
1La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en Educación Primaria²

Salvador Llinares
Departamento de Innovación y Formación Didáctica
Universidad de Alicante
(e-mail sllinares@ua.es)

Resumen. Desde una perspectiva situada se identifican algunos interrogantes sobre el proceso de aprender a enseñar matemáticas cuando se considera la enseñanza como una práctica que tiene que ser comprendida y aprendida. Las reflexiones generadas en el contexto de la formación de maestros se particularizan a través de la caracterización de la generación y uso de instrumentos de la práctica. El diseño de casos, integrando material textual y videos, centrados en el aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria se usa para ejemplificar las reflexiones anteriores. Se describe el uso de los casos como contextos de indagación sobre el aprendizaje de los alumnos de Primaria para los estudiantes para maestros. Qué y cómo aprenden los estudiantes para maestro con este material es analizado considerando los significados y usos de algunos instrumentos que caracterizan la práctica de enseñar matemáticas. Finalmente se señalan algunas implicaciones generadas al adoptar una perspectiva situada para caracterizar el proceso de aprender a enseñar matemáticas en la formación de maestros.

Palabras clave: innovación en la enseñanza universitaria, aprender a enseñar matemáticas, experiencias de aprendizaje basadas en casos, la practica de enseñar, herramientas de la práctica

Abstract. Teaching is considered a practice that can be understood and learnt generating some issues from a situative perspective of teacher learning. The reflections on teacher education are focused using the theoretical constructs "teaching tools and ways tools are used". The design of cases (video-text) which use the mathematics learning of primary pupils as inquiry context to primary teacher students is used as an example of former reflections. What and how primary teacher students learn with this material is analyzed taking account making-sense of conceptual tools and its use in designing tools for mathematics teaching. Finally, some issues on primary teacher learning from a situative perspective are examined.

Key words: innovation in university teaching, learn to teach mathematics, case-based learning experiences, practice of teaching, tools of practice

1 Publicado en (2004) *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, nº 36, pp. 93-115.

2 Las ideas descritas en este trabajo son fruto de las reflexiones, discusiones y proyectos conjuntos que sobre la formación de maestros y de profesores de matemáticas de secundaria realice con mis compañeras Victoria Sánchez, Mercedes García y Isabel Escudero en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Sevilla durante la década de los noventa. Una versión resumida de este artículo fue presentada como memoria de la Actividad financiada por el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Sevilla dentro de la Convocatoria de Ayudas a la Docencia para la Innovación (curso 2000-2001) con el título "*La práctica de enseñar matemáticas. La generación y uso de instrumentos de la práctica*".

LA GENERACIÓN Y USO DE INSTRUMENTOS PARA LA PRÁCTICA DE ENSEÑAR MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Salvador Llinares
Departamento de Innovación y Formación Didáctica
Universidad de Alicante
(e-mail sllinares@ua.es)

Enseñar matemáticas, conocimiento necesario y aprender a enseñar matemáticas: Construyendo una nueva manera de entender la formación de maestros.

□ La noción de instrumento y aprender a enseñar matemáticas

Los recientes desarrollos de las teorías sobre el aprendizaje inciden en la relación esencial entre el conocimiento y los contextos de uso (Greeno et al. 1996; Putnam & Borko, 2000). Desde esta relación se ve el aprendizaje como la participación en entornos interactivos con un grado creciente de conocimiento y uso de los *instrumentos* característicos de la práctica (Resnick, 1991). Esta suposición se apoya en la idea de que las personas pensamos y actuamos ayudados por instrumentos. El significado del término *instrumento* como “*cualquier medio, cosa o persona, de que alguien se sirve para un fin*” (Diccionario de uso del Español de María Moliner), “*(fig.) lo que sirve de medio para hacer una cosa o conseguir un fin./ Aquello de lo que nos servimos para hacer una cosa*” (Diccionario de la Lengua Española, RAE, Espasa Calpe) conlleva la idea de un objeto diseñado y empleado para ampliar el poder de las acciones del individuo. Las perspectivas situadas de la cognición amplían el significado dado al término instrumento como un objeto físico para incluir también conceptos, formas de razonar, formas de generar un discurso, entre otras, que condicionan y permiten las interacciones dentro de las comunidades de práctica. Así en el dominio semántico del término “instrumento” podemos considerar, para el caso particular de la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria, lo siguiente:

- *instrumentos técnicos* necesarios para realizar la “práctica”, como por ejemplo materiales didácticos – bloques multibase, geoplanos -, software didáctico – como el Cabri-Geómetre, Logo -, matrices para la evaluación de los procesos de resolución de problemas de los alumnos de Primaria y técnicas para gestionar los debates y puestas en común de los procedimientos y respuestas a diferentes problemas, e
- *instrumentos conceptuales*, como por ejemplo conocer los diferentes tipos de problemas aritméticos elementales de estructura aditiva, las diferentes estrategias de

resolución de los PAE's aditivos empleadas por los niños, o diferentes niveles de dificultad de dichos problemas. Es decir, conceptos y construcciones teóricas que se han generado desde las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas que permiten comprender y tratar la realidad (situaciones en las que se enseña y aprenden matemáticas).

En este contexto cabe preguntarse ¿cuál es el significado de “práctica”? Una manera de aproximarse a una respuesta a esta pregunta y a lo que significa “aprender una práctica” es considerar la noción de práctica como:

- * realizar unas tareas para lograr un fin,
- * hacer uso de unos instrumentos, y
- * justificar su uso.

Al considerar la enseñanza de las matemáticas como una práctica que tiene que ser comprendida y aprendida podemos identificar algunas tareas que la articulan y las habilidades profesionales que permiten realizarlas, como por ejemplo

- diagnosticar - dotar de significado a las producciones de los alumnos-,
- planificar –determinar planes de acción-,
- evaluar – tomar decisiones sobre cómo, dónde, y qué hacer con la información-,
- gestionar debates – formular preguntas que permitan vincular concepciones previas con lo nuevo, subrayar y valorar las diferentes aportaciones -.

Desde esta perspectiva, la formación de maestros se puede entender como un proceso de introducción en una comunidad, constituida por la práctica de enseñar matemáticas en la enseñanza Primaria. Una comunidad que comparte tareas y la generación y uso de determinados instrumentos (Lave & Wegner, 1991). Es decir, llegar a ser un maestro, desde la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas, significa llegar a comprender la enseñanza de las matemáticas y aprender a realizar las tareas y usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional como es la Educación Primaria (Kleinfeld, 1992). El conocimiento de la práctica de enseñar matemáticas, visto desde esta perspectiva, supone no solo poseer los instrumentos considerados como elementos técnicos y conceptuales que permiten desarrollarla, sino también tener la capacidad de construir nuevo conocimiento desde la práctica.

