (2)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)
 4. Altri libri (2)
 5. Articoli storici (2)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)
 4. Altri libri (2)
 5. Articoli storici (2)
 6. Altro materiale:

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)
 4. Altri libri (2)
 5. Articoli storici (2)
 6. Altro materiale:
 - ▶ Note di corso (2)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)
 4. Altri libri (2)
 5. Articoli storici (2)
 6. Altro materiale:
 - ▶ Note di corso (2)
 - ▶ Articoli introduttivi (2)

- ▶ Letteratura Primaria: Sterminata
- ▶ Letteratura secondaria: Quasi solamente manuali e rassegne disciplinari (raccolta e ristrutturazione delle conoscenze acquisite a fini di unificazione del quadro teorico e a fini didattici).
 1. Raccolte di articoli chiave (1)
 2. Libri di ricerca e manuali (3)
 3. Articoli di rassegna (*Review*) (3)
 4. Altri libri (2)
 5. Articoli storici (2)
 6. Altro materiale:
 - ▶ Note di corso (2)
 - ▶ Articoli introduttivi (2)
 - ▶ Manuali di aree connesse (Ottica Quantistica, Fisica Matematica...)

1. Raccolta di articoli chiave I

 Klauder J.R. & Skagerstam B.-S. (1985). *Coherent States - Applications in Physics and Mathematical Physics*. Singapore, World Scientific. 911pp.
(Acquistato)

2. Libri di ricerca e manuali

 Perelomov A.M. (1986). *Generalized Coherent States and their Applications*. Berlin: Springer-Verlag.

(Biblioteca DIEET)

 Ali S. T., Antoine J.-P. & Gazeau J.-P. (2000). *Coherent states, wavelets and their generalizations*. Springer.

(Biblioteca centrale Ingegneria)

 Gazeau, J.-P. (2009). *Coherent States in Quantum Physics*. Wiley-VCH, Berlin.

(Acquistato)

3. Articoli di rassegna

-  Klauder J.R. & Skagerstam B.-S. (1985). *A Coherent-State Primer in Coherent States - Applications in Physics and Mathematical Physics*. Singapore, World Scientific.
-  Zhang W-M., Feng D. H. & Gilmore R. (1990). *Coherent states: Theory and some applications*, Rev. Mod. Phys., **62**, 867-927. (61 pp.)
-  Ali S.T., Antoine J-P., Gazeau J-P. & Mueller U.A. (1995). *Coherent states and their generalizations: A mathematical overview*, Reviews Math. Phys., Vol **7** , Issue 7, 1013-1104. (92 pp.)

(Disponibili da download eccetto Ali et al. copia personale del Prof. Bagarello - reprint)

4. Altri libri

Atti di convegno

 Klauder J. R., Feng D. H. & Strayer M. R. (Eds.). (1994). *Coherent States: Past, Present, and Future : Proceedings of the International Symposium Oak Ridge Nat'L Lab 14-17 June 1993*. Singapore: World Scientific.

(Acquistato, in arrivo)

Libro collettaneo

 Emch G.G., Hegerfeldt G.C. & Streit L. (Eds.). (1994). *On Klauder's Path: A Field Trip* (Essays in honor of John R Klauder) World Scientific.

(Da acquistare)

Libro collettaneo (raccolta di articoli di ricerca originali) a carattere celebrativo, per i 60 anni di John Klauder.

5. Articoli storici

 Dodonov V.V. (2002). *'Nonclassical' states in quantum optics: a 'squeezed' review of the first 75 years*. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics (J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.) **4**, R1-R33 (33 pp.)

451 riferimenti su Squeezed States, CS, et alii prevalentemente in ottica quantistica. Concentrato sull'introduzione storica di nuovi concetti.

