Le frazioni. Aspetti concettuali e didattici

Martha Isabel Fandiño Pinilla
NRD – Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna
ASP – Alta Scuola Pedagogica – Locarno
Facoltà di Scienza della Formazione - Università di Bolzano
MESCUD – Università Distrital di Bogotá

Preliminari

Il processo di insegnamento – apprendimento delle frazioni è certamente uno dei più studiati da quando esiste la ricerca in Didattica della Matematica, forse perché (insieme al tema, ad esso connesso, dei numeri “decimali”) costituisce uno dei più evidenti insuccessi della scuola, in tutti i Paesi del mondo.

Si tratta di un settore nel quale ho personalmente accumulato una grande esperienza. Prima di diventare docente universitaria, infatti, sono stata maestra elementare, passando poi alla scuola secondaria. E, come spesso capita in America Latina, da docente universitaria ho avuto quasi tutti gli anni incarichi di docenza anche nella scuola secondaria, incarichi che ho sempre accettato di buon grado, dato che mi occupavo di ricerca in didattica e dunque avere a disposizione delle classi reali era una fonte inesauribile di informazioni.

Fra tutti gli argomenti di Matematica che ho avuto modo di insegnare e di far apprendere ai miei allievi, posso sicuramente dire che uno dei più ostici è sempre stato quello delle frazioni.

Mi spiego. Ho insegnato anche Analisi (che da noi si chiama Calcolo) ed ho constatato che le vere difficoltà degli studenti nel gestire questi sofisticati strumenti non erano dovute a particolari lacune nell'apprendimento del Calcolo stesso, ma di argomenti precedenti, in formalismi o in concettualizzazioni apparentemente banali che avrebbero dovuto apprendere talvolta addirittura nella scuola primaria. Tali lacune si rivelavano mortali al momento di doverle dare per scontate in situazioni considerate da noi docenti assai più complesse

Questa mia esperienza e questo mio interesse spiegano perché ho deciso, ad un certo punto, di scrivere addirittura un libro su questo argomento.

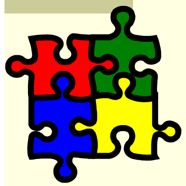
Fandiño Pinilla M.I. (2005). *Le frazioni, aspetti concettuali e didattici*. Bologna: Pitagora.

Per non eccedere nella vastità del tema ho dovuto fare delle rinunce; per esempio, non mi sono per nulla addentrata nel vasto campo della didattica assistita dalle nuove tecnologie, anche se nel mio Paese ho avuto responsabilità notevoli in questo senso ed ho accumulato molta esperienza.

Gli aspetti "matematici"

Va detto subito che alcuni insegnanti mostrano di ignorare il fatto che vi è una grande differenza tra frazione e numero razionale. A che cosa serve costruire Q^a partendo dalle coppie ordinate di $N \times N^+$ lo sanno in pochi. Il fatto che un numero razionale assoluto è una classe che contiene infinite coppie ordinate tra loro equivalenti di naturali (il secondo dei quali non nullo) risulta non a tutti chiaro.

Nella mia lunga esperienza di formazione mi sono accorta che pochissimi insegnanti sanno come stanno le cose e tendono a volte a confondere sé stessi e gli studenti, per esempio affermando che 2/3 è una frazione mentre $0,\overline{6}$ è un numero razionale. In realtà, si tratta di due rappresentazioni semiotiche dello stesso oggetto; questa confusione capita spesso in Matematica.



Un altro agguato sta nel tentativo di trascinare in Q^a (o nel mondo delle frazioni) quel che si è appreso in N, per esempio l’idea di successivo. Se è vero che, in N, ogni numero ha un successivo, questo non è più vero né tra le frazioni né tra i razionali; per esempio, è falso pensare che il “successivo” di 2/7 sia 3/7, come molti credono, perché fra queste due frazioni se ne trovano infinite altre; così, è falso pensare che il “successivo” di 0,5 sia 0,6 per lo stesso motivo.

La conoscenza acquisita in un campo che si tenta ostinatamente di “trascinare” in un suo ampiamento costituisce di norma un “ostacolo”, nel senso di Brousseau.