Los instrumentos conceptuales y técnicos desempeñan diferentes papeles en la caracterización de las tareas que definen la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. Mientras los instrumentos conceptuales permiten poseer unas determinadas referencias para interpretar las situaciones de la práctica, condicionando lo que se ve y cómo se ve; los instrumentos técnicos permiten tener los medios para hacer “determinadas cosas” en la práctica. En conjunto, el uso y generación de los instrumentos condiciona las interacciones generadas en el desarrollo de la práctica y, por tanto, la propia práctica.

Los dos aspectos considerados en la forma de concebir el conocimiento necesario para

enseñar; es decir, conocer la práctica y ser capaz de generar conocimiento desde la práctica son indisolubles, y plantean cuestiones sobre la relación teoría-práctica en la articulación de los procesos de formación de profesores (Llinares, 1998). Las dos características del conocimiento necesario para enseñar vistas desde la perspectiva del proceso de aprendizaje del maestro

- * poseer-usar-generar, y
- * la relación teoría-práctica,

imponen condiciones cuando hay que diseñar oportunidades – entornos de aprendizaje- para que los estudiantes para maestro lleguen a generar conocimiento necesario para enseñar y capacidad para seguir aprendiendo desde la práctica. Es decir, aprender a enseñar supone aprender a usar y generar nuevo conocimiento desde la práctica. Unas cuestiones que plantea esta manera de ver el aprendizaje de los estudiantes para maestro son determinar

- ¿qué conocimiento necesario para enseñar puede ser generado fuera de las situaciones reales de enseñanza?; y
- ¿cual es la naturaleza del conocimiento generado en la Universidad en relación al conocimiento necesario para enseñar matemáticas en las aulas de Primaria? (Grimmett & MacKinnon (1992)

□ El diseño de instrumentos técnicos³ en la formación de maestros: Los casos .

Una aproximación a las respuestas de las preguntas anteriores consiste en adoptar una perspectiva analítica en relación al diseño de oportunidades para que los estudiantes para maestro aprendan de y sobre la práctica a través de “actividades auténticas” (Brown, Collins & Duguid, 1989). Una hipótesis que ha fundamentado el trabajo de diseñar, implementar y evaluar estas oportunidades para el aprendizaje de los estudiantes para maestro desarrollado durante los últimos años en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Sevilla por los profesores del grupo de investigación GIEM⁴ es la posibilidad de ayudar a los estudiantes para maestro a construir conocimiento necesario para enseñar matemáticas en el contexto de la práctica (García et al. 1994; 2000; Llinares, 1993; 1994; 1999 a, b; Sánchez, et al.

³Técnico - relacionado con la aplicación de la ciencia a la obtención de objetos o resultados “prácticos”./ Preparado con los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para determinada actividad (*Diccionario de uso del español* de María Moliner). En el contexto de formación de maestros se entiende por *ciencia* el contenido de la Didáctica de la Matemática como dominio científico; por *resultado*, aprender a enseñar matemáticas. Y “preparado con los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para determinada actividad” hay que entenderlo como que los casos son diseñados por los formadores de profesores DESDE su conocimiento teórico y práctico de la actividad de formación de maestros.

⁴El *Grupo de Investigación en Educación Matemática (GIEM)* de la Universidad de Sevilla (Plan Andaluz de Investigación) estaba formado hasta 2001 por Isabel Escudero, Mercedes García, Salvador Llinares y Victoria Sánchez.

1996, 1997, 2000) . Desde esta perspectiva, aprender a enseñar matemáticas supone para los estudiantes para maestro la generación y caracterización de una serie de instrumentos técnicos y conceptuales concretándose en

- aprender conocimiento procedente de la Didáctica de las Matemáticas como dominio científico (instrumentos conceptuales y técnicos) relativos a los diferentes dimensiones de la práctica de enseñar matemáticas en la Enseñanza Primaria - ,
- desarrollar métodos de análisis e interpretación que permitan argumentar iniciativas pedagógicas con fundamentos (razonamiento pedagógico), y
- adoptar posiciones críticas sobre la relación entre sus creencias y conocimiento y la perspectivas de acción y práctica generadas.

El desafío planteado es el de diseñar entornos de aprendizaje que permitan a los estudiantes para maestro construir conocimiento y desarrollar al mismo tiempo formas de generarlo. Además hay que considerar que esta forma de concebir el proceso de aprender se apoya en el aprendizaje de

- ver,
- interpretar,
- escuchar, y
- diseñar

perspectivas de acción vinculadas a la práctica.

Además, hay que tener en cuenta que los estudiantes para maestro deben tener acceso a lo que ya es conocido, asumido y usado. Es decir, ideas y nociones destiladas desde la Didáctica de la Matemática como dominio científico. Desde la perspectiva de la relación entre el conocimiento teórico y el práctico, entre el uso del conocimiento y la generación de nuevo conocimiento, se plantea la necesidad de articular medios - entornos de aprendizaje - para fomentar la capacidad de indagación sistemática de los estudiantes para maestro como una forma de aprender (Llinares, 1998). De esta manera, los instrumentos conceptuales y técnicos se ven vinculados al análisis detallado de las situaciones prácticas.

Esta aproximación a la formación de maestro no deja de lado el hecho de que los procesos de dotar de significado, que los estudiantes para maestro pueden generar, están determinados por lo que ellos ya conocen y creen sobre la enseñanza-aprendizaje. El que “Uno ve lo que puede ver” está determinado por las referencias previas de los individuos. En el proceso de aprender a enseñar matemáticas esta característica del proceso de aprendizaje se aborda potenciando la capacidad de los estudiantes para maestro de llegar a problematizar las situaciones para que lleguen a cuestionarse lo que inicialmente puede ser asumido como evidente, o “lo que tiene que ser”. Una hipótesis que subyace a la cuestión de “problematizar lo evidente” se apoya en el papel que pueden desempeñar los diferentes instrumentos conceptuales usados para analizar la evidencia procedente de la práctica. Estas referencias generales plantean sin embargo cuestiones sobre cómo deben ser los materiales - es decir, los elementos técnicos - usados en el programa de formación y qué y cómo los estudiantes para maestro aprenden con ellos. (Es decir, considerando de la misma manera la formación de maestros como una práctica que debemos comprender y aprender).

La generación de nuevas maneras de concebir la formación de maestro, considerada como una práctica, implica

- diseñar nuevos materiales y tareas, y
- concebir una manera de usarlas que permita crear oportunidades para el aprendizaje de los estudiantes para maestro.

