Diversi approcci alla Storia della Matematica

Carmela Zappulla

Nella storia di ogni teoria matematica si
possono distinguere chiaramente tre fasi:
quella creativa, quella formale e
infine quella critica.

D. Hilbert

Seminario di Storia della Scienza, 9-10.10.2006

Dottorato di ricerca in
Storia e didattica delle matematiche, della fisica e della chimica

INTRODUZIONE

- Non è facile fare una comparazione critica circa il "modo" di fare Storia
- Qualcosa non verrà detta e\o qualcosa verrà soltanto accennata
- Come comparare tutti i trattati di Storia
- Come guardare a tutta la matematica nel suo sviluppo storico

→ Scelta dei testi di Storia e della differenza di trattazione storica circa un singolo argomento

INDICE

- Introduzione
- Felix Klein (1928)
- Federigo Enriques (1938)
- Nicolas Bourbaki (1960)
- Morris Kline (1972)

F. Klein

- Dusseldorf 25.04.1849 – Göttingen 22.06.1925
- Geometria algebrica, geometria non euclidea (considera la geometria euclidea e quelle non-euclidea come casi speciali di una superficie proiettiva con l'aggiunta di una sezione conica), teoria dei gruppi e teoria delle funzioni
- Allievo di Plücker, si laurea a Bonn nel 1865, collabora con Clebsch.
- Cattedra a Leipzig dal 1880 e a Göttingen dal 1886.
- Programma di Erlangen 1872 (23 anni) (approccio unificato alla geometria, oggi standard. Le trasformazioni giocano un ruolo importante: le proprietà essenziali di una data geometria sono rappresentate dal gruppo delle trasformazioni che conservano tali proprietà. Si definiva una geometria che includeva la geometria euclidea e la non).

Vorlusungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert

- Pubblicato nel 1928 postumo, quasi un testamento.
- Scritto da uno dei più grandi matematici ancora in opera, frutto prezioso di una vita ricca di risultati scientifici, prezioso per la saggezza e il senso storico di Klein.
- Vivace, interessante, scorrevole ed elegante, ricco di aggettivi, contiene pensieri e ricordi di una personalità saggia, spirituale e umile con la forza di impostazione di un artista letterario
- Spesso il racconto è in prima persona con commenti e racconti personali: autobiografico.
- Getta luce su due aspetti della scienza nel 19° secolo:

  - geometria (differenziale e algebrica)

  - fisica matematica

Indice di Klein 1928

- Gauss
- La Francia e l'Ecole nelle prime decadi del XIX sec.
- Il Journal di Crelle e le mat. pure in Germania
- Lo sviluppo della geom. Algebr. Dopo Moebius, Steiner e Pluecker
- Meccanica e fisica mat. in Germania e in Inghilterra fino al 1880
- Teoria delle funzioni a variabile complessa: Riemann e Weierstrass
- Varietà algebriche e strutture
- Teoria dei gruppi e teoria delle funzioni

- Relazione continua tra matematica pura e applicata, matematica e fisica
- Si percepiscono lamentele di Klein circa la società intellettuale dei suoi giorni
- Non è un testo per principianti: è un resoconto di matematica da un matematico ai matematici
- Chiara concezione di Klein della Scienza, fatta da uomini-scienziati
- Importanza dell'intuizione in matematica e il ruolo dell'applicazione nel guidare lo sviluppo intuitivo
- Capitolo molto importante (e bello) su Gauss
- In alcuni punti, però, risulta frammentaria e incompleta (teoria dei numeri e degli insiemi, algebra, Poinceré , Lie)
- Le pagine di Geometria sono piene di *pathos*, padre che parla dei suoi figli.

fine

F. Klein p.122

address of 1906 by Noether on the occasion of the centenary of Erlangen's joining Bavaria). In the quiet and simplicity of Erlangen, yet untouched by the great world, Staudt found the peace and seclusion without which no one can work out his ideas undisturbed. In the greatest privacy and equanimity, which also stamped themselves on his outer appearance--when I succeeded to his chair in 1872, after it had been held by Hankel (1868-69) and Hans Pfaff (1869-72), I was told that he had the aspect of a numeral--Staudt completed his fundamental works, the ripe fruits of a long and thoughtful life:

Geometrie der Lage [Geometry of Position] (Nuremberg 1847);

Beitraege zur Geometrie der Lage [Contributions to the Geometry of Postiion] (Nuremberg 1856, 1857, 1860).

There books contain an extraordinary wealth of ideas in a gapless form, rigidified almost to the point of lifelessness--a form corresponding to Staudt's thorough, systematic nature and to his age: he was already 63 when he finished the second work. I myself have always found his manner of exposition completely inaccessible. If, nonetheless, I have been very much stimulated by his ideas and have worked on them a great deal, I owe this solely to my fellow student and friend, now dead, the Tyrolese Stolz (born 1842 in Hall near Innsbruck), with whom I was much together in Berlin in 1869/70 and in Goettingen during the summer of 1871 (when we lived together). Stolz had read widely in his relative Staudt, and he introduced me to this world with his tireless stories, which interested and stimulated me in the liveliest way.

Within the framework of these lectures I can in any case only report in quite free form on the essential advances that we owe to Staudt, at the same time putting in a word about how they were later completed. Unfortunately, here as elsewhere I must limit myself to choosing some few things.