 Nieto M.M. (1997). *The discovery of squeezed states - in 1927*. arXiv:quant-ph/9708012v1 (6pp)

Contiene una scoperta sulla nascita degli stati squeezed e una breve descrizione della scoperta degli stati coerenti. Dichiara in uscita un lavoro più ampio, non ce n'è traccia. La questione (solo stati squeezed) viene ripresa in un articolo di Dodonov del 2007.

6. Altro Materiale: Note di corso

 Gazeau J.P. (1995). *Les états cohérents. Cours 1997-'98*. Appunti del corso. Université Paris 7 - Denis Diderot.

 Gazeau J.-P. (2006). *États cohérents et repères quantiques : constructions et applications*. Lecture notes (2 lectures/4). Strasbourg, M2/École doctorale de physique et de chimie-physique. Groupe de Physique Théorique de l'IReS.
<http://sbgat194.in2p3.fr/~theory/Gazeau/>

6. Altro Materiale: Note di corso

 Gazeau J.P. (1995). *Les états cohérents. Cours 1997-'98*. Appunti del corso. Université Paris 7 - Denis Diderot.

 Gazeau J.-P. (2006). *États cohérents et repères quantiques : constructions et applications*. Lecture notes (2 lectures/4). Strasbourg, M2/École doctorale de physique et de chimie-physique. Groupe de Physique Théorique de l'IReS.
<http://sbgat194.in2p3.fr/~theory/Gazeau/>

6. Altro Materiale: Articoli generali e introduttivi, manuali di aree connesse

-  Klauder J.R. (2001). *The Current State of Coherent States*. Contribution to the 7th ICSSUR Conference, June 2001. arXiv:quant-ph/0110108v1 17 Oct 2001
 -  Ali S.T. (2006). *Coherent States*. In Encyclopedia of Mathematical Physics. Eds., J-P. Francoise, G.L.Naber & T. S. Tsun, Elsevier Academic Press.
- I manuali di ottica quantistica, fisica matematica, etc. oramai di frequente riportano una sezione sugli stati coerenti.

Non sembra che questi testi abbiano rilevanza per la ricerca in corso.

Aspetti storici relativi agli stati coerenti

Cronologia

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

If I have understood you correctly, then a "particle", an electron for example, would be comparable to a wave packet which moves with the group velocity.

But a wave packet can never stay together and remain confined to a small volume in the long run.

H. A. Lorentz. Haarlem, 27 May 1926

Allow me to send you, in an enclosure, a copy of a short note in which something is carried through for the simple case of the oscillator which is also a urgent requirement for all more complicated cases, where however it encounters great computational difficulties.

E. Schrödinger. Zürich, 6 June 1926

K.Przibram. (1967). *Letters on Wave Mechanics - Schrödinger, Planck, Einstein, Lorentz*. Philosophical Library. *Cortesia Prof. Russo.*

 Schrödinger, E. (1926). *Der stetige Übergang von der Mikro- zur Makromechanik*, *Naturwissenschaften*, 14, 664.

Tradotto in inglese in Schrödinger, E. (1928). *Collected Papers in Wave Mechanics*. London: Blackie&Son. p.41.

Schrödinger per rispondere all'obiezione di Lorentz ha quindi ottenuto per l'oscillatore armonico degli stati gaussiani traslazione dello stato ground, stati che

- ▶ oscillano senza mutare forma
- ▶ hanno valori di aspettazione di posizione e momento che oscillano come quelli dell'oscillatore armonico classico

Da Schrödinger si arriva (quasi) direttamente al 1960 e soprattutto al 1963 quando vi è la vera e propria nascita degli stati coerenti negli articoli di Klauder, Glauber e Sudarshan.

 Klauder J.R. (1960). *The action option and the Feynman quantization of spinor fields in terms of the ordinary c-numbers*. Ann. of Phys., **11**, 123.

 Klauder J.R. (1963). *Continuous-Representation Theory I. Postulates of Continuous-Representation Theory*. J. Math. Phys. **4**, 1055.