Altro ostacolo cognitivo è costituito dai numeri razionali periodici, che non hanno analogo in N e che includono in sé non solo il concetto di infinito, ma addirittura di infinito attuale, il che crea certo non solo ostacoli didattici, ma anche epistemologici ed ontogenetici. Il che spiega la impossibilità, da parte di studenti anche maturi, di accettare il fatto che $0{,}3\overline{9}$ non sia altro che un modo di scrivere 0,4, cioè che:

$$0{,}3\overline{9} = 0{,}4$$

Questo fatto stupisce di solito gli studenti (e non solo) perché molti si aspettano che $0{,}3\overline{9} < 0{,}4$

La storia delle frazioni

Per meglio “controllare” gli ostacoli, Brousseau ci ha insegnato a fare i conti con la storia e l’epistemologia delle discipline. Quella delle frazioni, all’apparenza semplice, rivela in realtà numerosi spunti di grande interesse.

La storia delle frazioni è lunga e curiosa, ma non c’è spazio qui per discuterne. Belle testimonianze iniziano in Egitto, fin dal 3000 a.C., dove le frazioni, soprattutto unitarie, erano usate in sofisticati problemi.

“Frazione” viene dal tardo latino “fractio”, cioè “parte ottenuta spezzando”, dunque dal verbo “frangere”, cioè “spezzare”. Pertanto, è sbagliato pensare che, nel significato originale etimologico di “frazione”, sia già compresa la richiesta che le parti ottenute con l’azione di spezzare siano “uguali”.

Il simbolo ha origine incerta, ma certo fu usato da Leonardo Fibonacci Pisano nel suo *Liber Abaci* del 1202; i numeri frazionari sono ivi chiamati “rupti” o anche “fracti” e il trattino orizzontale posto tra numeratore e denominatore è chiamato “virgula” cioè “bastoncello” (da “virga”, bastone).

Anche le parole “numeratore” e “denominatore” hanno origine incerta, ma sappiamo che si affermarono nel corso del XV secolo in Europa.
La cosiddetta “riduzione delle frazioni ai minimi termini” è certo molto antica, ma si trova esplicitamente presentata in Luca Pacioli (1445-1515) ed in Nicolò Fontana da Brescia detto Tartaglia (1499-1557), sotto il nome di “schisare”; il massimo divisore comune dei due termini è detto “schisatore”.

La distinzione tra frazioni “proprie”, “improprie”, “apparenti” è del XVIII secolo.
La rappresentazione dei numeri decimali à dovuta all’opera di Simone di Bruges detto Stevin (1548-1620). Costui, però, non usava la virgola ma tutt’altro simbolismo; scriveva per esempio 34⓪6①5②2③ per indicare 34,652.

Le frazioni, oggetto di sapere scolastico

Il passaggio dal "Sapere" (accademico) al "sapere appreso" (dall'allievo) è il risultato di un lungo e delicatissimo percorso che porta dapprima al sapere da insegnare, poi al sapere insegnato, per giungere appunto al sapere appreso.

In tale successione di passaggi, il primo, quello che trasforma il "Sapere" in "sapere da insegnare", si chiama ***trasposizione didattica*** e costituisce un momento di grande rilevanza, un momento nel quale la professionalità e la creatività dell'insegnante si esprimono al massimo livello.

Come ho già messo in evidenza, non è possibile semplicemente trasferire l'oggetto di "Sapere" "Q^a" all'allievo, né in primaria, né in secondaria; l'allievo non ha la maturità critica o la capacità cognitiva di costruire un "Sapere" come quello.

Tuttavia, tra i “saperi appresi”, la storia, la consuetudine e l’attuale società considerano doveroso includere Q^a; ne fanno parte esplicita, per esempio, l’uso della virgola, l’uso dei numeri decimali, i numeri decimali tra 0 ed 1 e così via. Lo stesso sistema monetario di quasi tutte le nazioni del mondo prevede una certa qual competenza da parte del cittadino comune sui numeri razionali assoluti; il sistema internazionale delle misure lo ha fatto proprio fin dalla fine del XVIII secolo, rendendolo necessario; in qualsiasi mestiere, anche il più umile, è necessario capire il significato intuitivo di 0,5 o di 2,5.