The first and most important point--towards which the whole development of the preceding decades had been straining, as I have recounted at the end of the last chapter--was to establish a projective geometry independent of all metrical considerations. As we have seen, the projective geometry of Poncelet and of Steiner contained a fatal inconsistency if its goal was completely to put aside metric geometry or, as indeed now happened, to make it but a special part of projective geometry. The most important concept of projective geometry, the cross-ratio, and with it the general projective coordinate system, still rested on a metrical definition. The cross-ratio is, as its name indicates, a ratio of segments or distances in the usual sense:

$$CR = \frac{(\xi - \xi')}{(\xi - \xi''')} \cdot \frac{(\xi'' - \xi''')}{(\xi'' - \xi')} = x \quad .$$

To derive from this ratio the "general projective coordinate" referred to the three fundamental points

F. Klein – p.140

among those familiar to them, even though it may be a detour crowded with obstacles. Relevant examples are Helmholtz's work on the conservation of force and Georg Cantor's introduction of transfinite numbers. I would like briefly to report on how I came to experience these relations in my own life.

In 1869 I read the Cayley theory in Fiedler's edition of Salmon's "Conics"; I first learned of Lobachevsky-Bolyai from Stolz in Berlin during the winter of 1869-70. On the basis of these indications I understood very little but at once grasped the idea that there must be some connection between these ideas. In February 1870 I gave a lecture on the Cayley metric in Weierstrass's seminar, closing with the question of whether this work didn't extend and agree with Lobachevsky's. As an answer I was told that these were two completely different separate spheres of thought, and that the first thing to be considered in the foundations of geometry is the idea of a line as the shortest distance between two points.

I let myself by impressed by this rejection and put aside the idea I had already formed. With respect to the logicians' criticisms, which lay further from my interests, I was always timid. Only very much later did I come to understand that this was a matter of a difference in natural dispositions, and that the psychology of mathematical research conceals great problems. Weierstrass's nature was obviously more attuned to careful inquiry, to building a path to the summit step by step. It was less in his nature clearly to discern the outlines of distant mountain peaks; at least in this case he made no use of such a veiw from the distance.

As already mentioned, in the summer of 1871 I was again in Goettingen, together with Stolz, whom I once more recall with special gratitude. For he made Lobachevsky and Bolyai accessible to me--I never read a work of theirs--as he had Staudt. Through enless debates with Stolz, a logician *par excellence*, I came to feel that the non-Euclidean geometries are part of projective geometry, in Cayley's sense; and, after a stubborn resistance, I also brought by friend to this certainty. I presented this idea in a short note in the *Goettinger Nachrichten* and in a first paper on the subject, *Ueber die sog. nichteuklidische Geometrie* in the *Annalen*, Volume 4, 1871 (= Klein *Ges. Abh.* Vol. I, No. XV, XVI).

These communications provoked much opposition, at first from the philosophical side. None less than Lotze had just then proclaimed all non-Euclidean geometry to be nonsense. This was involved with an ineradicable misunderstanding, which affects philosophers and popular writers even today, so that I would not like to leave it unmentioned. It relates to the concept denoted, to its misfortune, by the visual intuitive term "curvature" [Kruemmungsmass]. This purely mathematical concept, introduced by Gauss and much used by Riemann, refers to an invariant

Federigo Enriques

- Livorno 5.1.1871 - Roma 14.6.1946
- Laurea: Pisa 1891
- 1894 Bologna, professore di Geometria proiettiva e descrittiva (dal 1896, a 25 anni, ordinario)
- Dal 1922 insegna a Roma, sino alla morte, salvo la parentesi delle persecuzioni razziali (1938-44).
- Con C. Segre, G. Castelnuovo (suo cognato), F. Severi fondatore della scuola italiana di geometria algebrica
- "*Matematico per vocazione filosofica*" (Lombardo Radice)

- Grande interesse per la filosofia e la storia
- Si rese presto consapevole del carattere storico della evoluzione scientifica, dando importanti contributi alla storia della Matematica e del pensiero scientifico e filosofico
- Non disdegnò di occuparsi di didattica, cui portò un efficacissimo contributo coi volumi delle *Questioni* da lui diretti e con una collana di diffusissimi testi per le scuole medie, scritti con U. Amaldi.
- Fu socio dell'Accademia nazionale dei Lincei e di altre accadente nazionali ed estere.
- Cercò di contrastare l'idealismo di Croce e di Gentile, di rompere la barriera fra le due culture.
- Spirito libero col suo netto rifiuto della "filosofia dei compartimenti-stagno"
- La matematica deve essere "parte integrante" degli studi umanistici.

“L’opera storico-didattica di F. Enriques” di A. Frajese, in Archimede, 23 (1971)

... qualità di già laureato accostava con una certa confidenza il Maestro.

Già le litografie sulle conferenze di geometria, di cui abbiamo parlato, non soltanto contengono un capitolo di *notizie storiche e considerazioni di raffronto* sulle teorie trattate, ma cominciano (sono proprio le prime parole) con la seguente affermazione:

« Se la storia di un organismo scientifico rispecchia la legge d’evoluzione del pensiero nel formarsi delle varie tendenze che cooperano al suo progresso, sommamente istruttiva riesce sotto questo aspetto la storia della matematica come quella del più antico ed elevato organismo scientifico, dove la varietà dei rami è venuta crescendo insieme ai mutui vincoli di essi ».