In questo articolo Klauder introduce la definizione vista sopra di stato coerente.

 Klauder J.R. (1963). *Continuous-Representation Theory II. Generalized Relation Between Quantum and Classical Dynamics*. J. Math. Phys. **4**, 1058.

Glauber, Sudarshan 1963

-  Glauber R.J. (1963). *Photons correlations*, Phys.Rev.Lett., **10**, 84.
-  Glauber R.J. (1963). *The quantum theory of optical coherence*. Phys.Rev., **130**, 2529.
-  Glauber R.J. (1963). Coherent and incoherent states of radiation field. Phys.Rev., **131**, 2766.
-  Sudarshan E.C.G. (1963). *Equivalence of semiclassical and quantum mechanical description of statistical light beams*. Phys.Rev.Lett., **10**, 277.

Sviluppano gli stati coerenti canonici sopra considerati e li applicano al campo elettromagnetico.

- ▶ Considerano il campo elettromagnetico in una scatola cubica (che poi verrà ingrandita all'intero spazio)
- ▶ I modi (ω o λ) di oscillazione delle onde stazionarie del campo si comportano come oscillatori armonici
- ▶ Lo stato $|n_k\rangle$ è l' n -mo stato energetico del modo k (k è un indice che include vettore d'onda, pulsazione e polarizzazione) si dice anche che il modo k è popolato da n_k fotoni.
- ▶ Definiscono $|Z\rangle = \prod_k |z_k\rangle$ dove $|z_k\rangle$ sono gli stati coerenti canonici per il modo k .

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusioni

Glauber - Klauder - Sudarshan II

- ▶ L'azione dell'operatore campo elettrico su tali stati è:

$$\vec{E}^{(+)}(\vec{r}, t) |Z\rangle = \vec{\mathcal{E}}^{(+)}(\vec{r}, t) |Z\rangle$$

dove $\vec{\mathcal{E}}^{(+)}(\vec{r}, t)$ è la soluzione classica dell'equazione di Maxwell.

Questa radiazione è coerente nel senso che i contributi quantistici al campo si sommano in modo da costruire stati con comportamento classico (macroscopico). Le normali onde radio, la luce, ma anche il laser sono ben descritti in questo modo.

Risultati:

- ▶ È possibile applicare tutti gli strumenti teorici dell'ottica classica agli stati coerenti
- ▶ Si può poi descrivere ogni stato quantistico sulla base di questi stati coerenti (La risoluzione dell'identità garantisce che ciò è possibile).

Klauder - Sudarshan (1968) - Manuale di ottica quantistica I

 Klauder J. R. & Sudarshan E.C.G.(1968). *Fundamentals of Quantum Optics*. New York: Benjamin.

Primo libro in cui compaiono gli stati coerenti. Si tratta di un manuale di ottica quantistica che è considerato un classico del settore. Ripubblicato oggi dalla Dover.

La seconda sezione del libro (capp. 7-10) presenta la teoria quantistica della radiazione elettromagnetica affrontata tramite gli stati coerenti.

Klauder - Skagerstam (1985) - Rassegna e raccolta di articoli I

(Acquistato)

 Klauder J.R. & Skagerstam B.-S. (1985). *Coherent States - Applications in Physics and Mathematical Physics*. Singapore, World Scientific. 911pp.

Il grande classico, primo libro sugli stati coerenti, scritto dal più rilevante dei padri degli stati coerenti, è usato a tutt'oggi come riferimento principale (generalista) in questo campo.

Contiene:

- I. A Coherent-State Primer. Un lavoro di review degli autori (v. sez. Review).

Sessantanove ristampe di articoli originali (1960-1985) sugli stati coerenti, divise in dieci sezioni.

- II. General Developments (17). (Klauder, Glauber, Sudarshan, Barut, Girardello, Perelomov, Skagerstam,...)