La conjunción de las tareas diseñadas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluyendo el papel del formador de profesores y documentos adicionales, es lo que hemos denominamos “entornos de aprendizaje”. Tres son los ejes sobre los que debería articularse esta manera de concebir la formación de maestros:

- alrededor de investigaciones sobre las *matemáticas*, considerados como entornos de aprendizaje matemático a través de la resolución de problemas de matemáticas (García et al., 1994);
- alrededor de investigaciones sobre *cómo los alumnos de Primaria aprenden las matemáticas* (Llinares, 1994; Llinares, 1999b); y
- alrededor de investigaciones sobre *la práctica de enseñar matemáticas a los alumnos de Primaria* (Sánchez & Llinares, 1996)

En las próximas secciones de este trabajo se caracterizará el camino seguido y la toma de decisiones realizada durante los últimos años en la Universidad de Sevilla por nuestro grupo de investigación al desarrollar entornos específicos - en forma de casos (Sykes & Bird, 1992) – en los que se usa como contexto de indagación para los estudiantes para maestro “el aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria”. Se describirá una manera en la que los casos han sido usados y se apuntarán direcciones para determinar lo que parece que los estudiantes para maestro están aprendiendo desde la perspectiva de la generación y uso de instrumentos de la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. Además se describe el proceso de adquisición de diferentes habilidades profesionales mediante la caracterización de diferentes aspectos de las transiciones que realizan los estudiantes para maestro.

El aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria como contexto de indagación para los estudiantes para maestro

□ Un proceso de diseño y elaboración de instrumentos técnicos en la formación de maestros

La reforma de la enseñanza de las matemáticas ha colocado un gran énfasis en la forma en que los alumnos de Primaria aprenden los conceptos y procedimientos matemáticos como referente para la toma de decisiones del maestro - en la planificación, en la interacción y en el análisis de lo realizado por los alumnos de Primaria -. El desafío para el formador de maestros está en decidir

- ¿qué es lo que queremos que los estudiantes para maestro aprendan del aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria?

Intentar responder a esta pregunta, considerando el proceso de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria como un *contexto* para que los estudiantes para maestro puedan estudiarlo, fue el fundamento para el diseño y la realización de la serie de videos “Elementos del conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas” (Llinares Sánchez, 1993). El objetivo de la realización de esta serie de videos fue incorporar evidencia empírica del proceso de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria a la formación de maestros en la Universidad. Para ello, recogimos y analizamos ejemplos paradigmáticos del aprendizaje de los alumnos de Primaria de tópicos matemáticos específicos y articulamos parte del currículum de la formación de maestros alrededor suyo. Así, conseguir las grabaciones de los alumnos resolviendo diferentes tareas que constituía el material empírico fue el primer paso. Posteriormente, el análisis de los protocolos obtenidos –transcripciones literales de los videos - nos permitió identificar elementos conceptuales que daban cuenta de características relevantes del aprendizaje de las matemáticas por los alumnos de Primaria en diferentes dominios del contenido matemático del currículum. Estos elementos conceptuales son considerados en la dimensión de “*lo que debían conocer los estudiantes para maestro en relación al aprendizaje matemático*”. De esta manera, los diferentes ejemplos del aprendizaje de los alumnos de Primaria de diferentes tópicos matemáticos recogidos en los videos se constituyeron en la evidencia empírica para ayudar a los estudiantes para maestro a pensar sobre cómo los alumnos de Primaria aprenden los tópicos matemáticos. En Llinares & Sánchez (1998) se describe el proceso seguido en la elaboración de los videos como medio en el que se integran la evidencia empírica del aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria y elementos conceptuales procedentes de la Didáctica de la Matemáticas como dominio científico; y se caracterizan las diferentes alternativas metodológicas en la formación de maestros como diferentes itinerarios de formación teniendo en cuenta las implicaciones de considerar el proceso de aprender a enseñar como un aprendizaje situado. A partir de este momento, una de las perspectivas que potencia el poseer los videos es el de usar este material en el diseño de otro tipo de tareas para el programa de formación de maestros. Es decir había que tomar decisiones sobre dos aspectos:

- producir materiales curriculares – tareas/actividades - considerando el aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria como contexto de indagación para los estudiantes para maestro, y
- desarrollar formas de usar estas tareas para que los estudiantes para maestro pudieran tener oportunidades de generar e integrar en su toma de decisiones los instrumentos conceptuales y técnicos necesarios para enseñar pudiendo llegar a producir aproximaciones críticas en la generación de sus perspectivas de acción (García, 2000; Llinares, 1999).

Uno de los aspectos a potenciar a través del uso de los videos fue la aproximación a la formación de maestros a través de los casos (Llinares, 1993; Llinares & Sánchez, 1998;). En esta nueva fase en el desarrollo del currículum de formación de maestros, definimos como objetivo el diseño, implementación y análisis de tareas - los elementos técnicos - que permitieran a nuestros estudiantes para maestro indagar sobre el proceso de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria y que les permitiera construir conocimiento como instrumento conceptual y generando formas de

razonamiento pedagógico (Llinares & Sánchez, 1998). El objetivo era desarrollar una aproximación al proceso de aprender a enseñar matemáticas que se apoyara, en parte, en la implicación de los estudiantes para maestro en el estudio del proceso de aprendizaje matemático.

El formato de casos de algunas de las tareas en las que se integra material textual y videos es el punto de arranque en la constitución de los entornos de aprendizaje que intentan implicar a los estudiantes para maestro en el análisis del proceso de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria (Llinares, 1993, 1999a, 1999b). Este tipo de casos permite construir unas situaciones iniciales desde las que los estudiantes para maestro pueden empezar a desarrollar los aspectos relativos al proceso de razonamiento pedagógico; por ejemplo,

- análisis y interpretación del proceso de dotar de sentido a las nociones matemáticas que los alumnos de Primaria generan,
- generación y predicción, para realizar la tarea de planificar la enseñanza.

El formato video-texto proporciona una característica especial de algunos entornos y permite a los estudiantes para maestro ver y escuchar varias veces lo que los alumnos de Primaria dicen y hacen cuando resuelven problemas de matemáticas específicos. En cierta manera, el caso permite “congelar un trozo” del proceso de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria permitiendo a los estudiantes para maestro observar, predecir, criticar, generar o analizar sin la presión del contexto real.

□ Una aproximación al uso de unos instrumentos técnicos específicos en la formación de maestros

Las características de la forma en que estas tareas son usadas en el programa de formación constituyen otra de las decisiones a adoptar. Si aceptamos que aprender a enseñar se apoya en la interacción entre los estudiantes para maestro para dotar de significado a las situaciones planteadas, analizando e interpretando los procesos de aprendizaje de los alumnos de Primaria y diseñando perspectivas de acción, esta suposición previa debe determinar la forma de uso de las tareas (Brown, Collins & Duguid, 1989).