Dunque: i numeri razionali hanno uno statuto sociale che li rende competenze auspicabili per tutti.
Tuttavia, non è possibile insegnare Q^a nella scuola primaria (né in quella secondaria) in una forma matematica formalmente corretta.

Si rende così necessaria un'azione di **trasposizione didattica** che permetta di trasporre Q^a in qualche cosa che sia accessibile all'allievo di primaria e poi di secondaria. La storia dell'insegnamento della Matematica ha da sempre indicato il percorso di questa trasposizione in uno schema come il seguente: le frazioni (scuola primaria e secondaria), numeri con la virgola (scuola primaria e secondaria), Q^a (scuola secondaria superiore o, talvolta, università).

"Trasposizione didattica" non è sinonimo di "semplificazione", come si potrebbe ingenuamente credere; a volte i concetti attraverso i quali siamo costretti a far passare il nostro allievo sono irti di complicazioni, rispetto al "Sapere".

Per esempio, nelle frazioni sorgono mille problemi concettuali costituiti da oggetti di sapere che non esistono in Q^a. Si pensi alle frazioni improprie o apparenti; la loro presenza è ingombrante e complessa, irta di difficoltà cognitive, mentre in Q^a questa casistica neppure esiste.

Detto in altre parole, se si potesse evitare il passaggio attraverso le frazioni e puntare direttamente sui numeri razionali assoluti, sarebbe forse più facile e naturale. Ma ciò è impossibile. L'idea di passare attraverso le frazioni sembra ancora il modo più naturale, ma non sappiamo se è davvero il più efficace. Certo, è pieno di difficoltà.

Dunque, le frazioni, pur non facendo parte di un "Sapere" accademico, si presentano all'attenzione della Didattica della Matematica come un oggetto di sapere, un sapere che potremmo chiamare "scolastico".

L'introduzione del concetto di frazione sembra essere tradizionalmente simile in tutto il mondo; una data unità concreta viene divisa in parti *uguali*, poi di tali parti se ne prendono alcune. Questa accezione intuitiva di frazione dell'unità ha il vantaggio di essere chiara e facilmente acquisibile; ha inoltre il vantaggio di essere facilmente modellizzata nella vita quotidiana; ma ha il difetto di non essere poi teoricamente sufficiente, di fronte alle varie e multiformi interpretazioni che si vogliono dare all'idea di frazione, come vedremo.

Detto in altre parole: una sola "definizione"di frazione non basta.

Quando lo studente, fra gli 8 e gli 11 anni, ha capito che ¾ rappresenta l'operazione concreta di dividere una certa unità in 4 parti *uguali* delle quali se ne considerano 3, si ha l'illusione che tutto stia andando per il meglio; ma, subito dopo, ci si accorge che proprio la facilità di costruzione di quella conoscenza sta bloccando la strada, sta funzionando da ostacolo per il successivo vero apprendimento. È sì una conoscenza, ma inadeguata per proseguire nella costruzione delle conoscenze corrette successive; per esempio: se abbiamo una unità divisa in 4 parti *uguali*, che cosa significa, da questo punto di vista, prenderne i 5/4?

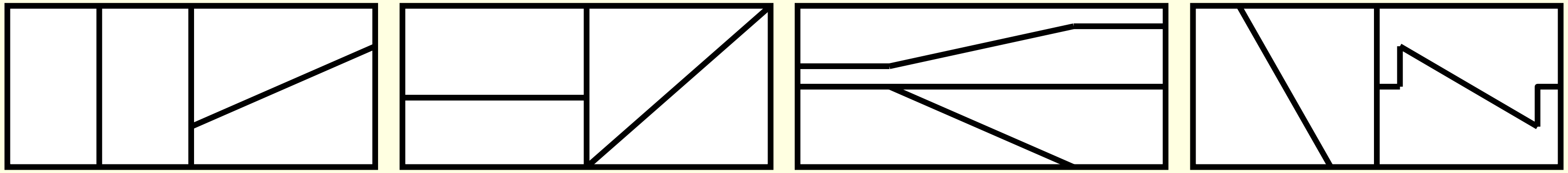
Sembra, a volte, che neppure alcuni insegnanti si rendano conto di questa situazione cognitiva e concettuale così complessa; mi pare dunque opportuno dedicare molta attenzione ai vari modi di intendere il concetto di “frazione” che si vorrebbe far acquisire all’allievo.