Klauder - Skagerstam (1985) - Rassegna e raccolta di articoli II

- III. Coherent States and Quantum Mechanics (11). (Nieto, Glauber,...)
- IV. Path Integrals and Coherent States (6). (Klauder,...)
- V. Pseudospin Techniques (3). (aa.vv.)
- VI. Applications in Condensed Matter Physics (6). (aa.vv.)
- VII. Applications in Thermodynamics (4). (Gilmore, Skagerstam,...)
- VIII. Applications in Atomic Physics (4). (Gilmore,...)
- IX. Applications in Nuclear Physics (4). (Gilmore, Feng,...)
- X. Applications in Elementary Particle Physics (6). (aa.vv.)
- XI. Applications in Quantum Field Theory (8). (aa.vv.)

È unanimemente considerata una raccolta accurata degli articoli più rilevanti del periodo considerato.

Klauder J.R. & Skagerstam B.-S. (1985) - Articolo di rassegna

 Klauder J.R. & Skagerstam B.-S. (1985). A
Coherent-State Primer in *Coherent States - Applications
in Physics and Mathematical Physics*. Singapore, World
Scientific.

L'articolo di review (90pp. + 204 elementi di bibliografia) contenuto nel libro già citato, ha il ruolo centrale per i futuri sviluppi dell'area di raccogliere per la prima volta la già sterminata letteratura (ca. 1000 articoli) e strutturarla in un quadro complessivo. Il criterio guida è quello delineato nel già citato Klauder J.R. (1963) *Continuous Representation Theory. I. Postulates of Continuous Representation Theory*. J.Math.Phys, 4, 1055-1058

Perelomov (1986) - Il libro

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

 Perelomov A.M. (1986). *Generalized Coherent States and their Applications*. Berlin: Springer-Verlag.

Primo libro di testo sugli stati coerenti. Dipana in tutte le direzioni le generalizzazioni gruppali degli stati coerenti e presenta una ampia sezione (Part III) di applicazioni alla fisica.

Zhang, Feng & Gilmore (1990) - Articolo di rassegna

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

 Zhang W-M., Feng D. H. & Gilmore R. (1990).
Coherent states: Theory and some applications, Rev.
Mod. Phys., **62**, 867-927. (61 pp.)

Importante articolo di rassegna degli stati coerenti in fisica.
Gli autori introducono un metodo generale per costruire stati
coerenti dei gruppi dinamici corrispondenti a un dato sistema
quantistico.

Convegno: Oak Ridge 14-17 June 1993

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ
Oscillatore armonico
Stati coerenti canonici
Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia
La/le comunità

Conclusioni

Unico convegno interamente incentrato sugli stati coerenti.
(Ve ne sono stati su Wavelets e Stati coerenti, Stati
Squeezed e Stati coerenti)

Proceedings:

 Klauder J.R., Feng D.H. & Strayer M.R. (Eds.). (1994).
*Coherent States: Past, Present, and Future :
Proceedings of the International Symposium Oak Ridge
Nat'L Lab 14-17 June 1993*. Singapore: World Scientific.

Ali, Antoine, Gazeau, Mueller (1995) - Articolo di rassegna

 Ali S.T., Antoine J-P., Gazeau J-P. & Mueller U.A. (1995). *Coherent states and their generalizations: A mathematical overview*, Reviews Math. Phys., Vol 7 , Issue 7, 1013-1104. (92 pp.)

Importante rassegna degli stati coerenti in fisica-matematica. È stato reso superato dal libro dei primi tre autori (2000). Gli autori introducono una generalizzazione degli stati coerenti su gruppi di Lie, poi su gruppi più generali e per ulteriore generalizzazione, a frames continui.

Ali, Antoine, Gazeau (2000) - Libro di ricerca

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione



Ali S.T., Antoine J.-P. & Gazeau J.-P. (2000). *Coherent states, wavelets and their generalizations*. Springer.