Già fin dal lontanissimo 1894-95, dunque, l’Enriques riteneva *sommamente istruttiva* la storia della matematica.

E d’altra parte rivelano vera mentalità storica le ultime parole delle medesime litografie (sono proprio le ultime parole): « Chi esaminando l’intrinseca ragione dello svolgimento del pensiero saprà assurgere dalla storia alla scienza delle leggi che regolano l’organismo matematico saprà anche trarre dall’opera sua i frutti più fecondi. Al contrario resteranno vani e infruttuosi sforzi i tentativi di coloro che ispireranno le proprie ricerche al capriccio individuale anzichè alla coscienza di cooperare alla naturale evoluzione del pensiero ». Anzi, qui, come si vede, si accenna ad una specie di super-storia alla quale si dovrebbe assurgere dalla storia, e a tale super-storia sarebbe riservato l’arduo compito di indicare le strade sulle quali si dovrebbe incamminare la ricerca matematica dell’immediato futuro.

Dal momento che ho accennato all’inizio dell’attività didattica del ...

Le Matematiche nella Storia e nella Cultura

- Pubblicata nel 1938 a cura di A. Frajese
- Semantica delle teorie
- Inserire la Matematica in un disegno culturale generale:

- … *la vita industriale ed economica dei popoli civili è dominata dalle matematiche. … se le fonti del sapere teorico venissero a disseccarsi, …, la civiltà andrebbe incontro ad una rovina o almeno ad un'ecclissi d'incomparabile portata, siccome accadde alla fine del mondo antico* (p.118)

- Efficace sintesi del pensiero matematico
- È divisa in tre parti:

- L'evoluzione delle matematiche dall'antichità al secolo XVIII
- Le matematiche nella cultura
- Su alcuni indirizzi delle matematiche nel secolo XIX

1. L'evoluzione delle matematiche dall'antichità al secolo XVIII

- Breve storia del pensiero matematico attraverso i secoli – dalle origini al 18° sec.
- Scopo: chiarire l'origine e lo sviluppo delle questioni che la matematica persegue
- Linguaggio elementare
- A termine di ogni paragrafo vi è un nutrito elenco di riferimenti bibliografici (primario e secondario)

2. Le matematiche nella cultura

- Significato delle Matematiche e loro definizioni
- Posto da esse occupato nella società e nella cultura in generale
- Rapporti che legano l'attività matematica alle altre attività della mente umana

  - altre scienze, tecnica, filosofia, arte (anche poesia, musica letteratura), storia
- Psicologia delle Matematiche e dei matematici
- Matematica come scienza naturale è al pari delle lettere

3. Su alcuni indirizzi delle matematiche nel secolo XIX

- Spiegare il senso di alcuni indirizzi delle Matematiche pure nel XIX sec. (geom. proiet., geom. non eucl., geom. algebr., iperspazi, geom. differ.)
- Target: gli studenti universitari con il primo biennio alle spalle
- Origine e significato generale dei problemi esposti nei corsi universitari più elevati
- Linguaggio più specializzato
- Contenuti che presuppongono una preparazione adeguata di base
- Larghe indicazioni bibliografiche
- Enciclopedie e resoconti, Accademie, principali riviste matematiche
- Guida sia per approfondire la propria cultura sia per chi aspira alla ricerca scientifica

Fotocopie da "Le Matematiche nella Storia e nella Cultura"

F. Enriques – pref.

PREFAZIONE

Che cosa sono, che cosa importano i problemi delle Matematiche? Donde ci vengono? Quale significato hanno in confronto alle altre scienze e alla cultura in generale? Per riguardo alla tecnica, all'arte, alla storia, alla filosofia?

Sono domande a cui non può restare indifferente chi pensa: nè il giovane studioso che si avvicina alle porte del Tempio, nè il profano che s'interessa comunque ai valori dello spirito. Per questi il mistero di cui le Matematiche sembrano circondarsi è motivo tanto più forte a tentare di comprenderne qualche cosa, anche se il pudore dell'ignoranza si nasconda talvolta dietro un ostentato dispregio.

Per rispondere alle precedenti domande in maniera accessibile al maggior numero, mi è parso che si abbia prima di tutto ad esporre in breve la storia del pensiero matematico traverso i secoli, così da chiarire l'origine e lo sviluppo delle questioni che esso persegue. E, in secondo luogo, convenga esaminare e discutere partitamente del significato stesso delle Matematiche e dei rapporti che legano l'attività matematica alle altre attività della mente umana.

A questi scopi tendevano già in parte alcuni articoli di divulgazione che ho pubblicato nell'Enciclopedia Italiana, in corrispondenza alle voci: Matematiche, Geometria, Meccanicismo, Infinito, Naturali scienze, Assioma, Definizione, Dimostrazione, Postulati, ecc.; e poi ancora una serie di conferenze

Per chi scrive Enriques

Per questi studenti, e per i giovani studiosi che cercano di orientarsi nel vasto campo delle ricerche matematiche contemporanee, il nostro volume reca, secondo criterii di scelta che non pretendono di essere impersonali, assai larghe indicazioni bibliografiche, così da porgere anche per questo lato una guida, tanto a chi voglia approfondire la sua cultura nel senso della storia della scienza, quanto a chi aspiri alla ricerca propriamente scientifica.