A questo punto sarebbe necessario fornire un panorama della ricerca internazionale in questo delicato settore, certo uno dei più coltivati in tutto il mondo. Citare tutte le ricerche è impossibile, vista la vastità del loro numero che supera ogni immaginazione; sono dunque costretta a rinviare a Fandiño Pinilla (2005) nel quale sono analizzate centinaia di ricerche compiute tra il 1960 ed il 2005, effettuate in tutto il mondo.

Vari modi di intendere il concetto di frazione

Una cosa che molto colpisce gli insegnanti è che, a fronte di una definizione di frazione apparentemente intuitiva, siano almeno una dozzina le interpretazioni della frazione.

1) La ***frazione come parte di un uno-tutto***; questo uno-tutto a volte è continuo (una torta, una pizza, la superficie di una figura) ed a volte è discreto (un insieme di palline o di persone); si chiede di dividere questa unità in parti "uguali", aggettivo non sempre ben definito a scuola, e poi ci si trova di fronte a situazioni imbarazzanti, continue, come



o discrete, come trovare i 3/5 di 12 persone.

Offrire ad uno studente modelli concreti, pretendendo che egli ragioni in modo astratto, indipendente dal modello proposto, è una richiesta sicuramente destinata all'insuccesso.

2) A volte la frazione ***è un quoziente***, una divisione non eseguita, come *a*/*b*, che dovrebbe essere interpretata come *a*:*b*; in questo caso l'interpretazione più intuitiva non è la parte/tutto, ma la seguente: abbiamo *a* oggetti e li dividiamo in *b* parti.

3) A volte la frazione indica ***un rapporto***; l'interpretazione non si accorda più né alla parte-tutto, né alla operazione di divisione, diventando un legame tra grandezze.

4) A volte la frazione è ***un operatore***.

5) ***In probabilità*** la frazione è profondamente presente, ma non rispetta più, almeno nella sua forma ingenua, la sua primitiva definizione.

6) ***Nei punteggi*** le frazioni hanno tutt’altra spiegazione e sembrano seguire un’aritmetica diversa.

7) Prima o poi, la frazione si deve trasformare, lungo il corso di studi di un individuo, in ***numero razionale***; tale passaggio non è affatto indolore.

8) C’è un momento in cui la frazione va posizionata su una ***retta orientata***; a questo punto la definizione originaria ha perso il suo senso.

9) La frazione viene spesso usata come ***misura***, specie nella sua espressione di numero con la virgola.

10) A volte la frazione serve per indicare una ***quantità di scelta in un insieme***; il suo significato cambia ancora e diventa un indicatore di approssimazione.

11) Non tutti ricordano che ***la percentuale*** non è altro che una frazione; ma anche in questo caso ha peculiarità specifiche.

12) Nel ***linguaggio quotidiano*** colpisce l'uso che si fa delle frazioni, non sempre in modo esplicito. Si pensi all'orario ("Le 9 e tre quarti") o alla pendenza delle strade ("Una salita del 10%"); l'uso comune che si fa di queste indicazioni, solo da lontano richiama le frazioni per come si studiano a scuola.

Per fare chiarezza, ho trovato molto adatto far ricorso agli studi di Vergnaud ed ho quindi inserito gli studi sulla didattica delle frazioni nell’ambito della teoria dei campi concettuali.

Così, molto importante per capire la dinamica segno-oggetto nel caso delle frazioni, è stato far uso della teoria di Duval.

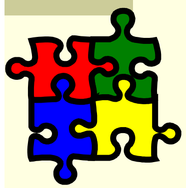
Per brevità, ometto in questa presentazione queste due parti che, però, appaiono nel libro.

Difficoltà nell'apprendimento delle frazioni e Didattica della Matematica

La ricerca didattica ha messo in evidenza alcuni "errori tipici" degli studenti, errori che si ripetono in tutti i continenti. La ricerca li ha puntualmente ed approfonditamente studiati ed elencati. Riassumo qui i più importanti.