Libro di ricerca di taglio fisico-matematico che presenta gli stati coerenti e le wavelets continue sotto lo stesso contesto completando il lavoro di generalizzazione di Ali et al. (1995)

 Gazeau J.-P., Klauder J.R. (1999) *Coherent states for systems with discrete and continuous spectrum*. J. Phys. A: Math. Gen. **32**, 123-132.

Gli autori propongono un metodo generale per ottenere stati coerenti "naturali" corrispondenti a sistemi caratterizzati da Hamiltoniane a spettro discreto e continuo, ma non degenerare. Tale approccio verrà esteso ad Hamiltoniane degeneri:

 Ali S.T. & Bagarello F. (2005). Some physical appearances of vector Coherent States and Coherent States related to degenerate hamiltonians. J.Math.Phys. **46**, DOI:10.1063/1.1901343

Fujii (2002) - Articolo di rassegna

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

 Fujii K. (2002). *Introduction to Coherent States and Quantum Information Theory*.
ArXiv:quant-ph/0112090v2. (72 pp.)

 Gazeau, J.-P. (2009). *Coherent States in Quantum Physics*. Wiley-VCH, Berlin.

Uscito da circa un mese! La prima parte è un eccellente libro di testo sugli stati coerenti in fisica, la seconda presenta un'ampia rassegna di ricerca sul problema della quantizzazione tramite stati coerenti.

Gli stati pseudocoerenti (2009)

 Trifonov D.A. (2009), *Pseudo-boson coherent and Fock states*, quant-ph/0902.3744

 Bagarello F. (2009), *Pseudo-bosons, Riesz bases and coherent states*, J. Math. Phys.,
submitted

 Bagarello F. (2009), *Construction of pseudo-bosons systems*, J. Math. Phys., submitted

Trifonof propone di generalizzare la regola canonica di commutazione bosonica $[a, a^\dagger] = 1$ a quella *pseudobosonica* $[a, b] = 1$. Bagarello evidenzia la struttura matematica sottesa che è quella delle frames (discrete). Da questa discendono poi gli stati *pseudocoerenti*. (Non si tratta più di generalizzare direttamente gli stati coerenti, bensì "l'oscillatore armonico").

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusioni

- ▶ Le wavelets si sviluppano all'inizio (fine anni '70-primi anni '80) come stati coerenti associati al gruppo affine sulla retta (traslazioni e dilatazioni)
- ▶ Ben presto però (fine anni '80) si cambia prospettiva e ci si indirizza all'analisi di multirisoluzione che diventa centrale in teoria dei segnali e comporta uno sviluppo esplosivo del settore
- ▶ Tali wavelets sono usate per l'analisi di segnali e, contrariamente agli stati coerenti, non è disponibile nessun significato fisico di tali generalizzazioni

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

La/le comunità

Analisi articoli rappresentativi 1960-1985 I

Articoli dalla rassegna: Klauder J.R. & Skagerstam B.-S. (1985). *Coherent States - Applications in Physics and Mathematical Physics*. Singapore, World Scientific.

Fra parentesi il periodo di esistenza della rivista.

Physical Review - Series II (APS, USA) (1913 - 1969)

- ▶ **6**: Q Optics, Condensed Matter, QED

Physical Review - Series III: A-D (APS, USA) (1970 -)

Physical Review A - Atomic, molecular, and optical physics(1970 -)

- ▶ **6**: Atomic Physics, Q Optics, Statistical QM

Physical Review D- Particles, fields, gravitation, and cosmology

- ▶ **10**: Path integrals; Fields (All!)