Offrire ai giovani una guida siffatta mi sembra tanto più necessario nell'attuale momento storico, che è dominato da un intenso accrescimento delle tecniche particolari, onde i rami delle Matematiche si differenziano fra loro fino a rendersi inintelligibili ai cultori di rami diversi. In tal guisa, togliendosi sempre più la veduta dell'unità del pensiero, vi è a temere, sopra ogni cosa, che si offuschi anche il senso dei valori, da cui dipende la direzione dei progressi e quindi l'avvenire della scienza.

Per il contributo recato a questa pubblicazione ringrazio

Matematiche e Storia

Il matematico che ha conseguito questo sapere infinito e perfetto si trova tuttavia in una posizione d'indifferenza rispetto al *nostro mondo*: la sua scienza appartiene egualmente ad un abitante della Terra, come ad un cittadino di Sirio. Ciascuno dei due possiede lo stesso quadro della realtà, le stesse equazioni, le stesse leggi e tante tavole di valori

Per avere gustato il frutto della scienza divina, l'uomo ha quasi l'impressione di aver perduto la sua umanità. Diceva Epicuro: che importa di

tico che ha costruito le equazioni dell'Universo. Egli sentirà il bisogno di rifarsi uomo, rivolgendo gli occhi dalle infinite armonie delle cose lontane, per comprendere le vicine, non più nel loro significato astratto di « cose possibili », bensì come « cose reali » che formano per lui e in rapporto a lui stesso una scala di valori: in una parola chiederà di colorire il quadro della « scienza universale » o soltanto un angolo, il *suo* angolo, di questo quadro per vederlo — non più come verità eterna nella sua astrattezza — ma concretamente come storia.

Scienza e storia

d'interdipendenza. In questo quadro quale posto compete alla scienza?

Essa è ridotta, nella sua totalità, allo sforzo del pensiero umano che la costruisce progressivamente, e quindi alle osservazioni ed esperienze realizzate e alle ragioni che le collegano, nonchè ai motivi pratici, economici, estetici, religiosi, ecc. che danno impulso alle ricerche e conferiscono al loro valore umano.

Non vi è scienza fuori di questa realtà: se prima — nella luce dell'astratta matematica — la storia ci appariva come una specie di esemplificazione delle leggi universali della natura, ora al contrario — nella nuova prospettiva, sul terreno di un sapere più concreto — è la scienza stessa che si palesa come un particolare frutto dell'evoluzione dell'umanità, da comprendere subordinatamente alla storia.

47. - Matematismo e storicismo

Ma la verità storica compiuta, che viene supposta nelle considerazioni precedenti, non ci è stata rivelata da un Sinai, colla parola d'Iddio, e pertanto rimane — come la Verità scientifica — termine inaccessibile del nostro sforzo umano.

Scienza vs Storia

In questa luce "la storia della scienza, a cui domandiamo una comprensione superiore del sapere nel suo divenire, non può essere guadagnata che attraverso l'intelligenza scientifica in atto. Così in generale, per ogni campo, la storia deve essere costruita mercè il ragionamento scientifico che vale a coordinare e valutare le tradizioni, le testimonianze, le fonti, indagando prima la « possibilità » per inferire la « realtà ». In tal guisa l'antitesi scienza — storia si risolve in una collaborazione per riguardo al progresso concreto del nostro sapere."

Le due culture

pensiero, codesto studio deve essere opportunamente accompagnato da altri che conferiscono insieme alla formazione dell'intelligenza più armonica; in ispecie dagli studi umanistici, di cui deve ritenersi come parte integrante. Mercè i quali si riesce veramente a educare quello che lo stesso Pascal designava come « esprit de finesse » in contrapposto allo « esprit géométrique » strettamente inteso.

L'umanismo include, in ogni caso, la mentalità storica, che — come abbiam visto — deve comporsi colla mentalità scientifico-matematica universalistica, per una migliore aderenza ai varii aspetti della realtà.

Didattica

Più che le differenze dei metodi o le indicazioni dei programmi influisce sull'efficacia dell'insegnamento il valore degli insegnanti: la loro mentalità, la comunicativa, la passione che portano alle cose insegnate, la larghezza degli interessi che li fa capaci di mettersi al posto degli allievi e di sentire con essi. Nella misura in cui tali doti possono essere acquisite, occorre per ciò curare soprattutto la preparazione universitaria, e poi creare ai docenti condizioni di vita che lascino sufficiente libertà di mantenere e di svolgere la propria cultura.

Le Università italiane, ove le matematiche si trovano ad

... dubbio, sarà più prudente di astenersi! ».

La formazione di docenti di matematiche che sieno all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee, e d'altro lato partecipi all'interesse per la ricerca. A conseguire il primo scopo, e ad umanizzare la cultura del matematico pare che potranno concorrere speciali *scuole di storia delle scienze*, se l'iniziativa dell'Università di Roma avrà lo sviluppo e il seguito che sembra meritare.