Difficoltà

1) nell'ordinare le frazioni ed i numeri scritti in forma decimale
2) nelle operazioni tra frazioni e tra numeri razionali
3) nel riconoscere gli schemi, anche quelli più diffusi
4) nel gestire l'aggettivo "uguale"
5) nel gestire le equivalenze
6) nel gestire la riduzione ai minimi termini
7) nel gestire figure non standard
8) nel passare da una frazione all'unità che l'ha generata
9) nel gestire autonomamente o spontaneamente schemi, figure o modelli.



La ricerca ha evidenziato questi errori tipici e li ha classificati, ma quel che mancava era vedere come usare la moderna Didattica della Matematica, intesa come Epistemologia dell'apprendimento, nel caso specifico delle frazioni, rovesciando cioè il punto di vista, e basandosi sui risultati della ricerca durata più di 40 anni.

Questa esigenza mi ha spinto a prendere i temi principali della ricerca in Didattica della Matematica e rivedere la ricerca precedente classica sulle frazioni da questa angolazione, cercando motivazioni didattiche e non matematiche a tali "errori tipici". Mi limiterò qui a pochi esempi.

1. Contratto didattico

(a) La “somma” $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$ non è proposta dallo studente all’insegnante perché lo studente la ritiene vera, ma perché ha l’aspetto di qualche cosa che all’insegnante potrebbe anche andare bene, avendo una forma accettabile…

(b) Dato un problema sulle frazioni, al momento di decidere quale operazione deve essere eseguita, è un’illusione pensare che lo studente ragioni per scegliere; per contratto, egli ha come scopo solo quello di cogliere un cenno di approvazione; e così proporrà consecutivamente anche proposte tra loro contraddittorie. L’apparente assurdità (in matematica) della successione delle proposte acquista così una sua logica (in didattica).

Gli studi sul contratto didattico hanno messo in evidenza situazioni che erano sotto gli occhi di tutti, ma non chiaramente capite ed espresse. Nelle frazioni, la cosa è evidente: lo studente rinuncia a “osare”, a farsi carico personale dell´apprendimento ed agisce contrattualmente.

2. Eccesso di rappresentazioni semiotiche

Nel caso delle frazioni, la quantità di registri semiotici a disposizione è immensa: basta aprire un libro di testo qualsiasi.
A gestire i diversi registri, a scegliere i tratti distintivi del concetto da trattare, a convertire, non si impara *automaticamente*; questo deve necessariamente essere il risultato di un insegnamento esplicito.

L'insegnante troppo spesso sottovaluta questo aspetto e passa da un registro all'altro, convinto che lo studente lo segua; occorre ricordare sempre le cautele suggerite da Duval. L'insegnate può permettersi di saltare da un registro all'altro senza problemi, perché ha già concettualizzato; ma lo studente, no, lo studente lo segue sul piano dei rappresentanti semiotici, non sui significati.

3. Immagini e modelli troppo presto formatisi

Nel caso delle frazioni, succede molto spesso che una immagine si trasformi in modello (mentale) interno, troppo presto, quando ancora dovrebbe restare immagine. Vediamo alcuni esempi.

(a) ***L'immagine di una unità – tutto che viene divisa in parti uguali***, intendendo questo *uguale* come identità, congruenza, sovrapponibilità, marchia in modo efficace e duraturo il concetto di frazione, trasformandosi in modello e pretendendo dunque di essere rispettata in ogni occasione. Abbiamo già visto come questo pregiudichi la noetica della frazione.

(b) ***L'immagine di dividere una unità – tutto in parti uguali e prenderne alcune***, suggerisce semanticamente che questo "alcune" non possa essere "tutte"; il modello si forma facilmente, dato che coincide con una intuizione forte; ma pregiudica poi il passaggio alla unità come frazione *n*/*n* ed alle frazioni improprie.

(c) ***L'uso di figure geometriche viene visto dagli studenti come specifico e significativo***, mentre l'adulto le pensa casuali e le vede come scelte generiche. Per esempio il continuo ed unico ricorso a rettangoli o cerchi costringe a ragionare in modo tale che l'immagine (che avrebbe dovuto essere aperta, duttile, modificabile) diventa invece persistente e stabile e si fa modello; se la frazione viene proposta su figure diverse (triangoli, trapezi,…) lo studente non domina più la noetica della frazione perché la situazione proposta non fa parte del suo modello.