Los casos se conciben como el “medio” para que los estudiantes para maestro analicen e interpreten los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria como un aspecto de su futura labor profesional. Desde los casos, diferencias en las creencias y el uso del conocimiento entre los estudiantes para maestro pueden llegar a constituirse en dinamizadores del aprender a enseñar (Llinares, 1999b). El proceso de análisis e interpretación conjunta del caso, la elaboración de informes relativos al análisis del caso y las posibles perspectivas de acción fundamentadas en el conocimiento conceptual se constituyen en referencias para el aprendizaje vinculados a la práctica de enseñar matemáticas (Llinares, 1994). El entorno de aprendizaje así concebido puede ayudar a que los estudiantes para maestro aprendan a plantear e interpretar cuestiones y problemas desde la práctica - en particular en relación al aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria.- Es decir, llegar a problematizar la práctica usando los propios instrumentos conceptuales para generar este proceso de

problematización. Por ejemplo, planteando cuestiones y preguntas que no tendrían sentido para los estudiantes para maestro sin los instrumentos conceptuales.

El cuadro siguiente recoge uno de los casos diseñados con estas referencias previas y centrado en las estructuras multiplicativas (Llinares, 1993) y cuyo diseño ha sido analizado en García & Sánchez (2001).

Cuadro 1: Caso "Si multiplico 5 cosas por 3 cosas ¿Por qué no me sale una de las cosas que tenía? ¿Por qué a veces la multiplicación no es repetir una cantidad de cosas n veces?"

(Llinares, 1993; pp. 266-268)

"He estado mucho tiempo enseñando en segundo y tercer curso de enseñanza Primaria y siempre he tenido dificultades en ayudar a mis alumnos a que relacionaran sus procedimientos informales de resolución de problemas aritméticos elementales de estructura multiplicativa con la aritmética formal (las cuentas). Yo había introducido la idea de multiplicación como suma de sumandos iguales. Uno de los ejemplos que había utilizado era "si tengo tres bolsas y en cada bolsa hay cinco caramelos. ¿Cuántos caramelos tengo en total?". Mis alumnos eran bastante efectivos resolviendo "problemas de multiplicar con esta misma estructura". Yo pensaba que ellos "sabían resolver problemas de multiplicación", Además, habíamos estado haciendo muchas cuentas de multiplicar con dos números de un dígito y la mayoría de la clase no tenía excesivas dificultades. Sin embargo, este año estando en cuarto, a principio de curso puse en la pizarra el siguiente problema

"Tengo 3 camisas y 4 pantalones. ¿De cuántas maneras diferentes puedo vestirme?"

Mientras el resto de la clase lo estaba resolviendo me acerqué a Santiago, me senté junto a él, y le pregunté cómo estaba haciendo el problema

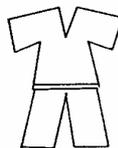
S: *...una camisa con ...*

M: *Puedes dibujarlo si tú quieres.*

S: *Cuatro (contestando al mismo tiempo que se le indicaba que podía hacer dibujos).*

M: *Puedes hacer un dibujo.*

S: *(realiza el siguiente dibujo)*

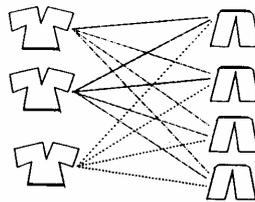


...cuatro.

M: *(...pidiéndole que se lo explique)*

S: *Tienes esa camisa (señalando la camisa dibujada), y si tienes 4 pantalones, ese pantalón te puedes poner con otra camisa...*

Dejé a Santiago pensando su problema. Por la tarde, estaba en una clase de quinto y le propuse a José Manuel el mismo problema que había puesto en mi clase por la mañana. Le pregunté cómo resolvía el problema y me contestó dibujando lo siguiente



luego contó las líneas que unían las camisas y los pantalones y respondió 12.

- ¿Por qué parecía que Santiago tenía dificultades en resolver el problema?
- ¿Por qué, si había estado haciendo cuentas con números más grandes de manera correcta, tenían dificultades en resolver esta situación?
- ¿José Manuel veía este problema como un problema de multiplicar?
- ¿Debería haberle puesto a José Manuel un problema con la misma estructura pero con números mayores?
- ¿Cómo puedo ayudar a mis alumnos a que amplíen su idea de la multiplicación?
- Debería haber explicado a los niños como se resuelven este tipo de problemas antes de proponérselo?
- ¿Sería bueno colocar a los niños en grupos para que resolvieran problemas parecidos?
- ¿Qué clase de actividades adicionales debería proponer para que superaran sus dificultades iniciales?
- ¿Cómo puedo ayudar a mis alumnos a que lleguen a comprender que la operación aritmética 5×3 puede estar vinculada a diversas situaciones y diversos procesos de solución?

Un aspecto de este caso lo constituye la relación entre el aprendizaje de las "cuentas" y el proceso de resolución de problemas en la enseñanza de la aritmética en la enseñanza Primaria. La experiencia de los estudiantes para maestro como aprendices de matemáticas en la escuela normalmente está caracterizada por el énfasis sobre las cuentas (procedimientos y algoritmos) y con un significado dado a la resolución de problemas en el sentido de aplicación de los algoritmos para las cuentas previamente aprendidos. Este caso proporciona oportunidades a los estudiantes para maestro para ayudar a superar estas creencias previas sobre la enseñanza-aprendizaje de la Aritmética de los estudiantes para maestro, ampliar su comprensión de las estructuras de los problemas aritméticos elementales, de los procesos de resolución, subrayar el papel de la resolución de los problemas aritméticos en la enseñanza Primaria, y estudiar el papel que diferentes sistemas de símbolos (modos de representación) desempeñan en el proceso de resolución de los problemas.

En el diseño de este caso se une la descripción de procesos reales de aprendizaje matemático por parte de alumnos de Primaria con la formulación de unas preguntas que intentan dirigir la atención de los estudiantes para maestro hacia los instrumentos conceptuales. Asumiendo que los estudiantes para maestro interpretan las situaciones presentadas tomando como referencias previas sus propias concepciones, lo que puede ser aprendido en estos entornos puede depender de las cuestiones planteadas y de la forma en que la evidencia presentada es interpretada. En el ejemplo propuesto, las cuestiones previas están vinculadas a los instrumentos conceptuales que fundamentan este caso,

- diferentes estructuras en los PAEs,
- diferentes estrategias para resolver un PAE determinado,

- formas instruccionales de conectar las estrategias informales a la aritmética formal, y
- uso de diferentes sistemas de símbolos en el proceso de resolución de problemas (proceso de simbolizar)

y las preguntas,

- ¿ cuál es el papel de los dibujos y los gráficos en el proceso de resolución de PAEs?
- ¿ cuál es el papel de la resolución de problemas en la enseñanza de la Aritmética ?
- ¿ Qué significa resolver problemas en la enseñanza Primaria?