Risvegliare l'interesse dei futuri docenti alla ricerca scientifica e mantenerlo poi vivo in essi, è tanto più difficile perchè i problemi delle alte matematiche sembrano, a prima vista, affatto remoti dal campo degli elementi in cui verrà ad esplicarsi l'attività dell'insegnante di scuola media. Conviene perciò mostrare l'apporto significativo che le matematiche superiori recano in più sensi all'intelligenza dei concetti e alla risoluzione dei problemi elementari. A tale scopo mira la raccolta delle « Questioni riguardanti le matematiche elementari » trattate da diversi collaboratori, raccolte ed ordinate da F. Enriques (1). Ed il *Periodico di Matematiche*, nella serie che si pubblica a Bologna presso l'editore Zanichelli dal 1922, prosegue questo programma, tendendo ad allargare la cultura generale dei lettori, con articoli di vario interesse e particolarmente storici.

Per ciò che riguarda ...

N. Bourbaki

- Così si "nasconde" un gruppo di matematici francesi (quasi tutti) formatosi a metà degli anni Trenta
- Data (simbolica) della nascita a Parigi di Bourbaki: 10 dicembre 1934 (quando alcuni di loro si trovarono in un caffè del quartiere latino a Parigi). Stiamo parlando di Henri Cartan, André Weil, Claude Chevalley, Jean Dieudonné, Samuel Eilenberg, Charles Ehresmann, Laurent Schwartz, Pierre Cartier, Jean-Pierre Serre, ecc. che hanno avuto un’influenza considerevole negli sviluppi della Matematica della seconda metà di questo secolo. Morto a Nancago il 11.11.1968 (come da necrologio).
- Congresso Bourbaki 1939
  S. Weil, Ch. Pisot, A. Weil, J. Dieudonné, C. Chabauty, Ch. Ehresmann, J. Delsarte

I° congresso Bourbaki
Luglio 1935

- Elementi della Matematica
- 3 capisaldi dichiarati degli Elementi: metodo assiomatico, strutture (madri) formali (algebriche, d'ordine, topologiche) e unità della Matematica.
- L'approccio di Bourbaki si può apprezzare sul piano dell'efficacia più che su quello della eleganza.
- Scritto per i matematici

Da sx a dx, in piedi: Henri Cartan, René de Possel, Jean Dieudonné, André Weil; seduti: Mirlès, Claude Chevalley, Szolem Mandelbrojt.

Elementi di Storia della Matematica

- Pubblicati nel 1960 (in italiano 1963)
- Raccolta delle note storiche presenti negli *Éléments*
- Storia a tesi, totalmente interna e in relazione agli argomenti trattati nei volumi degli *Éléments*
- Storia schietta e cruda ma funzionale alla comprensione delle teorie esposte negli *Éléments*
- Sintassi delle teorie con forti giudizi critici
- Nessun accenno biografico
- 20 pagine di riferimenti bibliografici alla fine
- Identità tra storia e matematica (A. Weil 1978)

- Mentre spesso i lettori di storia della matematica preferiscono presentazioni con del folclore e con degli aneddoti, l'esposizione di Bourbaki non ne fa accenno alcuno, vi è una prevalenza di contenuti scientifici. Ad essa però si può imputare l'atteggiamento secondo il quale la storia **dovrebbe** essere scritta dai vincitori. Quindi è inevitabilmente parziale.
- Al di là di ogni giudizio storico e filosofico, si deve comunque rilevare il prevalere della linea di deantropizzazione della matematica e la transizione dalla tradizionale concezione euclideo-kantiana di una geometria "fisica" alla concezione hilbertiana della geometria come disciplina astratta e formalizzata che ne è la prova. Questa posizione fu sentita come 'rivoluzionaria', nel senso delle rivoluzioni scientifiche individuate nella storia delle scienze da Thomas Kuhn. Sul piano delle azioni concrete e anche dell'ufficialità, questa 'rivoluzione' si manifestò con l'uscita di nuovi manuali e l'evento maggiore di questo movimento fu la pubblicazione degli Éléments de mathématique di Bourbaki; con questi veniva posta una forte prospettiva strutturalista.

Fotocopie da “Elementi di Storia della Matematica”

N. Bourbaki – p.124

La teoria delle forme quadratiche, nel suo aspetto moderno, non risale piú in là della seconda metà del XVIII secolo e, come vedremo, essa si sviluppa soprattutto per rispondere alle esigenze dell'aritmetica, dell'analisi e della meccanica. Ma le nozioni fondamentali di questa teoria fecero in realtà la loro apparizione fin dagli inizi della geometria "euclidea," di cui esse formano l'armatura. Per questa ragione è impossibile tracciarne la storia senza parlare, almeno in modo sommario, dello sviluppo della "geometria elementare" fin dall'antichità. S'intende che ci soffermeremo solo sull'evoluzione di qualche idea generale, ed il lettore non si aspetti di trovare qui informazioni precise sulla storia di questo o quel teorema in particolare, a proposito dei quali ci limiteremo a rinviare alle opere storiche o didattiche specializzate.[1] Naturalmente, quando parleremo fra poco delle diverse interpretazioni possibili di un medesimo teorema nei diversi linguaggi algebrici o geometrici, non intenderemo affatto dire che queste "traduzioni" siano sempre state familiari come oggi; al contrario, scopo principale di questo capitolo è di mettere in evidenza come, molto gradatamente, i matematici si siano resi conto di queste affinità fra questioni d'aspetto spesso assai dissimile; dimostreremo anche come, cosí facendo, essi abbiano messo un po' d'ordine nell'ammasso dei teoremi di geometria, tramandatici dagli antichi, ed abbiano cercato di delimitare esattamente quello che si doveva intendere per "geometria."