4. Misconcezioni

Gli esempi possibili di misconcezioni nel caso delle frazioni sono molteplici. Moltissimi degli esempi visti fino ad ora sono ascrivibili a misconcezioni che gli studenti si sono fatti e che sono diventate modello troppo presto, quando ancora dovevano restare immagini. Ne abbiamo visto vari esempi. Ricordo ***le misconcezioni legate all'ordine tra frazioni, ordine desunto a partire da quello tra naturali; alla semplificazione di frazioni; alla gestione della equivalenza tra frazioni; alle operazioni tra frazioni; alla scelta delle figure sulle quale operare con le frazioni***; …

Ostacoli ontogenetici, didattici ed epistemologici

Tra gli apprendimenti legati alle frazioni, molti possono essere pensati come veri e propri ostacoli epistemologici. Essi sono facilmente riconoscibili nella storia e/o nella pratica didattica.

(a) ***La riduzione delle frazioni ai minimi termini è stata per molto tempo un oggetto specifico di studio nella storia***; basti pensare che gli Egizi, che coltivarono le frazioni per molti secoli, preferirono avere a che fare solo con frazioni con numeratore unitario.

(b) ***Il passaggio dalle frazioni ai numeri con la virgola ha richiesto alla Matematica più di 4500 anni***.

(c) ***La gestione dello zero nelle frazioni ha creato difficoltà enormi nella storia***, facendo vittime illustri anche tra matematici famosi.

6. Eccesso di situazioni didattiche e mancanza di situazioni a-didattiche

Le situazioni che gli insegnanti propongono per l'apprendimento delle frazioni sono per lo più didattiche, mentre assai poco spesso si ricorre a situazioni a-didattiche, con il risultato che l'intera letteratura internazionale evidenzia: il fallimento quasi totale nell'apprendimento delle frazioni e dei numeri razionali.

Tutti sappiamo oggi che la costruzione di apprendimento significativo dovrebbe passare attraverso situazioni a-didattiche, ma che queste non sono certo quelle più utilizzate nella pratica didattica, mentre dovrebbero esserlo.

La didattica delle frazioni in aula

Una volta entrati a contatto con questo modo di interpretare le situazioni d'aula quando l'argomento sono le frazioni, diventa concreta e positiva ogni proposta didattica che sia significativamente legata alle osservazioni precedenti.

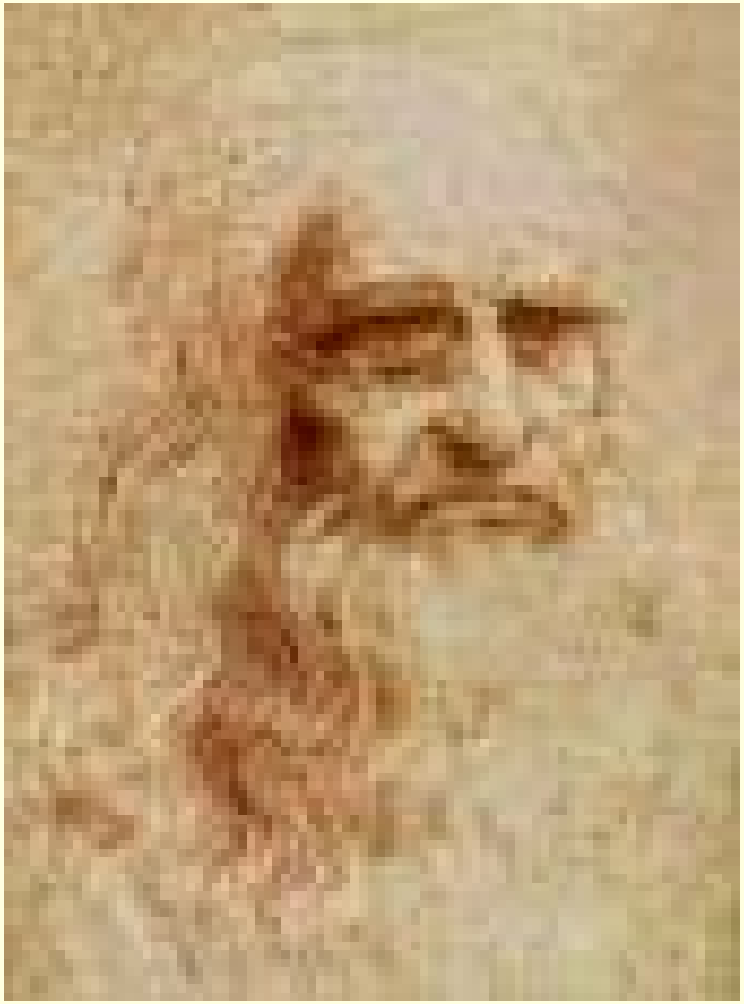
Le ricerche specifiche del nostro gruppo e la letteratura internazionale concordano su certe attenzioni che devono essere curate, specie nella scuola primaria, ma non solo, nell'affrontare il problema dell'insegnamento-apprendimento delle frazioni.