El referente teórico para las tareas del estudiante para maestro de diagnosticar y planificar, vinculadas a este caso, lo constituye el contenido de las reflexiones y resultados de las investigaciones realizadas en el dominio científico de la Didáctica de las Matemáticas y centradas en la multiplicación y división como modelos de situaciones (Greer, 1992)⁵. Las reflexiones sobre la complejidad psicológica de las situaciones de multiplicar y dividir como contenido de la Aritmética de la enseñanza Primaria se aborda desde el análisis de la evidencia específica proporcionada por el caso. Además, se considera el entorno de aprendizaje generado como el medio desde el cual empezar a dotar de significado a los instrumentos conceptuales dado por las diferentes perspectivas teóricas que describen las situaciones de multiplicar y dividir (Nesher, 1992)⁶. La construcción de significado de las situaciones de multiplicar y dividir muestra la complejidad de dichas situaciones como objetos de enseñanza-aprendizaje y el papel que desempeña el proceso de simbolización mostrando cómo el desarrollo del significado para dichas situaciones debe tener en cuenta las diferentes formas de representación disponibles por el aprendiz (Cobb, 2000)⁷.

El desafío para el formador de maestros yace en que los entornos de aprendizaje diseñados permitan a los estudiantes para maestro conocer estos instrumentos conceptuales de manera que puedan ser útiles para funcionar en su práctica futura. Es decir, los entornos de aprendizaje diseñados (tarea en forma de casos y la forma de usarla) pretende entrelazar la indagación sobre el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de Primaria con la aproximación crítica y el desarrollo de conocimiento teórico relevante en la práctica (Llinares, 1998). El uso de los casos en la formación de maestros (Llinares, 1993; García, 2000) proporcionan a los estudiantes para maestro

⁵ Greer, G. (1992) Multiplication and division as models of situations (pp.276-295). En D.A. Grouws (Eds.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan

⁶ Nesher, P. (1992) Solving multiplication word problems (pp.189-220). En G. Leinhardt, R. Putnam & R. A. Hatrup (Eds) *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass

⁷ Cobb, P.(2000) From representations to symbolizing: introductory comments on semiotics and mathematics learning. En P. Cobb, E. Yackel, K. McClain (Eds.) *Symbolizing and communicating in mathematics classroom*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass.

oportunidades para hacer públicas sus interpretaciones -que suelen permanecer en el ámbito privado en los contextos reales de la escuela - y situarlas en el centro del debate.

Desde la perspectiva del formador de maestros ayudar a los estudiantes para maestros a ver más allá de lo obvio y realizar un análisis no superficial de la evidencia empírica es un desafío. Llegar a problematizar la evidencia empírica proporcionada en los casos para generar un análisis que supere lo obvio dependerá de los instrumentos conceptuales a través de los cuales se desarrollan los procesos interpretativos. De esta manera el desafío para los formadores de maestros radica en que lo que deben aprender los estudiantes para maestro no es evidente para ellos y que su propia experiencia previa puede convertirse en un freno a su aprendizaje.

Aprendiendo sobre el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de Primaria: las estructuras multiplicativas como dominio de indagación.

El análisis de lo realizado por los estudiantes para maestro en las tareas de

- diagnosticar (desde el punto de vista de dotar de significado a las producciones de los alumnos de Primaria), y
- planificar (desde el punto de vista de “que hacer a continuación”)

se contextualiza en el ejemplo que estamos considerando en el ámbito de las estructuras multiplicativas y se ejemplifica desde los protocolos de estudiantes para maestro en una asignatura de Didáctica de la Matemática organizada utilizando casos. El análisis del caso, como una tarea-actividad del curso de formación, proporciona una oportunidad a los estudiantes para maestro para aprender a interpretar las respuestas de los alumnos -diagnosticar- y construye el contexto para introducirse en el diseño de actividades teniendo en cuenta las respuestas de los alumnos - planificar-. Sin embargo, los procesos de construcción de significado por parte de los estudiantes para maestros de los instrumentos conceptuales vinculados a este tipo de tareas y contexto pone de manifiesto dos cosas:

- a) la influencia de lo “aprendido por observación” a lo largo de la permanencia en la escuela de los estudiantes para maestro que determina el contenido de sus creencias - es decir, la historia personal del estudiante para maestro como aprendiz de matemáticas - , y
- b) la diferencia entre “conocer” los instrumentos conceptuales en un nivel discursivo y “usarlos” en la realización de las tareas que caracterizan la práctica de enseñar (en el caso de diagnosticar y planificar).

□ Proceso de interpretación de los elementos de la práctica: el papel de las creencias y el significado de los instrumentos conceptuales.

Lo que el estudiante para maestro “cree que sabe” y sus creencias sobre las matemáticas escolares, el aprendizaje, la enseñanza y el papel del profesor se convierten en condicionantes del significado dado a los instrumentos conceptuales

vinculados a estas tareas. Es decir, condicionando lo que se “ve” desde la evidencia empírica y por tanto determinando los procesos de interpretación. Por ejemplo, en la tarea de diagnosticar, algunos estudiantes para maestro indicaba en su informe de esta situación

“El planteamiento del problema puede ocasionar confusión ya que no existe ningún dato en el enunciado del problema que pueda ayudar a saber qué operación debe realizarse para su resolución” (G-E)

“Le costaba entender el problema de la multiplicación porque no era capaz de resolverlo formalmente (con cuentas), sino que tuvo que hacerlo con dibujos, y después de haberlo pensado detenidamente en su casa, y porque solo era capaz de entender la multiplicación como suma de sumandos iguales (de combinación)” (g-A)

“... no entiende la multiplicación como un problema de combinación sino como suma de sumandos iguales” (g-A)

La primera idea expresada en estos protocolos pone de manifiesto la creencia sobre el aprendizaje en el sentido de que la “comprensión” de las situaciones de multiplicar puede estar vinculada a la capacidad de usar cuentas (operaciones aritméticas). Esta creencia está vinculada a otra en la que las matemáticas escolares se identifican con los algoritmos de la aritmética. Estos estudiantes para maestro posiblemente no identifican el proceso de dotar de significado a una situación de multiplicar que un alumno de Primaria desarrolla realizando dibujos u otras formas de simbolizar para mostrar las cantidades y las relaciones entre las cantidades y que configuran el problema que el maestro le ha presentado.