Se si esclude la scoperta, da parte dei babilonesi, della formula di risoluzione dell'equazione di secondo grado ([166], pp. 183-189), la nascita dei principali concetti della teoria delle forme quadratiche va ricercata sotto un travestimento geometrico. Esse si presentano dapprima come quadrati di distanze (nel piano o nello spazio a 3 dimensioni) e la corrispondente nozione di "ortogonalità" viene introdotta per mezzo dell'angolo retto, definito da Euclide come metà dell'angolo piatto (*Elementi*, Libro I, def. 10) — essendo le nozioni

[1] Vedere [226], dal t. IV al t. VI), ed anche [135] e [79], t. III.

J. Tropfke

Enzyklopädie der M. W.

E. Kötter

Si arriva cosí ad una classificazione razionale e "strutturale" dei teoremi di "geometria" secondo il gruppo dal quale essi provengono: gruppo lineare per la geometria proiettiva, gruppo ortogonale per le questioni metriche, gruppo simplettico per la geometria dei "complessi lineari." Ma sotto questa inflessibile chiarezza, la geometria classica — ad eccezione della geometria algebrica e della geometria differenziale,[21] ormai costituite in scienze autonome — si offusca bruscamente, e perde tutto il suo fascino. Già la generalizzazione dei metodi fondati sull'uso della trasformazioni aveva ...

... in modo puramente automatico; questa vittoria segna contemporaneamente la fine, come campo di ricerca, della stessa teoria classica degli invarianti e della geometria "elementare" che ne è diventata praticamente un semplice dizionario. Senza dubbio nulla lascia prevedere *a priori*, fra l'infinità di teoremi che si possono trarre a volontà, quali saranno quelli il cui enunciato, in un linguaggio geometrico appropriato, avrà una semplictà ed una eleganza paragonabili ai risultati classici. Rimane un ristretto campo dove continuano ad esercitarsi con fortuna numerosi amatori (geometria del triangolo, del tetraedro, delle curve e superficie algebriche di ordine basso, ecc.). Ma per il matematico di professione la miniera è esaurita, poiché non vi sono più problemi di struttura suscettibili di far presa su altre parti della matematica; e questo capitolo della teoria dei gruppi e degli invarianti può considerarsi chiuso fino a nuovo ordine.[22]

[22] S'intende che dell'ineluttabile decadenza della geometria (euclidea o proiettiva), oggi evidente ai nostri occhi, non si accorsero per molto tempo i contemporanei, e fin verso il 1900 questa disciplina continuò a figurare fra i rami importanti della matematica, come testimonia ad esempio il posto da essa occupato nell'*Enzyklopädie*; e fino a non molti anni fa essa occupava ancora questo posto nell'insegnamento universitario.

[23] In particolare l'interesse

Andre Weil -*Storia della Matematica: come e perché*

Trad. a cura di Massimo Galuzzi [1]

- *…La questione "Perché?" é forse superflua, o potrebbe essere meglio formulata come "Per chi?".* (Pag.1)
- *…abbandonando le opinioni ed i desideri del pubblico genericamente colto e degli specialisti di altre discipline, è tempo di far ritorno a Leibniz e di considerare il* *valore della storia della matematica*, *sia* *intrinsecamente* *che dal nostro punto di* *vista egoistico di matematici*. *Discostandoci solo lievemente da Leibniz, possiamo dire che il suo uso principale per noi è di porre o di tenere costantemente di fronte ai nostri occhi "esempi illustri" di eccellente lavoro matematico. Questo implica la necessità di storici? Forse no.* (Pag.6)
- Leibniz: "*L'utilità della storia non consiste tanto nel fatto che essa debba attribuire a ciascuno ciò che gli spetta, …, quanto nel fatto che l'arte dell'invenzione sia promossa e che il metodo di questa divenga manifesto attraverso* *esempi illustri*."

  Si tratta del celeberrimo incipit della *Historia et origo calculi differentialis (1714)*.

[1] A. Weil, 'History of mathematics: why and how', in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Helinski, 1978)* (Acad. Sci. Fennica, Helsinki, 1980)). Anche in A. Weil, *OEuvres scientifiques. Collected papers.* (New York, Heidelberg, Berlin: Springer, 1980), vol.3, pp. 434-442.

Posto saldamente, come premessa, un fermo interesse per la matematica, ogni aspetto della sua storia, anche il più minuto, anche un dettaglio biografico diviene rilevante.