Per motivi di tempo, evito anche questo importante tema, rinviando al solito testo.

Spesso, noi insegnanti ci lamentiamo del fatto che i nostri allievi siano in difficoltà con le frazioni; una dotta analisi epistemologica e didattica di questo tema ci mostra il perché. Ed allora tutte sogniamo di avere a lezione solo studenti particolarmente dotati, come:

Leonardo da Vinci (1452 – 1519), genio universale …

Ma…



Leonardo da Vinci e le frazioni

Codice Atlantico, foglio 191 v.

Leonardo scrive:
«(…) $\frac{12}{12}$ sarà cioè $\frac{1}{0}$ ».

Poco oltre, sta trattando con i seguenti numeri: $1\frac{1}{12}, 1\frac{1}{6}, 1\frac{1}{2}$; li trasforma (correttamente) in frazioni improprie:

$\frac{13}{12}, \frac{7}{6}, \frac{3}{2}$; ora Leonardo somma queste tre frazioni e ottiene $\frac{216}{78}$.

Qualcuno vuole fare la prova?

Noi ci aspettiamo che un nostro normale studente riconosca che il denominatore comune è 12…

Codice L, foglio 21 v.

Leonardo deve ridurre la frazione $\frac{270}{360}$ ai minimi termini, operazione che ci aspettiamo fatta con perizia da qualsiasi studente di primaria o di prima media; si vede subito che si può intanto semplificare per 10 ma, con un minimo di acume, direttamente per 90.

Leonardo pasticcia un po', giungendo alla frazione corretta $\frac{3}{4}$ più per intuito che per matematica.

Codice L, foglio 10 v.

Leonardo deve eseguire $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$; sa bene che, secondo le regole, si dovrebbe ottenere $\frac{8}{9}$ ma egli contesta questo risultato: «Quest'è falso imperò ch'egli è più $\frac{8}{9}$ che non è $\frac{2}{3}$ ».

La contestazione è facilmente spiegabile: se divido A per B, ottenendo C, C deve essere minore di A, altrimenti, che razza di divisione è?
A quel punto Leonardo inventa un altro modo di eseguire le divisioni fra frazioni che, però, non funziona affatto.

Codice Atlantico, foglio 665 r.

Si vuol moltiplicare $\frac{2}{2}$ per sé stesso; Leonardo ottiene

$$\frac{2}{2}\times\frac{2}{2}=\frac{4}{2}=2$$

[Tra l'altro, da ciò deduce che $\sqrt{2}=\frac{2}{2}$, e dunque estende, generalizzando: $\sqrt{3}=\frac{3}{3};\sqrt{4}=\frac{4}{4}$

Queste uguaglianze non sono una svista, dato che sono riprese e confermate nel Codice Arundel, foglio 200 r, ed estese alle radici cubiche].

Sempre nel codice Arundel, più avanti, si trova: $\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{4}$

Siamo proprio sicuri di volere a scuola questo studente geniale e non, più banalmente, Andrea, Beatrice, Carla, Davide, Enrica, Fioretta, Germano, Isaia, Lucio, Matteo, Nora, …. con tutte le loro simpatiche e spiegabili difficoltà?