En los otros protocolos, el uso de instrumentos conceptuales por parte de los estudiantes para maestro, puesto de manifiesto con la identificación de dos estructuras de situaciones de multiplicar diferentes -suma de sumandos iguales y combinación-, viene “integrada” con una manera de ver el aprendizaje de las problemas de multiplicar dado por su creencia de que la comprensión se manifiesta con la realización de las cuentas (operaciones aritméticas) que “resuelven” el problema. Esta integración entre los significados dados a los instrumentos conceptuales y las creencias mantenidas se manifiesta en los siguientes protocolos de G-E

“[¿Por qué si había estado haciendo cuentas con números más grandes de manera correcta , tenía dificultades en resolver esta situación?] Porque este modo de resolver la multiplicación no corresponde al modelo de suma repetida, sino que este tipo de problemas implica multiplicar dos cantidades de dos magnitudes diferentes para obtener una tercera cantidad”

[¿José Manuel veía este problema como un problema de multiplicar?] Si, porque ya no ve la multiplicación como una suma de sumandos iguales, sino que también la considera una operación entre dos cantidades para obtener otra”

El papel desempeñado por las creencias en los procesos de interpretación del aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria generados por los estudiantes para maestro puede ser considerado una característica del proceso de aprender a enseñar. En este sentido los estudiantes para maestro utilizaban la idea de diferentes estructuras

que modelan la situación multiplicativa (instrumento conceptual) para proporcionar su interpretación de la manera en la que los alumnos de Primaria parecían estar resolviendo el problema planteado.

Considerados globalmente estos protocolos muestran de qué manera

- los instrumentos conceptuales y
- las creencias

son dos referentes diferentes en el proceso de interpretar la evidencia empírica que proporciona el caso a través del video. En la medida en la que los instrumentos conceptuales empiecen a sustituir a las creencias en el proceso de interpretar la realidad, la práctica del futuro profesor se aproximará a una dimensión más profesional. Es por ello por lo que el proceso de crítica de las creencias mantenidas debe realizarse con la incorporación de los instrumentos conceptuales que pueden ayudar a que los estudiantes para maestro lleguen a cuestionarlas. Por otra parte, una característica similar puede ser identificada si analizamos el uso que de los instrumentos conceptuales se realiza en el diseño por parte de los estudiantes para maestro de instrumentos técnicos para la enseñanza. Estas características serán analizadas en las próximas secciones.

□ Uso de instrumentos conceptuales y su justificación en dotar de significado al proceso de construcción del conocimiento matemático

En la redacción por parte de los estudiantes para maestro del informe vinculado al caso se pone de manifiesto la presencia de los instrumentos conceptuales en el “discurso escrito”. Sin embargo los instrumentos conceptuales no son utilizados para dotar de sentido al proceso de resolución del problema generado por los alumnos; es decir, diagnosticar. Esta característica entre el uso discursivo de un instrumento conceptual pero sin ser usado en el proceso de interpretación se muestra en el protocolo siguiente

“Un problema aritmético elemental es un problema de encontrar. Se nos pide que bajo ciertas condiciones se determine una cantidad a partir de otras que nos proporcionan (datos) el objetivo curricular no es el de hacer cuentas, sino que el alumno llegue a identificar los pasos que le ayuden a resolver el problema. Normalmente son 4 pasos:

1. *Comprender el problema*
2. *El alumno debe intentar trazar un plan*
3. *Llevar a cabo*
4. *Ver si tiene sentido”*

La diferencia entre el uso discursivo de los instrumentos conceptuales, y su uso en el desarrollo de la tarea de diagnosticar pone de manifiesto la diferencia entre “conocer” y “usar” los elementos conceptuales como instrumentos para analizar la evidencia empírica proporcionada por el caso. Esta situación pone de manifiesto la necesidad de determinar los dominios semánticos que los estudiantes para profesor asocian a las “palabras” que ayudan a describir los instrumentos conceptuales en un nivel discursivo.

En relación a esta última reflexión, el propio informe de los estudiantes para maestro algunas veces puede aportar indicaciones de la manera en la que intentan dotar de significado a los instrumentos conceptuales y de usarlos en la tarea de diagnosticar. Así, por ejemplo, un grupo de estudiantes para maestro indicaba

“ (en relación a la respuesta de Santiago) ... la maestra se fijo en los cursos anteriores en una misma estructura de problemas. El niño quizás se acostumbró a resolver problemas de multiplicar para una determinada estructura o con una misma idea: suma de sumandos iguales. Ahora cuando se le plantea un problema de multiplicación pero con la idea de combinación, nueva para él, no sabe como resolverlo. El problema posee una estructura diferente a la que él conoce y su respuesta por lo tanto es espontánea, no lógica. (G-B)

La interpretación de los procesos de resolución de la situación multiplicativa desarrollada por este grupo de estudiantes para maestro muestra el uso del conocimiento de diferentes estructuras de las situaciones multiplicativas para dotar de sentido a las dificultades que los alumnos tenían. A diferencia de otros grupos en los que la dificultad de los alumnos de Primaria en el proceso de resolución era interpretada desde el punto de vista de dificultades con la comprensión de la operación de multiplicar, en este grupo los estudiantes para maestro identifican la estructura de la situación multiplicativa como el origen de las dificultades. Sin embargo, la interpretación de este mismo grupo de si desde la respuesta de José Manuel (uno de los alumnos del caso) podía inferirse cierta comprensión de la multiplicación, indican

“No, se limita a contar las líneas dibujadas. Conoce la idea de combinación entre pantalones y camisas pero no la aplica en la multiplicación, es decir, no asocia la relación establecida mediante líneas con la idea de repetición:

*1 camisa - 4 pantalones; 1 camisa- pantalones; 1 camisa-4pantalones. ...
3camisas x 4 pantalones ; 12 formas de vestir diferentes”. (G-B)*

Aunque hay un uso del instrumento conceptual en la interpretación del proceso de resolución, existe al mismo tiempo una manifestación de la creencia de que el aprendizaje es “un absoluto” del tipo “se sabe o no se sabe”. El reconocimiento de la construcción del conocimiento como un proceso conlleva la aceptación de “formas de conocer relativas” que los estudiantes para maestro deben aprender a reconocer desde la respuesta de los alumnos de Primaria. Sin embargo, aunque podamos suponer que estos estudiantes para maestro conciben el significado dado a la idea aritmética de multiplicar como un absoluto y no reconozcan inicialmente la posibilidad de aceptar como una variable en la interpretación de las respuestas de sus alumnos la idea de “construcción del conocimiento”, este tipo de respuesta en los informes elaborados por los estudiantes para maestro también son característico de “su proceso de construcción del conocimiento”. Es en este tipo de situaciones en las que los formadores de maestros debemos también poner en juego la idea de la “construcción del conocimiento” en relación al proceso de aprendizaje de nuestros alumnos.

□ Uso y justificación de instrumentos conceptuales y técnicos en el diseño de la enseñanza.

El uso de los instrumentos conceptuales radica en la justificación que proporcionan para la tarea de los estudiantes para maestro de diseñar sus propios instrumentos técnicos para la práctica de enseñar. Algunas de las tareas de la práctica de enseñar son:

- la planificación, y
- la elaboración de criterios de evaluación del aprendizaje matemático por los alumnos de Primaria.