Physical Review Letters (1958-)

Analisi articoli rappresentativi 1960-1985 II

- ▶ **7**: Q Optics, QM, Path Integrals, QCD

Journal of Mathematical Physics (AIP, USA) (1960-)

- ▶ **7**: QM (Groups, Spin CS)

Communications in Mathematical Physics (USA - Springer, DE) (1965-)

- ▶ **4**: QM (Groups, Statistical QM) ('71-'74)

Analisi articoli rappresentativi 1960-1985 III

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusione

Physics Letters B - Nuclear Physics and Particle Physics
(Elsevier, NL) (1967-)

- ▶ **5:** Nuclear Physics, QFT, Particles

Annals of Physics (Elsevier, NL ma spunta N.Y) (1957-)

- ▶ **4:** QM (Spin CS, Path Integrals), Particles

Journal of Physics A - (Mathematical and) General
(IOP-UK)

- ▶ **3:** QM (Groups, Spin CS, Statistical QM)

Conclusioni sull'analisi degli articoli

- ▶ Tutte riviste "generaliste" non vi sono riviste del settore
- ▶ Prevalenza di riviste statunitensi
- ▶ Presenza di tutte le maggiori testate: *mainstream*
- ▶ Ampie comunità intersecanti (fisici matematici e fisici teorici coinvolti nelle varie branche indicate)
- ▶ Micro-comunità di ricercatori interessati agli stati coerenti *di per sé*

Cenni sulle collaborazioni rilevanti

- ▶ Klauder solitario eccetto -> Daubechies -> Gazeau
- ▶ Gilmore – Feng
- ▶ Nieto - Carruthers (Cornell Univ.)
- ▶ Ali - Antoine - Gazeau

Conclusione: Programma futuro delle attività

Obiettivo della ricerca

Alla luce di quanto ottenuto fino ad adesso si confermano e si precisano gli obiettivi di ricerca definiti nel progetto:

- ▶ Sviluppare una ricerca storica sugli stati coerenti dalle origini a oggi

Tale obiettivo sembra giustificato alla luce della scarsità del materiale disponibile in questo campo.

Più precisamente si ritiene di dovere sviluppare un quadro generale della storia degli stati coerenti.

- ▶ Centrata sugli sviluppi generali
- ▶ Con indicazioni orientative riguardo
 - ▶ Sviluppi nelle varie aree
 - ▶ Applicazioni

Attività previste I

- ▶ Ulteriore raccolta materiale (Libro: On Klauder's Path, Atti di convegni di qualche rilievo,...)
- ▶ Approfondimento metodologie di ricerca storica (*Prof. Brigaglia, Prof. Russo*) (In particolare: valutazione in itinere del lavoro, preparazione interviste)
- ▶ Approfondimento della letteratura secondaria per comprendere meglio i vari aspetti teorici e il loro sviluppo storico
- ▶ Approccio nelle linee generali ad alcune teorie correlate spec. teoria dei gruppi, ma anche quantizzazione, formulazione a integrali di linea, statistica quantistica, wavelets, squeezed states, geometria differenziale,...
- ▶ Ricerche sulle biografie scientifiche degli attori principali.
- ▶ Ricerche per definire meglio le comunità coinvolte (riviste, convegni, formazione dei ricercatori dell'area, collaborazioni, aree geografiche...)

- ▶ Proff. Ali, Gazeau: 10-17 gennaio 2010, Palermo: Interviste e raccolta di materiale di interesse storico.
- ▶ Contatti con il Prof. Antoine. (È stato mio supervisore di *Algebre di operatori* nel contesto del progetto Erasmus, presso l'*Université Catholique de Louvain*, giugno-ottobre '97.)
- ▶ Eventuali altri contatti

sulla Storia degli Stati coerenti

Avanzamento della ricerca - Il anno

*Dottorato in Storia e Didattica delle Matematiche, della
Fisica e della Chimica*

Fabio Calabrese

Grazie dell'attenzione.

Storia degli Stati
Coerenti (SC)

Fabio Calabrese

Introduzione

Le idee

Principi della MQ

Oscillatore armonico

Stati coerenti canonici

Generalizzazioni e
applicazioni

La letteratura

Aspetti storici

Cronologia

La/le comunità

Conclusioni