- *Quale matematico non vorrebbe conoscere su Archimede di più del ruolo che si suppone egli abbia avuto nella difesa di Siracusa? La nostra comprensione della teoria dei numeri di Eulero sarebbe la stessa se noi avessimo solamente i suoi scritti a nostra disposizione? La vicenda non diviene infinitamente più interessante quando leggiamo del suo stabilirsi in Russia, dello scambio di lettere con Goldbach, dell'acquisire familiarità, quasi per caso, con le opere di Fermat e poi, assai più tardi nella sua vita, dell'inizio di una corrispondenza con Lagrange sulla teoria dei numeri e sugli integrali ellittici? Non dovremmo provare piacere nel fatto che, attraverso queste lettere, un tal uomo divenga un nostro intimo conoscente? (Pag. 7)*

Storia come storia delle idee, ed è in questo senso che storia e matematica si identificano. In A. Weil comprendere profondamente l'evoluzione delle idee matematiche si identifica con il favorirne il progresso. Se si accetta passivamente ciò che è accaduto, il lavoro storico si riduce all'aggiunta di qualche

abbellimento ad una melodia già formata. Ma

- *In effetti è evidente che l'abilità di riconoscere le idee matematiche in forma oscura o incipiente, e di seguirne le tracce nei molti travestimenti che esse possono assumere prima di manifestarsi nella piena luce del giorno, è verosimilmente unita ad un talento matematico migliore di quello medio. Ma ancor più di questo, è una componente essenziale di questo talento.* (Pag. 13)

E ancora

Più spesso di quanto non si creda, ciò che rende la matematica interessante è esattamente il primo manifestarsi di concetti e metodi destinati ad emergere solo successivamente nella mente cosciente dei matematici; il compito dello storico è quello di liberarli e di rintracciare la loro influenza o la mancanza di influenza sugli sviluppi successivi. (Pag. 14)

- *Poter scoprire il carattere di un grande matematico così come poter scoprire le sue debolezze è un piacere innocente che perfino uno storico serio non deve necessariamente negarsi*. (Pag. 20)
- *L'arte della storia della matematica può essere praticata nel migliore dei modi da coloro fra noi che sono o sono stati matematici attivi o almeno da coloro che sono in stretto contatto con i matematici attivi*. (Pag. 21)

- *Bisogna anche imparare a distinguere tra il pensiero originale e quella sorta di ragionamento di routine che un matematico spesso sente di dover utilizzare per registrare le sue idee per soddisfare i suoi pari o forse anche per soddisfare se stesso. Una dimostrazione laboriosa ed affaticante può essere il segno del fatto che l'autore è stato veramente infelice nel doversi esprimere; ma assai più spesso, come sappiamo, essa indica che egli ha lavorato con limitazioni che gli hanno impedito di tradurre direttamente in parole od in formule alcune idee molto semplici.* (Pag. 22)

E quindi

- *Un compito importante dello storico della matematica serio, e talvolta uno dei più difficili, è esattamente quello di separare questa routine da ciò che è realmente nuovo nel lavoro dei grandi matematici del passato. … Naturalmente il talento matematico e l'esperienza matematica non sono sufficienti per qualificare un matematico come storico.* (Pag. 22-23)

In definitiva

- *gli storici hanno i loro compiti peculiari, anche se essi si sovrappongono a quelli dei matematici e talvolta possono coincidere con questi.* (Pag. 24)

Quindi

- *Che cosa, allora, separa lo storico dal matematico quando entrambi studiano il lavoro del passato? In parte, senza dubbio, le loro tecniche, o,…, le loro tattiche; ma principalmente, forse, le loro attitudini e le loro motivazioni. Lo storico tende a dirigere la sua attenzione ad un passato più distante e ad una più grande varietà di culture; in tali studi, il matematico può <u>trovare poco profitto</u> al di là della soddisfazione estetica di scorgere le proprie origini o del piacere di sperimentare indirettamente la gioia della scoperta. Il matematico tende a finalizzare queste letture o almeno ha la speranza di poterne ricavare qualche fruttuoso suggerimento. …*

- *… Il matematico compie la sua lettura per essere stimolato verso pensieri originali …; non vi è slealtà, mi sembra, nell'affermare che il suo proposito è più direttamente utilitaristico di quello dello storico. Tuttavia, il compito essenziale di entrambi è quello di trattare delle idee matematiche, quelle del passato, quelle del presente e, quando essi possono farlo, quelle del futuro. Entrambi possono trovare possibilità di formazione professionale e di chiarificazione intellettuale di valore inestimabile nel* <u>*lavoro reciproco*</u>*. E dunque il mio problema originale 'Perchè la storia della matematica?" si riduce infine a questo: 'Perchè la matematica?", una questione alla quale non mi sembra sia necessario rispondere.* (Pag. 25-26)

fine

Morris Kline

- **Morris Kline** (1 Maggio 1908 – 10 Giugno 1992) crebbe a Brooklyn, dove si diplomò, studiò alla New York University e si laureò nel 1930, conseguì un master nel 1932, e un dottorato nel 1936. Fu professore alla New York University dal 1938 al 1975, scrisse di storia, filosofia e didattica della matematica, e anche argomenti di divulgazione.
- Criticò a lungo il modo in cui la matematica veniva insegnata. Kline sostenne la necessità di insegnare le applicazioni e gli usi della matematica. Similmente propose che la ricerca matematica si preoccupasse di risolvere problemi posti in altri campi del sapere piuttosto che costruire strutture di interesse specifico solo per altri matematici.
- Ha avuto il dono di una scrittura piana e fluida che sapeva catturare l'attenzione anche del lettore non matematico.