En relación a la tarea de diseñar, algunas respuestas producidas por los estudiantes para maestro pueden venir justificadas por el uso de ciertos elementos conceptuales vinculados a este aspecto específico de la práctica de enseñar. Así por ejemplo, un grupo de estudiantes para maestro, después de identificar ejemplos de problemas con diferentes estructuras en las situaciones multiplicativas (usando los términos, suma de sumandos iguales, reparto, medida, combinación), indicaba en relación a un “guión para la enseñanza”

“Realizaremos algunos ejemplos de los propuestos en la pizarra a modo de gran grupo, de forma que a través de nuestra ayuda sean los alumnos los que irán resolviendo el problema paso a paso para después realizarlo individualmente. Es conveniente que se tenga en cuenta todas las ideas y propuestas de los alumnos/as, ya que, es posible que un mismo problema pueda ser resuelto de distintas formas.

CUESTIONES GENERALES

- implican la comprensión del problema
- orienta a los alumnos
- identificar cual es la cuestión del problema, qué datos tenemos y que nos falta,
- reflexionar si con los datos disponibles es posible resolver el problema o nos falta algo
- identificar la operación u operaciones que tenemos que realizar y preguntar a los alumnos por qué han escogido precisamente ese tipo y si creen que es adecuado
- pedir a los alumnos que comprueben si el resultado que obtienen es acorde con los datos proporcionados.”

El guión propuesto no es específico de las situaciones multiplicativas, y en particular no refleja lo que estas situaciones aportan de dificultad a los alumnos de Primaria. Sin embargo, refleja a un nivel discursivo algunos de las características de los instrumentos conceptuales de la tarea de enseñar resolución de problemas (e.g. posibilidad de reconocer la existencia de diferentes procedimientos de resolución, la identificación de un tiempo en la secuencia de enseñanza para la justificación por parte de los alumnos de los procedimientos seguidos, y la posibilidad de analizar la relación entre la estructura de la situación y la operación elegida para resolverla)

Otro ejemplo del inicio del uso de los instrumentos conceptuales en la elaboración de criterios de evaluación como elementos de la práctica del maestro se da cuando los estudiantes para maestro diseñan sus instrumentos de evaluación para el aprendizaje del proceso de resolución de problemas de los alumnos de Primaria. Como en el informe elaborado por uno de los grupos indicaba,

“Los criterios a tener en cuenta son:

- si el alumno interpreta y dota de significado a la situación que se le propone,*
- si manipula, representa y resuelve los problemas,*
- si actúa coherentemente en las operaciones concretas y con los resultados obtenidos, ver si tiene validez con lo que se le ha preguntado,*
- claridad y limpieza en la realización de los problemas,*
- anotación de los datos antes de resolver la situación” (G-B)*

Así mismo otro grupo indica diferentes niveles de comprensión en el diseño de su instrumento de evaluación explicitando claramente diferentes niveles de comprensión que se pueden tener en cuenta

“NIVEL A: comprender el problema y llevar a cabo estrategias de resolución con eficacia y es capaz de explicar el proceso de resolución.

NIVEL B: Ídem, pero no es capaz de expresar el porqué de la resolución, aunque no necesita modelar sus actuaciones.

NIVEL C: entiende el problema pero necesita modelar sus acciones para llevar a cabo la resolución del problema

NIVEL D: aunque lleva a cabo modelaciones de las acciones no es capaz de alcanzar la comprensión del problema y por tanto no usa ninguna estrategia de resolución.

(G-D)

El diseño de instrumentos de la práctica, como es el establecimiento de criterios de evaluación del proceso de resolución de problemas de estructuras multiplicativas, empieza a mostrar cómo los estudiantes para maestro se separan de lo específico de la situación mostrada en el caso para empezar a generar aproximaciones más generales a la práctica.

Caracterizando el aprendizaje de los estudiantes para maestro. Referencias para el desarrollo de una teoría de aprender a enseñar.

El diseño tecnológico que supone la elaboración de los casos y el análisis de su implantación en las aulas de la formación de maestros descritos en este trabajo puede ser visto como un intento de concebir el aprender a enseñar llevando la evidencia empírica de la práctica de enseñar a la Universidad. En el caso específico descrito, se usa la evidencia del aprendizaje de los alumnos de Primaria de la estructura multiplicativa. El caso permite a los estudiantes para maestro estudiar la situación con detalle y sin la dificultad de la presión del contexto real. La negociación de los significados atribuidos a los diferentes instrumentos conceptuales que pueden ser aplicados en el análisis del aprendizaje de los alumnos de Primaria de diferentes aspectos de la estructura multiplicativa puede ser realizada en el contexto de las aulas universitarias pero desde la evidencia empírica de la práctica.

Esta aproximación al currículum de la formación de maestros permite difuminar la disputa entre dos posiciones antagónicas definidas por el aprendizaje en contextos prácticos - las aulas de las escuelas- y por el aprendizaje realizado en las aulas universitarias (García, en prensa). El uso de los casos permite aproximarnos al

aprendizaje de una práctica - la práctica de enseñar matemáticas -en el contexto de la Universidad. Sin embargo también tiene como objetivo capacitar a los estudiantes para maestro para aprender por ellos mismos desde la práctica. De ahí la importancia de los instrumentos conceptuales y de la generación del hábito de problematizar lo evidente que debería ser generado durante su formación inicial.

La aportación que se realiza desde esta manera de entender la formación de maestros radica en articular la toma de decisiones de los formadores de maestros desde una perspectiva antropológica de la práctica de enseñar que considera dos dimensiones

- uso, y
- generación

de instrumentos de la práctica – conceptuales y técnicos – y conocimiento como ejes alrededor de los cuales desarrollar la práctica de enseñar.

Como nuestro análisis de los informes de los estudiantes para maestro indica, el proceso por el cual los estudiantes para maestro dotan de significado a los instrumentos conceptuales vinculados a las situaciones de la práctica viene determinado por sus creencias previas, y en cierta medida, el uso que se realiza de estos instrumentos conceptuales en las tareas de diseñar instrumentos técnicos para la práctica de enseñar matemáticas empiezan a mostrar la diferencia entre un uso retórico y la propia fundamentación de sus acciones. Posiblemente las “prácticas de enseñanza” (el practicum) puedan ayudar a discriminar mejor si los entornos de aprendizaje diseñados e implementados desde una perspectiva situada del proceso de aprender a enseñar matemáticas ayudan a que los estudiantes para profesor generen los recursos necesarios para aprender desde la práctica. Sin embargo, desde el análisis realizado podemos empezar a suponer que existe un intento de los estudiantes para maestro por separarse de lo específico de la situación para construir argumentos desde el uso de los instrumentos conceptuales que pueden ser generalizables a otras situaciones. Pero otras cuestiones quedan por responder, como es la capacidad de aprender desde la práctica que puedan generar estos estudiantes para maestro.

Finalmente, el análisis realizado ha mostrado las características de la transición en la capacitación docente que los estudiantes para maestro generan en los entornos de aprendizaje que se han puesto de manifiesto en

- los procesos de interpretación de los elementos de la práctica explicitados mediante los papeles desempeñados por las habilidades profesionales de diagnosticar en el papel de las creencias y los significados de los instrumentos conceptuales, y en su uso en dotar de significado el proceso de construcción del conocimiento matemático de los alumnos de Primaria, y
- en la generación de la habilidad profesional desarrollada para la tarea de diseñar instrumentos técnicos para la práctica de enseñar matemáticas en la educación Primaria.

Referencias

BROWN, J.S.; COLLINS, A. & DUGUID, P.(1989): "Situated cognition and the culture of learning". *Educational Researcher*, 18(1), pp. 32-42.

GARCÍA, M. (2000): "El aprendizaje del estudiante para profesor de Matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: implicaciones para la formación inicial de maestros". En C. Corral & E. Zurbano (Eds.) *Propuestas metodológicas y de evaluación en la formación Inicial de los profesores del Área de Didáctica de las Matemáticas*. Oviedo, Universidad de Oviedo, (2000), pp. 55-80.

GARCÍA, M.(en prensa) "La formación inicial de profesores de matemáticas: fundamentos para la definición de un currículo". En D. Fiorentini (Ed.) *A formação de professores de matemática: Estudos e contribuições teórico-metodológicas de Brasil, Espanha e Portugal*. Campinas, UNICAMP – Brasil.

GARCÍA, M.; ESCUDERO, I.; LLINARES, S. & SÁNCHEZ, V.(1994) "Aprender a enseñar matemáticas. Una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria". *Epsilon. Revista de la SAEM "Thales"*, vol 30, pp.11-26.

GARCÍA, M.; ESCUDERO, I., SÁNCHEZ, V. & LLINARES, S.(2000) "Una propuesta de formación en educación matemática de futuros profesores de Primaria". En *Actas del IX Congreso sobre la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas "Thales"*. San Fernando, Cádiz,, pp. 223-225

GARCÍA, M. & SÁNCHEZ, V. (2002) "Una propuesta de formación de maestros desde la Educación matemática: adoptando una perspectiva situada". En L.C. Contreras y L. Blanco (Eds.) *Aportaciones a la Formación Inicial de Maestros en el Área de Matemáticas: una mirada a la práctica docente*. Universidad de Extremadura: Cáceres; pp.61-91

GARCIA, M.; SANCHEZ, V.; ESCUDERO, I. & LLINARES, S. (2003) *The dialectic relationship between theory and practice in mathematics Teacher Education*. Comunicación presentada en CERME-3, Italia

GREENO, J.G.; COLLINS, A.M. & RESNICK, L.B. (1996) "Cognition and learning". En D. Berliner & R. Calfee (Eds.) *Handbook of educational psychology* New York: Macmillan pp.15-46.

GRIMMETT, P.P. & MACKINNON, A.M. (1992) "Craft knowledge and the education of teachers". *Review of Research in Education*, 18, (1992), pp. 385-456.

GROSSMAN, P.(1990) *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, Teachers College Press.,1990.

KLEINFELD, J (1992) "Learning to think like a teacher: The study of cases". En J. Shulman (Ed.) *Case methods in teacher preparation*. New York: Teachers College Press, pp.33-49.

LAVE, J. & WEGNER, E. (1991) *Situated learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge, Cambridge University Press

LLINARES, S.(1993) El estudio de casos como una aproximación al proceso de aprender a enseñar matemáticas”. En L. Blanco & L. M. Casas (Eds.) *Actas VI Jornadas de Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas*. Badajoz: SEEM “Ventura Reyes Prosper”, pp.252-280.

LLINARES, S. (1994) “The Development of prospective elementary teachers’ pedagogical knowledge and reasoning. The school mathematical culture as reference”. En N. Malara & L. Rico (Eds.) *Proceedings of the I Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education*. Modena, Universita di Modena: Italia. pp. 165-172.

LLINARES, S.(1998) “Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación”. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, nº 17, Julio, pp. 51-63.

LLINARES, S.(1999) “Preservice elementary teachers and learning to teach mathematics. Relationship among context, task and cognitive activitiy”. En N. Ellerton (Eds.) *Mathematics Teacher Development: International perspectives*. Meridian Press, West Perth, Australia, pp. 107-119.

LLINARES, S. (2002) “Elementary teacher students’ beliefs and learning to teach mathematics”. En G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.) *Beliefs: A Hidden variable in mathematics education?*. Kluwer: Academic Publishers: Dordrecht; pp.195-210

LLINARES, S. & SÁNCHEZ, V. (1993) *Serie de videos: Elementos del conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas*. Sevilla, ICE Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. & SÁNCHEZ, V. (1998) “Aprender a enseñar matemáticas. Los videos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores”. *Revista de Enseñanza Universitaria*, vol. 13, pp. 29-44

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V. ; GARCÍA, M. & ESCUDERO, I. (2000) “Aprender a enseñar matemáticas. Efecto de una innovación educativa”. *Revista de Enseñanza Universitaria*, vol. extra, pp.167-178

PUTNAM, R. & BORKO, H.(2000) “What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning?”. *Educational Researcher*, vol. 29, nº 1, pp. 4-15

RESNICK, L.B. (1991) “Shared cognition: Thinking as social practice” En L.B. Resnick, J.M. Levine & S.D. Teasley (Eds.) *Perspectives on socially shared cognition*. Washington, DC, American Psychological Association, pp. 1-20.

SÁNCHEZ, V.; ESCUDERO, I.; GARCÍA, M. & LLINARES, S. (1997) “Aprender a enseñar matemáticas: Integrando nuevas tecnologías en la formación inicial de

profesores de Primaria”. *Revista de Enseñanza Universitaria*

SANCHEZ, V. & LLINARES, S. (1996) “Prácticas habituales y situaciones de resolución de problemas: el caso de Carlota”. En J. Giménez; S. Llinares & V. Sanchez (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la Educación Matemática*. Granada, Editorial Comares, pp. 225-248.

SÁNCHEZ, V.; LLINARES, S.; GARCÍA, M. & ESCUDERO, I. (2000) “La formación de profesores de primaria desde la didáctica de las matemáticas”. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol. 43-44, pp.143-146

SYKES, G. & BIRD, T. (1992) “Teacher education and the case idea”. *Review of Research in Education*, 18, pp. 457-521