Storia del pensiero matematico

- Pubblicata nel 1972, dalla Mesopotamia agli anni ’30 del XIX secolo (si Gödel, no Bourbaki): Kline si ferma nella sua indagine agli inizi degli anni '30 perché, dice, sarebbe difficile valutare obiettivamente gli sviluppi più recenti della matematica e sarebbe stato necessario far riferimento a materiali altamente specializzati che "avrebbero fatto crescere disordinatamente le dimensioni dell'opera". Il secondo volume ha un'appendice in cui A. Conte aggiorna l'opera di Kline e delinea i principali sviluppi della matematica dal 1930 a oggi.
- Prima che M. Kline pubblicasse l’opera, non esistevano storie della matematica che si spingessero fino ai nostri giorni: anche un’opera di riferimento fondamentale, le monumentali *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* di M. Cantor, si arresta alla fine del Settecento, e per il periodo che va dall’inizio dell’Ottocento ai nostri giorni esistevano soltanto opere che coprono aspetti particolari della nostra disciplina e che assai raramente riuscivano a entrare davvero nel merito dei problemi trattati.

- Per tale motivo la pubblicazione dell’opera di Kline è venuta a coprire un vuoto fondamentale, e lo ha fatto nel migliore dei modi, riuscendo cioè a presentare un materiale enorme con una ricchezza di dettagli e una finezza di analisi che ne hanno immediatamente fatto un testo insostituibile per chiunque si occupi della storia della nostra scienza.
- Ha il duplice pregio dell’esaustività dei contenuti e della chiarezza di esposizione. È autorevole ed esauriente. Essa prevede infatti vari livelli di lettura: lo specialista (il matematico) vi trova una messe di dati, fonti e spunti di ricerca, mentre lo studente ha a disposizione una vera e propria enciclopedia matematica, un formidabile strumento di consultazione, sintesi, e perchè no, di ricreazione.
- Un'opera, come dice l'autore, che si rivolge "ai matematici di professione e a quelli che desiderano diventarlo", tenendo ben presenti le esigenze dello studente che ha la necessità di inquadrare storicamente la disciplina nel suo complesso, poiché "i corsi ordinari presentano in genere soltanto segmenti di matematica che sembrano non avere rapporti l'uno con l'altro".

- Oltre a raccontare le scoperte e più raramente i protagonisti, Kline mostra una attenzione particolare allo sviluppo delle idee che li hanno animati e ai temi conduttori

- Concezione della Matematica e della sua didattica in Kline

Nel 1986 egli riassunse così il suo punto di vista: “In tutti i livelli scolastici la matematica è trattata come una disciplina isolata dalle altre e slegata dal mondo reale. Così la matematica appare agli studenti come una disciplina che non ha nulla a che fare con tutto quello che concerne l’uomo".

L’insegnante non deve aspettare che lo studente venga attratto dalla matematica o che l’accetti per la sua assicurazione che gli tornerà utile più avanti nella vita. La matematica è la chiave per capire il nostro mondo nei suoi vari aspetti, fisici, sociali o biologici”.

- Egli suppone che i docenti dovrebbero mostrare le applicazioni utili della matematica nei vari campi: agli scolari elementari le applicazioni nel baseball, nella battaglia navale e nei puzzles, agli studenti medi i legami con la statistica e la probabilità, e gli studenti di scuola superiore le applicazioni al computer e alla fisica.
- Ma, egli sostiene, molti insegnanti non hanno semplicemente familiarità con tale modo di insegnare la matematica e tali tecniche; egli invece incentivò la pubblicazione di articoli che avevano lo scopo di istruire scuole e insegnanti sui modi di presentare tali applicazioni a scolari e studenti, per aiutare gli insegnanti in questo compito non facile.

- Vi è un bersaglio polemico contro il quale Kline lancia i suoi strali acuminati ogni qualvolta gli si presenti l'occasione. È la *new mathematics*, cioè quella concezione della matematica che ne esalta al massimo gli aspetti astratti introdotta alla fine degli anni '30 dal gruppo di matematici francesi che si celava sotto lo pseudonimo di Nicolas Bourbaki e contro il cui uso nell'insegnamento della matematica Kline scrisse un celebre pamphlet intitolato significativamente *Why Johnny can't add: the failure of the new math (1973)*. Il suo atteggiamento radicalmente negativo nei confronti della matematica astratta è certamente da respingere, in quanto non gli consente di cogliere uno degli aspetti fondamentali della nostra scienza, quello logico-linguistico, che proprio nel nostro secolo ha dato luogo a risultati e a progressi sbalorditivi e che lo porta forse a sottovalutare gli sviluppi della logica matematica in questo secolo.

- **La matematica nella cultura occidentale** (Feltrinelli, 1976) che ha avuto un grande successo anche al di fuori dell'ambiente dei matematici. In questo libro, del 1953, Kline ripercorre la storia della civiltà, scegliendo alcuni temi fondamentali, come l'arte, la musica, la filosofia e la religione, per mettere in evidenza il ruolo fondamentale della matematica nello sviluppo della vita e del pensiero dell'uomo. È un libro la cui lettura ha sicuramente riportato alla matematica molti che ne erano stati allontanati da un insegnamento arido e noioso.